

Primer Parcial de Control 1 (Servomecanismos)
Semestre B-2007 Fecha: 17.01.2008

1. (Valor: 1+3+2+2 = 8 puntos) Considere el sistema de masa-resorte-amortiguador, descrito por la ecuación de Van der Pol (véase las ec. 1 a 3), donde existe una relación no lineal para el término de amortiguamiento. El sistema es excitado (entrada u) a través de una señal oscilatoria $u = P \cos(\omega t)$:

$$m_c \ddot{x} - b(1 - x^2) \dot{x} + kx = P \cos(\omega t), \quad (\text{ec. 1})$$

$$y = x, \quad (\text{ec. 2})$$

$$x(0) = x_0; \dot{x}(0) = \dot{x}_0. \quad (\text{ec. 3})$$

donde:

x : distancia que se desplaza el cuerpo sólido de la posición de referencia (m);

m_c : masa del cuerpo (kg);

k : constante de elongación del resorte ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$);

b : coeficiente de amortiguamiento ($\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$);

P : amplitud constante de la señal oscilatoria de la entrada (N);

ω : frecuencia de la oscilación de entrada (rad).

Se desea: (a) transformar el sistema no lineal en un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden; (b) obtener una aproximación lineal del sistema mostrado, alrededor del punto de equilibrio paramétrico; (c) obtener la salida en variable compleja del sistema linealizado, $Y(s)$, para condiciones iniciales no nulas x_0 y \dot{x}_0 ; (d) obtener la función de transferencia del sistema linealizado ($x_0 = \dot{x}_0 = 0$). Ayuda: utilice aquí la expresión obtenida en (d).

2. (Valor: 5+2 = 7 puntos) Dado el sistema descrito por el conjunto de ecuaciones (ec. 4), determinar: (a) la respuesta temporal del vector de estados, $x(t)$; (b) la respuesta temporal de la salida, $y(t)$. Sírvase calcular la matriz de transición de estados del sistema. Asuma como entrada del sistema una función rampa $u(t) = \alpha t$, donde α es una constante. Considere, además, que $t_0 = 0$.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad (\text{ec. 4})$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}; \quad x_1(t_0) = 1; x_2(t_0) = 0.$$

3. (Valor: 5 puntos) Explique, muy clara y detalladamente, en qué consiste el problema de estudio que usted escogió para su proyecto. Esto es: funcionamiento del sistema, las variables y su significado, entradas y salidas, posibles perturbaciones, importancia de algunos parámetros en el modelo, suposiciones y/o simplificaciones que haya encontrado o hecho al mismo, utilidad y aplicaciones del modelo. Represente, a través de un diagrama de bloques, los elementos que conforman el sistema estudiado, sin hacer uso del modelo matemático del que dispone.