

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

1. Comprobar si las relaciones dadas son integrales de las ecuaciones diferenciales indicadas o no lo son (C=const):

1.2)
$$y^3 = \frac{1}{x} + \frac{C}{x^3}$$
, $xy^2 dy + y^3 dx = \frac{dx}{x}$.

1.3)
$$x^3 - 4x^2y + 2xy^2 - y^3 = 0$$
, $(3x^2 - 8xy + 2y^2)dx - (4x^2 - 4xy + 3y^2)dy = 0$.

1.4)
$$y^2 + 2Cx = C^2$$
, $yy'^2 + 2xy' = y + 1$.

1.5)
$$\arctan \frac{y}{x} - \ln (C\sqrt{x^2 + y^2}) = 0, \quad (x+y)dx - (x-y)dy = 0.$$

1.6)
$$x = y \int_0^x \sin t^2 dt$$
, $y = xy' + y^2 \sin x^2$.

1.7)
$$x \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = y \ln y$$
, $xy' + x \ln y = x \sin x + y \ln y$.

 Ecuaciones con Variables Separables y Ecuaciones Reducibles a Ellas. Integrar las ecuaciones.

2.1)
$$(1+y^2)dx + (1+x^2)dy = 0.$$

2.2)
$$(1+y^2)dx + xydy = 0.$$

2.3)
$$(y^2 + xy^2)y' + x^2 - yx^2 = 0.$$

2.4)
$$(1+y^2)dx = xdy$$
.

2.5)
$$x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$$

2.6)
$$x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}dy = 0$$
, $y|_{x=0} = 1$.

2.7)
$$e^{-y}(1+y')=1$$
.

2.8)
$$y \ln y dx + x dy = 0$$
, $y|_{x=1} = 1$.

2.9)
$$y' = a^{x+y}$$
, $(a > 0, a \neq 1)$.

2.10)
$$e^{y}(1+x^{2})dy - 2x(1+e^{y})dx = 0.$$

2.11)
$$(1 + e^x)yy' = e^y$$
, $y|_{x=0} = 0$.

2.12)
$$(1+y^2)(e^{2x}dx - e^ydy) - (1+y)dy = 0.$$

2.13)
$$(xy^2 - y^2 + x - 1)dx + (x^2y - 2xy + x^2 + 2y - 2x + 2)dy = 0.$$

2.14)
$$y' = \sin(x - y)$$
.

2.15)
$$y' = ax + by + c$$
 $(a, b, c = const)$.

2.16)
$$(x+y)^2y'=a^2$$
.

2.17)
$$(1-y)e^yy' + \frac{y^2}{x\ln x} = 0.$$

2.18)
$$(1+y^2)dx = (y-\sqrt{1+y^2})(1+x^2)^{\frac{3}{2}}dy$$
.

2.19)
$$xy^2(xy'+y)=a^2$$
.

2.20)
$$(x^2y^2 + 1)dx + 2x^2dy = 0$$
, (la sustitución $xy = t$).

2.21)
$$(1+x^2y^2)y + (xy-1)^2xy' = 0$$
, (la sustitución $xy = t$).

2.22)
$$(x^2y^3 + y + x - 1)dx + (x^3y^2 + x)dy = 0$$
, (la sustitución $xy = t$).

2.23)
$$(x^6 - 2x^5 + 2x^4 - y^3 + 4x^2y)dx + (xy^2 - 4x^3)dy = 0$$
, (la sustitución $y = xt$).

2.24)
$$y' + 1 = \frac{(x+y)^m}{(x+y)^n + (x+y)^p}.$$

2.25)
$$(\ln x + y^3)dx - 3xy^2dy = 0.$$

2.26)
$$(xy+2xy \ln^2 y + y \ln y) dx + (2x^2 \ln y + x) dy = 0$$
, (la sustitución $x \ln y = t$).

2.27)
$$y - xy' = a(1 + x^2y').$$

2.28) Hallar una curva que pase por el punto (0,2) de modo que el coeficiente angular de la tangente en cualquiera de sus puntos sea igual a la ordenada del mismo punto, aumentada tres veces.

2.29) Hallar una curva para la cual el área Q, limitada por la curva, el eje OX y las dos ordenadas X = 0, X = x, sea una función dada de y:

$$Q = a^2 \ln \frac{y}{a}$$

.

- 2.30) Un punto material de masa igual a 1 g se mueve en línea recta debido a la acción de una fuerza que es directamente proporcional al tiempo, calculado desde el instante t = 0, e inversamente proporcional a la velocidad del punto. En el instante t = 10 s la velocidad era igual a 50 cm/s, y la fuerza, igual a 4 dinas. ¿Qué velocidad tendrá el punto al cabo de un minuto del comienzo del movimiento?
- 2.31) Demostrar que la curva que posee la propiedad de que todas sus normales pasan por un punto constante, en una circunferencia.
- 2.32) Una bala se introduce en una tabla de h=10 cm de espesor con la velocidad $v_o=200$ m/s traspasándola con la velocidad $v_1=80$ m/s. Suponiendo que la resistencia de la tabla al movimiento de la bala es proporcional al cuadrado de la velocidad, hallar el tiempo del movimiento de la bala por la tabla.
- 2.33) Un barco retrasa su movimiento por la acción de la resistencia del agua, que es proporcional a la velocidad del barco. La velocidad inicial del barco es 10 m/s, después de 5 s su velocidad será 8 m/s. ¿Después de cuánto tiempo la velocidad se hará 1 m/s?
- 2.34) Demostrar que la curva para la cual la pendiente de la tangente en cualquier punto es proporcional a la abscisa del punto de contacto, es una parábola.
- 2.35) Según la ley de Newton, la velocidad de enfriamiento de un cuerpo en el aire es proporcional a la diferencia entre la temperatura T del cuerpo y la temperatura T_o del aire. Si la temperatura del aire es de 20 °C

- y el cuerpo se enfría en 20 min desde 100 °C hasta 60 °C, ¿dentro de cuanto tiempo su temperatura descendera hasta 30 °C?
- **2.36)** Determinar el camino S recorrido por un cuerpo durante el tiempo t, si su velocidad es proporcional al trayecto, sabiendo que en 10 s el cuerpo recorre 100 m y en 15 s, 200 m.
- 2.37) El fondo de un deposito de 300 litros de capacidad, está cubierto de sal. Suponiendo que la velocidad con que se disuelve la sal es proporcinal a la diferencia entre la concentración en el instante dado y la concentración de la disolución saturada (1 Kg de sal para tres litros de agua) y que la cantidad de agua pura dada disuelve 1/3 de Kg de sal por min, hallar la cantidad de sal que contendrá la disolución al cabo de una hora.
- 2.38) Hallar la curva que tiene la propiedad de que el segmento de la tangente a la curva comprendido entre los ejes de coordenadas se divide por la mitad en el punto de contacto.
- 2.39) Cierta cantidad de una sustancia indisoluble que contiene en sus poros 2 Kg de sal se somete a la acción de 30 litros de agua. Después de 5 min se disuelve 1 Kg de sal. ¿Dentro de cuánto timpo se disolvera el 99 % de la cantidad inicial de sal?
- 2.40) Una pared de ladrillos tiene 30 cm de espesor. Hallar la dependencia de la temperatura de la distancia del punto hasta el borde exterior de la pared, si la temperatura en la superficie interior de la misma es igual a 20 °C y en la exterior, a 0 °C. Hallar también la cantidad de calor expedida por la pared (por 1 m²) al exterior durante un día.
 Nota. Según la ley de Newton, la velocidad Q de propagación del calor a trvaés de una superficie A, perpendicular al eje OX, es:Q = -kS dT/dt, donde k es el coeficiente de conductividad térmica; T, la temperatura; t, el tiempo y S, el área de la superficie A; (k = 0,0015).

3. Ecuaciones Homogéneas y Reducibles a Ellas.

Integrar las ecuaciones.

3.1)
$$4x - 3y + y'(2y - 3x) = 0.$$

3.2)
$$xy' = y + \sqrt{y^2 - x^2}$$
.

3.3)
$$4x^2 - xy + y^2 + y'(x^2 - xy + 4y^2) = 0$$
.

3.4)
$$4x^2 + xy - 3y^2 + y'(-5x^2 + 2xy + y^2) = 0.$$

3.5)
$$y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$$
.

3.6)
$$2xy'(x^2 + y^2) = y(y^2 + 2x^2).$$

3.7)
$$xy' = \sqrt{y^2 - x^2}$$
.

3.8)
$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + y'(bx^2 + 2cxy + fy^2) = 0.$$

3.9)
$$(y^2 - 3x^2)dy = -xydx$$
.

3.10)
$$y^3dx + 2(x^2y - xy^2)dy = 0.$$

3.11)
$$(y - xy')^2 = x^2 + y^2$$
.

3.12)
$$3x + y - 2 + y'(x - 1) = 0.$$

3.13)
$$2x + 2y - 1 + y'(x + y - 2) = 0.$$

3.14)
$$(3y - 7x + 7)dx - (3x - 7y - 3)dy = 0.$$

3.15)
$$(y + y\sqrt{x^2y^4 + 1})dx + 2xdy = 0.$$

3.16)
$$4xy^2dx + (3x^2y - 1)dy = 0.$$

3.17)
$$(x+y^3)dx + (3y^5 - 3y^2x)dy = 0.$$

3.18)
$$2(x^2y + \sqrt{1 + x^4y^2})dx + x^3dy = 0.$$

3.19)
$$(2x - 4y)dx + (x + y - 3)dy = 0.$$

3.20)
$$(x-2y-1)dx + (3x-6y+2)dy = 0.$$

3.21)
$$(x - y + 3)dx + (3x + y + 1)dy = 0.$$

3.22)
$$(x+y)dx + (x+y-1)dy = 0.$$

3.23)
$$y \cos x dx + (2y - \sin x) dy = 0.$$

3.24)
$$(x - y\cos\frac{y}{x})dx + x\cos\frac{y}{x}dy = 0.$$

3.25)
$$y^3dy + 3y^2xdx + 2x^3dx = 0$$
.

3.26)
$$ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0.$$

- 3.27) Hallar una curva que posea la propiedad de que la magnitud de la perpendicular bajada del origen de coordenadas a la tangente sea igual a la abscisa del punto de contacto.
- **3.28)** Hallar la curva para la cual la razón del segmento interceptado por la tangente en el eje OY al radio-vector es una cantidad constante.
- 4. Ecuaciones Lineales de Primer Orden, Ecuaciones de Bernoulli. Integrar las ecuaciones.

4.1)
$$y' + 2y = x^2 + 2x$$
.

4.2)
$$(x^2 + 2x - 1)y' - (x + 1)y = x - 1.$$

4.3)
$$x \ln x \cdot y' - y = x^3 (3 \ln x - 1).$$

4.4)
$$(a^2 - x^2)y' + xy = a^2$$
.

4.5)
$$2xy' - y = 3x^2$$
.

4.6)
$$(x+1)dy - [2y + (x+1)^4]dx = 0.$$

4.7)
$$y' = \frac{1}{x \sin y + 2 \sin 2y}.$$

4.8)
$$y' - 2xy = 2xe^{x^2}$$
.

4.9)
$$x(x^3+1)y'+(2x^3-1)y=\frac{x^3-2}{x}$$
.

4.10)
$$y' + y \cos x = \sin x \cos x$$
, $y|_{x=0} = 1$.

4.11)
$$x \ln x \cdot y' - (1 + \ln x)y + \frac{1}{2}\sqrt{x}(2 + \ln x) = 0.$$

4.12)
$$3xy' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$$
.

4.13)
$$8xy' - y = -\frac{1}{y^3\sqrt{x+1}}$$
.

4.14)
$$(xy + x^2y^3)y' = 1.$$

4.15)
$$y' - y = 2xe^{x+x^2}$$
.

4.16)
$$xy' = y + x^2 \sin x$$
.

4.17)
$$x^2y' + 2x^3y = y^2(1+2x^2)$$
.

4.18)
$$y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2 - a^2}$$
.

4.19)
$$2\sin x \cdot y' + y\cos x = y^3(x\cos x - \sin x).$$

4.20)
$$y' = \frac{3x^2}{x^2 + y + 1}$$
.

4.21)
$$y' + y \frac{x + \frac{1}{2}}{x^2 + x + 1} = \frac{(1 - x^2)y^2}{(x^2 + x + 1)^{3/2}}.$$

4.22)
$$3y' + y \frac{x^2 + a^2}{x(x^2 - a^2)} = \frac{1}{y^2} \frac{x(3x^2 - a^2)}{x^2 - a^2}.$$

4.23)
$$(1+x^2)y' = xy + x^2y^2$$
.

4.24)
$$y' + \frac{y}{x+1} = -\frac{1}{2}(x+1)^3y^2$$
.

4.25)
$$(x^2 + y^2 + 1)dy + xydx = 0.$$

4.26)
$$y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}$$
.

4.27)
$$x(x-1)y' + y = x^2(2x-1)$$
.

4.28)
$$y' - y \tan x = \sec x$$
, $y|_{x=0} = 0$.

4.29)
$$y' \cos y + \sin y = x + 1$$
.

4.30)
$$y' + \sin y + x \cos y + x = 0$$
.

4.31)
$$y' - \frac{ny}{x+1} = e^x (1+x)^n$$
.

5. Ecuaciones Diferenciales Exactas, Factor Integrante.

Integrar las ecuaciones.

5.1)
$$x(2x^2 + y^2) + y(x^2 + 2y^2)y' = 0.$$

5.2)
$$(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0.$$

5.3)
$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}\right)dy = 0.$$

5.4)
$$\left(3x^2 \tan y - \frac{2y^3}{r^3}\right) dx + \left(x^3 \sec^2 y + 4y^3 + \frac{3y^2}{r^2}\right) dy = 0.$$

5.5)
$$\left(2x + \frac{x^2 + y^2}{x^2y}\right)dx = \frac{x^2 + y^2}{xy^2}dy.$$

5.6)
$$\left(\frac{\sin 2x}{y} + x\right) dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right) dy = 0.$$

5.7)
$$(3x^2 - 2x - y)dx + (2y - x + 3y^2)dy = 0.$$

5.8)
$$\left(\frac{xy}{\sqrt{1+x^2}} + 2xy - \frac{y}{x}\right)dx + (\sqrt{1+x^2} + x^2 - \ln x)dy = 0.$$

5.9)
$$\frac{xdx + ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{xdy - ydx}{x^2} = 0.$$

5.10)
$$\left(\sin y + y\sin x + \frac{1}{x}\right)dx + \left(x\cos y - \cos x + \frac{1}{y}\right)dy = 0.$$

$$5.11) \frac{y + \sin x \cos^2 xy}{\cos^2 xy} dx + \left(\frac{x}{\cos^2 xy} + \sin y\right) dy = 0.$$

5.12)
$$\frac{2xdx}{y^3} + \frac{(y^2 - 3x^2)dy}{y^4} = 0, \quad y|_{x=1} = 1.$$

5.13)
$$\frac{xdx + ydy}{\sqrt{(x^2 + y^2)(1 - x^2 - y^2)}} + \left(\frac{1}{y\sqrt{y^2 - x^2}} + \frac{e^{\frac{x}{y}}}{y^2}\right)(ydx - xdy) = 0.$$

5.14)
$$\left(\frac{1}{y}\sin\frac{x}{y} - \frac{y}{x^2}\cos\frac{y}{x} + 1\right)dx + \left(\frac{1}{x}\cos\frac{y}{x} - \frac{x}{y^2}\sin\frac{x}{y} + \frac{1}{y^2}\right)dy = 0.$$

5.15)
$$y(x^{+}y^{2} + a^{2})dy + x(x^{2} + y^{2} - a^{2})dx = 0.$$

5.16)
$$(1 - x^2y)dx - 2xydy = 0.$$

5.17)
$$(3x^2y + y^3)dx + (x^3 + 3xy^2)dy = 0.$$

5.18)
$$(x^2 + y)dx - xdy = 0.$$

5.19)
$$(x+y^2)dx - 2xydy = 0$$
.

5.20)
$$(2x^2y + 2y + 5)dx + (2x^3 + 2x)dy = 0.$$

5.21)
$$(x^4 \ln x - 2xy^3)dx + 3x^2y^2dy = 0.$$

5.22)
$$(x + \sin x + \sin y)dx + \cos ydy = 0.$$

5.23)
$$(2xy^2 - 3y^3)dx + (7 - 3xy^2)dy = 0.$$

6. Ecuaciones no Lineales de Primer Orden, Ecuación de Lagrange, Ecuación de Clairaut.

Integrar las siguientes ecuaciones.

6.1)
$$2y = xy' + y' \ln y'$$
.

6.2)
$$y = 2xy' + \ln y'$$
.

6.3)
$$y = x(1+y') + y'^2$$
.

6.4)
$$y = 2xy' + \sin y'$$
.

6.5)
$$y = xy'^2 - \frac{1}{y'}$$
.

6.6)
$$y = \frac{3}{2}xy' + e^{y'}$$
.

6.7)
$$y = xy' + \frac{a}{y'^2}$$
.

6.8)
$$y = xy' + y'^2$$
.

6.9)
$$xy'^2 - yy' - y' + 1 = 0.$$

6.10)
$$y = xy' + \frac{ay'}{\sqrt{1 + y'^2}}$$
.

6.11)
$$x = \frac{x}{y'} + \frac{1}{y'^2}$$
.

- **6.12)** Hallar la curva cuya tangente forma con los ejes coordenadas un triángulo de área constante $S=2a^2$.
- **6.13)** Hallar la curva para la cual el segmento de la tangente comprendido entre los ejes coordenados tiene una longitud constante a.
- 7. Ecuaciones Lineales Homogéneas de Coeficientes Constantes.

Formar las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas conociendo sus ecuaciones características.

7.1)
$$m^2 + 3m + 2 = 0$$
.

7.2)
$$2m^2 - 3m - 5 = 0$$
.

7.3)
$$m(m+1)(m+2) = 0$$
.

7.4)
$$(m^2+1)^2=0$$
.

7.5)
$$m^3 = 0$$
.

Formar las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas si se conocen las raíces de sus ecuaciones características y escribir sus soluciones generales.

7.6)
$$m_1 = 1, m_2 = 2.$$

7.7)
$$m_1 = 1, m_2 = 1.$$

7.8)
$$m_1 = 3 - 2i$$
, $m_2 = 3 + 2i$.

7.9)
$$m_1 = 1$$
, $m_2 = 1$, $m_3 = 1$.

Formar las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas si se dan sus sistemas fundamentales de soluciones.

7.10)
$$e^{-x}$$
, e^x .

7.11) 1,
$$e^x$$
.

7.12)
$$e^{-2x}$$
, xe^{-2x} .

7.13)
$$\sin 3x$$
, $\cos 3x$.

7.15)
$$e^x$$
, e^{2x} , e^{3x} .

7.16)
$$e^x$$
, xe^x , x^2e^x .

7.17)
$$e^x$$
, xe^x , e^{2x} .

7.18) 1,
$$x$$
, e^x .

7.19) 1,
$$\sin x$$
, $\cos x$.

7.20)
$$e^{2x}$$
, $\sin x$, $\cos x$.

7.21) 1,
$$e^{-x} \sin x$$
, $e^{-x} \cos x$.

Integrar las siguientes ecuaciones:

7.22)
$$y'' - y = 0$$
.

7.23)
$$3y'' - 2y' - 8y = 0$$
.

7.24)
$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$$
, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = 3$.

7.25)
$$y'' + 2y' + y = 0.$$

7.26)
$$y'' - 4y' + 3y = 0$$
, $y(0) = 6$, $y'(0) = 10$.

7.27)
$$y''' + 6y'' + 11y + 6y = 0$$
.

7.28)
$$y'' - 2y' - 2y = 0$$
.

7.29)
$$y^{VI} + 2y^V + y^{IV} = 0.$$

7.30)
$$4y'' - 8y' + 5y0$$
.

7.31)
$$y''' - 8y = 0$$
.

7.32)
$$y^{IV} + 4y''' + 10y'' + 12y' + 5y = 0.$$

7.33)
$$y'' - 2y' + 2y = 0$$
, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

7.34)
$$y'' - 2y' + 3y = 0$$
, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

7.35)
$$y^{IV} + 2y''' + 4y'' - 2y' - 5y = 0.$$

7.36)
$$y^V + 4y^{IV} + 5y''' - 6y' - 4y = 0.$$

7.37)
$$y''' + 2y'' - y' - 2y = 0$$
.

7.38)
$$y''' - 2y'' + 2y' = 0.$$

7.39)
$$y^{IV} - y = 0$$
.

7.40)
$$y^X = 0$$
.

7.41)
$$y''' - 3y' - 2y = 0$$
.

7.42)
$$2y''' - 3y'' + y' = 0$$
.

Determinar la forma de la solución particular para las siguientes ecuaciones diferenciales lineales no homogeneas:

7.43)
$$y'' + 3y = 3$$
.

7.44)
$$y'' - 7y' = (x - 1)^2$$
.

7.45)
$$y'' + 3y' = e^x$$
.

7.46)
$$y'' + 7y' = e^{-7x}$$
.

7.47)
$$y'' - 8y' + 16y = (1 - x)e^{4x}$$
.

7.48)
$$y'' - 10y' + 25y = e^{5x}$$
.

7.49)
$$4y'' - 3y' = xe^{\frac{3}{4}x}$$
.

7.50)
$$y'' - y' - 2y = e^x + e^{-2x}$$

7.51)
$$y'' + 3y = 3$$
.

7.52)
$$y'' - 4y' = xe^{4x}$$
.

7.53)
$$y'' + 25y = \cos 5x$$
.

7.54)
$$y'' + y = \sin x - \cos x$$
.

7.55)
$$y'' + 16y = \sin(4x + \alpha)$$
.

7.56)
$$y'' + 4y' + 8y = e^{2x}(\sin 2x + \cos 2x).$$

7.57)
$$y'' - 4y' + 8y = e^{2x}(\sin 2x - \cos 2x).$$

7.58)
$$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 2x$$
.

7.59)
$$y'' + 4y = \sin x \sin 2x$$
.

7.60)
$$y'' - 4y' = 2\cos^2 4x$$
.

7.61)
$$y''' + y = x$$
.

7.62)
$$y''' + 6y'' + 11y' + 6y = 1.$$

7.63)
$$y''' + y' = 2$$
.

7.64)
$$y''' + y'' = 3$$
.

7.65)
$$y^{IV} - y = 1$$
.

7.66)
$$y^{IV} - y' = 2$$
.

7.67)
$$y^{IV} - y'' = 3$$
.

7.68)
$$y^{IV} - y''' = 4$$
.

7.69)
$$y^{IV} + 4y''' + 4y'' = 1$$
.

7.70)
$$y^{IV} + 2y''' + y'' = e^{4x}$$
.

7.71)
$$y^{IV} + 2y''' + y'' = e^{-x}$$
.

7.72)
$$y^{IV} + 2y''' + y'' = xe^{-x}$$
.

7.73)
$$y^{IV} + 4y'' + 4y = \sin 2x$$
.

7.74)
$$y^{IV} + 4y'' + 4y = \cos x$$
.

7.75)
$$y^{IV} + 4y'' + 4y = x \sin 2x$$
.

7.76)
$$y^{IV} + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = \sin x$$
.

7.77)
$$y^{IV} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y = e^x$$
.

7.78)
$$y^{IV} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y = xe^x$$
.

Resolver las siguientes ecuaciones:

7.79)
$$y'' + 2y' + y = -2$$
.

7.80)
$$y'' + 2y' + 2 = 0$$
.

7.81)
$$y'' + 9y - 9 = 0$$
.

7.82)
$$y''' + y'' = 1$$
.

7.83)
$$5y''' - 7y'' - 3 = 0$$
.

7.84)
$$y^{IV} - 6y''' + 6 = 0.$$

7.85)
$$3y^{IV} + y''' = 2$$
.

7.86)
$$y^{IV} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 1.$$

7.87)
$$y'' - 4y' + 4y = x^2$$
.

7.88)
$$y'' + 8y' = 8x$$
.

7.89)
$$y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2x}$$
.

7.90)
$$y'' + 4y' + 3y = 9e^{-3x}$$
.

7.91)
$$7y'' - y' = 14x$$
.

7.92)
$$y'' + 3y' = 3xe^{-3x}$$
.

7.93)
$$y'' + 5y' + 6y = 10(1-x)e^{-2x}$$
.

7.94)
$$y'' + 2y' + 2y = 1 + x$$
.

7.95)
$$y'' + y' + y = (x + x^2)e^x$$
.

7.96)
$$y'' + 4y' - 2y = 8\sin 2x$$
.

7.97)
$$y'' + y = 4x \cos x$$
.

7.98)
$$y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \sin 2x$$
.

7.99)
$$y'' - y' = e^x \sin x$$
.

7.100)
$$y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$$
.

7.101)
$$y'' + 4y' + 5y = 10e^{-2x}\cos x$$
.

7.102)
$$y'' + 2y' + 5y = e^{-x}(2x + \sin 2x)$$
.

7.103)
$$4y'' + 8y' = x \sin x$$
.

7.104)
$$y'' - 3y' + 2y = xe^x$$
.

7.105)
$$y'' + y' - 2y = x^2 e^{4x}$$
.

7.106)
$$y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}$$
.

7.107)
$$y''' - y'' + y' - y = x^2 + x$$
.

7.108)
$$y'' - 2y' + y = x^3$$
.

7.109)
$$y^{IV} + y'' = x^2 + x$$
.

7.110)
$$5y'' - 6y' + 5y = 13e^x \cosh x$$
.

7.111)
$$y^V - y^{IV} = xe^x - 1$$
.

7.112)
$$y'' + y = x^2 \sin x$$
.

7.113)
$$y'' + 2y' + y = x^2 e^{-x} \cos x$$
.

7.114)
$$y''' - 4y' = xe^{2x} + \sin x + x^2$$
.

7.115)
$$y''' - y = \sin x$$
.

7.116)
$$y'' + 2y' + 2y = e^{-x}\cos x + xe^{-x}$$
.

7.117)
$$y^{IV} - 2y'' + y = \cos x$$
.

7.118)
$$y'' + y = 2\sin x \sin 2x$$
.

7.119)
$$y'' + 4y = x \sin^2 x$$
.

7.120)
$$y^{IV} + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = xe^x + \frac{1}{2}\cos x$$
.

7.121)
$$y'' + y' = \cos^2 x + e^x + x^2$$
.

7.122)
$$y^V + 4y''' = e^x + 3\sin 2x + 1.$$

7.123)
$$y''' - 3y'' + 3y' - y = e^x \cos 2x$$
.

7.124)
$$y''' - 2y' + 4y = e^x \cos x + x^2 + \sin 2x$$
.

7.125)
$$y'' + y' = x^2 - e^{-x} + e^x$$
.

7.126)
$$y'' - 2y' - 3y = 2x + e^{-x} - 2e^{3x}$$
.

7.127)
$$y'' + 4y = e^x + 4\sin 2x + 2\cos^2 x - 1$$
.

7.128)
$$y'' + 3y' + 2y = 6xe^{-x}(1 - e^{-x}).$$

7.129)
$$y'' + y = \cos^2 2x + \sin^2 \frac{x}{2}$$
.

7.130)
$$y'' - 4y' + 5y = e^{2x}(\sin x + 2\cos x).$$

7.131)
$$y'' - 4y' + 5y = 1 + \cos^2 x + e^{2x}$$
.

7.132)
$$y'' - 2y' + 2y = e^x \sin^2 \frac{x}{2}$$
.

7.133)
$$y'' - 3y' = 1 + e^x + \cos x + \sin x$$
.

7.134)
$$y'' - 2y' + 5y = e^x(1 - 2\sin^2 x) + 10x + 1.$$

7.135)
$$y'' - 4y' + 4y = 4x + \sin x + \sin 2x$$
.

7.136)
$$y'' + 2y' + y = 1 + 2\cos x + \cos 2x - \sin 2x$$
.

7.137)
$$y'' + y' + y + 1 = \sin x + x + x^2$$
.

7.138)
$$y'' + 6y' + 9y = 9xe^{-3x} + 1 + 9\sin x$$
.

7.139)
$$y'' + 2y' + 1 = 3\sin 2x + \cos x$$
.

En los siguientes problemas se necesita hallar las soluciones particulares de las ecuaciones que cumplen las condiciones iniciales dadas:

7.140)
$$y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x}$$
; $y(0) = y'(0) = 0$.

7.141)
$$y'' + 9y = 6e^{3x}$$
; $y(0) = y'(0) = 0$.

7.142)
$$y'' - 4y' + 5y = 2x^2e^x$$
: $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$.

7.143)
$$y'' + 6y' + 9y = 10\sin x$$
; $y(0) = y'(0) = 0$.

7.144)
$$y'' + y = 2\cos x$$
; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

7.145)
$$y'' + 4y = \sin x$$
; $y(0) = y'(0) = 1$.

7.146)
$$y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$$
; $y(0) = \frac{4}{3}$, $y'(0) = \frac{1}{27}$.

7.147)
$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$$
; $y(0) = 2$, $y'(0) = 8$.

7.148)
$$y'' + 4y' = 4(\sin 2x + \cos 2x)$$
; $y(\pi) = y'(\pi) = 2\pi$.

7.149)
$$y'' - y' = -5e^{-x}(\sin x + \cos x)$$
; $y(0) = -4$, $y'(0) = 5$.

7.150)
$$y'' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x$$
; $y(\pi) = \pi e^{\pi}$, $y'(\pi) = e^{\pi}$.

7.151)
$$y''' - y' = -2x$$
; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$.

7.152)
$$y^{IV} - y = 8e^x$$
; $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$, $y'''(0) = 0$.

7.153)
$$y''' - y = 2x$$
; $y(0) = y'(0) = 0$, $y''(0) = 2$.

7.154)
$$y^{IV} - y = 8e^x$$
; $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = 4$, $y'''(0) = 6$.