Facultad de Ciencias Forestales Y Ambientales
Departamento de Botanica y Ciencias Basicas
Matematicas II
Prof. Wilson Herrera
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA VENEZUELA

Vectores

1. Dados los puntos $P(1,2)$, $Q(-2,2)$ y $R(1,-6)$:

   a) Representarlos en el plano XOY.

   b) Hallar la magnitud de cada uno de los vectores $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{QR}$y $\overrightarrow{PR}$.

   c) Encontrar el vector fijo equivalente a $\overrightarrow{QP}$.

   d) ¿ Cuál es el punto S tal que $\overrightarrow{PS}$ tiene igual dirección que $\overrightarrow{PQ}$, con $\|\overrightarrow{PS}\| = 2\|\overrightarrow{PQ}\|$?

2. Considere los vectores: $\widehat{\imath} =< 1,0 >$, $\widehat{\jmath} =< 0,1 >$, $\overrightarrow{s} =< 3,4 >$ y $\overrightarrow{t} =< 4,-1 >$,

   a) Expresar, como combinación lineal de $\widehat{\imath}$ y $\widehat{\jmath}$, cada uno de los vectores: $\overrightarrow{s}$, $\overrightarrow{t}$, $2\overrightarrow{s} + \overrightarrow{t}$, $\overrightarrow{s} - \overrightarrow{t}$.

   b) Encontrar un vector unitario que tenga la misma dirección de $\overrightarrow{s}$, pero que sea opuesto al mismo.

   c) Si λ es un número real entre 0 y 1, i.e, $0 < \lambda < 1$, ¿Cual de las siguientes relaciones es la correcta: $\|\lambda\overrightarrow{s}\| = \|\overrightarrow{s}\|$, $\|\lambda\overrightarrow{s}\| > \|\overrightarrow{s}\|$, $\|\overrightarrow{s}\| > \|\lambda\overrightarrow{s}\|$?

3. Dados los puntos $A(1,2,1)$ y $B(0,4,-1)$:

   a) Representarlos en $\mathbb{R}^3$.

b) Hallar la longitud de $\overrightarrow{AB}$.

c) Encontrar las coordenadas del punto medio del segmento AB.

4. Dado el punto $P(1,0,2)$, determinar $Q(x,y,z)$, de modo que $\overrightarrow{PQ}$ sea equivalente al vector cuyo punto inicial es $A(1,-1,-4)$ y punto final $B(2,1,-3)$.

5. Dado $\overrightarrow{A} = x\widehat{\imath} + 2\widehat{\jmath} - 3\widehat{k}$, hallar el valor negativo de x tal que $\|\overrightarrow{A}\| = \sqrt{38}$.

6. Hallar el valor de c, para que los vectores $\overrightarrow{u} =< 5,2 >$ y $\overrightarrow{w} =< -4,c >$, sean perpendiculares entre sí.

7. Determinar si los siguientes pares de vectores son perpendiculares:

   a) $< -1,3,-3 >$ y $< 3,3,2 >$

   b) $< 1,0,0 >$ y $< 0,1,0 >$

   c) $2\widehat{\imath} + 8\widehat{\jmath} + 4\widehat{k}$ y $< -1,-\frac{1}{4},1 >$

   d) $< 4,8,2 >$ y $< 0,0,0 >$

8. Dados los vectores $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$, demostrar que:

$$\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} \text{ y } \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} \text{ son perpendiculares } \Leftrightarrow \|\overrightarrow{A}\| = \|\overrightarrow{B}\|$$

9. Hallar los valores de x, para los cuales:

   a) El ángulo entre $\overrightarrow{u} =< x,1,1 >$ y $\overrightarrow{w} =< 1,x,1 >$ resulta igual a $\dfrac{\pi}{3}$ radianes.

   b) Los vectores $\overrightarrow{u} = x\widehat{\imath} + \widehat{\jmath} - 3\widehat{k}$ y $\overrightarrow{w} = 2x\widehat{\imath} - 10x\overrightarrow{\jmath} - 4\widehat{k}$, son perpendiculares.

10. Hallar el ángulo β entre $\overrightarrow{OA}$ y el eje OY, donde $\overrightarrow{A} =< 1,\sqrt{2},1 >$

11. Hallar el ángulo entre la diagonal de un cubo y una de sus aristas.

12. En cada caso, encuentre los cosenos directores del vector dado:

a) $\overrightarrow{u} =< -6, 8 >$ *b*) $\overrightarrow{v} = \widehat{\imath} + \widehat{\jmath} + \sqrt{2}\widehat{k}$

13. ¿Existe algún vector, en $\mathbb{R}^3$, cuyos ángulos directores sean: $\alpha = 45^o$, $\beta = 30^o$, $\gamma = 120^o$

14. Igual pregunta que en el ejercicio anterior, pero con: $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$, $\beta = -\dfrac{\pi}{4}$, $\gamma = \dfrac{2\pi}{3}$.

15. Encontrar dos vectores unitarios, en $\mathbb{R}^3$, tales que cada uno de ellos: forme un ángulo de $\dfrac{\pi}{3}$ radianes con el vector $\widehat{\jmath}$ y sea perpendicular al vector $\overrightarrow{A} =< 0, -1, 1 >$.

16. Hallar un vector, de longitud 8, tal que: sea paralelo al plano XOY; el ángulo α, entre el eje OX y el vector buscado sea igual a 120^o, mientras que el ángulo β, con el eje OY sea 30^o.

17. En el triángulo ABC, cuyos vertices son los puntos $A(1, 0, 3)$, $B(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 3)$ y $C(1, 0, \frac{7}{2})$, hallar los ángulos internos y las longitudes de los lados.

18. Dados los vectores $\overrightarrow{A} =< 1, 0, -5 >$, $\overrightarrow{B} =< -2, 1, 10 >$ y $\overrightarrow{C} = -5\widehat{\imath} - \widehat{k}$, verificar que $\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{A} = \overrightarrow{C}$

19. Hallar los vectores unitarios, perpendiculares a $\overrightarrow{P} =< 1, -1, 0 >$ y $\overrightarrow{Q} =< 1, 1, 4 >$, simultáneamente.

20. Si $\overrightarrow{OA} = 2\widehat{\imath}$ y $\overrightarrow{OB} = 4\widehat{\jmath} + 3\widehat{k}$, hallar:

    a) El área del paralelogramo de lados $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$.

    b) El área del triángulo OAB.

21. Dados los vectores: $\overrightarrow{A} =< 1, -2, 3 >$, $\overrightarrow{B} =< 3, 3, -6 >$ y $\overrightarrow{C} =< 1, -3, 4 >$, encontrar:

    a) El volumen del paralelepípedo de aristas $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ y $\overrightarrow{C}$.

    b) El volumen del tetraedro con aristas $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ y $\overrightarrow{C}$.

22. Sean $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$, vectores en $\mathbb{R}^3$, tales que $\|\overrightarrow{A}\| = 2$ y $\|\overrightarrow{B}\| = 5$. Hallar el valor de:
$$(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}) \cdot (\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}) + (\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B})^2$$

23. Sean $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$, vectores en $\mathbb{R}^3$. Demostrar que $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$ son paralelos, si y sólo si, $\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} =< 0, 0, 0 >$.

24. Usar el resultado del ejercicio anterior, para verificar que los vectores $\overrightarrow{A} =< -\frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}, \sqrt{12} >$ y $\overrightarrow{B} =< 2, -6, -12 >$, son paralelos. Luego hallar un r tal que $\overrightarrow{B} = r\overrightarrow{A}$.

25. Sean $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ y $\overrightarrow{C}$, vectores en $\mathbb{R}^3$. Probar que
$$\overrightarrow{A} \times (\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}) = (\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{C})\overrightarrow{B} - (\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B})\overrightarrow{C}$$

26. Basados en el problema anterior y en el problema 23, concluir que si $\overrightarrow{A}$ es perpendicular tanto a $\overrightarrow{B}$ como a $\overrightarrow{C}$, entonces $\overrightarrow{A}$ es paralelo a $\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}$.

27. ¿Bajo qué condiciones se cumple que
$$\|\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}\| = \|\overrightarrow{A}\| + \|\overrightarrow{B}\|?$$

28. Dados $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$, vectores en $\mathbb{R}^3$, probar que si $\overrightarrow{C} = \lambda\overrightarrow{A} + \sigma\overrightarrow{B}$, entonces, el volumen del paralelepípedo de aristas $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ y $\overrightarrow{C}$, es cero.

29. Sean $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$, vectores en $\mathbb{R}^3$, tales que $\|\overrightarrow{B}\| = 1$ y $\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\| = \sqrt{3}$. Consideremos $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} + \overrightarrow{B}$. Hallar entonces, $\|\overrightarrow{C}\|$ y el ángulo entre el vector $\overrightarrow{B}$ y el vector $\overrightarrow{C}$.

30. Calcular el área del paralelogramo determinado por el vector $\overrightarrow{u} = \widehat{\jmath} - \widehat{k}$ y el vector $\overrightarrow{w}$, sabiendo que este último es unitario; está en el primer octante y forma ángulos iguales con los eje coordenados.

Rectas y planos en el espacio

1. En $\mathbb{R}^2$, consideremos los puntos $P(2,4)$; $Q(3,1)$; $R(5,3)$. Hallar las ecuaciones paramétricas y la ecuación cartesiana de:

   a) La recta que pasa por los puntos P y Q.

   b) La recta que pasa por P y es paralela a $\overrightarrow{QR}$.

   c) La recta que pasa por el origen y es perpendicular a $\overrightarrow{QR}$.

   d) La mediatriz del segmento QR

2. Dados los puntos $P(1,2,5)$ y $Q(-1,3,-2)$:

   a) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por P y Q. Luego, determinar las ecuaciones simétricas de la misma.

   b) Encontrar las ecuaciones paramétricas de la recta que contiene a P y es paralela al vector $\overrightarrow{u} = \widehat{\imath} - \widehat{\jmath} + \widehat{k}$.

   c) Hallar las ecuaciones simétricas de la recta que contiene al origen y a Q.

   d) Determinar las ecuaciones simétricas de la recta que pasa por P y es paralela a la recta $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-8}{4}$.

3. Encontrar el ángulo obtuso formado por el eje OY con la recta de ecuaciones paramétricas: $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & 1+t \\ y & = & 2+\sqrt{2}t \\ z & = & 3+t. \end{array}\right.$

4. Dadas las ecuaciones $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{3} = \dfrac{z-2}{4}$ y $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & \frac{2}{5}t \\ y & = & \frac{3}{5}t+2 \\ z & = & \frac{4}{5}t-2. \end{array}\right.$

   ¿Representan ellas la misma recta?

5. Dadas:

$$L_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$$

y

$$L_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$$

hallar $L_1 \bigcap L_2$.

6. Demostrar que las rectas L_1 y L_2, dadas a continuación, no se intersectan:
$L_1 : \dfrac{x+5}{3} = \dfrac{y+5}{2} = \dfrac{z-1}{-2}$; $L_2 : \begin{cases} x &= 9+6tt \\ y &= -2t \\ z &= 2-t. \end{cases}$

7. Dados el punto $P(1,4,5)$ y el vector $\overrightarrow{N} =< 2,-1,3 >$

   a) Hallar una ecuación del plano que pasa por P y tiene a $\overrightarrow{N}$ como vector normal.

   b) Encontrar una ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a la recta $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{3}$

8. Hallar una ecuación del plano que intersecta al eje OZ en el punto (0,0,5) y que, además, es perpendicular a la recta determinada por los puntos (0,1,-2) y (1,3,4).

9. Determinar el plano que intersecta a los ejes coordenados en los puntos $P_0(2,0,0)$, $P_1(0,-1,0)$ y $P_2(0,0,1)$.

10. Encontrar una ecuación del plano que contiene al punto (1,2,3) y al eje OY.

11. Sea la recta $L : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{2}$. Determinar el plano π, que es perpendicular a L y pasa por el punto (0,0,3). Hallar luego $L \bigcap \pi$.

12. Sea L, la recta que pasa por los puntos (3,-6,-2) y (-1,6,6). Hallar sus intersecciones con los planos coordenados.

13. Consideremos la recta L y el plano π, dados por

$$L : \frac{x-2}{-6} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$$

$$\pi : 3x - 2y + \sqrt{3}z = 0$$

Probar que L y π no se intersectan y hallar una recta L_1, paralela a L y contenida en π.

14. Demostrar que la recta $\dfrac{7-x}{1}=\dfrac{3y+84}{12}=\dfrac{z-70}{-10}$ está contenida en el plano $10x-z=0$. Hallar, además, la intersección de la recta dada y el plano $y=8$.

15. Hallar una ecuación del plano que contiene a las rectas L_1 y L_2, dadas en el ejercicio 5.

16. Encontrar el valor de c, de modo que el plano $x+5y+cz+6=0$, sea perpendicular al plano $4x-y+z-17=0$.

17. Hallar m y n, de manera que la recta $\dfrac{x-2}{m}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-5}{-3}$ sea perpendicular al plano $36x-24y+nz+1=0$.

18. Determinar una ecuación del plano que pasa por el punto (4,-1,6) y es:

    a) perpendicular al eje OY

    b) paralelo al plano YOZ

19. Hallar una ecuación del plano que pasa por el punto (2,-1,6) y es perpendicular a los planos: $5x+4y-z-11=0$ y $2x-y+7z+2=0$.

20. Determinar si los puntos $A(3,5,-5)$, $B(4,6,-4)$ y $C(5,7-3)$, están alineados.

21. Verificar si el punto $M(2,3,-4)$ pertenece a la recta dada por

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+2y+z-6 & = & 0 \\ 5x-2y+3z+8 & = & 0 \end{array}\right.$$

22. Dadas las rectas $L_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{4}$ y $L_2:\left\{\begin{array}{rcl} -2x+y+1 & = & 0 \\ -4x+2z+8 & = & 0 \end{array}\right.$, verificar que ellas son paralelas.

23. Demostrar que la recta $\left\{\begin{array}{lll} 5x-3y+2z-5 & = & 0 \\ 2x-y-z-1 & = & 0 \end{array}\right.$ está situada en el plano $4x-3y+7z-7=0$.

24. Hallar dos vectores de longitud 4 y que además, sean paralelos a la recta $\left\{\begin{array}{lll} x & = & 0 \\ y & = & 23 \end{array}\right.$

25. Determinar el punto de intersección y el ángulo agudo que forman las rectas:

$$L_1 : \left\{\begin{array}{lll} \frac{x-1}{1} & = & \frac{y+4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ z & = & 0 \end{array}\right. \text{ y } L_2 : \left\{\begin{array}{lll} \frac{x-4}{1} & = & \frac{y-3\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} \\ z & = & 0 \end{array}\right.$$

26. Calcular el volumen del paralelepípedo generado por los vectores $\widehat{\imath} =< 1,0,0 >$, $\widehat{\jmath} =<,0,1,0 >$ y $\overrightarrow{t}$: vector unitario en la dirección de la recta $\left\{\begin{array}{lll} x+y-z & = & \sqrt{5} \\ x-z & = & 3 \end{array}\right.$

27. Determinar el plano que pasa por el punto (1,2,-1), intersecta al eje OZ en el punto (0,0,2) y, además, es paralelo a la recta $\left\{\begin{array}{lll} \frac{x-2}{3} & = & -z \\ y-15 & = & 0 \end{array}\right.$

28. Sea L, la recta que pasa por el origen y es paralela al vector $\widehat{\imath}+2\widehat{\jmath}+2\widehat{k}$. Por otra parte, consideremos el plano $\pi : x+2y+2z-3=0$. Verificar que $L\perp\pi$; hallar $L\bigcap\pi$ y, luego, aprovecharlo para determinar la distancia del origen al plano π.

29. Encontrar la distancia del punto (5,5,1) al plano $2x-2y+z+5=0$.

30. Dos caras de un cubo están en los planos $x+2y+2z=0$, $x+2y+2z=3$. Calcular el volumen de este cubo.

31. Sea L, la recta que pasa por los puntos (1,9,-2) y (0,7,0). Verificae que el plano $x+2y-2z=0$, es perpendicular a L y aprovechar dicho plano para probar que la distancia del origen a la recta L es igual a $\frac{7}{5}\sqrt{5}$.

32. Encontrar la ecuación de la rec ta L que pasa por el punto (2,3,-1) e intersecta perpendicularmente a la recta $L_1 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-13}{4}$. Calcular luego la distancia del punto (2,3,-1) a la recta L_1.

33. Calcular la distancia entre las rectas $L_1 : \dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$ y $L_2 : \begin{cases} 2x - 2y + z + 3 &= 0 \\ 3x - 2y + 2z + 17 &= 0 \end{cases}$

34. Demostrar que las rectas $L_1 : \dfrac{x+4}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+1}{-2}$ y $L_2 \begin{cases} x &= 4t - 5 \\ y &= -3t + 5 \\ z &= -5t + 5 \end{cases}$, no son coplanares. Calcular luego, la distancia más corta entre ellas.

35. Igual que en el ejercicio anterior, pero con $L_1 : \begin{cases} z &= 0 \\ x &= 2 \end{cases}$ y $L_2 : \begin{cases} x &= 0 \\ y &= 3 \\ z &= t \end{cases}$

36. Consideremos el plano $-2x + \sqrt{2}y + z = -1$. Hallar, en dicho plano, un punto A, de modo que el vector $\overrightarrow{OA}$ forme con los ejes coordenados, los ángulos $\alpha = 60^o$, $\beta = 45^o$ y $\gamma = 120^o$, respectivamente.

37. Encontrar el ángulo agudo entre la recta $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{\sqrt{2}} = \dfrac{z}{-1}$ y el plano XOY.

38. Hallar el ángulo obtuso entre el plano XOZ y el plano $x + \sqrt{2}y - z = 0$.

Superficies cuadricas

1. Identificar cada una de las siguientes superficies

   a) $x^2 + 4y^2 + 16z^2 = 64$
   b) $12x^2 + 9y^2 - 36z^2 = 36$
   c) $x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$
   d) $x^2 + 4y^2 - 16z^2 = 0$
   e) $5x^2 + 2y^2 - 6z^2 = 30$
   f) $4x^2 - 9y^2 + z^2 = 36$
   g) $4x^2 - 9y^2 - z^2 = 36$
   h) $x^2 + 4z^2 = 4$
   i) $x - 4y^2 = 0$
   j) $x - z^2 = 16$
   k) $y^2 - z^2 = 1$
   l) $y^2 + z^2 - 4z = 0$
   m) $x^2 + 4z^2 - 4z = 0$
   n) $x^2 + z^2 = 3y$

2. Igual que el ejercicio anterior.

   a) $x^2 + y^2 + 4x - 6y = z - 13$
   b) $x = y^2 + 4z^2 + 1$
   c) $z^2 - x^2 - 4y^2 + 2x - 8y - 4z = 0$
   d) $x^2 = y^2 + z^2 - 4x + 6y + 9$
   e) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 3 = 0$
   f) $z^2 - x^2 - 4y^2 + 2x - 8y - 4z = 1$

3. En cada caso, identificar la curva, intersección de las superficies dadas.

   a) $x^2 + y^2 + z^2 = 25; \quad x^2 + y^2 = 9$
   b) $2x^2 + 3z^2 = 4y; \quad 2x - 4y - 6z + \frac{17}{2} = 0$
   c) $4x^2 + 9y^2 = z; \quad 8x - 18y + z = 23$

4. Hacer un gráfico aproximado de la región limitada por las superficies dadas.

   a) $x^2 + y^2 + z^2 = 4; \quad x^2 + y^2 = 3z$
   b) $x^2 + y^2 = 4; \quad x^2 + 2z = 4$
   c) $4x + 3y = 12; \quad \frac{x^2}{3} + \frac{z}{3} = 1; \quad x = 0; \; y = 0; \; z = 0.$

d) $x^2 + y^2 - z^2 = 1; \quad z^2 = x^2 + y^2$

e) $x^2 + y^2 - z^2 = 1; \quad z^2 = x^2 + y^2$

f) $y^2 = x; \;\; y = z; \;\; x = 1; \;\; z = 0$

5. Una partícula se mueve en el espacio, a lo largo de la trayectoria cuyas ecuaciones son dadas en forma parametrizada. En cada caso, hallar la superficie sobre la cual se mueve la partícula.

a) $\begin{cases} x &= 3\cos t \\ y &= 5\sin t \\ z &= t \end{cases}$

b) $\begin{cases} x &= 2\cos t \\ y &= \sin t \\ z &= \sqrt{t} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x &= t\cos 2t \\ y &= t\sin 2t \\ z &= t^2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x &= t\cos 2t \\ y &= t\sin 2t \\ z &= t \end{cases}$

e) $\begin{cases} x &= 4t\cos \omega t \\ y &= 9t\sin \omega t \\ z &= -t^2 + 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x &= 3t\cos \omega t \\ y &= 7t\sin \omega t \\ z &= 2t \end{cases}$

g) $\begin{cases} x &= \cos t \\ y &= \sin t \\ z &= 1 - \cos 2t \end{cases}$

h) $\begin{cases} x - 1 &= 2\cos t \\ y + 1 &= \sin t \\ (z-4)^2 &= 1 - \cos 2t \end{cases}$

i) $\begin{cases} x &= 2\sqrt{t}\cos t \\ y &= -3\sqrt{t}\sin t \\ z &= \sqrt{1-t} \end{cases}$

6. Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, en el punto (0,3,4).

7. Una partícula se desplaza de modo que el cuadrado de su distancia al eje OZ es, siempre, el triple de su distancia alplano XOY. ¿Sobre cuál superficie se mueve dicha partícula?

8. Dada la superficie $x^2 + y^2 = z$, encontrar la ecuación de un cono circular, con vértice en el origen y que intercepta a la superficie dada en la curva $x^2 + y^2 = 1; \quad z = 1$.

9. Encontrar la ecuación de un hiperboloide, con centro en el origen, y que

intersecta al cilindro $\frac{x}{9}+\frac{y^2}{25}=1$, en las curvas: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1;\ z=1$ y $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1;\ z=-1$.

10. Hallar el paraboloide elíptico, con vértice en el punto (-1,0,2), y cuya sección con el plano $x=-1$, es la curva $z=\frac{y^2}{4}+2$; mientras que la sección, del paraboloide buscado con el plano XOZ es la curva $z=x^2+2x+3$.

11. Hallar la ecuación de la superficie formada por los puntos (x,y,z), tales que su distancia al plano XOY es el doble de su distancia al punto (2,-1,3).

12. Igual que el ejercicio anterior, pero ahora la distancia de los puntos (z,y,z) al origen es el doble de su distancia al punto (2,2,0).