

Facultad de Humanidades y Educación  
Departamento de Medición y Evaluación  
Área de Matemática  
Taller de Enseñanza de la Geometría

---

HISTORIA DE LA  
GEOMETRÍA

---

Prof. Yazmary Rondón

# ORIGEN Y DESARROLLO

---



## Prehistoria

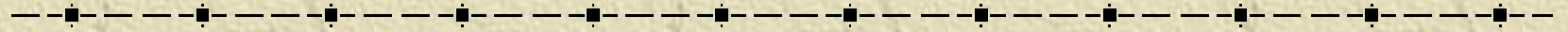


Vaso del Neolítico





## Egipcios



Según “Eudemo de Rodas” discípulo de “Aristóteles” en su historia de la geometría, la aritmética y la astronomía, cuenta que su origen estaba ligado a la necesidad de medir las tierras de labranzas, después de cada crecida del río Nilo

# Cuenta la Historia



El rey Sesostris... dividió el suelo de Egipto entre sus habitantes... si el río se llevaba una parte de la tierra de un hombre éste acudía al rey... Para que enviara personas a examinar y determinar por medidas la cantidad exacta de la pérdida y desde entonces se demandaba de él una renta proporcionada a la extensión reducida de su tierra.





# Papiros

De la cultura matemática egipcia se tiene conocimiento a través de dos documentos antiguos o rollos llamados: El papiro Golenischev, que se conserva en Moscú y el papiro Rhind que se halla en el Bristish Museum de Londres.





## Papiro Golenischev

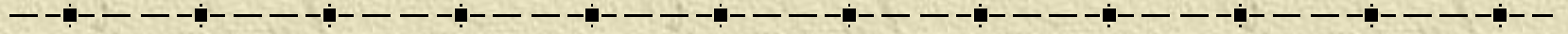
✧ Es el más antiguo, escrito en 1890 a.C y publicado en 1930, contiene 25 problemas cuya solución involucra el uso de un sistema de numeración no posicional, similar al de los romanos, para el cálculo de áreas y volúmenes.







## Papiro Golenischev



Entre los problemas más importantes están:

- ✧ El cálculo del área de una superficie circular (cesta), cuyo altura es igual al diámetro de la base.

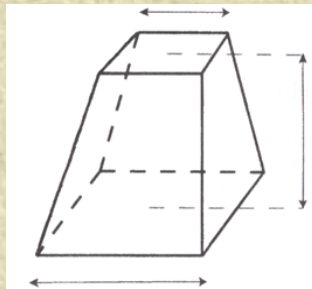




# Papiro Golenischev

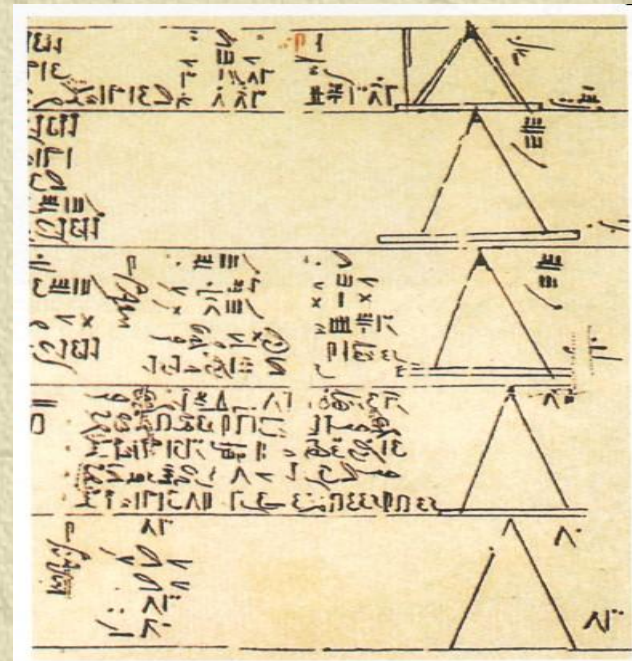


Un procedimiento para determinar el volumen de una pirámide truncada de base cuadrada.



En notación actual:

$$v = h \frac{(a^2 + b^2 + ab)}{3}$$



Cálculo de volumen de un tronco de Pirámide, llevado a cabo en el Egipto antiguo, plasmado en un fragmento de celebre Papiro de Rhind





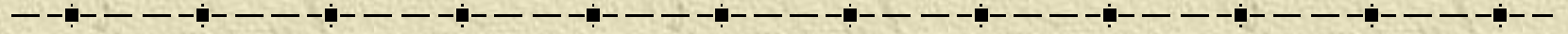
## Papiro Rhind

✧ Contiene 84 problemas, similares al de Golevnichev, con problemas de proporcionalidad, cálculos de volúmenes del paralelepípedo y cilindro, y áreas de triángulos, trapecio y círculo usando para este último la siguiente fórmula, en el problema del granero cilíndrico:

$$Ac = \left( \frac{8}{9} d \right)^2 \quad \pi \approx 3,160$$



# Babilonios



En Mesopotamia florecieron varias civilizaciones, la más antigua de éstas fueron los Sumerios.

Reconocidos como los inventores de la escritura (cuneiforme), sobre tablillas de arcilla húmeda y secadas al sol.





# Babilonios



Se han hallado en estas tablillas problemas matemáticos, relacionados con triángulos rectángulos de lados racionales (ternas pitagóricas), medición de ángulos, relaciones trigonométricas (trigonometría).



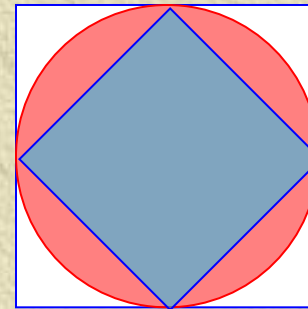


## Babilonios



Además, inventaron la rueda, tomaban la longitud de la circunferencia como un valor intermedio entre los perímetros de los cuadrados inscritos y circunscritos a ella, hacían cálculos aproximados de volúmenes de cuerpos y áreas de figuras, entre éstas el área del círculo con la siguiente fórmula:

$$Ac = \frac{l^2}{12} \quad \pi \approx 3$$









# Chinos



Su aporte se ha conocido a través de el libro llamado la “Matemática en Nueve Libros”, de los cuales en el libro 4 se encuentran cálculos de los lados de un rectángulo conocido el valor de su área, en el libro 5 cálculos de volúmenes para la fabricación de paredes, murallas, y torres. En el libro 9, cálculos de distancias, alturas y uso de ternas pitagóricas.

$$\pi = \frac{27}{8} \quad \pi = 3,375$$





# Hindúes



---

Su aporte se ha conocido gracias a los libros religiosos Sutras y vedas, documentados por Baudhayana, Manava, Apastamba y Katyayana, aproximadamente entre los 200 y 400 a.C, tratan acerca de problemas relacionados a la construcción de altares y la cuadratura del círculo, aplicaciones del teorema de Pitágoras y determinación de ternas





# Hindúes



---

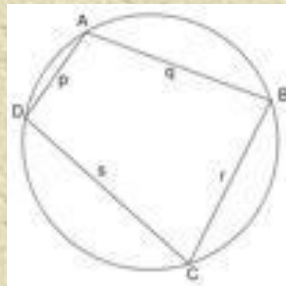
## Matemáticos destacados:

- ✧ Aryabhata: trabajó acerca de trigonometría, incluyendo las funciones seno y coseno.
- ✧ Bhaskara: en sus obras se encuentran cálculos de volúmenes.

# Hindúes



- ✧ Brahmagupta: escribió un trabajo de 20 libros, en cuyo capítulo XII presenta dos secciones, una de operaciones básicas y otra de prácticas matemáticas, éste incluye series matemáticas, y figuras planas, entre otros, y su famoso teorema del cuadrilátero cíclico.



$$\pi = \sqrt{10}$$





## Griegos



Las contribuciones de los griegos, provienen de la ciudad de Mileto, cerca de la costa de lo que hoy es Turquía, empezando con Thales aproximadamente en 585 A. C. Cabe resaltar que los conocimientos de las grandes civilizaciones Egipcia y Mesopotámica llegaron a la civilización Griega debido a los intercambios comerciales.



## Griegos



En Grecia la Geometría logra avances importantes en su desarrollo y se estudia bajo un sistema lógico deductivo que da inicio a los postulados.

Escuelas importantes de la antigua Grecia:

✧ Escuela Jónica: Thales de Mileto.

✧ Escuela de Crotona: Pitágoras de Samos

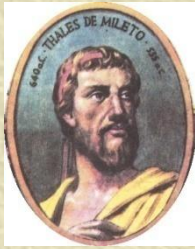




## Griegos



- 
- ✧ Escuela de los Eleatas: Zenón de Elea
  - ✧ Escuela de Atenas: Platón y Hipócrates de Quíos.
  - ✧ Escuela de Alejandría: Arquímedes de Siracusa,, Apolonio de Perga, Eratóstenes de Cyrene y Euclides de Alejandría.



Tales de Mileto

## Thales de Mileto

Frases célebres: “Conócete a ti mismo”, y su respuesta a la pregunta sobre cuál debe ser la conducta de una vida justa: “Abstenerse de hacer lo que criticamos en los demás”.

Conocido por el Cálculo de la altura de las pirámides mediante la sombra que proyectaba, y por la predicción de un eclipse solar.



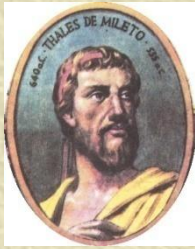


Tales de Mileto

## Thales de Mileto

El interés de Thales por la ciencia, posiblemente se originó en sus contactos comerciales con Egipto y Mesopotamia, fruto de los cuales llegó a conocer en buena medida la matemática y la astronomía babilónicas, aprendió acerca de geometría y llevó estos conocimientos a Grecia.

.



Thales de Mileto

## Thales de Mileto

Teoremas que se le atribuyen:

- ✧ Todo diámetro biseca al círculo
- ✧ Los ángulos de la base del triángulo isósceles son iguales
- ✧ Los ángulos opuestos por el vértice que se forman al cortarse dos rectas son iguales.



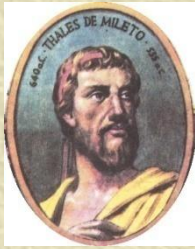


Tales de Mileto

## Thales de Mileto

Teoremas que se le atribuyen:

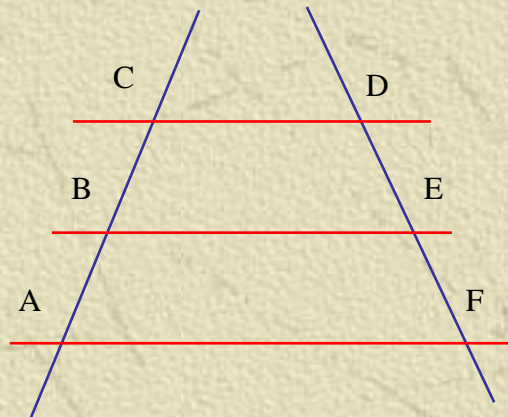
- ✦ Si dos triángulos tienen un lado y los dos ángulos adyacentes respectivamente iguales, entonces los triángulos son iguales.
- ✦ Todo ángulo inscrito en un círculo es un ángulo recto.



Tales de Mileto

# Thales de Mileto

## El más famoso: Teorema de Thales



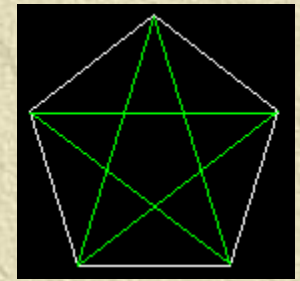
Tres rectas paralelas determinan segmentos proporcionales en cualesquiera dos transversales o secantes..

$$\frac{AB}{BC} = \frac{FE}{ED} = \frac{AC}{FD}$$





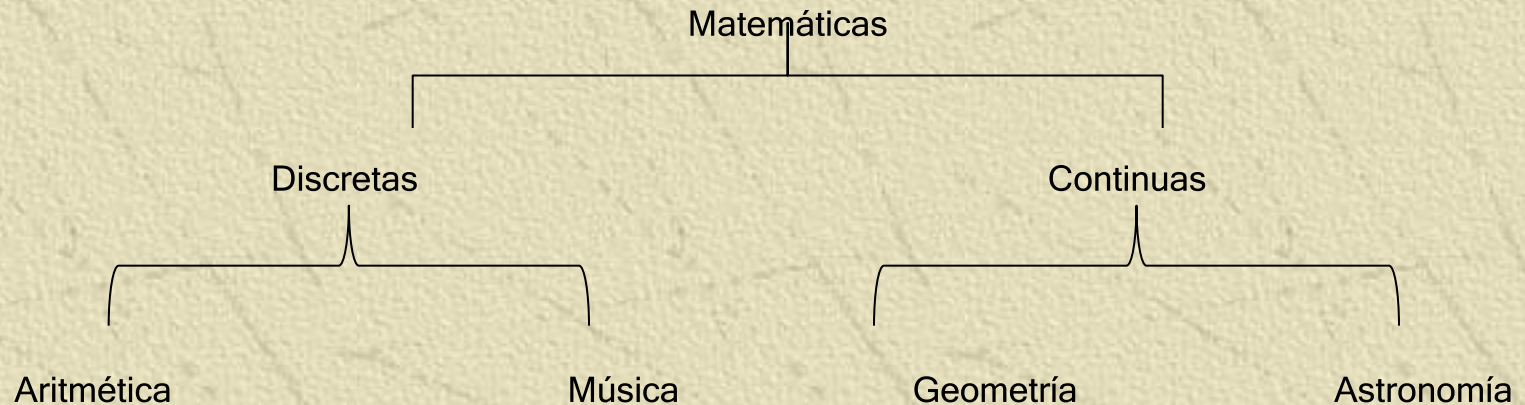
Pitágoras de Samos



# Pitágoras de Samos

Fundador de la escuela de Crotona, discípulo de Thales, en la que se ocuparon especialmente de la geometría, llegando a descubrir numerosas propiedades de la geometría plana y del espacio.

Quadrivium del saber:





Pitágoras de Samos

## Pitágoras de Samos

- ✧ Estudiaron el triángulo isorectángulo, hallando los “segmentos inconmensurables”.
- ✧ La construcción geométrica del polígono estrellado de cinco lados.
- ✧ La teoría de figuras que llenan el espacio

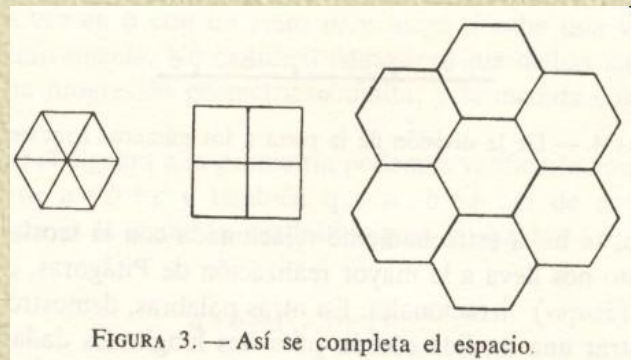
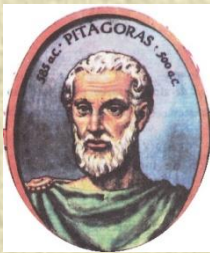


FIGURA 3. — Así se completa el espacio.

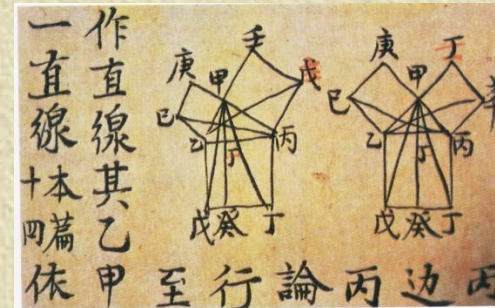
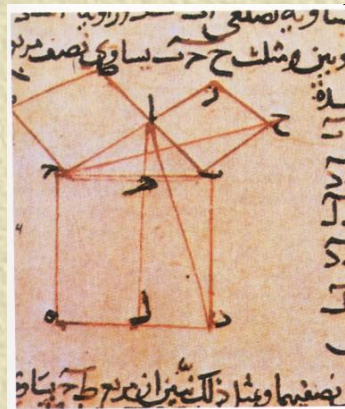




Pitágoras de Samos

# Teorema de Pitágoras

“En un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre el lado que subtiende el ángulo recto, es igual a los suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados que forman el ángulo recto”.



Manuscritos de la demostración del Teorema de Pitágoras hecha por los Árabes del siglo XIII y los Chinos del siglo XVII.



# Zenón de Elea

Inicialmente fue pitagórico, pero después terminó siendo discípulo de Parménides, el fundador de una de las principales escuelas Pre-Socráticas de la filosofía griega: la escuela de los Eleatas, a él se le atribuyen las demostraciones por el método de Reducción al Absurdo, se ocupó de problemas de fundamentos de la Matemática y de la Dialéctica (de la cual Aristóteles es el inventor).





## Zenón de Elea

Una de las contribuciones al conocimiento Matemático, son sus incursiones sobre el Infinito, para ello ideó ingeniosas “Paradojas” que derivó del supuesto de que si una magnitud puede ser dividida entonces a menudo puede serlo indefinidamente, cuestión que fue aclarada posteriormente usando series geométricas convergentes.



## Zenón de Elea

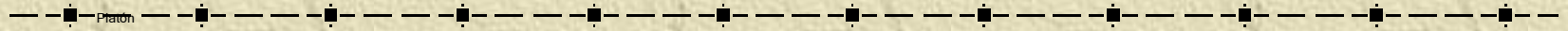
Las paradojas que propuso Zenón con respecto al movimiento son:

- ✧ La dicotomía
- ✧ La Flecha que no alcanza el blanco
- ✧ Aquiles y la Tortuga





## Aristocles Podros: Platón



Nació en el año 429 a.C. en Atenas, desde joven ocupaba cargos importantes en la vida pública de su época. Inició en Atenas un movimiento científico a través de “La Academia”. Para él, la matemática no tenía finalidad práctica sino que se cultivaba con el fin único de conocer. Murió en el 348 a.C.

Fue uno de los filósofos griegos más conocido, discípulo de Sócrates y maestro de Aristóteles



Platón

## Platón

Dividió la Geometría en.

- ✧ Geometría elemental: comprendía todos los problemas que se podían resolver con regla y compás
- ✧ Geometría superior: estudiaba los tres problemas más antiguos irresolubles con regla y compás, éstos son: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo.

Además, estudió Los Poliedros Regulares.



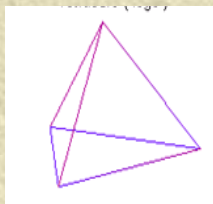


Platón

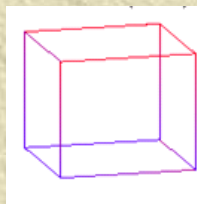
# Poliedros Regulares

- ✧ Todas las caras de un sólido platónico son polígonos regulares iguales.
- ✧ En todos los vértices de un sólido platónico concurren el mismo número de caras y de aristas.
- ✧ Todas las aristas de un sólido platónico tienen la misma longitud.
- ✧ Todos los ángulos que forman las caras de un sólido platónico entre sí son iguales.
- ✧ Todos sus vertices son convexos a los del icosaedro.

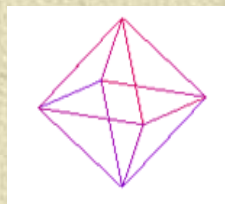
Tetraedro



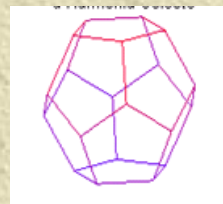
Hexaedro



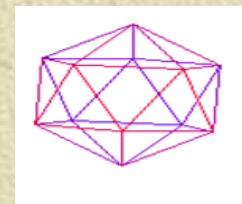
Octaedro



Dodecaedro



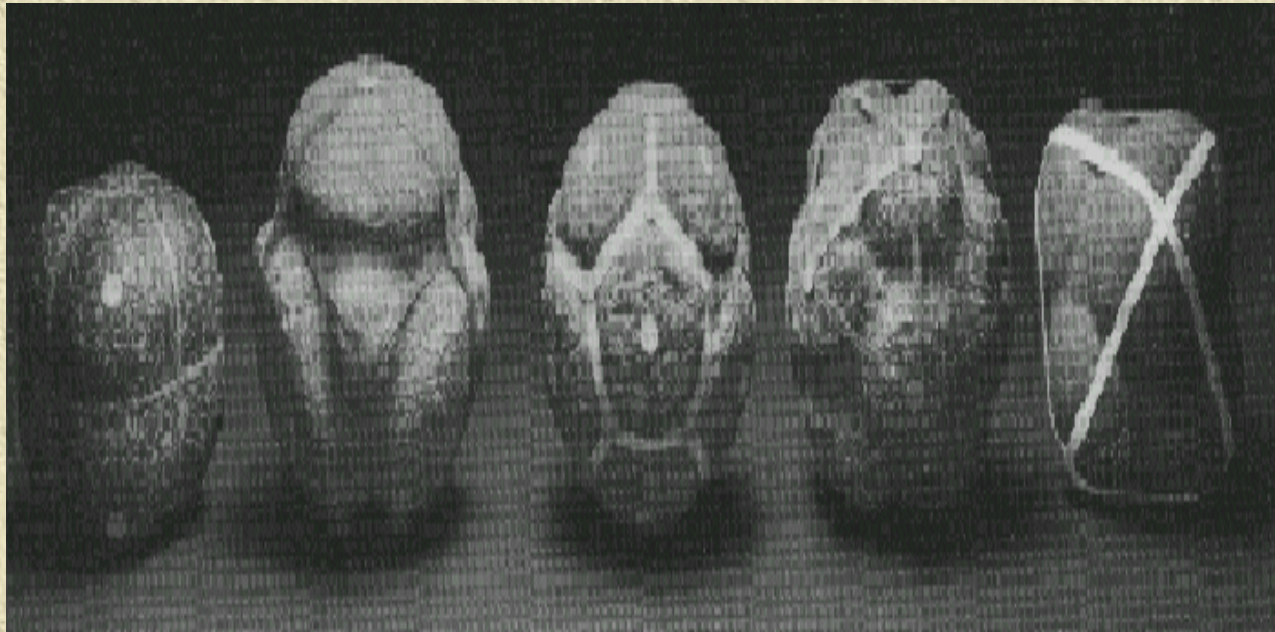
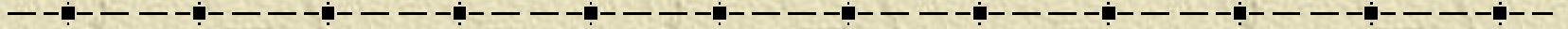
Icosaeaedro





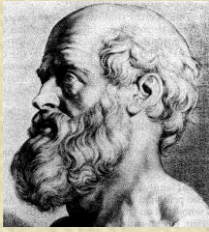
Platón

# Poliedros Regulares



Representaciones en piedra de un Yacimiento  
Neolítico

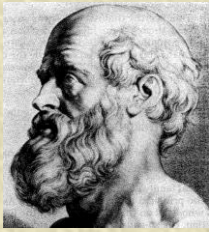




## Hipócrates de Quíos

---

Según cuenta Aristóteles, Hipócrates era menos hábil que Thales y perdió su dinero en Bizancio por un fraude, aunque otros dicen que fue atacado y robado por unos piratas. Sin embargo nunca se lamentó del incidente, considerándolo más bien como una suerte, porque a consecuencia de él se dedicó al estudio de la geometría, en el que cosechó notables éxitos.

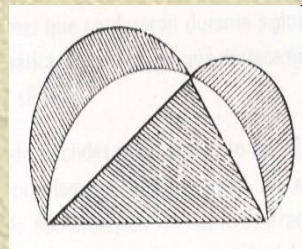


## Hipócrates de Quíos

---

Proclo cuenta que Hipócrates escribió unos “Elementos de Geometría”, anticipándose en más de un siglo a los conocidos Elementos de Euclides.

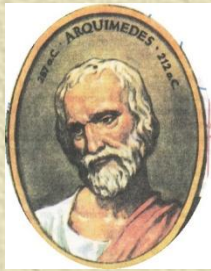
Lúnulas de Hipócrates: Son dos figuras en forma de luna, donde la suma de las áreas es igual a la del triángulo rectángulo, a las cuales llegó en su intento por resolver la cuadratura del círculo.



Lúnulas de Hipócrates

[http://www.vitutor.com/geo/eso/ac\\_6.html](http://www.vitutor.com/geo/eso/ac_6.html)



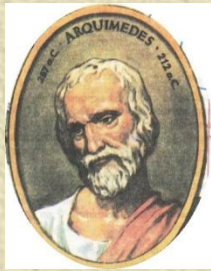


Arquimedes

## Arquímedes de Siracusa

Nace en el 287 a.C. y muere en el 212 a.C. en manos de un soldado que le enterró su espada cuando estaba en una de sus investigaciones. Estudió en Alejandría y se considera un verdadero genio y el más grande sabio de la antigüedad.

Su fama en el mundo antiguo se debió más que a nada a los numerosos aparatos de guerra que inventó para defender a Siracusa en los ataques del General Romano Marcelo.

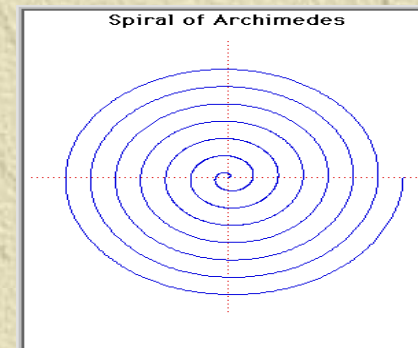


Arquimedes

## Arquímedes de Siracusa

Utilizó el principio de exhaución propuesto por Eudoxo, lo que le permitió llegar a importantes conclusiones:

- ✧ Demostraciones de teoremas sobre áreas de figuras planas.
- ✧ Cálculo de  $\pi$ .
- ✧ Volúmenes de cilindro, esfera y superficies de revolución.
- ✧ Cuadratura de la parábola
- ✧ Espirales



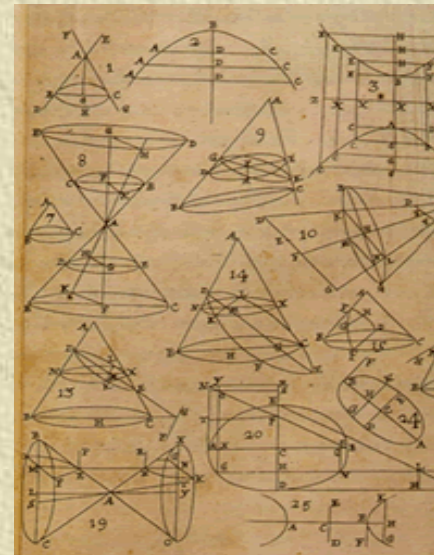
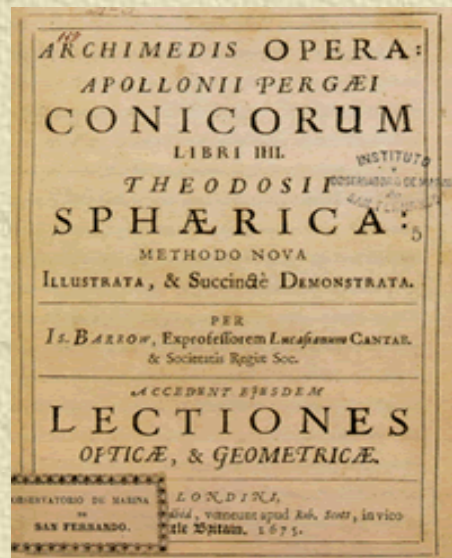




## Apolonio de Perga



Nace en el 262 a.C. y muere en el 200 a.C. fue el tercer gran matemático de este período, que consiguió el título de “Gran Geómetra”. Se sabe poco de él, fue discípulo de Arquímedes y según Pappus era de mal carácter y además odiado por sus contemporáneos.

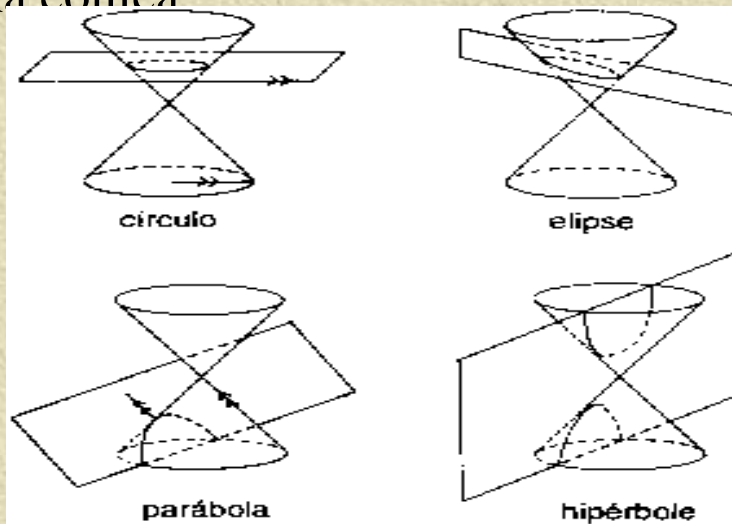




## Apolonio de Perga

Entre sus trabajos en la geometría se encuentra:

- ✧ Su obra de ocho libros sobre las Secciones cónicas (estudiadas en principio por Menecmo) a partir de un cono de dos ramas e introdujo los términos elipse, parábola e hipérbola. Además, definió los principales elementos y propiedades de las curvas, y resolvió el difícil problema de encontrar las distancias más cortas y más largas de un punto P a una cónica.

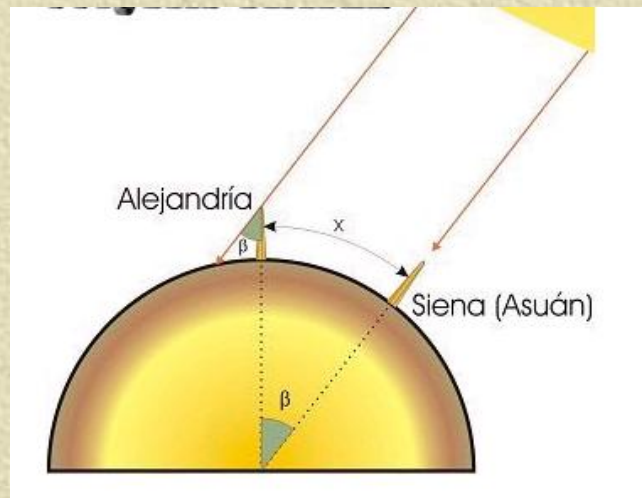






## Eratóstenes de Cirene

Fue el primer científico de la historia de la Humanidad en medir con bastante precisión, la circunferencia de la tierra, en una época en la que muy poca gente pensaba que el mundo no era plano.

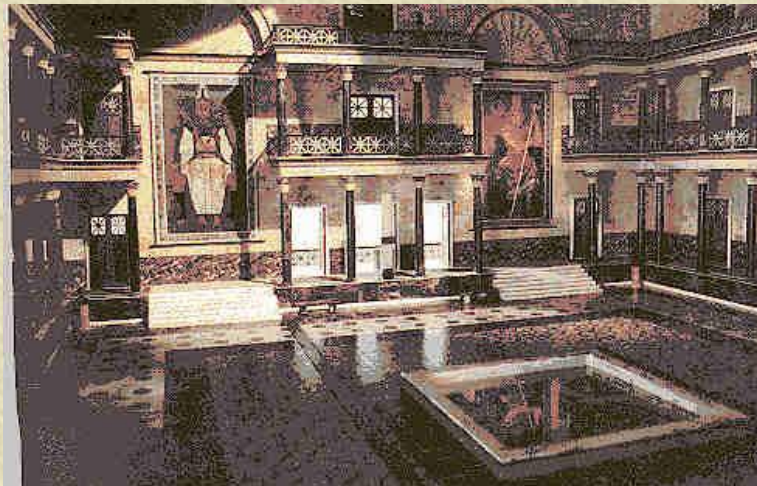




## Eratóstenes de Cirene

---

En sus estudios de los papiros de la biblioteca de Alejandría, encontró un informe de observaciones en Siena, unos 800 Km. al sureste de Alejandría, en el que se decía que los rayos solares al caer sobre una vara el mediodía del solsticio de verano (el actual 21 de junio) no producía sombra.







## Eratóstenes de Cirene

---

Entonces realizó las mismas observaciones en Alejandría el mismo día a la misma hora, descubriendo que la luz del Sol incidía verticalmente en un pozo de agua el mismo día a la misma hora.

Asumió de manera correcta que si el Sol se encontraba a gran distancia, sus rayos al alcanzar la tierra debían llegar en forma paralela si esta era plana como se creía en aquella época y no se deberían encontrar diferencias entre las sombras proyectadas por los objetos a la misma hora del mismo día, independientemente de donde se encontraran.



## Eratóstenes de Cirene

---

Sin embargo, al demostrarse que si lo hacían, (la sombra dejada por la vara de Siena formaba 7 grados con la vertical) dedujo que la tierra no era plana y utilizando la distancia conocida entre las dos ciudades y el ángulo medido de las sombras, calculó la circunferencia de la tierra en aproximadamente 250 estadios (40.000 kilómetros), y logró alcanzar así un resultado muy cercano al valor actual igual a 40.120 kilómetros



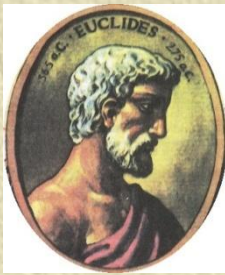


## Eratóstenes de Cirene

---

También fue autor de la famosa criba que lleva su nombre para hallar los números primos.

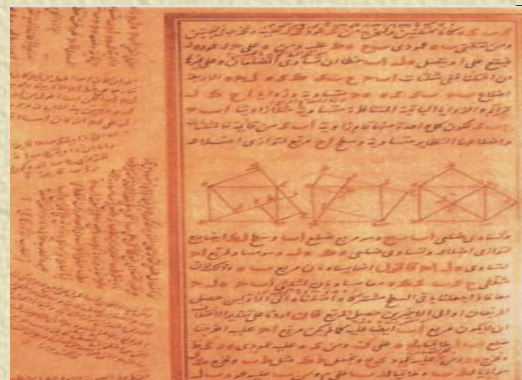
Al envejecer perdió la vista y se suicido dejando de comer.



## Euclides de Alejandría

Euclides

Su mayor aporte a la geometría fue organizar axiomáticamente todos los conocimientos Geométricos existentes en su época, provenientes de los Babilonios, Egipcios y Griegos. Trabajo publicado en el libro Los Elementos.



Pagina del libro Los Elementos





Euclides

## Euclídes de Alejandría

Nociones comunes:

- ✧ Cosas iguales a una misma cosa son iguales entre sí.
- ✧ Cosas que se pueden sobreponer una sobre la otra son iguales.
- ✧ Si se añaden iguales a iguales los resultados son los mismos.
- ✧ Si se sustraen iguales a iguales los resultados son los mismos.
- ✧ El todo es mayor que las partes.



Euclides

## Euclídes de Alejandría

### Postulados:

- ✧ Por un punto a otro se puede trazar una recta.
- ✧ Toda recta puede prolongarse en la misma dirección.
- ✧ Con cualquier radio y centro se puede trazar un círculo.
- ✧ Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.



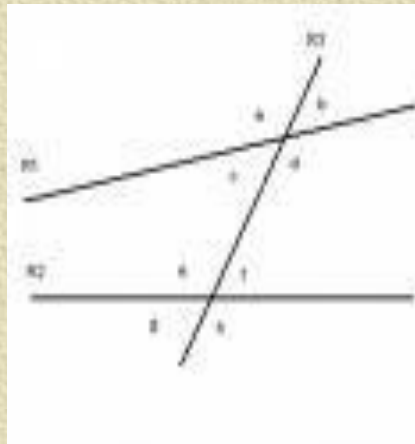


Euclides

## Euclides de Alejandría

### Postulados:

- ✧ Si una recta al cortar otras dos, forma ángulos internos a un mismo lado menores que dos rectos, al prolongar las rectas se cortarán en ese mismo lado.





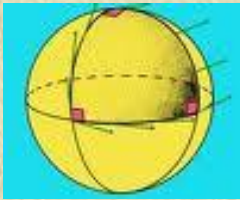
## Problemas clásicos de la Geometría

Consiste en hacer construcciones, aparentemente sencillas, utilizando solamente la regla y el compás.

- ✧ La Cuadratura del Círculo
- ✧ La Trisección del Ángulo
- ✧ La Duplicación del Cubo

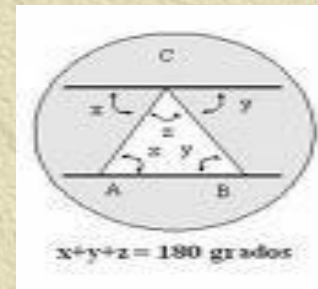
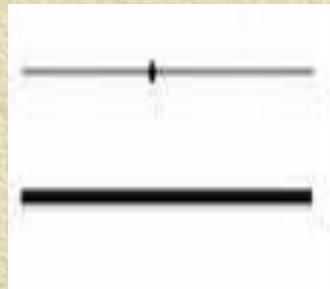
<http://oso.izt.uam.mx/~gnumat/histmat/Lunulas/html/Lunulas.htm>





## Geometrías no Euclidianas

Muchos creyeron haber probado la independencia del Quinto Postulado, pero todas esas supuestas pruebas eran erróneas, dos de éstas que resultaron equivalentes fueron el Postulado de las Paralelas y el de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo.





## Geometrías no Euclidianas

Este problema permaneció sin resolver hasta el siglo XIX, cuando Carl Friedrich Gauss, sugirió un método más audaz:

Si el axioma de las paralelas es deducible de los demás, su negación manteniendo los restantes postulados debe conducir a una contradicción.





## Geometrías no Euclidianas

El método que sugirió Gauss fue desarrollado por Nikolai Lobachevski y Johann Bolyai, quienes no solamente lograron probar la independencia del Quinto Postulado, sino que también construyeron otra geometría conocida como: Geometría Hiperbólica o de Lobachevski, en la que se niega el axioma de las paralelas, y se sustituye por: “por un punto exterior a una recta pasan dos paralelas.



## Geometrías no Euclidianas

---

Otra Geometría no euclidiana descubierta por George Frederick Riemann es la Geometría Elíptica o Riemanniana, que se basa en la negación de la existencia de paralelas, y se sustituye por: “Dada una recta y un punto que no le pertenece, no es posible trazar paralelas a la recta por ese punto”





# Geometría Analítica

En esta geometría los puntos se relacionan con pares de números y las curvas se relacionan con colecciones de pares de números mediante ecuaciones.

- ✧ Pierre de Fermat
- ✧ René Descartes
- ✧ Leonhard Euler



## Pierre de Fermat (1601 - 1665)

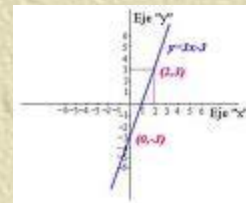
---

Matemático francés, que en 1629 se dedicó a reconstruir algunas de las demostraciones perdidas del matemático Apolonio, relativas a lugares geométricos. Lo que lo llevó a desarrollar de forma contemporánea e independientemente de René Descartes, un método algebraico para tratar cuestiones de geometría por medio de un sistema de coordenadas.





## René Descartes (1596 - 1650)



Filósofo y matemático francés, publicó en 1637 su famosa obra: El Discurso del Método, sometiendo a duda los conocimientos de la época con su frase: “Pienso luego existo”.

- ✦ Su obra maestra es sentar las bases del sistema de coordenadas cartesianas, en la que usa las herramientas del análisis y el álgebra para resolver problemas geométricos, estableciendo un puente entre la geometría y el álgebra, al asociar ecuaciones a curvas.



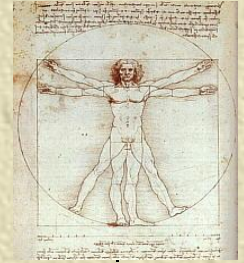
## Leonhard Euler (1707 - 1783)

Matemático Suizo, que en 1748 sistematizó la geometría analítica de una manera formal. Expuso el sistema de geometría analítica en el plano, introduciendo además coordenadas rectangulares en el espacio. También, la transformación entre los sistemas de coordenadas rectangulares a polares y viceversa, y clasificó las curvas según sus ecuaciones, estudiando sus propiedades generales.





# Geometría Proyectiva

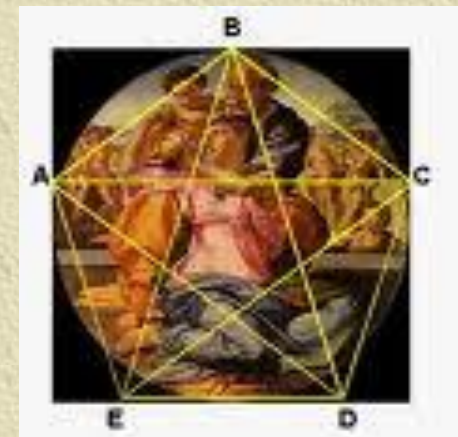


Tuvo sus orígenes en el Renacimiento, con la utilización de la proyección y sección dio lugar a propiedades geométricas que tienen en común la figura original y su sección que hacen que se produzca la misma impresión sobre el ojo.

✧ Gérard Desargues

✧ Gaspard Monge

✧ Jean Poncelet





## Gerard Desargues (1591 - 1661)

---

Matemático e ingeniero francés, ideó la geometría proyectiva y se interesó por las aplicaciones de la geometría a la arquitectura y a la ingeniería.

Teorema de Desargues:

“Los puntos de intersección de una recta con una cónica y con los lados opuestos de cualquier cuadrivértice inscrito en ella son homólogos en una misma involución”.





## Gaspard Monge (1746 - 1818)

---

Matemático francés, desarrolló métodos de representación de objetos tridimensionales mediante su proyección sobre dos planos, métodos que fueron clasificados como de alto secreto por el ejército y que constituyen los inicios de la geometría descriptiva.



## Jean Poncelet (1788 - 1867)

---

Matemático francés, fue oficial del ejército de Napoleón, entre 1813 y 1814 estuvo retenido en la prisión de Saratoff.

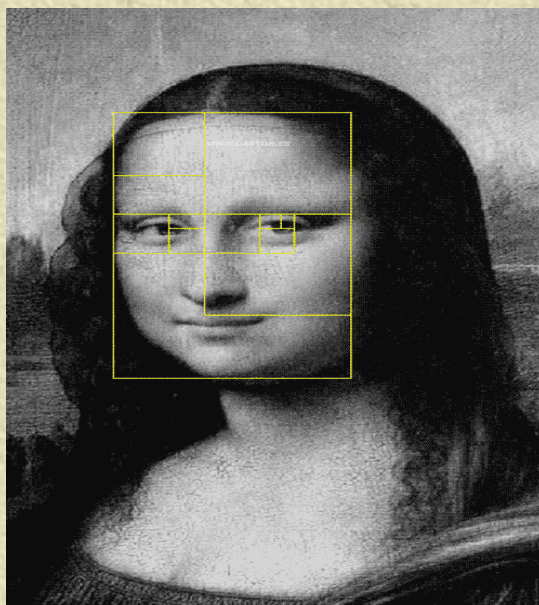
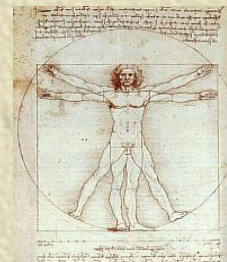
Sus descubrimientos matemáticos más importantes, que renovaron la geometría proyectiva, fueron gestados durante los años de cautiverio.

“Principio de Dualidad”





# Proporción Áurea



[http://www.youtube.com/watch?v=b\\_TiveY\\_N7k&feature=related](http://www.youtube.com/watch?v=b_TiveY_N7k&feature=related)