

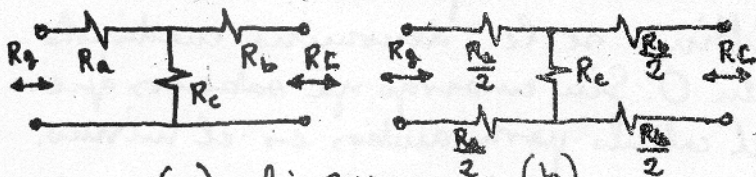
2-13.- Atenuadores.- Un atenuador es un cuadripolo destinado a producir una deseada pérdida de transmisión entre dos impedancias resistivas  $R_g$  y  $R_c$ , la primera de un generador y la segunda una carga. Por tal motivo los atenuadores son siempre resistivos, lo que les da además la propiedad de ser en todo momento independientes de la freq. Al mismo tiempo los atenuadores están adaptados a las mencionadas impedancias, lo que implica que sus impedancias imagen sean

$$Z_{i1} = R_g \quad \text{y} \quad Z_{i2} = R_c \quad (2-13-1)$$

La pérdida (relación de potencia de entrada a potencia de salida) puede medirse en nepers, expresándolos con  $\alpha$ , o en decibelios expresándolos entonces con  $a$  y como sabemos es  $a = 8.686 \alpha$ .

La primera clasificación que hacemos de los atenuadores es, fijos y variables. Los primeros son los que han sido diseñados para una atenuación sola, previamente establecida. Y los segundos son los que permiten variar dicha atenuación, mediante variaciones continuas o discretas.

2-14) Atenuadores fijos.- Su estructura puede ser en T o en  $\Pi$ .



(a) fig 2-14-1

(b)

Además pueden ser balanceados o no balanceados. Así la fig 2-14-1a nos muestra una T no balanceada, mientras que la (b) es balanceada. Sin embargo, para ambos casos el cálculo es el mismo, por eso no tenemos que especificar ninguna otra distinción sobre ellos. La T balanceada se llama H.

a) atenuador en T.- Suponiendo como datos  $R_g$ ,  $R_c$  y  $\alpha$  (ninos dan  $\alpha$ , tenemos  $\alpha = 0.115a$ ), recordando las ec. (2-13-1) y que ahora es  $\gamma = \alpha$ , podemos acudir a las ec. del libro Circuitos Eléctricos 2ª parte, que nos dan directamente

$$R_c = \frac{\sqrt{R_g R_L}}{\text{sh } \alpha} ; R_a = R_g \text{cth } \alpha - R_c ; R_b = R_L \text{cth } \alpha - R_c \quad (2-14-1)$$

de ellas deducimos

$$\frac{R_a}{R_g} \text{sh } \alpha = \text{ch } \alpha - \sqrt{\frac{R_L}{R_g}} \geq 0 \quad \text{y} \quad \frac{R_b}{R_L} \text{sh } \alpha = \text{ch } \alpha - \sqrt{\frac{R_g}{R_L}} \geq 0 \quad (2-14-2)$$

lo que nos indica que debe ser

$$\text{ch } \alpha \geq \sqrt{\frac{R_g}{R_L}} \quad \text{y} \quad \text{ch } \alpha \geq \sqrt{\frac{R_L}{R_g}} \quad (2-14-3)$$

o lo que es lo mismo, que la atenuación impuesta tiene un valor mín  $\alpha_m$  dado por

$$\left. \begin{aligned} \text{ch } \alpha_m &= \sqrt{\frac{R_g}{R_L}} \quad \text{si } R_g > R_L \\ \text{ch } \alpha_m &= \sqrt{\frac{R_L}{R_g}} \quad \text{si } R_L > R_g \end{aligned} \right\} \quad (2-14-4)$$

En el 1° de los casos se hace  $R_b = 0$  y en el 2° es  $R_a = 0$ . Únicamente si es  $R_g = R_L = R_0$  la atenuación puede tener cualquier valor.

b) Atenuadores en  $\Pi$ . - La fig (2-14-2) nos muestra los cuadripolos en  $\Pi$ ,

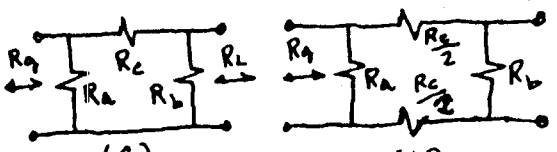


fig 2-14-2 (a) (b)

no balanceados y balanceados. a éste último se le denomina cuadripolo en O. Sin embargo ya sabemos que el cálculo para ambos es el mismo.

Y si tomamos como datos  $R_g, R_L$  y  $\alpha$ , acudiendo a las ec. (5-8-6) (5-8-7) y (5-8-8) obtenemos

$$R_c = \sqrt{R_g R_L} \text{sh } \alpha ; R_a = \frac{R_c}{\sqrt{\frac{R_L}{R_g}} \text{ch } \alpha - 1} ; R_b = \frac{R_c}{\sqrt{\frac{R_g}{R_L}} \text{ch } \alpha - 1} \quad (2-14-5)$$

Y aquí observamos que se tienen que cumplir también las condiciones (2-14-3) pudiendo imponer una atenuación mínima  $\alpha_m$  dada igualmente por las expresiones (2-14-4). Mas ahora si es  $R_g > R_L$  al imponer  $\alpha_m$  se hace  $R_a = \infty$  y si es  $R_L = R_g$  será  $R_b = \infty$ , pero como dichas resistencias van en paralelo, eso implica que el cuadripolo

se sigue convirtiendo a cuadripolo en L y el elemento en paralelo se mantiene por el lado en que la resistencia sea menor y todo esto coincide con lo dicho al hablar de la T

c) Atenuadores en L, de atenuación mínima. - Llamaremos

$$n = \begin{cases} \frac{R_g}{R_L} & \text{si } R_g > R_L \\ \frac{R_L}{R_g} & \text{si } R_L > R_g \end{cases} \quad \text{pero} \quad \text{ch}\alpha_m = \sqrt{n} \quad (2-14-6) \quad \text{y sera } \text{ch}\alpha_m = \sqrt{n} \quad (2-14-7)$$

$$\text{ch}\alpha_m = \frac{e^{\alpha_m} + e^{-\alpha_m}}{2} \quad \text{de donde}$$

obtenemos  $\alpha_m = \lg_e(\sqrt{n} + \sqrt{n-1})$  nepers } (2-14-8)

$\alpha_m = 20 \lg_{10}(\sqrt{n} + \sqrt{n-1})$  db

también  $\text{sh}\alpha = \sqrt{\text{ch}\alpha - 1} = \sqrt{n-1}$  (2-14-8)

Y para el calculo de los elementos de la L podemos partir

$R_g >$  este caso

$$R_c = \frac{\sqrt{R_g R_L}}{\text{sh}\alpha_m} = \frac{\sqrt{R_g R_L}}{\sqrt{\frac{R_g}{R_L} - 1}} = R_L \sqrt{\frac{R_g}{R_g - R_L}} \quad (2-14-9)$$

$$R_a = R_g \text{th}\alpha_m = R_c = R_g \sqrt{\frac{R_g}{R_g - R_L}} - R_L \sqrt{\frac{R_g}{R_g - R_L}} = \sqrt{R_g(R_g - R_L)}$$

2º)  $R_L > R_g$ , ahora  $R_a = 0$  y por analogía

$$R_c = R_g \sqrt{\frac{R_L}{R_L - R_g}} \quad \text{y} \quad R_b = \sqrt{R_L(R_L - R_g)} \quad (2-14-10)$$

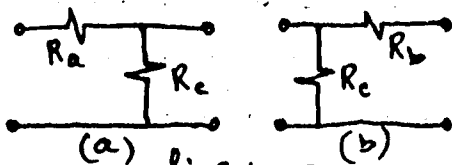


fig 2-14-3

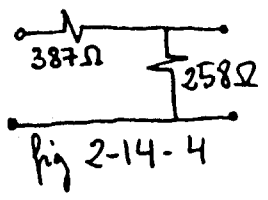
Sus estructuras respectivas son las mostradas en la fig (2-14-3)

Ejemplo: Diseñar un adaptada, de mín. pérdida para adaptar un generador de  $500\Omega$

a una carga de  $200\Omega$  y determinar dicha pérdida.

Solucion: Por ser  $R_g > R_L$  estamos en el caso 1°, luego será

$$R_c = 200 \sqrt{\frac{500}{500-200}} = 200 \sqrt{\frac{5}{3}} = 258 \Omega \quad \text{y} \quad R_a = \sqrt{500 \times 300} = 387 \Omega$$



En cuanto a la pérdida tenemos  

$$a = 20 \lg \left( \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \right) = 20 \lg 2.81 = 8.96 \text{ db}$$

2-15) Efectos de la variación de carga, en la entrada del atenuador.-

Suponemos que un atenuador ha sido diseñado para las impedancias  $R_g, R_L$  y la atenuación  $\alpha$ . Por ello, la carga debe ser  $Z_L = R_L$ . Sin embargo por muy diversos motivos, puede ocurrir que se vea un cambio de carga, siendo este

$$\Delta Z_L = Z_L - R_L \quad (2-15-1)$$

y un cambio relativo

$$\Delta_L = \frac{\Delta Z_L}{R_L} \quad (2-15-2)$$

Por tal motivo se creará también un cambio en la impedancia de entrada, que será

$$\Delta Z_1 = Z_1 - R_g \quad (2-15-3)$$

con valor relativo

$$\Delta_1 = \frac{\Delta Z_1}{R_g} \quad (2-15-4)$$

Me la impedancia de entrada en función de  $R_g, R_L, \alpha$  y  $Z_L$

es 
$$Z_1 = R_g \frac{R_L \text{sh} \alpha + Z_L \text{ch} \alpha}{R_L \text{ch} \alpha + Z_L \text{sh} \alpha} \quad (2-15-5)$$
 y dividiendo los dos miembros por  $R_g$  y el numerador y denominador del segundo por  $R_L$  obtenemos, teniendo en cuenta las expresiones anteriores

$$1 + \Delta_1 = \frac{\text{sh} \alpha + (1 + \Delta_L) \text{ch} \alpha}{\text{ch} \alpha + (1 + \Delta_L) \text{sh} \alpha} \quad (2-15-6) \text{ de donde llegamos a}$$

$$\Delta_1 = \Delta_L \frac{1 - \text{th} \alpha}{1 + (1 + \Delta_L) \text{th} \alpha} \quad (2-15-7) \text{ que es la expresión general}$$

que nos relaciona las variaciones relativas de las impedancias de entrada y de carga, con la conste. de atenuación, por lo que conocidos dos de dichos valores, podremos mediante dicha ec.

encontrar el tercer valor.

No obstante deberemos tener en cuenta, que así como  $R_0, R_L$  y  $d$  son números reales,  $\Delta_1$  y  $\Delta_L$  pueden ser números complejos, pues si por ejemplo era  $R_L = 200\Omega$  y en cambio la carga es  $Z_L = 250 - 100j$ , mediante las fórmulas (2-15-1) y (2-15-2) obtenemos  $\Delta_L = 0.25 - 0.15j$  y al aplicarlo a la expresión (2-15-7) surgirá también  $\Delta_1$  complejo.

Existen casos particulares con variaciones de interés, que son los siguientes:

a) La salida en cortocircuito.

En este caso es  $Z_L = 0$  lo que implica  $\Delta_L = -1$ , por lo que tenemos  $\Delta_{sc} = -(1 - th\alpha)$  (2-15-8)

b) La salida en circuito abierto.

Ahora es  $Z_L = \infty$  y  $\Delta_L = \infty$ , por ello es

$$\Delta_{oa} = \frac{1 - th\alpha}{th\alpha} \quad (2-15-9)$$

c)  $\Delta_L \ll 1$  podemos considerar

$$\Delta_1 \approx \Delta_L \frac{1 - th\alpha}{1 + th\alpha} \quad (2-15-10)$$

A continuación debemos ver que es  $\left\{ \begin{matrix} 0 \leq \alpha < \infty \\ 0 \leq th\alpha < 1 \end{matrix} \right\}$  (2-15-11)

Además si  $\alpha \geq 2.65$  es  $th\alpha > 0.99$

Por eso es  $\Delta_{sc} < 0$  lo que indica que disminuye y  $\Delta_{oa} > 0$  " " " " aumenta

pero también es  $\Delta_{oa} > |\Delta_{sc}|$  (2-15-11) lo que nos indica que la mayor variación surge al dejar la salida en circuito abierto.

Masses  $\alpha > 2.65$  podemos estimar  $1 - th\alpha \approx 2e^{-\alpha} < 0.01$  (2-15-12) por eso para  $\alpha \geq .65$  se considera

$$|\Delta_{sc}| \approx |\Delta_{sa}| \approx 2e^{-2\alpha} \quad (2-15-13)$$

22

para el caso  $\underline{c}$   $\Delta_1 \approx \Delta_L e^{-2\alpha} \quad (2-15-14)$

y para el caso general, de la fórmula (2-15-7)

$$\Delta_1 \approx \frac{2\Delta_L}{2+\Delta_L} e^{-2\alpha} \quad (2-15-15)$$

Veamos ahora algunos ejemplos:

1) Un atenuador ha sido diseñado con  $R_g = 200 \Omega$ ;  $R_L = 100 \Omega$  y  $\alpha = 0.55$  nepers y se le coloca una carga de  $Z_L = 200 + j200 \Omega$ . Determinar, la variación relativa de la impedancia de entrada y el valor de dicha impedancia.

Sol:  $\Delta Z_L = Z_L - R_L = 100(1+2j)$  y  $\Delta_L = 1+2j$   
 así como  $\text{th } \alpha = 0.5$ , por lo tanto aplicando la ec. (2-15-7) es

$$\Delta_1 = \frac{0.5(1+2j)}{1+(1+2j) \cdot 0.5} = \frac{0.5(1+2j)}{2+j} = 0.1(4-3j)$$

y  $\Delta Z_1 = \Delta_1 \cdot R_g = 20(4-3j)$ ; luego  $Z_1 = R_g + \Delta Z_1 = 280 - 60j$

2) Repetir el problema anterior suponiendo que es  $\alpha = 3.8$

Sol: Ahora es  $\alpha > 2.65$ , por ello podemos usar la fórmula (2-15-15)

y así tenemos  $\Delta_1 = 2 \frac{1+2j}{3+2j} e^{-7.6} = \frac{10^{-3}}{13} (7+4j) = (0.538 + 0.308j) \cdot 10^{-3}$

por lo que  $\Delta Z_1 = 0.1076 + 0.616j$  y  $Z_1 = 200.1076 + 0.616j$

Por este último ejemplo nos podemos dar cuenta de la gran tolerancia que tiene la impedancia de entrada ante las variaciones de la carga, al ser  $\alpha > 2.65$ .

Esto tiene una gran importancia ante aquellos casos en los que interesa que las variaciones de la carga, no afecten al paso anterior, más que en un determinado tanto por ciento. El conocimiento de dicho tanto por ciento nos permitiría encontrar la mín.

atenuación que debe tener un atenuador que se insertará entre dicho paso y su carga. Veamos un ejemplo:

Un oscilador está sujeto a variaciones de freq. cuando varía la carga y está diseñado para trabajar con una carga propia de  $50\Omega$ , pero hay que adaptarlo a una carga nominal de  $200\Omega$ . Diseñar un atenuador en T para satisfacer la adaptación nominal de impedancias de tal modo que la verdadera carga del oscilador no se aparte mas del 5% de su carga nominal

Sol: La carga nominal del oscilador es  $R_{L_0} = 50\Omega$   
por eso su variación max. puede ser  $\Delta R_{L_0} = 2.5\Omega$

Mas visto el oscilador desde el atenuador, dicha impedancia nominal es  $R_g$  del atenuador, por eso tenemos

$$\Delta_1 = \frac{\Delta Z_1}{R_g} = \frac{2.5}{50} = 0.05$$

Ahora como sabemos que la max. variación se produce al quedar el atenuador en cto abierto emplearemos la fórmula (2-15-9) para encontrar  $th\alpha$

y así tenemos  $0.05 = \frac{1 - th\alpha}{th\alpha}$  de donde  $th\alpha = \frac{1}{1.05} = 0.951$

$$\alpha = 1.84 \text{ nper} \quad \text{y} \quad sh\alpha = 3.07$$

Por eso aplicando ahora las fórmulas (2-14-1) tenemos

$$R_c = \frac{\sqrt{200 \cdot 50}}{3.07} = 32.6\Omega$$

$$R_a = 50 \cdot 1.05 - 32.6 = 19.9\Omega \quad \text{y} \quad R_b = 200 \cdot 1.05 - 32.6 = 177.4\Omega$$

Todo lo que hemos dicho de la variación de la impedancia de entrada  $Z_1$  al variar la de carga  $Z_L$ , puede aplicarse también a la variación de la impedancia de salida  $Z_2$  al variar la impedancia del generador  $Z_g$ . A la variación relativa de la salida la denominaremos  $\Delta_2 = \frac{\Delta Z_2}{R_L}$  (2-15-16) y al incremento de la imp. del generador  $\Delta_g = \frac{\Delta Z_g}{R_g}$  (2-15-17)

Si varían  $Z_g$  o  $Z_L$  de su valor nominal  $R_g$  y  $R_L$ , el atenuador no produce ya la atenuación  $\alpha$  paralela que ha sido calculado, sino que esta aumentará, por aparecer ahora pérdidas de reflexión y de interacción. La atenuación puede calcularse ahora a través de las fórmulas (2-7-16) de pérdida de transmisión.

2-16) Atemadores variables. - Son estructuras resistivas que introducen una atenuación variable sin variar sus impedancias de entrada y salida.

Consideraremos algunas estructuras que gozan de esta propiedad.

a) Atemador simétrico en celosía. - Su estructura está mostrada

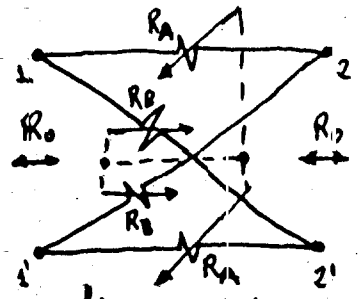


fig 2-16-1

en la fig(2-16-1) y en ella existe una impedancia característica  $R_o$  y una atenuación  $\alpha$ . Además se verifica en todo momento la condición  $R_A \cdot R_B = R_o^2$  (2-16-1)

Y luego según las ec. (5-11-1) y (5-11-2) del tomo II es

$$R_o = \sqrt{R_A \cdot R_B} \quad \text{y} \quad th \alpha = \frac{2R_o}{R_A + R_B} \quad (2-16-2)$$

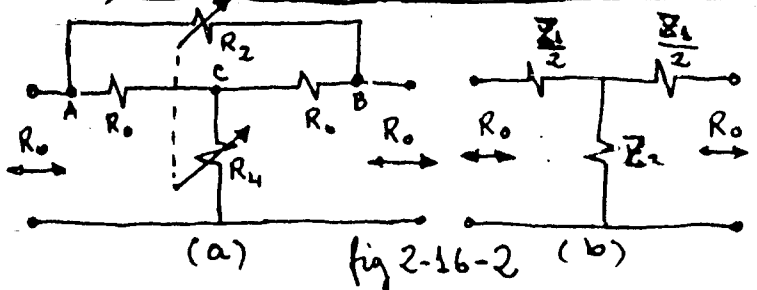
Así podemos ver que al existir la condición (2-16-1) se mantendrá constante la impedancia característica.

Más si multiplicamos a  $th \alpha$  por  $R_A$  numerador y denominador

tendremos  $th \alpha = \frac{2R_o R_A}{R_o^2 + R_A^2}$  (2-6-3)

También es  $R_A = R_o th \frac{\alpha}{2}$  y en esta expresión vemos que si varía  $R_A$  entre 0 y  $R_o$  (o  $R_o$  entre  $\infty$  y  $R_o$ ),  $th \alpha$  varía entre 0 y 1 lo que indica que la atenuación  $\alpha$  variará entre 0 e  $\infty$ , es decir que podemos obtener cualquier atenuación, como deseábamos.

b) Atemador simétrico de T-shuntada. - Posee una estructura



(a) fig 2-16-2 (b)

como la indicada en la fig (2-16-2-a). Las resistencias fijas son de valor  $R_o$  igual a la impedancia característica.

Las resistencias variables  $R_2$  y  $R_4$  verifican  $R_2 R_4 = R_o^2$  (2-16-4)

Podemos transformar el triángulo ABC en estrella para hallar





avanza el cursor de entrada, hacia la izquierda, se van cerrando los puentes  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ , y pueden entrar en circuito un total de  $n+1$  atenuadores en T. El primero es simétrico, teniendo impedancias imagen  $R_g$  y  $R_L$  y atenuación  $\alpha$ , que cumple las condiciones (2-14-3), los demás son simétricos de impedancia característica  $R_g$  y atenuación  $\alpha$ . Por eso, cuando se ha cerrado hasta el puente  $P_k$ , la atenuación en decibelios es

$$A_k = 8.686(\alpha_0 + k \cdot \alpha) \text{ db} \quad (2-16-8)$$

si  $k=0$  sera  $A_0 = 8.686\alpha_0 \text{ db} \quad (2-16-9)$

Un caso de ser  $R_L = R_g$  no es necesario el primer atenuador y la atenuación es

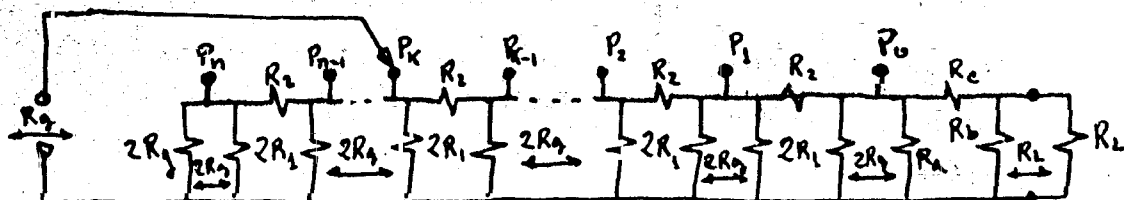
$$A_k = 8.686 \cdot k \cdot \alpha \text{ db} \quad (2-16-10)$$


fig 2-16-4

El de la fig (2-16-4) está constituido por  $n+1$  atenuadores en T en cascada, lo que varía aquí es el punto de contacto de entrada  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$ . El primero es también aritmético aunque con impedancias imagen  $2R_g$  y  $R_L$  y de atenuación  $\alpha$  cumpliendo las condiciones (2-14-3), pero además es en T, al igual que los demás, que son simétricos, con impedancia característica  $2R_g$  y atenuación  $\alpha$ . El último lleva su carga  $2R_g$

Ahora como la potencia se divide en la entrada un 50% hacia la izqda. y el otro 50% hacia la dcha. esto impone una pérdida de 3db, por eso cuando la entrada esta en el punto  $P_k$ , la atenuación en db es

$$A_k = 3 + 8.686(\alpha_0 + k \cdot \alpha) \text{ db} \quad (2-16-11)$$

y en  $P_0 \quad A_0 = 3 + 8.686\alpha_0 \text{ db} \quad (2-16-12)$

Como antes, si es  $R_g = R_L$  no es necesario el 1er atenuador y entonces es

$$A_k = 3 + 8.686k \cdot \alpha \text{ db} \quad (2-16-13)$$

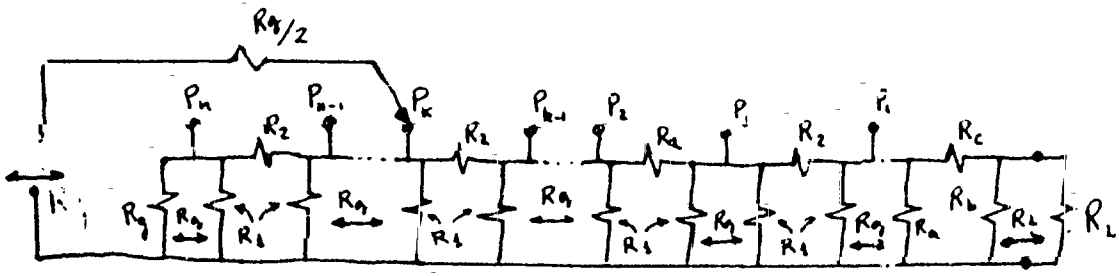


fig 2-16-5

Un atenuador muy análogo al anterior es el de la fig (2-16-5) en el que los cuadripolos simétricos tienen impedancia característica  $R_0$  en vez de  $2R_0$  y en serie a la entrada va un resistor de valor  $R_0/2$ , por ello es fácil ver que hacia la carga solo va un cuarto de potencia, lo que supone una pérdida de 6 db. de forma que la atenuación al estar la entrada en el punto  $P_k$  es

$$A_{Lk} = 6 + 8.686(\alpha_0 + k \cdot \alpha) \text{ db} \quad (2-16-14)$$

$$\text{en } P_0 \quad A_{L0} = 6 + 8.686 \alpha_0 \text{ db} \quad (2-16-15)$$

Y en ausencia del primer atenuador por ser  $R_L = R_0$  será

$$A_{Lk} = 6 + 8.686 \alpha \text{ db} \quad (2-16-16)$$

$$\text{y para } k=0 \quad A_{L0} = 6 \text{ db} \quad (2-16-17)$$

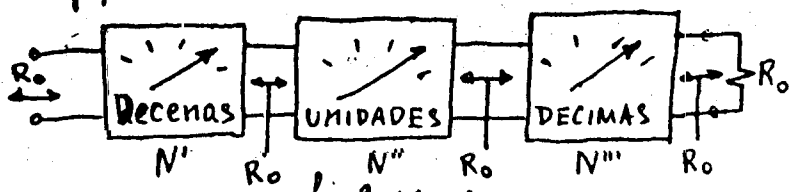


fig 2-16-6

Lo normal es que los atenuadores hayan sido diseñados para  $R_L = R_0 = R_0$  y para variar por décadas,

es decir, por ejemplo  $A_{Lk} = 10k \text{ db}$ ;  $A_{Lk} = k \text{ db}$  y  $A_{Lk} = 0.1k \text{ db}$  así conectados tres en cascada, como muestra la fig (2-6-6) tenemos una atenuación

$$A_{Lk} = A_{Lk1} + A_{Lk2} + A_{Lk3} = 10k_1 + k_2 + 0.1k_3 = k_1 k_2 k_3 \quad (2-16-18)$$

es decir si es  $k_1 = 4$ ,  $k_2 = 6$  y  $k_3 = 7$  tendremos una atenuación  $A_{Lk} = 46.7 \text{ db}$

Estos atenuadores pueden venir ya montados formando un solo equipo