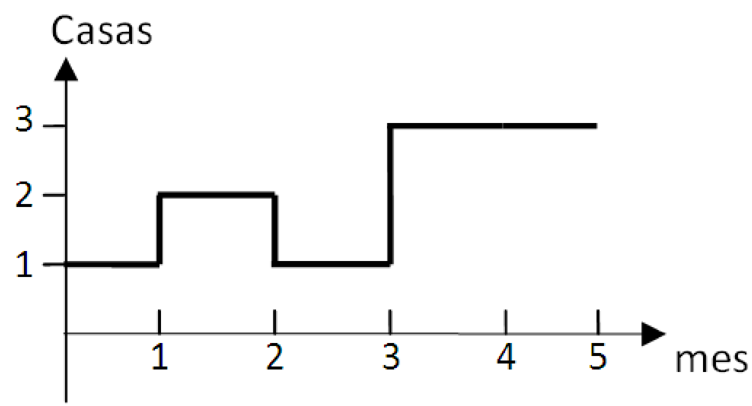
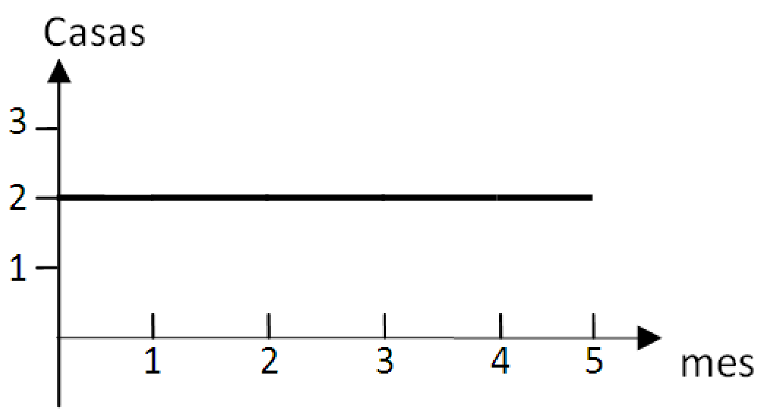
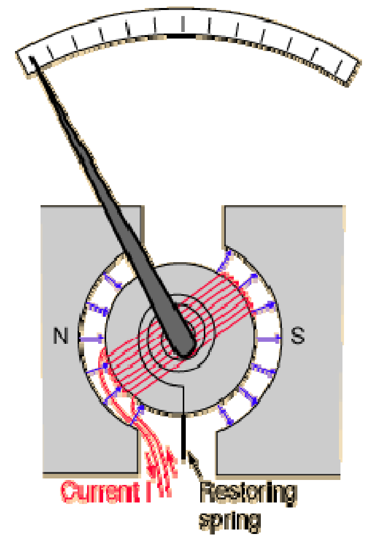
Potencia en régimen permanente ante señales sinusoidales

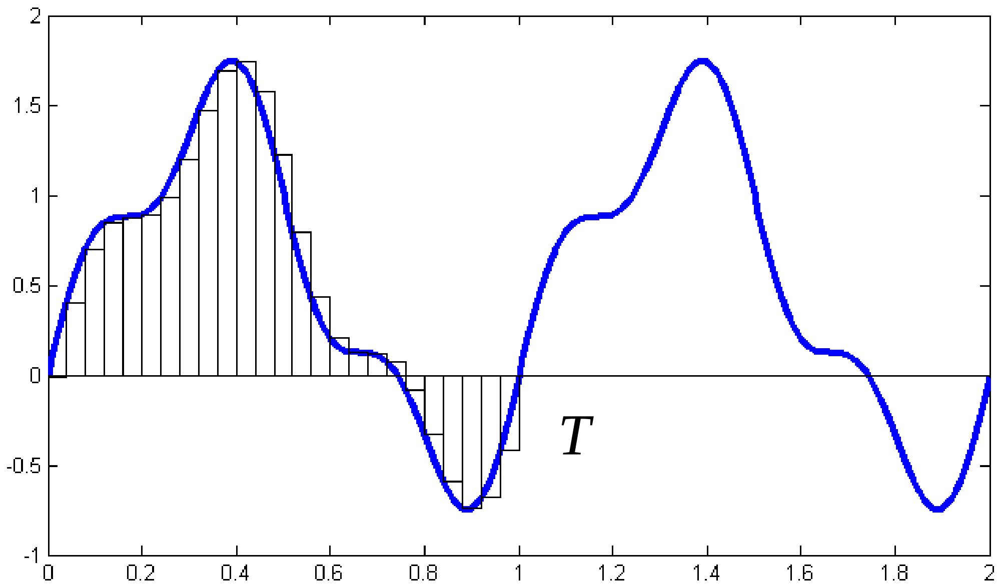
Prof. Gerardo Ceballos

Valor Medio


Casas
3
2
1
1
2
3
4
5
mes


Casas
3
2
1
1
2
3
4
5
mes

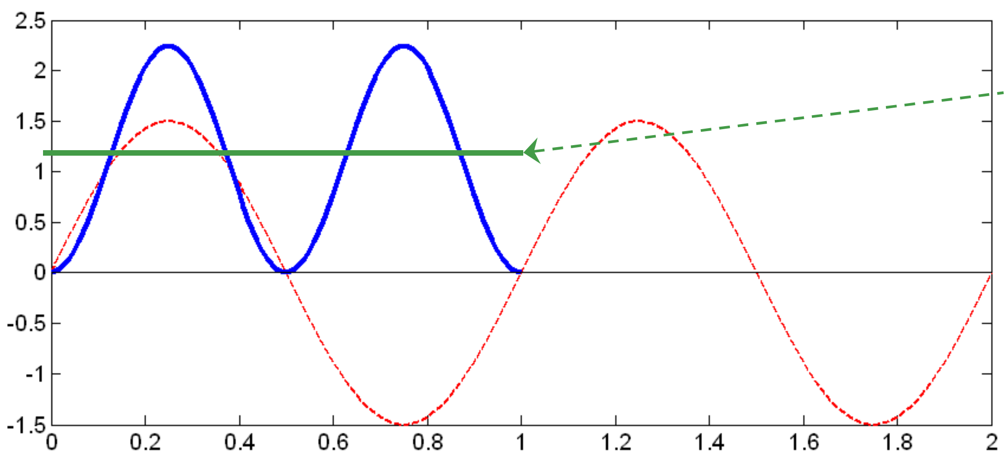

N
S
Current I
Restoring spring



$$\text{Promedio} = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} f(t)dt$$

Valor constante equivalente

Potencia en una resistencia: $p(t) = v(t)i(t) = i(t)^2 R = \dfrac{v(t)^2}{R}$

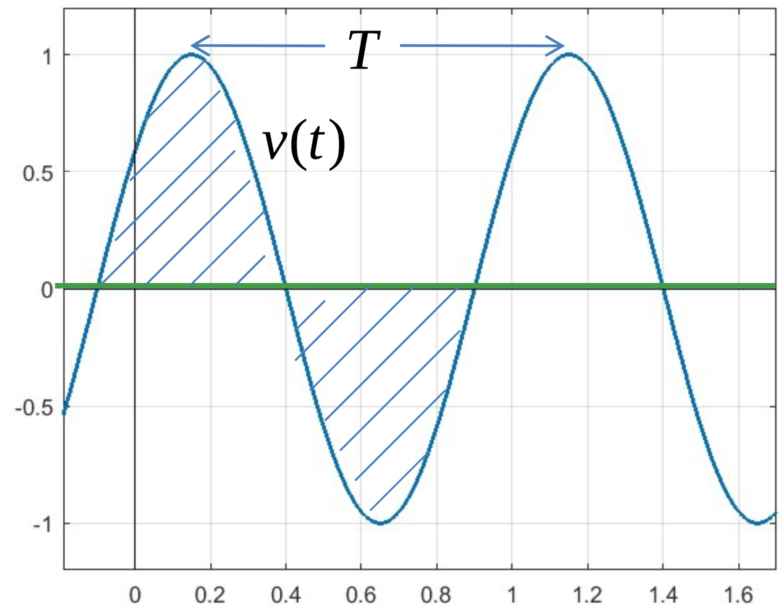


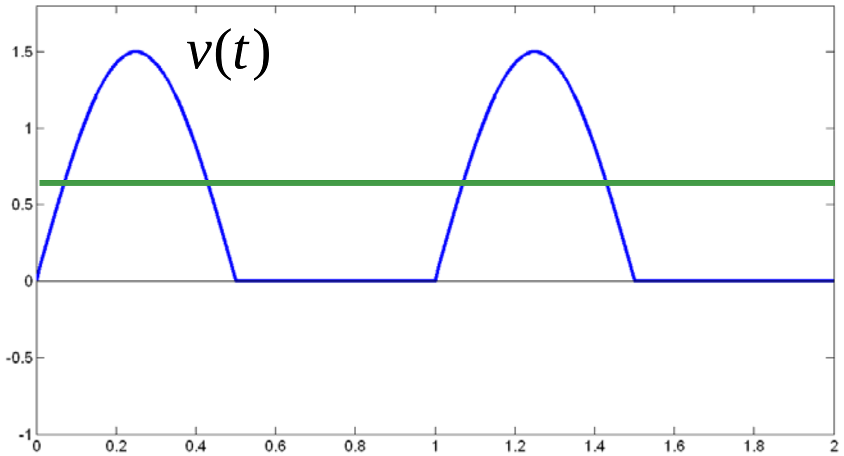
$$\mathrm{P}_{\mathrm{media}} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} p(t)dt$$

Potencia constante que entrega la misma energía en un período que la que entrega p(t)

¿Valor medio de un voltaje o una corriente sinusoidal?

$$\mathrm{V}_{\mathrm{med}} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt = 0$$





$$\mathrm{V}_{\mathrm{med}} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt \neq 0$$

Valor rms

- ¿Qué corriente constante ocasionaría esa potencia constante en una R?

$$P_{media} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 R dt = I_{rms}^2 R \quad \Rightarrow \quad I_{rms}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 dt$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 dt} \quad [A] \qquad V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2 dt} \quad [V]$$

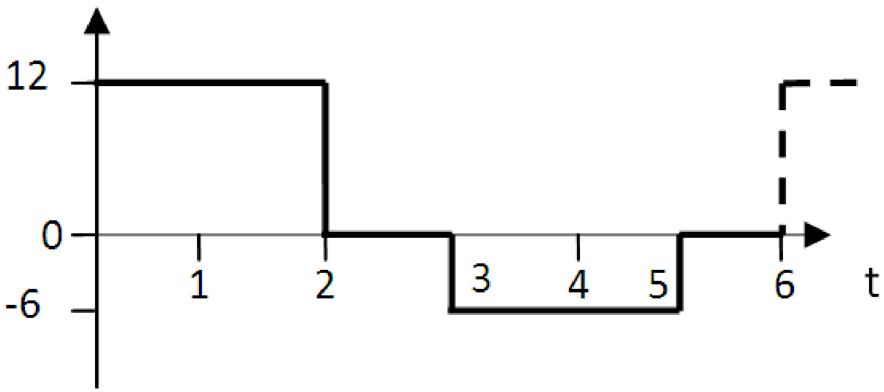
rms:
root mean square

Raiz cuadrático medio

Valor medido por los amperímetros y voltímetros

Especial para calcular la potencia media de manera directa como si estuviéramos trabajando en DC

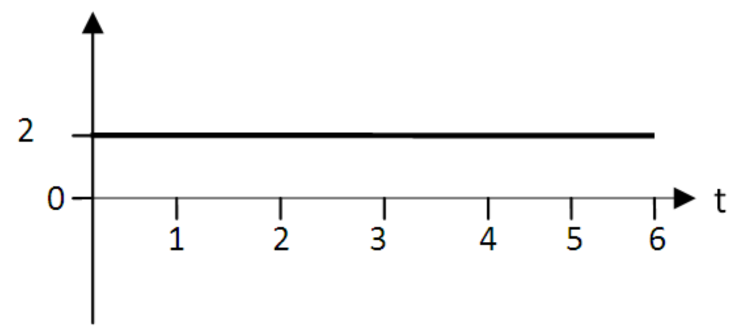
Ejemplo



Valor medio:

$$V_m = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{1}{6}\left[\int_0^2 12dt + \int_3^5 (-6)dt\right]$$

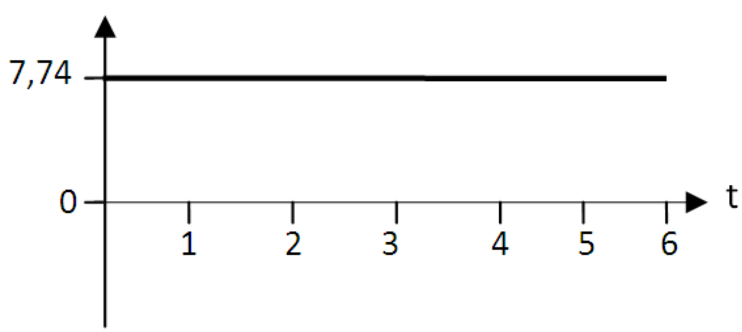
$$= \frac{1}{6}[24-12] = 2$$



Valor eficaz o rms:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{6}\left[\int_0^2 12^2 dt + \int_3^5 (-6)^2 dt\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6}[288+72]} = 7,746$$



Estos conceptos en corriente alterna

$$i(t) = I_m Cos(\omega t + \varphi)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [I_m Cos(\omega t + \varphi)]^2 dt}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T}\int_0^T [Cos(\omega t + \varphi)]^2 dt}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}[Cos\{2(\omega t + \varphi)\} + 1]^2 dt}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T}T} \Rightarrow \boxed{I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}} \quad \boxed{V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}}$$

$$Cos(x \pm y) = CosxCosy \mp SenxSeny$$

$$Cos(2x) = Cos^2 x - Sen^2 x$$

$$Cos(2x) = 1 - 2Sen^2 x$$

$$Cos(2x) = -1 + 2Cos^2 x$$

$$Cos^2 x = \frac{1}{2}[Cos(2x) - 1]$$

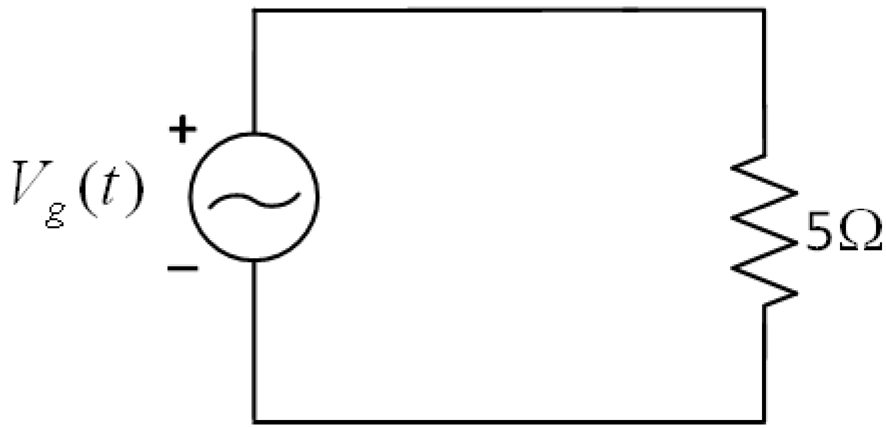
Factor de forma en señales sinusoidales

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Solo para señales sinusoidales

$$\boxed{I_{rms} = 0{,}707 I_m} \quad \boxed{V_{rms} = 0{,}707 V_m}$$

Ejemplo:



$$V_g(t) = 10Cos(t)$$

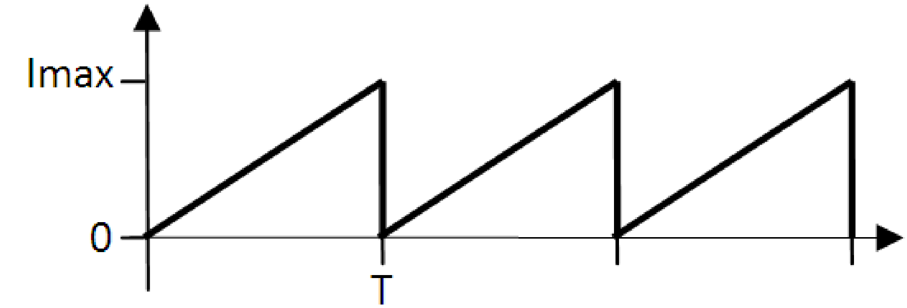
Potencia media disipada por R?

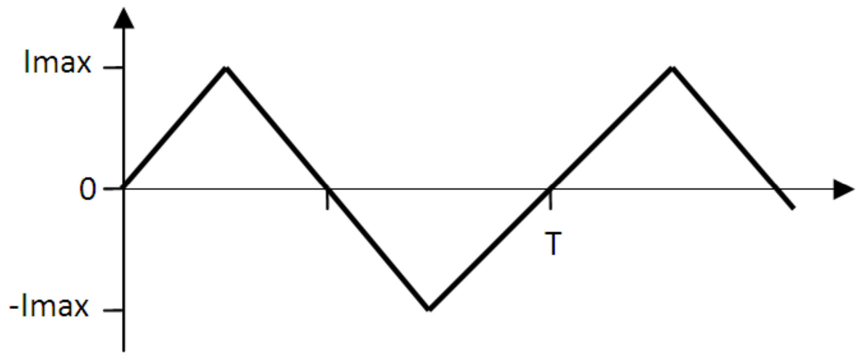
$$P_{med} = \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{5} = 10W$$

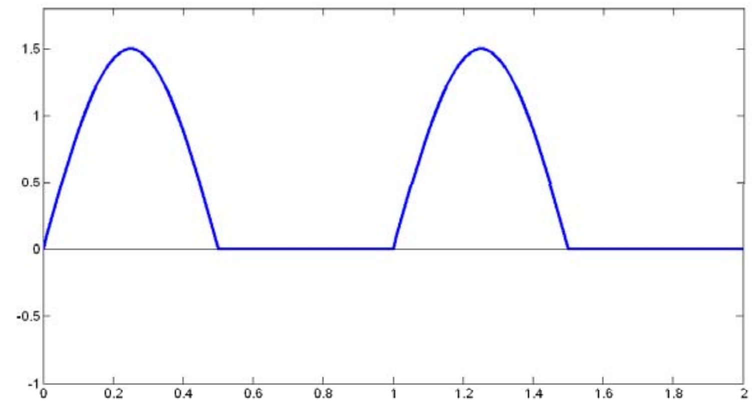
$$P_{med} = I_{rms}^2 R = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms} V_{rms} = I_{ef} V_{ef}$$

Ejercicios:

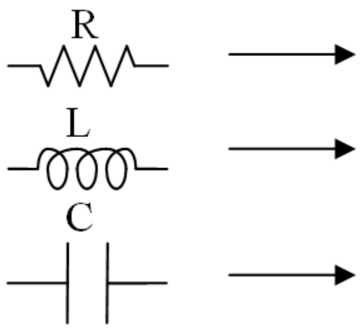
Hallar el valor rms, el valor medio y factor de forma (o escala)







Potencia compleja en una impedancia

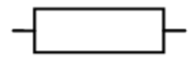


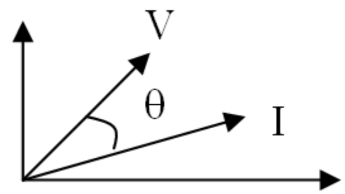
$\theta = 0^{o}$

$\theta = 90^{o}$

$\theta = -90^{o}$

$Z = |Z|\angle\theta$





$$Cos(\alpha - \beta) = Cos(\alpha).Cos(\beta) + Sen(\alpha).Sen(\beta)$$

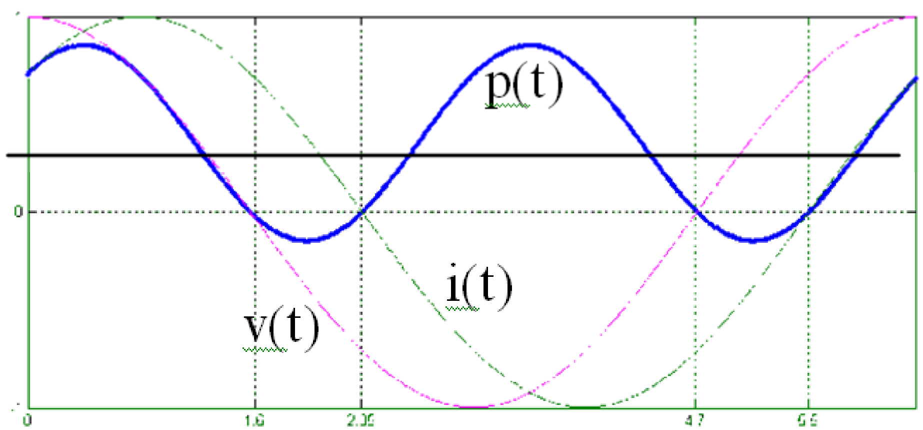
$$Sen(2\alpha) = 2Sen(\alpha).Cos(\alpha)$$

$$Cos(\alpha)Cos(\beta) = \frac{Cos(\alpha - \beta) + Cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$p(t) = VmCos(\omega t)\,\mathrm{Im}\,Cos(\omega t - \theta) = Vm\,\mathrm{Im}\frac{1}{2}\left[Cos(\omega t - \omega t + \theta) + Cos(\omega t + \omega t - \theta)\right]$$

$$p(t) = \frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2}\left[Cos(2\omega t - \theta) + Cos(\theta)\right] = V_{ef}I_{ef}\left[Cos(2\omega t - \theta) + Cos(\theta)\right]$$

$$P_{med} = V_{ef}I_{ef}Cos(\theta)$$



Pero también:

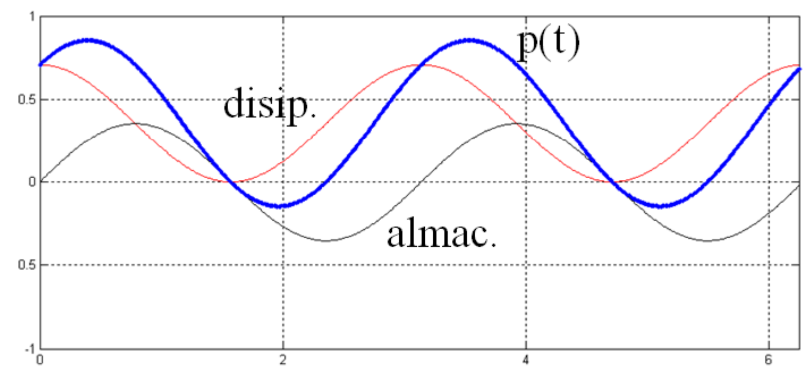
$$Cos(\alpha-\beta)=Cos(\alpha).Cos(\beta)+Sen(\alpha).Sen(\beta)$$
$$Sen(2\alpha)=2Sen(\alpha).Cos(\alpha)$$
$$Cos(\alpha)Cos(\beta)=\frac{Cos(\alpha-\beta)+Cos(\alpha+\beta)}{2}$$

$$p(t)=VmCos(\omega t)\,\mathrm{Im}\,Cos(\omega t-\theta)$$

$$p(t)=Vm\,\mathrm{Im}\,Cos(\omega t)[Cos(\omega t)Cos(\theta)+Sen(\omega t)Sen(\theta)]$$

$$p(t)=Vm\,\mathrm{Im}\,Cos^2(\omega t)Cos(\theta)+Vm\,\mathrm{Im}\,Cos(\omega t)Sen(\omega t)Sen(\theta)$$

$$p(t)=\underbrace{Vm\,\mathrm{Im}\,Cos^2(\omega t)Cos(\theta)}_{\text{Potencia disipada}}+\underbrace{\frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2}Sen(2\omega t)Sen(\theta)}_{\text{Potencia almacenada}}$$



Potencia media (*activa*):

$$P=\frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2}Cos(\theta)=V_{ef}I_{ef}Cos(\theta)$$ [VA activos] ó vatios [w]

Potencia máxima almacenada (*reactiva*):

$$Q=\frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2}Sen(\theta)=V_{ef}I_{ef}Sen(\theta)$$ [VA reactivos]

INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MÉRIDA VENEZUELA

INGENIERIA ELECTRICA ULA

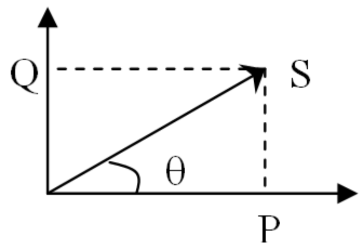
Potencia media (*activa*):

$$P = \frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2} Cos(\theta) = V_{ef} I_{ef} Cos(\theta)$$ [VA activos] ó vatios [w]

Potencia máxima almacenada (*reactiva*):

$$Q = \frac{Vm\,\mathrm{Im}}{2} Sen(\theta) = V_{ef} I_{ef} Sen(\theta)$$ [VA reactivos]

Potencia compleja: $\hat{S} = P + Qj$



$$\boxed{\hat{S} = \hat{V}_{ef}\hat{I}_{ef}^{*}} \Rightarrow \boxed{\hat{S} = \left|I_{ef}\right|^{2} Z} \quad \boxed{\hat{S} = \left|V_{ef}\right|^{2} Y^{*}}$$

Potencia aparente: $|S| = |V_{ef}||I_{ef}| = P_{ap}$ [VA]

Factor de Potencia: $\mathrm{fp} = Cos(\theta)$

fp en *atraso* (I vs V) ⇒ $\theta > 0$ ⇒ Inductiva

fp en *adelanto* (I vs V) ⇒ $\theta < 0$ ⇒ Capacitiva

Balance de energía: se mantiene el balance de potencia compleja

$$\sum \hat{S}_{entregada} = \sum \hat{S}_{recibida}$$

Superposición: La potencia media total en una impedancia NO es la suma de las potencias medias debidas a cada fuente si ellas tienen la misma frecuencia (si son de distintas frecuencias SI)

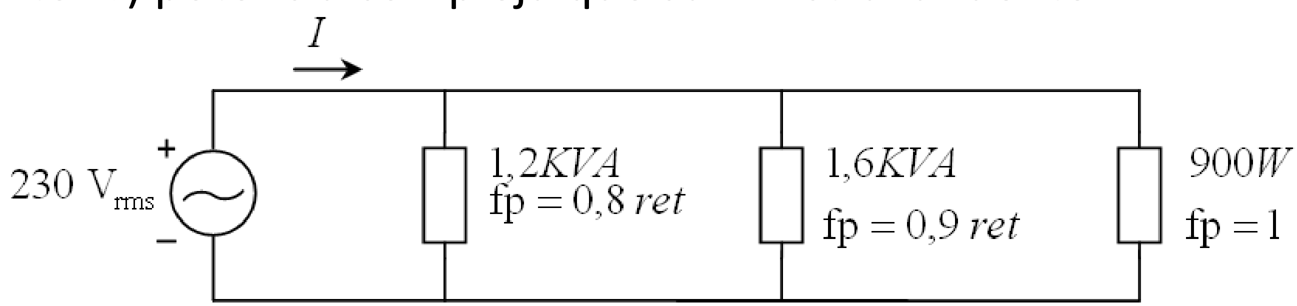
En DC tampoco se cumple superposición en la suma de las potencias medias

$$I_1^2 R + I_2^2 R \neq \left(I_1 + I_2\right)^2 R$$

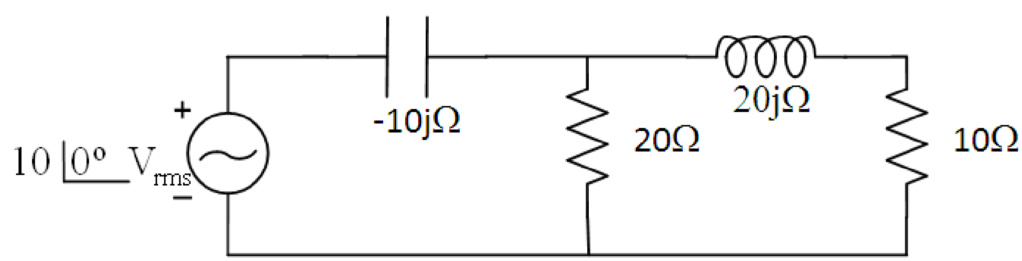
Ejercicios:

1-Obtenga la potencia compleja entregada a una carga que consume a)500VA a un fp de 0,75 adelantado. B) 500W a un factor de potencia de 0,75 adelantado. C)-500VAR a un fp de 0,75.

2-Halle a) Amplitud de la corriente indicada. B) fp al que opera la fuente. C) potencia compleja que suministra la fuente



3-Determinar la potencia compleja que absorbe cada uno de los elementos del circuito.



Ejercicios:

4-Una impedancia capacitiva Z_C=-j120 Ω está en paralelo con una carga Z_L. A la combinación paralelo la alimenta una fuente $V_S = 400\angle 0^o \ V_{rms}$ que genera una potencia compleja de 1,6+j0,5 KVA. Determine a) la potencia que se entrega a Z_C. B) el fp de Z_L. C) el fp de la fuente.

5- La carga de la figura consume 10KVA a un fp=0,8 retrasado. Si $|I_L|$=40 A_{rms}. ¿Cuál debe ser el valor de C para ocasionar que la fuente funcione con un fp=0,9 retrasado?