

Modelado de Sistemas Físicos

Profesora
Anna Patete, Dr. M.Sc. Ing.

Departamento de Sistemas de Control.
Escuela de Ingeniería de Sistemas.
Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

Correo electrónico: apatete@ula.ve
Página web: <http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/apatete/>

Modelado de Sistemas Físicos

Unidad II: Modelado de sistemas mecánicos y electromecánicos.

Tema 1. (Parte eléctrica) Componentes básicos de un circuito eléctrico. Ley de Ohm. Leyes de Kirchhoff. Modelos matemáticos de sistemas eléctricos.

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Supermalla

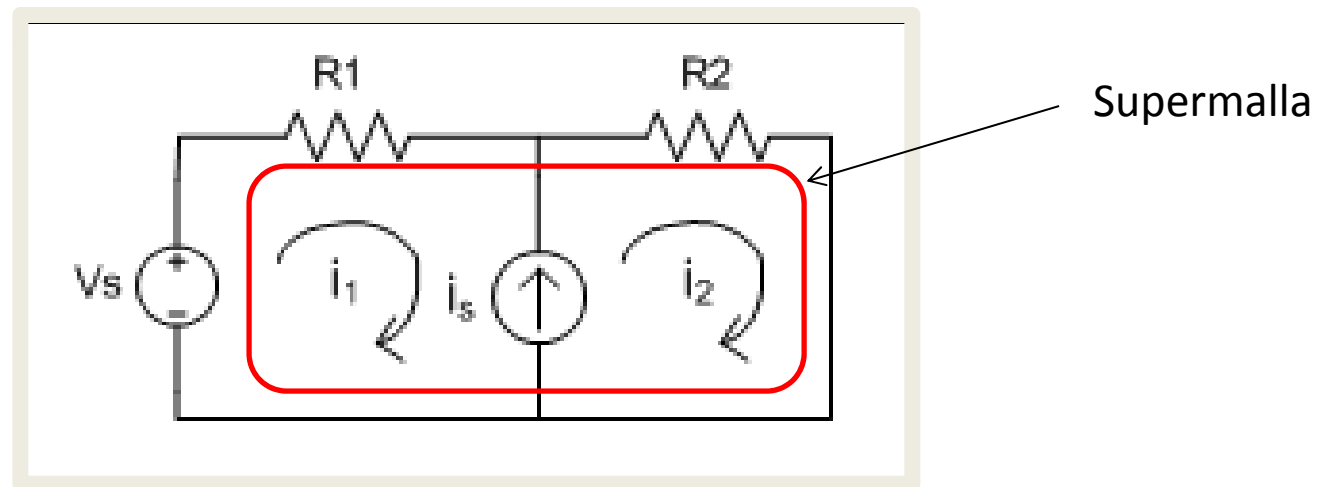
Existe una supermalla cuando una fuente de corriente está entre dos mallas esenciales.

Para tratar la supermalla, se trata el circuito como si la fuente de corriente no estuviera allí. Esto produce una ecuación que incorpora las corrientes de las dos mallas involucradas.

Una vez que se plantee esta ecuación, se necesita una ecuación que relacione las dos corrientes de mallas involucradas con la fuente de corriente. Esto será una ecuación donde la fuente de corriente sea igual a una de las corrientes de malla menos la otra.

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Considere el circuito de la figura, donde la entrada es el voltaje $V_s(t)$ y la salida es $i_2(t)$:



Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Ecuación de la supermalla:

$$V_s(t) - V_{R1}(t) - V_{R2}(t) = 0$$

$$V_s(t) - R_1 i_1(t) - R_2 i_2(t) = 0$$

Ecuación que relaciona la corriente de la fuente con las corrientes de las mallas:

$$i_s(t) = i_2(t) - i_1(t)$$

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Modelo del sistema:

$$i_s(t) = i_2(t) - i_1(t)$$

$$V_s(t) = R_1 i_1(t) + R_2 i_2(t)$$

Forma Matricial:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ R_1 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_s(t) \\ V_s(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix}$$

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

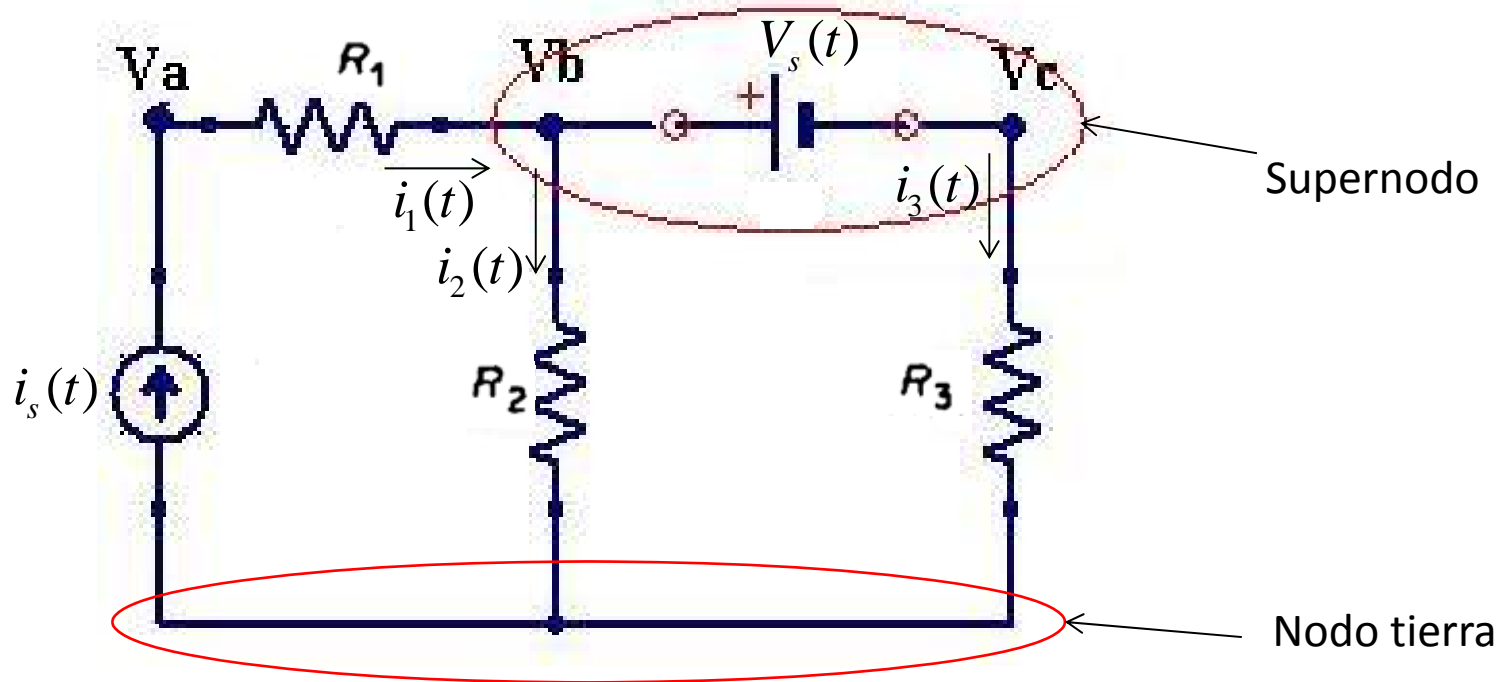
Supernodo

Cuando existe una fuente de voltaje donde ninguno de sus bornes está conectado al nodo tierra (o nodo de referencia), entonces no se puede expresar la corriente que pasa a través de esta fuente en términos de voltaje, por lo tanto se utiliza la técnica del supernodo.

El supernodo se trata como un solo nodo.

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Considere el circuito de la figura, $i_s(t)$ y $V_s(t)$ son conocidas:



El nodo tierra es un nodo simple. No es un supernodo.

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Ecuación del supernodo:

$$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0$$
$$\frac{V_a(t) - V_b(t)}{R_1} - \frac{V_b(t)}{R_2} - \frac{V_c(t)}{R_3} = 0$$

Ecuación que relaciona el voltaje de la fuente con los voltajes en sus bornes:

$$V_b(t) - V_c(t) = V_s(t)$$

$$V_b(t) = V_s(t) + V_c(t)$$

Como $i_1(t) = i_s(t)$, entonces:

$$V_{R1}(t) = R_1 i_s(t) \quad \Longrightarrow \quad \frac{V_a(t) - V_b(t)}{R_1} = i_s(t)$$

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Sistema de ecuaciones:

$$V_c(t) = \frac{R_3}{R_1}(V_a(t) - V_b(t)) - \frac{R_3}{R_2}V_b(t)$$

$$V_b(t) = V_s(t) + V_c(t)$$

$$V_a(t) = i_s(t)R_1 + V_b(t)$$

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Fuentes Dependientes

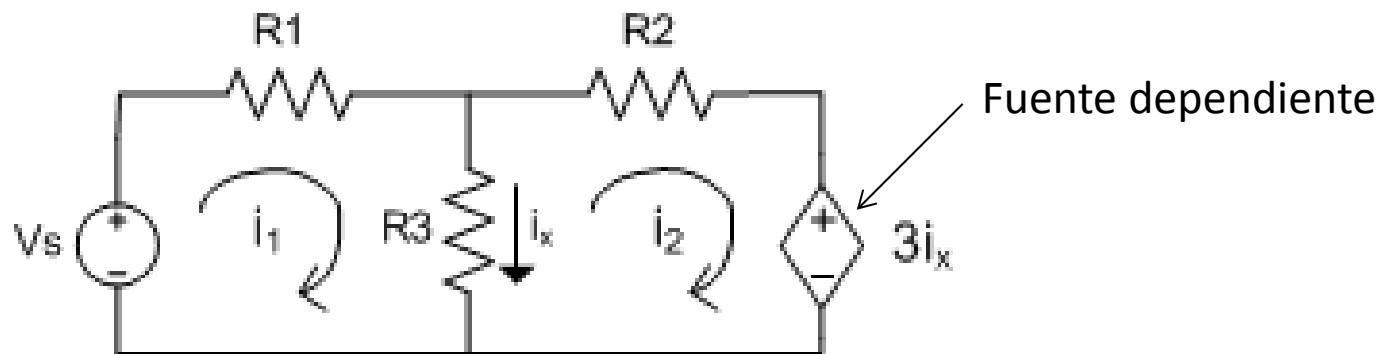
Una fuente dependiente es una fuente de corriente o de tensión que depende de la tensión o de la corriente de otro elemento en el circuito.

Cuando una fuente dependiente está en una malla esencial, la fuente dependiente debería ser tratada como una fuente normal.

Luego se plantea una ecuación para la fuente dependiente que relaciona la variable de la fuente dependiente con la corriente o tensión que la fuente depende del circuito

Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Considere el circuito de la figura:



Modelado Matemático de Sistemas Eléctricos

Análisis de malla:

Malla 1:

$$V_s(t) - V_{R1}(t) - V_{R3}(t) = 0$$

$$V_s(t) - R_1 i_1(t) - R_3 (i_1(t) - i_2(t)) = 0$$

Malla 2:

$$-V_{R3}(t) - V_{R2}(t) - 3i_x = 0$$

$$-R_3 (i_2(t) - i_1(t)) - R_2 i_2(t) - 3i_x = 0$$

Variable dependiente: $i_x = i_1 - i_2$

Modelado de Sistemas Físicos

Referencias del material usado para estas diapositivas:

- Material de las diapositivas de la Prof. Mariela Cerrada. Departamento de Control, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, 2012.
- Ogata, K. Dinámica de Sistemas, Prentice Hall, 1987.
- Lewis, J. Modelling Engineering Systems, High Text Publications, 1994.
- Richard Dorf. Circuitos Eléctricos, Alfa Omega, 2003.