EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

## 0.1. Orígenes

Chinos y babilónicos usaron el Teorema de Pitágoras 1000 años antes (no sabían que valía para todo Triángulo Rectángulo) de que Pitágoras de Samos (569-475) lo demostrará por primera vez. Teorema de Pitágoras:

$$\boxed{\boldsymbol{x^2 + y^2 = z^2}}$$

La Hermandad Pitagórica: estudiaron sobre la demostración matemática.

Las ternas pitagóricas: son ternas de tres números enteros $(x, y, z)$ que satisfacen la ecuación pitagórica.

Pierre de Fermat (1601-1665): siglo XVII.

Cuando estudiaba el libro II de ‘‘La Aritmética de Diofanto "(traducción al latín por Claude Gaspar de Méziriac), Fermat se encontró una serie de hechos relacionados con el teorema de Pitágoras y las ternas Pitagóricas; Fermat alteró la ecuación de Pitágoras cambiando la potencia a números $n \geq 3$, al margen del libro señalado escribió:

“Es imposible para un cubo ser escrito como la suma de dos cubos o para una cuarta potencia ser escrita como la suma de dos cuartas potencias, o en general, para cualquier número que sea una potencia mayor que la segunda ser escrito como la suma de dos potencias similares”. Y escribió otra nota: “tengo una demostración verdaderamente maravillosa de esta proposición pero este margen es demasiado angosto para contenerla”.[1]

De esta manera aparece el Último Teorema de Fermat (UTF) o conjetura de Fermat:

$$\boxed{\textit{no existen } x, y, z \in \mathbb{N} \textit{ tales que } x^n + y^n = z^n, \textit{ para } n \geq 3.}$$

## 0.2. Primeros Avances

Leonard Euler (1707-1783): Da el primer avance en la prueba del Último Teorema de Fermat. Trató de probar algunos casos particulares para luego generalizar; en lo poco que dejó Fermat, este "planteó" la solución para el caso $n = 4$ utilizando un método de prueba conocido como "Método del Descenso Infinito".

Euler trató de usar esta técnica para dar una prueba del UTF, intentó primero probar el caso $n = 3$; "el 4 de agosto de 1753... Euler le dice a Goldbach que había probado el caso $n = 3$ utilizando el descenso infinito de Fermat; 100 años habían pasado desde que Fermat planteó el UTF. Para tratar de probar el caso general Euler introdujo el concepto de "Número Imaginario"(descubiertos en el siglo XVI); otros matemáticos intentaron utilizar el Método del Descenso Infinito de Fermat para probar el caso n = 4 pero fracasaron. El caso n = 3 fue extraordinario pero no pudo ser generalizarlo. Dice Sing "El hombre que creó más matemáticas que cualquier otro en la historia fue humillado por el reto de Fermat, su único consuelo fue haber hecho el primer avance en el problema mas difícil del mundo".

Después de los avances de Euler, el U.T.F. queda probado para los casos $n = 3$ y $n = 4$ pero de estos se deducen que también quedan probados los casos $n = 8, 12, 16, 20, \cdots$, es decir, los múltiplos de 4; y también los múltiplos de 3, $n = 6, 9, 12, 15, \cdots$. De manera engañosa pareciera que U.T.F. se hacía vulnerable.

Nótese que 3 es primo, y cualquier número entero (n) se puede escribir como producto de primos; esto parece dar luces sobre el U.T.F., pues bastaba probarlo para todo "n"primo.

Este aparente avance no lo es tal pues el conjunto de los números primos es infinito (hecho probado por Euclides) y esto descarta una pronta prueba del U.T.F.

## 0.3. Estancamiento y nuevos logros

Llega el siglo XIX y el U.T.F estaba consagrado como el problema más Notable de la Teoría de los Números; desde Euler no se había anunciado ningún progreso, hasta que una joven francesa Sophie Germain le dá un nuevo vigor, en la búsqueda de la prueba de U.T.F.

Sophie Germain (1776-1831): nació 1 de abril de 1776; fue totalmente motivada por vida de Arquímedes, sobre todo la historia de su muerte; dice Singh "Germain concluyó que si alguien podía estar tan absorto en un problema geométrico y que ello le causara la muerte, entonces las matemáticas tenían que ser la materia más cautivante del mundo". Estudió Teoría de los Números y trabajó el U.T.F durante varios años y cuando pensó que tenía algo grande tenía que discutirlo por lo "alto" y consultó al más grande de los matemáticos de la época: "Carl Friederich Gauss".

Germain había estudiado la obra de Gauss (no publicó nada sobre el U.T.F) 75 años antes de la carta de Germain a Gauss, Euler publicó el U.T.F para el caso n = 3. Desde entonces nadie pudo probar otros casos particulares.

Germain (no quería probar casos particulares) escribió a Gauss lo que ella llamaba una aproximación general al problema, Germain adoptó la estrategia: sea p primo y (2p+1) también primo. Los primos de Germain incluyen al 5, pero no al 13 (pues 27 no es primo). Para los valores de $n$ iguales a estos primos, Germain utilizó un refinado método para probar que probablemente no habían soluciones a la ecuación $x^n + y^n = z^n$.

1825 Dirichiet-Legendre (franceses) utilizaron el método de Germain y de manera independiente probaron el caso $n = 5$ no tiene soluciones.

1839 Gabriel Lamé (1795-1870)(francés), agregó algunas técnicas ingeniosas al método de Germain y probó el caso n = 7. (Germain había aportado cómo descartar un sector completo de casos de números primos).

Después de los avances de Germain la Academia Francesa ofreció una serie de premios: una medalla de oro y 3000 francos para el que probara el U.T.F. En 1847 la Academia Francesa comenta Singh: "celebró la reunión más dramática de su historia", Gabriel Lamé anunció a la comunidad matemática que estaba a punto de probar el U.T.F, y que en pocas semanas entregaría una versión completa de la prueba. Entre los matemáticos de esta reunión estaba Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), el cual pidió la palabra y anunció que él también tenía prueba del U.T.F y que estaba apunto de publicarla. Y 3 semanas después tanto Lamé como Cauchy entregaron unos sobres sellados a la Academia.

El 24 de mayo de 1847 se terminó la especulación; Joseph Liouville dirigió a los presentes en la Academia para leer una carta del matemático Ernst Kummer (1810-1893), las pruebas dadas por Lamé y Cauchy utilizaban una propiedad conocida como "factorización única"(hoy llamado Teorema Fundamental del Álgebra); y este no es válido para los números imaginarios utilizados por Lamé y Cauchy y por lo tanto este era un error fatal. Pero no todo era un desastre, Kummer probó que utilizando técnicas adicionales era posible utilizar la factorización única para dar la prueba del U.T.F para algunos valores de n; y así se pueden probar los casos hasta n = 31, no así el caso n = 37, n = 59 y n = 67.

En concreto, Kummer probó que con las herramientas matemáticas existentes para la época era imposible demostrar completamente el U.T.F, menciona Singh: "su argumento era una pieza brillante de lógica matemática, pero un duro golpe a una generación de matemáticos que habían abrigado la esperanza de resolver el problema matemático más difícil del mundo". Por más de 2 siglos cualquier intento por probar el U.T.F fue un fracaso.

## 0.4. El siglo XX y Nuevas luces para atacar el UTF

Wiles, mientras era estudiante de pregrado en Oxford intentó probar el teorema pero fracasó, pues encontró los mismos obstáculos que Kummer; esto condujo a Wiles a comprender que se necesitaban nuevos conocimientos matemáticos para dar una prueba del U.T.F; comenta Singh: "Wiles no estaba dispuesto a rendirse había pasado de una fascinación de la niñez a una obsesión absoluta. Después de haber aprendido todo lo que podía aprenderse de las matemáticas del siglo XIX, Wiles decidió armarse con las técnicas del siglo XX".

Después de los trabajos de Kummer, el estudio sobre la prueba del U.T.F. entra en un período de estancamiento, en el año 1908, Paul Wolfskehl poderoso y rico industrial alemán le da nuevos vientos al U.T.F, una historia amorosa de rechazo, una noche decide quitarse la vida, pero antes de tomar tal decisión se consigue con los trabajos de Kummer donde explica el fracaso de Cauchy y Lamé, y leyendo tal trabajo encontró lo que parecía una "laguna.en los argumentos dados por Kummer, al amanecer Wolfskehl había subsanado el problema sobre el trabajo de Kummer y así el U.T.F continuaba en el reino de lo inalcanzable.

Paul murió en 1908 y en su testamento dejó un premio de 100 mil marcos (equivalente a 2.000.000 de dólares) para quien probara el U.T.F y vencerá el 13 de septiembre de 2007, aún con estos incentivos dice Singh: "la mayoría de los matemáticos consideraban el Último Teorema de Fermat como una causa pérdida, y habían decidido que no podían darse el lujo de pasar su carrera pescando en balde". Pero los matemáticos aficionados y los hacedores de acertijos como Sam Loyd tras el anuncio del premio Wolfskehl convirtieron de nuevo al U.T.F en el problema más famoso del mundo, y comenzaron a enviar una avalancha de trabajos a la Universidad de Gotinga (pero todas las pruebas enviadas eran erróneas).

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 15 | 14 | |

Uno de los acertijos de Sam Loyd

El profesor Edmund Landau entre 1909 y 1934 tenía la responsabilidad de examinar cada uno de los trabajos del premio Wolfskehl, pero ante la multitud de trabajos Landau construyó cientos de tarjetas que decían:

Querido...

Gracias por su manuscrito acerca de
la demostración del último teorema de Fermat.
El primer error se encuentra en la página ... línea ....
Esto invalida la demostración.

Profesor E.M. Landau.

Y entregaba a sus alumnos junto con un manuscrito; para que estos llenaran los espacios en blanco.

Mientras tanto los matemáticos profesionales del siglo XX de la talla de *Bertrand Russell*, *David Hilbert y Kart Gödel*, presentaron trabajos que sacudieron las bases de la Matemática.

Así, los trabajos de Gödel junto con los enunciados de Paul Cohen (presentó trabajos sobre los enunciados indecidibles), daban una nueva visión sobre el U.T.F es decir, pudiera ser que el U.T.F fuera indecidible, así, probar el U.T.F podría ser imposible; y esto implicaría que es verdadero pero no hay forma de demostrarlo.

De nuevo veamos que dice Singh: página 231. “La anotación de Fermat en el margen de la Aritmética de Diofanto se había convertido en el más irritante acertijo de la historia. A pesar de tres siglos de gloriosos fracasos y la insinuación de Göodel ..., algunos matemáticos aún se sentían atraídos por el problema. El último teorema era una sirena matemática que tentaba a genios solo para destrozarle sus esperanzas ... El Último Teorema de Fermat era la prueba definitiva y quien quiera que lo demostrara habría triunfado donde Cauchy, Euler, Kummer y muchos otros habían fracasado”.

Pasado el año 1930 los matemáticos habían agotado todas sus herramientas en la prueba de U.T.F, deberían surgir nuevas ideas y teorías para de nuevo atacar el problema.

Aquí aparece el legado de Turing con su Máquina (computadora) que hacían en poco tiempo, cálculos que para los humanos era cuestión de toda su vida y así, quienes trabajaban en el U.T.F empezaron a utilizar las computadoras para abordar el problema, de esta forma después de la II Guerra Mundial se probó el U.T.F hasta n = 500, después hasta mil y así hasta llegar al 10.000.

En el año 1980 Samuel Wagstaff probó el U.T.F hasta n = 25.000; y recientemente se ha llegado a probar hasta n = 4.000.000; pero todos conocemos que por muy grande que sea el valor de n, esto no probará el U.T.F, sino que simplemente los computadores presentaban una evidencia más a favor del U.T.F.

## 0.5. La conjetura de Taniyama-Shimura y sus implicaciones

Enero 1954, un joven matemático japonés Goro Shimura (1926-) en un encuentro accidental por causa de un libro con otro joven matemático japonés Yutaka Taniyama (1927-1958) plantearan al mundo matemático una conjetura que sería fundamental en la prueba definitiva del Último Teorema de Fermat; ellos estudiaron un tópico conocido como Formas Modulares, de las cuales dice Singh: " ... constituyen uno de los más extraños y maravillosos objetos de la Matemática,... el aspecto clave de las formas modulares es su excesivo nivel de simetría,... Las formas modulares estudiadas por Taniyama y Shimura se pueden desplazar, intercambiar, rotar y reflejar en un número infinito de maneras y aún así permanecen inalteradas, lo que hace de ellas los objetos matemáticos más simétricos ... Desafortunadamente dibujar, o incluso imaginarse una forma modular es imposible."

Las Formas Modulares viven en un espacio hiperbólico, y la diferencia entre las distintas formas modulares es la cantidad de componentes básicos (cada una tiene estos mismos); así los componentes de una forma modular pueden describirse por una serie M de la forma $(M_1, M_2 \cdots)$.

Por otro lado, en 1975 Andrew Wiles bajo la dirección de su tutor John Coates comenzó sus estudios de postgrado en la Universidad de Cambrige, Wiles dice çuando fui a Cambrige dejé a Fermat de lado. No fue que lo olvidara, siempre estaba allí, pero me di cuenta de que las únicas técnicas que teníamos para abordarlo existían desde hacía 130 años."Singh página 253, Coates persuadió Wiles para que estudiara curvas elípticas, este estudio sería crucial para la carrera de Wiles y la prueba del U.T.F; en general las curvas elípticas tienen ecuaciones de la forma

$$\boxed{\boldsymbol{y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c, \quad a, b, c \in \mathbb{Z}}}$$

y se llaman ecuaciones elípticas.

Diofanto, estudió en la antigua Grecia las ecuaciones elípticas y Fermat estudió tales ecuaciones al punto de probar (muy difícil) que la ecuación elíptica $y^2 = x^3 - 2$, tienen un solo conjunto de soluciones en números enteros. Una ecuación elíptica puede tener muchas soluciones en $\mathbb{Z}$, como $\mathbb{Z}$ es infinito buscar todas las soluciones en $\mathbb{Z}$ es una tarea imposible. Así, los matemáticos construyeron un espacio numérico finito, llamado la Aritmética del Reloj. Luego dada una ecuación elíptica, se hace una lista de soluciones en cada aritmética del reloj, por ejemplo para la ecuación

$$\boldsymbol{x^3 - x^2 = y^2 + y} \quad (*)$$

se construye una serie E, que se deriva de la ecuación elíptica la serie E para la ecuación $(*)$ $E_1 = 1$, $E_2 = 4$, $E_3 = 4$, $E_4 = 8$,... esto significa que por ejemplo en la aritmética del reloj de orden 2 el número de solución de $(*)$ es 4 y así sucesivamente.

Wiles con su tutor Coates, estudió a profundidad el tópico de las ecuaciones elípticas logrando nuevos y muchos resultados en este campo.

Veamos que nos dice Singh sobre esto: " ... Wiles no se daba cuenta de que estaba acumulando la experiencia que muchos años después lo pondría al borde de una demostración del último teorema de Fermat. Aunque nadie lo sabía en ese momento, los matemáticos japoneses de la posguerra ya habían desencadenado una serie de eventos que habrían de vincular inextricablemente a las ecuaciones elípticas con el Último Teorema de Fermat."

Así, estaban en el ambiente lo dos conceptos claves para dar la prueba definitiva del U.T.F, *las formas modulares y las ecuaciones elípticas*; las primeras un "monstruo"muy complicado, y descubiertas en el siglo XIX, mientras las ecuaciones elípticas ya estudiadas por los griegos en la antigüedad. Dos conceptos aparentemente sin ninguna relación pues habitan en universos matemáticos muy diferentes. En el año de 1966 se estableció la conjetura de

Taniyama - Shimura (T-S): "***Las formas modulares y las ecuaciones elípticas son una misma cosa***".

Es decir todas las ecuaciones elípticas son modulares y viceversa. Ahora, se trataba de probar que esta conjetura era cierta, Singh comenta: "El gran potencial de la conjetura de Taniyama - Shimura radicaba en que conectaría a dos islas y permitiría que se comunicaran entre ellas por primera vez."

A finales de 1970, los matemáticos verificaron con ejemplos concretos la conjetura de T-S, es decir comenzaban con una ecuación elíptica y su serie, y buscaban una forma modular con una serie M idéntica. Si se lograba probar la conjetura de T - S los matemáticos habrían dados pasos gigantescos para probar problemas elípticos que estaban planteados desde hace siglos, además la conjetura de T-S unificaría grandes campos del mundo matemático.

En otoño de 1984, se desarrolla un simposio en Oberwolfach (Alemania), unos de los participantes de los participantes es Gerhard Frey, este sorprende al mundo matemático cuando anuncia: que el que logre demostrar la conjetura de T - S entonces de inmediato logra probar el U.T.F; Frey convirtió la ecuación de Fermat en una ecuación elíptica y de esta manera asoció el U.T.F con la conjetura de T - S. Veamos que nos dice Singh: "Gerhard Frey había llegado a la dramática conclusión de que la verdad del Último Teorema de Fermat sería una consecuencia inmediatade la demostración de la conjetura de Taniyama - Shimura ... Por primera vez en cien años el problema matemático más difícil del mundo parecía vulnerable".

En el trabajo de Frey había un error lógico, pues faltaba probar que la ecuación elíptica de Frey (conseguida por Fermat) era tan "rara"que no era modular. Así, probar esto era probar que $T - S \Rightarrow U.T.F$. Pero resulta que lo que parecía un tópico fácil de superar y en poco tiempo, no fue así.

Ken Ribet profesor de matemáticas de la Universidad de California en Berkeley estaba trabajando sobre la ecuación de Frey, 18 meses de trabajo no fueron suficientes para resolver el problema, Ribet le planteó a su amigo el matematico Barry Mazur, que había aprobado un caso especial sobre la ecuación de Frey, pero no lograba generalizar para obtener una prueba completa; comenta Singh: "El profesor Mazur bebió su capuchino y escucho la idea de Ribet. Luego se detuvo y miro a Ken, incrédulo. Pero es que no ves? ¡Ya

lo hiciste! Todo lo que tienes es que agregar un gamma-cero de estructura (M) y simplemente repetir el argumento y todo funciona, te da todo lo que necesitas".
Después de algunas horas de trabajo Ribet había probado que T-S implica el U.T.F. Es decir, Ribet probó que la ecuación de Frey no es modular; eso lo hizo en 1986. Así, "sólo"quedaba por demostrar que la conjetura de T-S era verdadera y por el método de Reducción al Absurdo del U.T.F. era verdadero. Pero recordemos que los matemáticos tenían 30 años tratando de probar la conjetura de T-S y no habían podido, ni el propio Ribet intentó demostrarla. Pero seria Andrew Wiles el matemático que daría el paso definitivo.

## 0.6. Andrew Wiles y los pasos definitivos

Verano 1986, Wiles se enteró del trabajo de Ribet y a partir de este momento Wiles precisó que esto era lo que estaba esperando y todo su esfuerzo estaría dedicado a probar el T-S. Wiles consciente de que pudiera fracasar en el intento de probar T-S, no vaciló y los próximos 18 meses dedicó su estudio a todo lo relacionado con ecuaciones elípticas (de las cuales era seguramente una de las personas que más sabía) y las formas modulares.

Wiles trabajaba solo y en secreto, parecía imitar a Fermat, con esto no quería ninguna distracción y lograr máxima concentración; además de su deseo de gloria, los años siguientes a 1986 Wiles descubrió una serie de resultados extraordinarios, pero no publicó nada hasta no completar la demostración. Wiles hacia todo lo contrario de lo que hacen los matemáticos contemporáneos, es decir, comunicar sobre los resultados de sus investigaciones, sólo su esposa conocía lo que Wiles estaba haciendo con respecto al U.T.F.

Adoptó la estrategia de construir un argumento inductivo que verificara que cada una de las infinitas ecuaciones elípticas pueda hacerse corresponder con cada una de las infinitas formas modulares. Singh señala: " ... finalmente descubrió el primer paso de su demostración escondido en el trabajo de un trágico genio de la Francia del siglo XIX". Es decir, Wiles utilizó la teoría de grupos diseñadas por Evariste Galois (1811-1832). De nuevo Singh señala: " ... unas pocas soluciones de cada ecuación elíptica se podían utilizar para formar un grupo. Después de varios meses de análisis Wiles demostró que el grupo llevaba a una conclusión innegable: el primer elemento de toda la serie E podía, en efecto, emparejarse con el primer elemento de la serie M. Gracias a Galois, Wiles había podido tumbar el primer dominó. El siguiente paso de la demostración inductiva requería que demostrara que si cualquier elemento de la serie E se puede emparejar con el correspondiente de la serie M, lo mismo debe ocurrir con el siguiente elemento". Este avance ya era un trabajo relevante que podía ser publicado.

8 de marzo de 1988; el mundo matemático y en particular Wiles quedan sorprendidos al anunciarse que Yoichi Miyaoka de la Universidad de Tokio había Probado el U.T.F utilizando elementos de la Geometría Diferencial; pasaron pocas semanas cuando Miyaoka publicó su prueba del U.T.F y matemáticos de diversas áreas examinaron con lujo de detalle cada línea del trabajo de Miyaoka, dos semanas después, Geval Faltings otro matemático que había hecho aportes en la misma dirección de Miyaoka anunció que había un vacío en la lógica de Miyaoka, y este se encontraba al trasladar las ideas de la Geometría Diferencial al mundo de la Teoría de los Números; y numerosos especialistas en la teoría de los números intentaron llenar el hueco lógico pero fracasaron, y así el problema más difícil del mundo continuaba sin resolver. Singh señala: "Inspirado sin duda por el despliegue de los medios, un nuevo grafiti apareció en la estación del metro de la Octava Avenida de Nueva York:

$$x^n + y^n = z^n; \qquad \textit{no hay soluciones.}$$

*He encontrado una demostración verdaderamente sorprendente de esto, pero no puedo escribirla ahora porque mi tren ya viene*".

Tres años de trabajo sin descanso, Wiles había logrado avances importantes:

i) Aplicó los grupos de Galois a las ecuaciones elípticas.

ii) Descompuso las ecuaciones elípticas en un número infinito de partes.

iii) Demostró que la primera parte de toda ecuación elíptica tenía que ser modular.

Llega el año 1990 y Wiles se encontraba en la parte más oscura en el desarrollo de su trabajo hacía la prueba del U.T.F, pues tenía dos años tratando de probar que si una parte de una ecuación elíptica es modular también lo es la siguiente.

Singh, menciona que Wiles comentó: "Quizás los métodos que necesitaba para completar la demostración no se inventrían antes de cien años. Así que, aún si me encontraba en el camino correcto, podría estar viviendo en el siglo equivocado".

Durante un año más Wiles trabajó con la técnica conocida como la teoría de Iwasawa este es un método de análisis de las ecuaciones elípticas.

En el verano de 1991, Wiles desistió de la teoría de Iwasawa pues no le condujo a ningún resultado satisfactorio.

Así Wiles debía probar que si un elemento de la serie E de la ecuación elíptica correspondía a un elemento de la serie M de la forma modular, entonces también el siguiente correspondería, esto debería ser con toda ecuación elíptica y toda forma modular.

Wiles se fue a Boston para asistir a una conferencia sobre ecuaciones elípticas, y este encuentro fue crucial en lo que había de venir sobre la prueba del U.T.F, consiguió una técnica nueva llamada el Método de "Kolyvagin-Flach"(K-F) este método funcionaba para una ecuación elíptica particular pero no para otra ecuación elíptica.

Wiles clasificó las ecuaciones elípticas en familias así, si el método K-F funcionaba para una ecuación funcionaría para toda ecuación de esa familia; luego había que probar que el método funcionaba para cada familia.

Singh señala: "Después de 6 años de intensos esfuerzos, Wiles creía que el final estaba a la vista. Semana tras semana iba logrando progresos, probando que nuevas y más grandes familias de curvas elípticas debían ser modulares ... comenzó a preguntarse si completamente rigurosa".

Enero de 1993, Wiles decidió consultar a un experto en técnicas geométricas y este fue el profesor Nick Katz, matemático de la Universidad de Princeton; cuenta Katz: "Fui a su oficina y Wiles cerró la puerta. Dijo que pensaba que podría demostrar la conjetura de Taniyama-Shimura. Quedé asombrado, estupefacto, eso era fantástico".[1]

Después de 6 años Wiles había revelado el secreto más grande de su vida y creía que Katz era la persona ideal para mantenerlo.

La densidad y cantidad de argumentos y cálculos dados por Wiles y que debía ser revisados por Katz, los condujo a tomar la estrategia de organizar una serie de conferencias (con el nombre "cálculos acerca de ecuaciones elípticas") para presentar las demostraciones que necesitaban ser verificadas.

De nuevo Katz revela: " ... en todo caso, uno por uno los estudiantes de postgrado fueron abandonando el curso, y después de unas pocas semanas yo era la única persona en la audiencia". [1]

Uno por uno de los argumentos de Wiles convencieron a Katz y el método K-F parecía funcionar perfectamente.

Culminada la sección de conferencias sólo una familia de ecuaciones elípticas no cuadraba con el método de K-F.

El paso crucial y definitivo (mayo, 1993) es contado por Wiles: " ... Estaba mirando casualmente un trabajo de Barry Mazur y había allí una oración que me llamó la atención. Mencionaba una construcción del siglo XIX y de repente me di cuenta de que podría utilizarla para hacer que el método de Kolyvagin-Flach funcionara en la última familia de ecuaciones elípticas. Seguí trabajando entrada la tarde y olvidé bajar almorzar, y alrededor de las tres o cuatro estaba convencido de que esto resolvía el último problema que quedaba. Llegó la hora del té y bajé; Nada estaba sorprendida de que hubiera llegado tan tarde. Entonces le dije: He resulto el Último Teorema de Fermat". [1]

Siete años de esfuerzo y sacrificio había dedicado Wiles para dar una prueba de la conjetura de T-S y en consecuencia había demostrado el U.T.F, y la hora del que el mundo se enterara había llegado.

Wiles escogió Cambridge su ciudad natal y donde había hecho su postgrado, en el Instituto Isaac Newton, este era el lugar, y coincidía con unas conferencias organizadas por el tutor del doctorado de Wiles, John Coates y el taller se llamaba "Funciones L y Aritmética.ª Wiles se le asignaron tres conferencias. Matemáticos de la talla de Barry Mazur y Ken Ribet estaba entre los invitados al congreso.

Ribet comenta: "Llegué a esta conferencias de funciones L y curvas elípticas y no parecía nada fuera de lo corriente hasta que la gente comenzó a contarme que se escuchaban extraños rumores acerca de una serie de conferencias que Andrew Wiles había propuesto. El rumor era que había demostrado el Último Teorema de Fermat y simplemente pensé que era una locura. No pensé que pudiera ser posible". [1]

Las conferencias de Wiles se titulaban “formas modulares, ecuaciones elípticas y representaciones de Galois”la cual no sugería ninguna pista sobre lo que al final debía concluir. En la primera conferencia, Wiles sentó las bases para atacar la conjetura de T-S. En la segunda conferencia presentó algunos cálculos intermedios pero no probó la conjetura de T-S.

23 de junio de 1993, tercera y última conferencia de Wiles, presentes las nuevas generaciones de matemáticos que habían contribuido en el desarrollo de una prueba del U.T.F entre ellos Mazur, Ribet, Kolyvagin y otros; el auditorio resultó insuficiente y el ambiente era tenso.

Barry Mazur dijo: “Nunca había asistido a una conferencia tan gloriosa, tan llena de ideas maravillosas, con tan dramática tensión y semejante anticipación. Había tan sólo un posible desenlace”. [1]

Wiles narra: “Hubo un silencio solemne mientras leía la demostración, y luego simplemente escribí el enunciado del Último Teorema de Fermat. Entonces dije, creo que me detendré aquí, y hubo un aplauso sostenido”.

De nuevo Ribet comenta: “ ... pero sólo una vez en la vida uno va a una conferencia en la que alguien afirma haber resuelto un problema que ha perdurado 350 años”. [1]

Singh describe el momento: “ Equipos de televisión y reporteros científicos llegaron al Instituto Newton, todos exigiendo entrevista con el matemático más grande del siglo”. [1]

El Guardián proclamó: “le llegó la hora al último enigma de las matemáticas y la primera página de Le Monde decía, ”Le théorem de Fermat en fin résolu”. [1]

Después del circo de los medios de comunicación venía la parte seria, la demostración de Wiles debería pasar a manos de expertos (árbitros), para luego ser publicada como una prueba válida, y así la prueba del U.T.F sería oficial.

Wiles presentó su trabajo a la revista Invenciones Matemáticas, cuyo editor era el profesor Barry Mazur; y fueron nombrados 6 jueces para revisar el trabajo de Wiles.

La prueba consistía en 200 páginas, la cual fue dividida en 6 secciones una para cada juez, las cuales deberían ser revisadas línea por línea.

Singh señala: “La demostración era un argumento gigantesco, intrincadamente construida con cientos de cálculos matemáticos unidos entre sí por miles de eslabones lógicos”.

El capítulo 3 quedó en manos de Katz, el 23 de agosto de 1993 Katz le envía un correo a Wiles para tratar lo que parecía un pequeño problema; lo que parecía un problema superficial se transformó en un problema serio, y así lo asumió Wiles en septiembre de 1993. Era un error en una parte fundamental que involucraba el método de K-F; y era tan sutil que no había sido detectado antes.

Singh señala: “originalmente el método de Kolyvagin-Flach sólo funcionaba bajo circunstancias bastante restringidas, pero Wiles creía que lo había adaptado y fortalecido lo suficiente como para que funcionara según sus necesidades. De acuerdo con Katz, esto podía no ser cierto, y el efecto era dramático y devastador”. Pág 376.

La magnitud del error lleva a Wiles a su antiguo hábito de estudio pero esta vez con la espada de la presión sobre su espalda pues la comunidad matemática todavía no estaba enterada.

Después de muchos rumores y tensiones, y por el hecho de que la superación del error no era fácil, Wiles decide anunciar públicamente el problema, el 4 de diciembre de 1993.

Otra vez Singh nos dice: “Menos de seis meses después de su conferencia en el Instituto Newton, la demostración de Wiles estaba hecha pedazos. El placer, la pasión y la esperanza que lo animaron durante los años de cálculos secretos fueron reemplazados por la vergüenza y la desesperación”.

Recordemos que en matemática la persona que se lleva la gloria no es la que hace la mayor parte del trabajo sino el que entrega la prueba completa y definitiva.

Por momentos Wiles estuvo a punto de aceptar la derrota, pues había aplicado una gran variedad de técnicas para sortear el error y fracasó.

Surgió la idea de que Wiles trabajara con otra persona que fuera experta con el método de K-F y a su vez fuera una persona confiable, y esta selección recayó en uno de sus exalumnos Richard Taylor profesor de la Universidad de Cambridge y uno de los 6 jueces que evaluaban el trabajo de Wiles. A partir de enero del 94 comenzaron a trabajar juntos, pero pasaron los días y todo parecía un laberinto sin salida y para completar el 3 de abril del 94 aparece una información donde se decía que el profesor Noam Elkis había encontrado un contraejemplo del U.T.F, esto produjo un terremoto en Wiles y en toda la comunidad matemática; después de unos días algunos matemáticos se dieron cuenta que el mensaje tenía fecha del primero de abril (día de los inocentes en el mundo anglosajón) y así, que lo del contraejemplo era una tremenda broma.

Después de 8 años de intenso trabajo, en septiembre del 94 Wiles estaba decidido a aceptar la derrota, pero Taylor le sugirió trabajar por un mes más. Aquí nos podemos detener para resumir los grandes aportes de Wiles en su trabajo hacia la prueba del U.T.F.

- Utilizó los grupos de Galois dando una nueva manera de ver el problema.
- Había probado que el $1^o$ elemento de cada ecuación elíptica podía hacerse corresponder con el primer elemento de una forma modular.
- Estaba tratando de completar un enfoque inductivo y había utilizado la teoría de Iwasawa con la idea de ver que si un elemento de una ecuación elíptica era modular también lo era la siguiente pieza y por lo tanto todas las demás.
- Luego de ver que la teoría de Iwasawa era insuficiente aplicó el método de K-F.
- Anunció en el 93, en Cambridge, la prueba del U.T.F.
- Dos meses después se verificó que el método de K-F fallaba y todos los intentos por reparar el fallo habían fracasado.

19 de septiembre de 1994 Wiles examinando porqué el método de K-F no funcionaba encontró una revelación increíble, por si sola la teorías de Iwasawa era insuficiente y por si solo el método de K-F era insuficiente, pues la idea era utilizarlos simultáneamente pues uno era el complemento del otro.

Veamos que dice Wiles: " Era tan indescriptiblemente bello, era tan sencillo y elegante. No podía entender como lo había pasado por alto y simplemente lo miré, incrédulo, durante veinte minutos ... No podía contenerme, estaba entusiasmado. Fue el momento más importante de mi vida laboral. Nada de lo que haga en el futuro significará tanto". [1]

Singh comenta: "Los últimos catorce meses había sido el período más doloroso, humillante y deprimente de su carrera matemática. Ahora una idea brillante le había puesto fin a su sufrimiento”.

El día del cumpleaños de su esposa Wiles tenía en sus manos el manuscrito completo sobre la prueba de U.T.F.

Esta vez la prueba era definitiva y completa, y desarrollada en 2 artículos de 130 páginas, publicados en Annals of Mathematics (mayo de 1995).

Durante 8 años Wiles reunió todos los adelantos de la teoría de los números del siglo XX y combinó nuevas técnicas con las tradicionales, abriendo nuevas líneas de investigación para gran variedad de problemas.

## 0.7. Bibliografía

[1] **SINGH, S**. *El último teorema de Fermat*. Editorial Norma S.A, 1999.