Unidad II:
Métodos para la Obtención de un Modelo Continuo.

Métodos para la Obtención de un Modelo Continuo.

La técnica de identificación experimental más sencilla consiste en aplicar una señal escalón (a partir del punto de equilibrio o punto de operación) al sistema, midiendo de alguna forma los valores que va adquiriendo la salida con el tiempo. A partir de ahí, el procedimiento consiste en obtener un modelo (representado por una función de transferencia) cuya respuesta ante el escalón sea lo más parecida posible a los datos medidos en el proceso.

El escalón de entrada debe ser lo suficientemente grande para que la solución del proceso cambie de forma significativamente respecto del ruido de medida del sensor utilizado.

Este método es solo valido para sistemas estables.

Métodos para la Obtención de un Modelo Continuo.

En función de la forma de la respuesta obtenida, el modelo resultante puede ser:

- Si la respuesta es sobre-amortiguada.

1) Sistema de primer orden.
2) Sistema de primer orden con retardo.
3) Sistema con polos reales múltiples.
4) Sistema con polos reales múltiples con retado.
5) Sistema con polos reales y distintos.
6) Sistema con polos reales y distintos con retardo.

Métodos para la Obtención de un Modelo Continuo.

- Si la respuesta es sub-amortiguada:

1) Sistema de segundo orden.
2) Sistema de segundo orden con retardo.
3) Sistema de segundo orden con cero adicional.
4) Sistema de segundo orden con polo adicional.

Métodos para la Obtención de un Modelo Continuo.

El procedimiento general a seguir es:

1) A la vista de la respuesta, se hace una suposición sobre como puede ser el sistema.

2) Se aplica el método que corresponde para calcular el modelo a partir de los datos.

3) Se obtiene mediante el computador la respuesta del modelo calculado y se compara con la obtenida experimentalmente.

Sistema de Primer Orden

- Modelo de 2 parámetros:

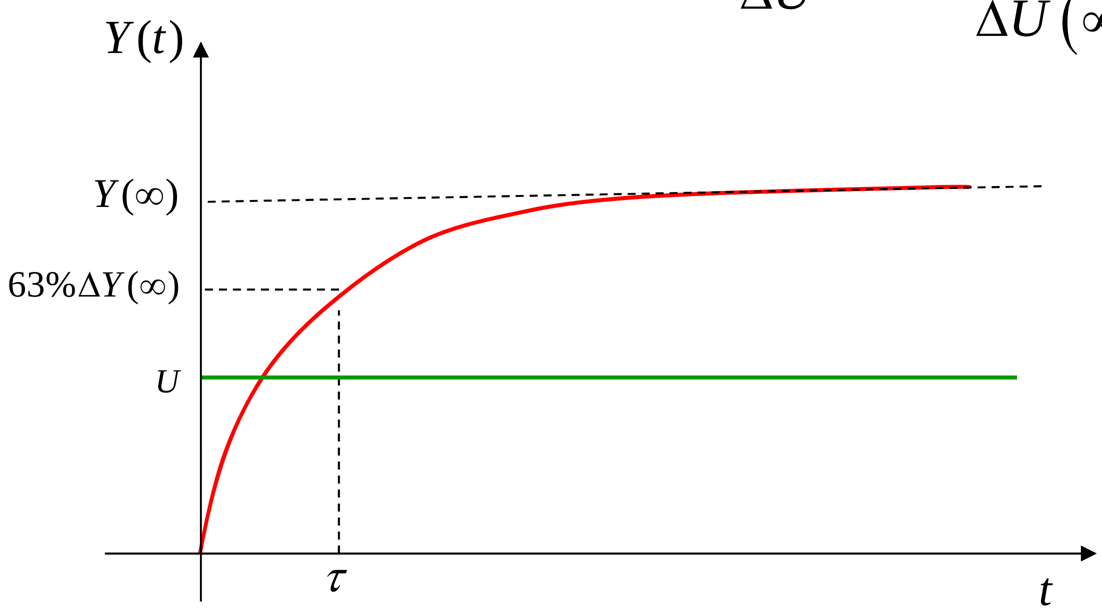
$$G(s) = \frac{K}{1+\tau s}, \qquad \tau = 0,63 * \Delta Y(\infty)$$

$$\boxed{Y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)}$$

$$K = \frac{\Delta Y(\infty)}{\Delta U}$$

$$\Delta Y(\infty) = Y(\infty) - Y(0)$$

$$\Delta U(\infty) = U(\infty) - U(0)$$



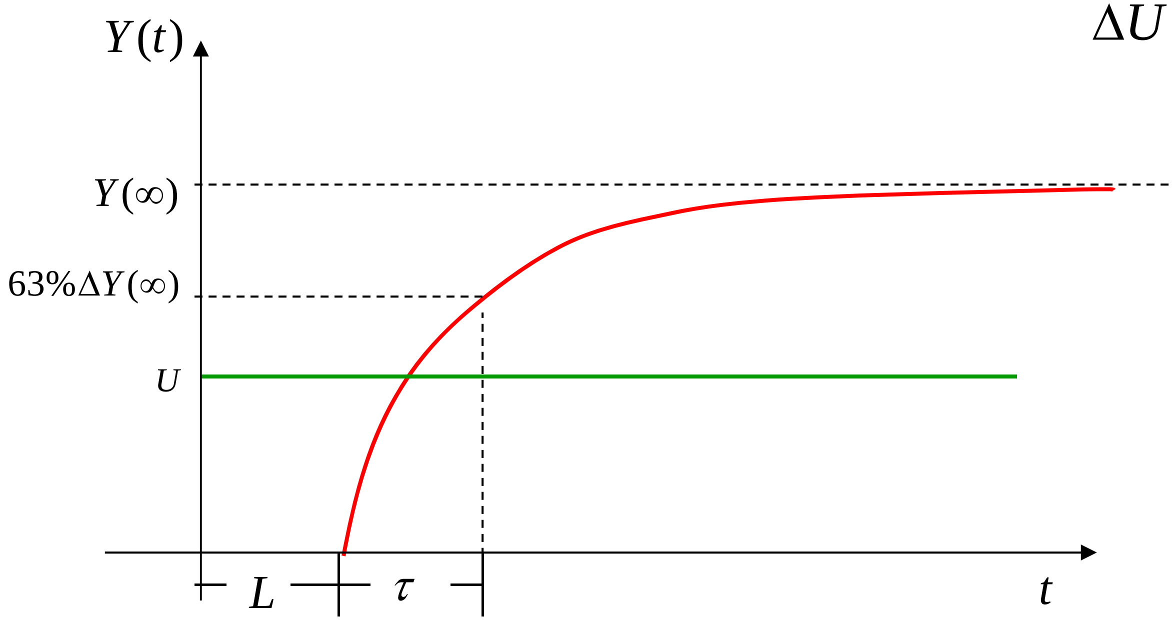
Sistema de Primer Orden

- Modelo de 3 parámetros: sistema con retardo

$$G(s) = \frac{K}{1+\tau s} e^{-Ls}, \qquad \tau = 0,63 * \Delta Y(\infty)$$

$$\boxed{Y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s)}$$

$$K = \frac{\Delta Y(\infty)}{\Delta U}$$



Cálculo de K según el Teorema del Valor Final

$$Y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)$$

Supongamos el modelo: $G(s) = \dfrac{K}{1+\tau s} e^{-Ls},$

Sabemos: $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{K}{1+\tau s} e^{-Ls}, \qquad U(s) = \dfrac{U}{s},$

$$Y(s) = G(s)\ U(s) \longrightarrow Y(s) = \frac{K}{1+\tau s} e^{-Ls} \ \frac{U}{s}$$

Puedo medir $Y(\infty)$ directamente en la gráfica.

$$Y(\infty) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} s \frac{K}{1+\tau s} e^{-Ls} \ \frac{U}{s} = \frac{K\ U}{1}$$

$$\boxed{K = \frac{Y(\infty)}{U}}$$

Mido

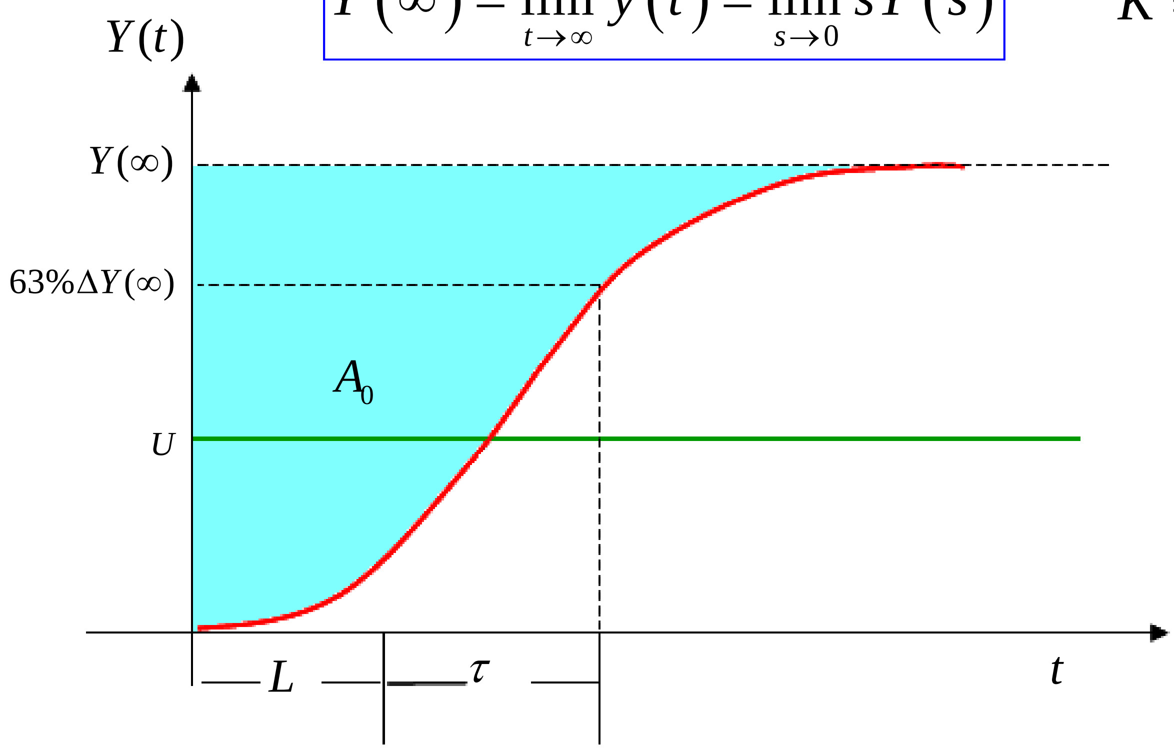
Conozco

Sistema de Primer Orden

- Modelo de 3 parámetros:

$$G(s) = \frac{K}{1+\tau s} e^{-Ls}, \qquad L = \frac{A_0}{K}, \qquad \tau = 0,63 * \Delta Y(\infty)$$

$$\boxed{Y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)} \qquad K = \frac{\Delta Y(\infty)}{\Delta U},$$



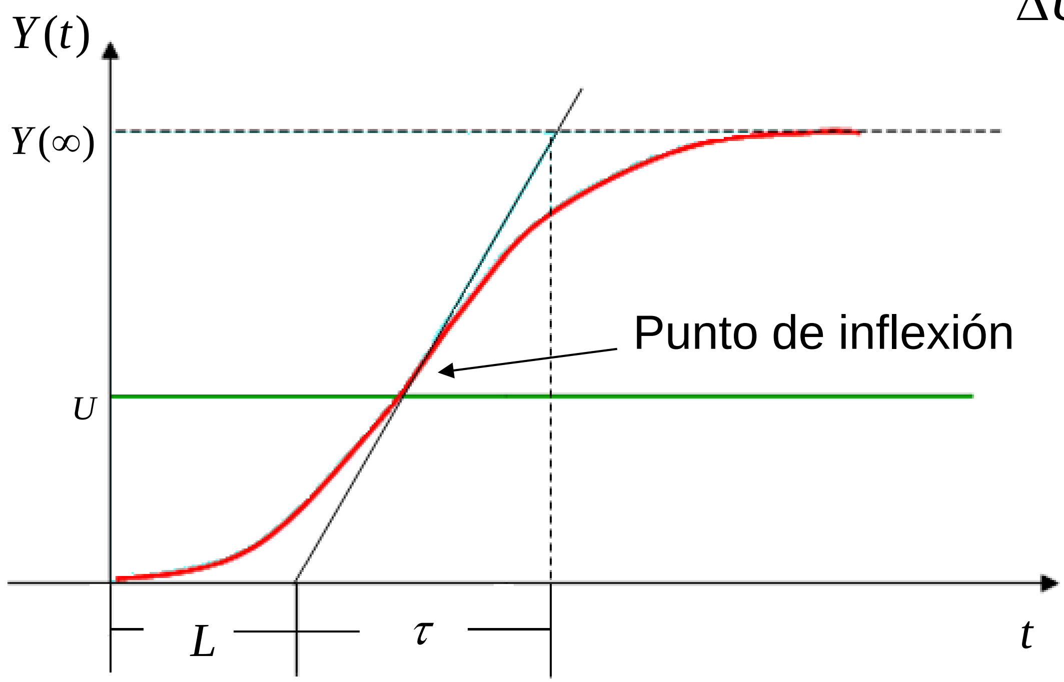
Sistema de Primer Orden

- Modelo de 3 parámetros:

$$G(s) = \frac{K}{1+\tau s} e^{-Ls},$$

$$\boxed{Y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s)}$$

$$K = \frac{\Delta Y(\infty)}{\Delta U}$$



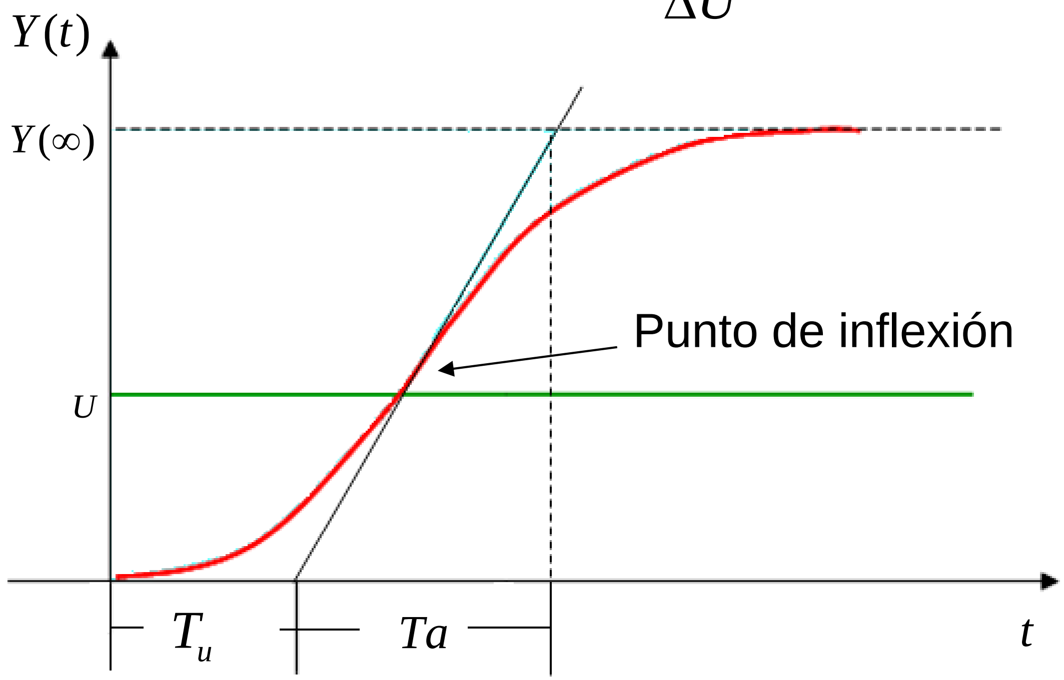
Sistema de Primer Orden

• Modelo de 3 parámetros: sistema con polos reales múltiples (método de Strejc).

$$G(s) = \frac{K}{(1+\tau s)^n}$$

$$\boxed{Y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)}$$

$$K = \frac{\Delta Y(\infty)}{\Delta U}$$



Sistema de Primer Orden

Para obtener n y τ

n	Tu/τ	Ta/τ	Tu/Ta
1	0	1	0
2	0.28	2.7	0.104
3	0.80	3.7	0.22
4	1.42	4.46	0.32
5	2.1	5.12	0.41
6	2.5	5.7	0.49
7	3.55	6.2	0.57
8	4.3	6.7	0.64
9	5.08	7.6	0.71

$$G(s) = \frac{K}{(1+\tau s)^n}$$

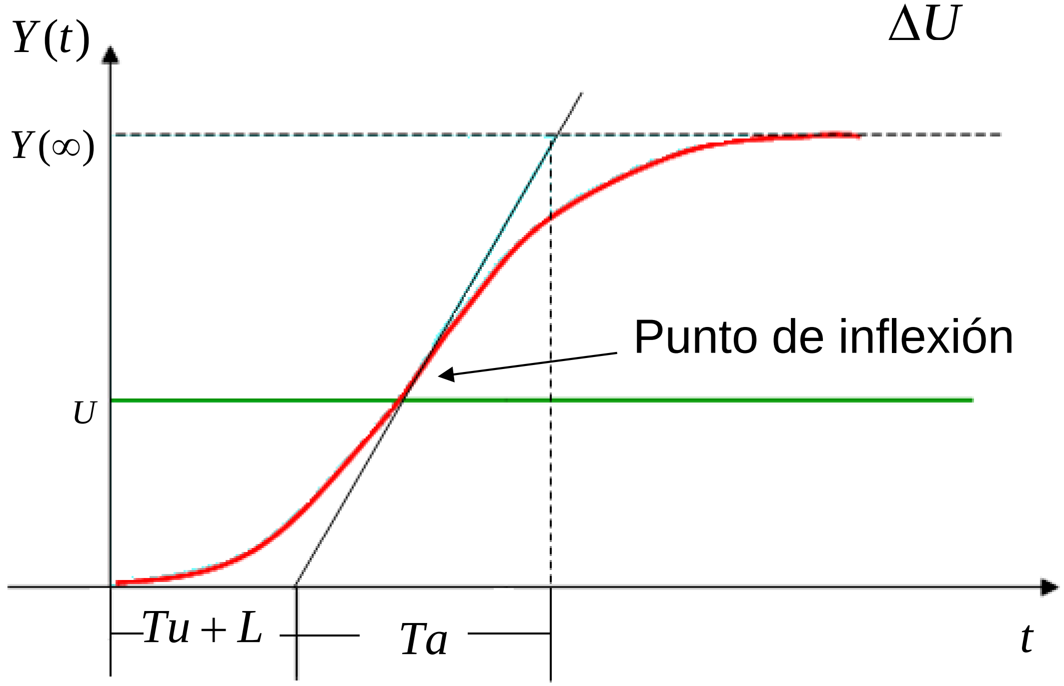
Métodos para la Obtención de un Modelo Continuo: Respuesta Temporal

- Modelo de 3 parámetros: sistema con polos reales múltiples y retardo (método de Strejc).

$$G(s) = \frac{K}{(1+\tau s)^n} e^{-Ls},$$

$$\boxed{Y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)}$$

$$K = \frac{\Delta Y(\infty)}{\Delta U}$$



El Retardo

- El retardo también se puede aproximar obteniendo una serie de polos. Para ello se hace:

$$e^{-Ls} = \frac{1}{e^{Ls}} = \frac{1}{1 + Ls + \frac{(Ls)^2}{2!} + \frac{\left(Ls\right)^3}{3!} + \ldots}$$

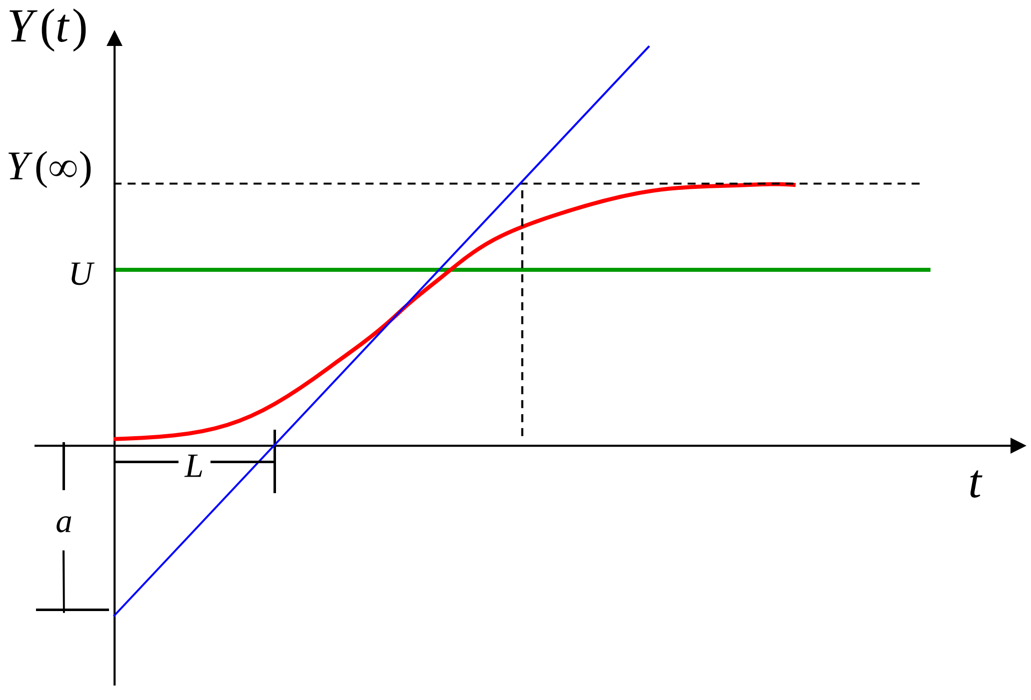
- Normalmente basta con tomar dos (hasta el 1er orden) o tres (hasta el 2do orden) términos del desarrollo. Así el modelo (tomando 3 términos) es:

$$G(s) = \frac{K}{1+\tau s} e^{-Ls} \cong \frac{K}{(1+\tau s)\left[1 + Ls + \frac{L^2 s^2}{2}\right]}$$

Sistema de Primer Orden

- Otro Modelo de 2 parámetros:

$$G(s) = \frac{a}{Ls} e^{-Ls}$$



Sistema Tipo Integrador Puro

- Identificación usando la respuesta al escalón también puede aplicarse al sistema con integradores puros.

- El caso del modelo de dos parámetros,

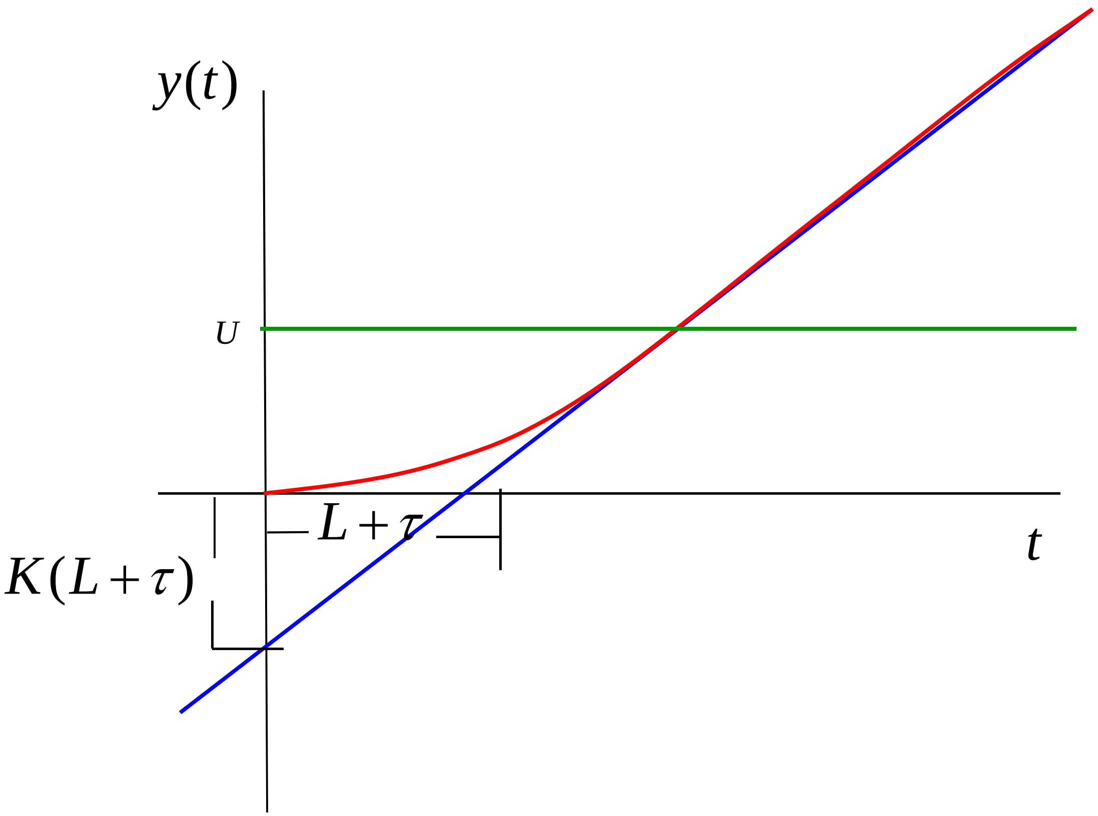
$$G(s) = \frac{a}{Ls} e^{-Ls}$$

descrito anteriormente no proporciona una buena aproximación en altas frecuencias. Por lo que es más conveniente usar el método de tres parámetros con un integrador puro, esto es:

$$G(s) = \frac{K}{s(1+\tau s)} e^{-Ls}$$

Sistema Tipo Integrador Puro

- Los parámetros se obtienen de la gráfica de la respuesta, ajustando L y τ



$$G(s) = \frac{K}{s(1+\tau s)} e^{-Ls}$$