Universidad de Los Andes — 2º Re-evaluación CONTROL 1 — Septiembre 2009

Facultad de Ingeniería — Ingeniería de Sistemas — Semestre A-2009

NOTA: Todo cálculo que se requiera para justificar una parte de la prueba debe aparecer en las hojas de respuesta que usted entregará al profesor evaluador. Todas las operaciones matemáticas necesarias para resolver las preguntas de la prueba deben ser hechas "a mano" para que puedan ser tomadas en cuenta en la evaluación, pudiendo utilizar –según sea el caso- la calculadora solamente para chequear los resultados.

Primer problema:

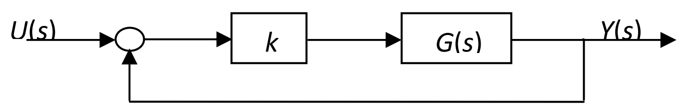
Se logró modelar un sistema mecánico oscilatorio, obteniéndose las ecuaciones de estado dadas en (ec. 1). Generalmente, dicho sistema se estudia ante entradas de tipo escalón unitario, por lo cual considere siempre que $u^* = 1$. La variable de estado $z(t)$ es real, tal que $0 < z(t) < \pi$.

$$\begin{aligned} &\dot{z}(t) - \cos[z(t)u(t)] = 0; \\ &y(t) = 2z(t)u(t); \qquad z(0) = \pi/4. \end{aligned} \qquad \text{(ec. 1)}$$

Responda las siguientes preguntas:

a. A partir del sistema lineal aproximado, obtenido alrededor del punto de operación dado, representado en variables de estado, **obtener** la función de transferencia de dicho sistema en lazo abierto. (2 puntos)

Ahora, considere una configuración en realimentación unitaria y negativa, como la mostrada en la figura adyacente. El parámetro *k* es una ganancia que se puede ajustar a fin de lograr que el sistema en lazo cerrado tenga ciertas características.



b. **Calcular** el error en estado estacionario. **Explique** cómo cambia el error en función de *k*. (2 puntos)

c. **Analizar** la estabilidad del sistema en lazo cerrado, en función de la ganancia *k*. Utilizar el criterio de Routh. (2 puntos)

d. (Solo para esta parte asuma *k*=1) **Calcular** el nuevo valor de *k* que se obtiene cuando se reduce en un 60% la constante de tiempo del sistema en lazo cerrado. **Explique** cómo cambia dicha constante de tiempo respecto del valor de *k*. (3 puntos)

e. ¿**Qué valor** debe tener *k* para que el sistema en lazo cerrado, ante una entrada escalón unitario, alcance el 98% de su valor final en un tiempo igual a 5s? (4 puntos)

Segundo problema:

El sistema no lineal dado por las ecuaciones (ec. 2) suele operar ante entrada de tipo escalón unitario ($u^* = 1$). Obtener una aproximación lineal alrededor del punto de operación, para la cual se pide:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = -4x_1 + u(t); \\ &\dot{x}_2(t) = 2x_1 - x_2 + 1{,}5u^2(t); \\ &y(t) = \tfrac{1}{3}x_2(t) + \tfrac{1}{4}u^2(t); \qquad x_1(0) = x_2(0) = 0. \end{aligned} \qquad \text{(ec. 2)}$$

a. **Hallar** una representación en forma canónica de Jordan, es decir, obtener la matriz de cambio de base así como cada una de las matrices del sistema equivalente. (Debe hacerlo "a mano"). (3 puntos)

b. **Hallar** la función de transferencia del sistema lineal, aplicando la Regla de Mason. (4 puntos)