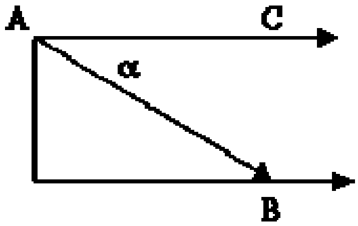
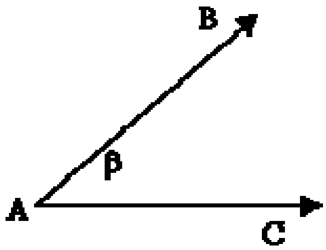
Ángulos de Elevación y de Depresión

Llegó el momento de aplicar nuestros conocimientos trigonométricos a nuestro diario vivir. Para ello te presentamos los ángulos de elevación y de depresión, que son los que se forman por la línea visual y la línea horizontal como se muestra en las siguientes figuras:





AB : Linea Visual

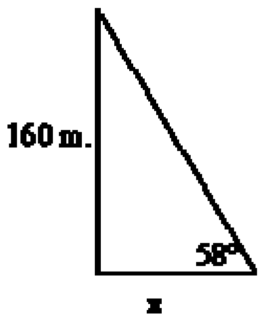
α : ángulo de depresión

β : ángulo de elevación

Veamos ahora su aplicación, que a nosostros nos pareció fácil y bastante entretenido. Debe ser por que estamos trabajando con cosas reales.

En este tipo de ejercicios te sugerimos el hacer siempre una figura que te permita visualizar mejor el problema.

1. Desde un punto, situado a cierta distancia de una torre de 160 m. de altura, se mide su ángulo de elevación resultando éste de 58º. ¿A qué distancia está el punto de observación?



$$tg\,58^{\circ} = \frac{160}{x}$$

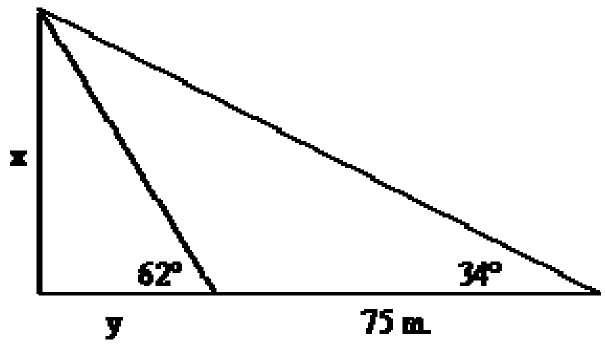
$$1{,}6 = \frac{160}{x}$$

$$x = \frac{160}{1{,}6}$$

$$x = 100 \text{ m}$$

El punto de observación está a 100 m. de la torre.

2. Calcula la altura de un edificio que se observa desde un punto en que el ángulo de elevación es 62º y, alejándose 75 m. de ese punto, el ángulo es ahora 34º.



De esta figura podemos obtener dos ecuaciones:

$$tg62º = \frac{x}{y} \quad ; \quad tg34º = \frac{x}{y+75}$$

o sea $1,88 = \frac{x}{y}$; $0,67 = \frac{x}{y+75}$

Despejamos x en ambas ecuaciones y por igualación obtenemos que 1,88y = 0,67y + 50,25; donde y = 41,5 metros.

Reemplazando este valor de y, nos da que x = 78 metros.

La altura del edificio es de 78 metros.

Teorema del Seno

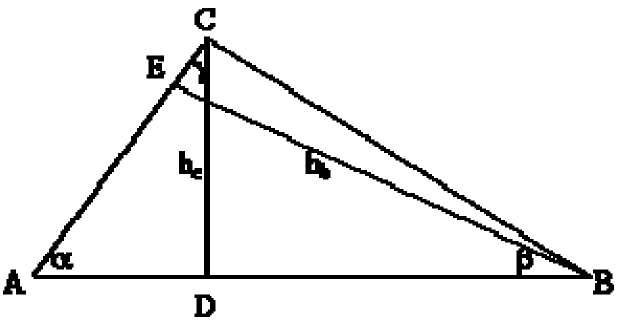
"En un triángulo cualquiera los lados son entre sí como los senos de los ángulos opuestos. Es decir:

$$a : b : c = \text{sen } \alpha : \text{sen } \beta : \text{sen } \gamma$$

Que también se puede expresar como:

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}$$

Dibujamos un triángulo ABC cualquiera y, para formar triángulos rectángulos, trazamos las alturas h_c y h_b.



En el triángulo ACD obtenemos que $sen\alpha = \frac{h_c}{b}$ y en el triángulo BCD que $sen\beta = \frac{h_c}{a}$, haciendo la razón entre ambas expresiones resulta:

$$\frac{sen\alpha}{sen\beta} = \frac{\frac{h_c}{b}}{\frac{h_c}{a}}$$

$$\frac{sen\alpha}{sen\beta} = \frac{a \cdot h_c}{b \cdot h_c}$$

Luego $\frac{sen\,\alpha}{sen\,\beta} = \frac{a}{b}$, o lo que es lo mismo: $\frac{a}{sen\,\alpha} = \frac{b}{sen\beta}$ (1)

Trabajemos ahora en el triángulo ABE:

$$sen\alpha = \frac{h_b}{c}$$

y en el triángulo CEB:

$$sen\gamma = \frac{h_b}{a}$$

haciendo la razón entre ambos senos obtenemos:

$$\frac{sen\alpha}{sen\gamma} = \frac{\frac{h_b}{c}}{\frac{h_b}{a}}$$

Luego $\frac{sen\,\alpha}{sen\gamma} = \frac{a}{c}$, que es equivalente a $\frac{a}{sen\,\alpha} = \frac{c}{sen\gamma}$ (2)

De las expresiones (1) y (2) obtenemos que:

$$\frac{a}{sen\,\alpha} = \frac{b}{sen\,\beta} = \frac{c}{sen\,\gamma}$$

queda entonces demostrado. ¡uf!