Capítulo 3

Balances de materia

En los dos capítulos previos se han dado los aspectos fundamentales para realizar cálculos en ingeniería (sistemas de unidades, magnitudes físicas elementales, manejo de las ecuaciones dimensionales, entre otros) así como los fundamentos de la química general para un ingeniero. En este capítulo, se reunen todos los conocimientos previos para estudiar ahora procesos químicos industriales y sus variables, dentro del contexto de la ingeniería. Se comenzará por los aspectos básicos de los balances de materia, considerando tanto los casos de procesos estacionarios no reactivos como reactivos.

El contenido de este capítulo se apoya principalmente en las referencias bibliográficas más reconocidas del área: Felder y Rousseau (2004) y Himmelblau (1997).

3.1 Fundamentos del balance de materia

En primer lugar, recordemos algunas definiciones necesarias para introducir las operaciones o procesos unitarios.

Un **sistema** se puede entender como un conjunto de componentes que actúan de manera conjunta a fin de cumplir con cierto(s) objetivo(s). No necesariamente se limita a objetivos meramente físicos, sino que puede aplicarse a fenómenos dinámicos abstractos pertenecientes a otras áreas del conocimiento (economía, biología, antropología,...).

Un **proceso** se puede definir, según el diccionario, como una operación o conjunto de operaciones que se suceden unos a otros de modo relativamente fijo, y que producen un resultado final. Se puede hablar de procesos biológicos, económicos, físicos, químicos, entre otros.

Cuando se estudia un sistema, o una porción de un sistema, es imprescindible establecer la **frontera del sistema**. Dependiendo del proceso (o procesos) a ser analizados, habrá que delimitar hasta donde una unidad o parte pertenece o no al sistema objeto de estudio. Al delimitar el objeto de estudio, es posible formular las estrategias de análisis y resolución del problema planteado. Toda parte o componente que no pertenece al sistema en estudio (que está fuera de la frontera del sistema) se considera parte de los **alrededores** o del **entorno**.

Un sistema se considera **abierto** cuando se transfiere materia por la frontera del sistema; es decir, que entra materia del entorno al sistema o sale materia del sistema hacia el entorno, o ambas cosas. Un sistema es **cerrado** cuando no tiene lugar una transferencia semejante de materia, durante el intervalo de tiempo en el que se estudia el sistema.

Un balance de materia es simplemente la aplicación de la Ley de conservación de la masa: "*La materia no se crea ni se destruye*". En un proceso químico, en particular, no es más que el conteo o inventario de cuánto entra, sale y se usa de cada componente químico que inteviene en cada proceso. Se podría traducir la ley de conservación de la masa, para este caso, como sigue: *El total de la masa que entra a un proceso o unidad es igual al total de la masa que sale de esa unidad*. Obsérvese que se hace referencia a la **masa** y no a la cantidad de materia (medida en moles) ni a cualquier otra relación física de los componentes (volumen, área,...).

Los balances de materia se aplican a cualquier sistema al que se le hayan definido sus fronteras, no importa si su naturaleza es física, química o abstracta. Son una de las herramientas básicas de análisis de los sistemas, así como también lo son: el balance de energía, las relaciones físico-químicas entre algunas variables y las especificaciones o restricciones en el funcionamiento del proceso.

Se entiende por **variable de un proceso** a una magnitud física que caracteriza una operación de un proceso. Por ejemplo, las temperaturas, presiones, volúmenes y velocidades de flujo son variables de un proceso.

Los diagramas de flujo son muy útiles al momento de analizar un sistema. Estos diagramas permiten representar mediante rectángulos las operaciones unitarias o procesos (e.g. reactores, condensadores, columnas de destilación, separadores) y mediante flechas las corrientes (i.e. flujos que circulan por tuberías) de los componentes que intervienen en el sistema y que circulan entre las unidades de operación. En el diagrama de la figura 3.1, el sistema estudiado está compuesto por tres unidades o procesos: el mezclador, un reactor y un condensador. Las corrientes de entrada, salida e intermedias están representadas por flechas que indican el sentido del flujo. También se ha especificado, sobre cada flecha, cada uno de los componentes de cada flujo utilizando letras. Por ejemplo, la alimentación del sistema contiene solamente sustancias X e Y, mientras que la corriente que sale del reactor hacia el condensador contiene ciertas cantidades de los compuestos X, Y y Z.

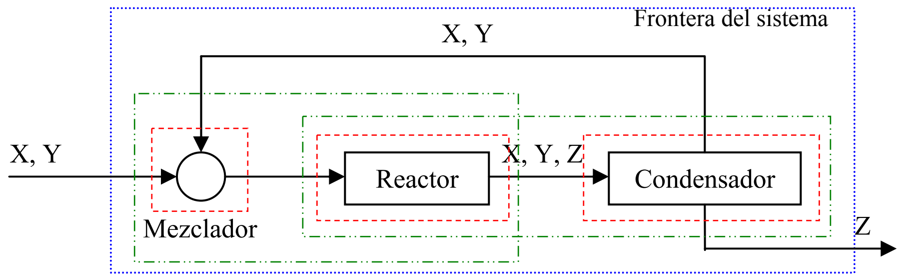


Figura 3.1: Diagrama de flujo de un proceso químico

En esta figura se observa también una línea punteada (en color azul), la cual representa la frontera del sistema. Hay tres recuadros en línea discontinua (de color rojo), que representa cada uno la frontera propia de la unidad de proceso. Cada unidad puede ser estudiada por separado, o se puede estudiar el sistema en conjunto. También podría estudiarse la combinación de unidades mezclador-reactor o reactor-condensador, si fuera necesario (línea discontinua de color verde).

3.1.1 Clasificación de los procesos

Basándose en la dependencia o no respecto del tiempo, un proceso pueden clasificarse como:

- Proceso en estado estacionario, aquel cuyo estado (i.e. las variables que intervienen en el mismo) no cambia en el tiempo o sus variaciones son despreciables durante un intervalo de tiempo suficientemente amplio.
- Proceso en régimen transitorio (estado no estacionario), aquel cuyo estado varía en el tiempo, haciendo que los valores de las variables involucradas presenten cambios significativos en su dinámica.

Basándose en la manera en que es diseñado para llevar a cabo sus operaciones, un proceso puede ser clasificado como:

- Proceso continuo, cuando las corrientes de entrada y descarga fluyen de manera continua durante todo el proceso.

- Proceso por lotes o intermitente, cuando, por ejemplo, se cargan en un recipiente las corrientes de alimentación al comienzo del proceso solamente y, después de transcurrido cierto tiempo, se retira el contenido del recipiente en parte o en su totalidad.
- Proceso semicontinuo, cuando tiene características de los dos anteriores.

Por su naturaleza, los procesos por lotes y semicontinuos operan en estado no estacionario (hay instantes de tiempo donde se producen cambios “bruscos” en la dinánica de las variables), mientras que los procesos continuos pueden ser estacionarios o inclusive transitorios. Estos últimos se comportan como procesos transitorios cuando son arrancados (se inicia su operación a partir de ciertas condiciones iniciales o de partida) o cuando se modifica alguna variable interventora (de manera intencional o no) en el mismo, pero por lo general, ellos operan muy cerca de su condición estacionaria.

3.1.2 Tipos de balance

Hay dos tipos de balance que se pueden aplicar a un sistema. El **balance diferencial** indica lo que ocurre en un sistema en un momento determinado. Por lo general, este tipo de balance se aplica a los sistemas continuos. Si el sistema está en régimen estacionario, un balance diferencial dará en cualquier instante el mismo resultado (los términos de acumulación son nulos). Si el sistema es transitorio, este balance generará un conjunto de ecuaciones diferenciales respecto del tiempo que habrá que resolver.

El **balance integral** indica lo que le ocurre a un sistema durante dos instantes determinados. Solo informa sobre el comportamiento del sistema durante el intervalo comprendido entre esos dos momentos. Generalmente, los balances integrales se aplican a procesos tipo *batch* o por lotes, los cuales tienen condiciones de inicio y finalización bien definidas. Matemáticamente, se obtendrá un conjunto de ecuaciones integrales que deberá ser resuelto para los límites de integración establecidos.

3.1.3 La ecuación general de balance de materia

Recuérdese que todo sistema o proceso está gobernado por la Ley de conservación de la masa. De manera general, un balance de materia se escribe como:

$$\textit{Entrada} + \textit{Generación} - \textit{Salida} - \textit{Consumo} = \textit{Acumulación} \tag{3.1}$$

o, en forma abreviada:

$$E + G - S - C = A.$$

Por *entrada* se considera toda la materia que ingresa al sistema a través de sus fronteras. Por *generación*, toda la materia que se produce dentro del sistema (cuando el proceso es reactivo). La *salida* corresponde a toda la materia que sale del sistema a través de sus fronteras. El *consumo* se refiere a la materia que se consume o utiliza dentro del sistema (cuando el proceso es reactivo). La *acumulación* corresponde a la materia que se acumula dentro del sistema (A>0 si E+G > S+C; A<0 si E+G < S+C).

Si se desea estudiar, por ejemplo, la población anual de conejos en un bosque sabiendo que cada año llegan en promedio 1230 conejos de otros sectores, se van 1580, nacen 9305 y mueren 8560, se tendría que:

$$1230 + 9305 - 1580 - 8560 = A = 395 \left[\frac{conejos}{año} \right],$$

lo que significa que anualmente la población de conejos aumenta en 395 individuos. Si el término de acumulación fuera negativo, habría una pérdida o disminución de individuos por año.

En este texto se tratarán especialmente balances diferenciales aplicados a sistemas continuos en estado estacionario, en los cuales los términos acumulativos son nulos. La mayoría de procesos químicos puede ser estudiada apropiadamente suponiendo condiciones de operación estacionarias o muy cercanas al estado estacionario. Solo de manera excepcional, se requiere considerar regímenes transitorios en algunos sistemas de mayor complejidad que no admiten un estudio simplificado de su comportamiento. Sin embargo, esto no forma parte del contenido de este texto.

El caso de los sistemas que requieren de balances integrales no será tratado aquí pues los lectores a quienes este texto va dirigido no han adquirido aún los conocimientos necesarios sobre el cálculo integral, de manera que en teoría no están en capacidad de resolver este tipo de problemas.

Para procesos reactivos en estado estacionario, la ecuación (3.1) se reduce a:

$$Entrada + Generación - Salida - Consumo = 0\,, \tag{3.2}$$

pues no hay acumulación de materia. La formación de productos y el consumo de reactivos dependerán de las reacciones químicas involucradas en el proceso en estudio. Esta expresión puede entenderse mejor de la siguiente manera:

$$Entrada + Generación = Salida + Consumo. \tag{3.3}$$

Ahora bien, si en el proceso no se suceden transformaciones químicas de materia, es decir, no hay reacciones químicas involucradas (el proceso es no reactivo), los términos de generación de productos y consumo de reactivos son nulos. En ese caso, la ecuación anterior se simplifica hasta quedar como sigue:

$$Entrada = Salida. \tag{3.4}$$

La expresión de balance de materia descrita por la ecuación (3.4) es válida tanto para sistemas continuos como por lotes.

3.1.4 Balances totales y por componentes

Para cada unidad de proceso o sistema se puede escribir un balance total y varios balances por componente. En un **balance total** se considera la masa total de cada corriente implicada en el proceso. En un **balance por componentes** se considera solamente la masa del componente analizado en cada una de las corrientes involucradas en el proceso.

En el ejemplo de la figura 3.1, para el condensador se puede plantear un (1) balance total (masa total que entra por la corriente proveniente del reactor y masas totales de las corrientes que salen del condensador) y tres (3) balances por componente, pues hay tres componentes involucrados: X, Y y Z. En total, en esa sola unidad se pueden escribir cuatro (4) ecuaciones de balance de materia. El mismo procedimiento se puede aplicar a cada una de las otras unidades así como también al sistema global (definido por la frontera en línea punteada, en color azul).

Es evidente que se puede plantear una gran cantidad de ecuaciones de balance de materia para un sistema o proceso. Sin embargo, no todas las ecuaciones planteadas serán independientes.

Sea M el número de ecuaciones independientes y sea N el número de variables de proceso desconocidas. Si $M<N$ (el sistema de ecuaciones planteado tiene N-M grados de libertad), el sistema de ecuaciones no se puede resolver. En ese caso, se deben especificar valores para algunas variables o se deben encontrar relaciones adicionales entre las variables.

Si $M>N$ (hay más ecuaciones planteadas que incógnitas), el sistema no puede ser resuelto. Se debe, entonces, proceder a eliminar ecuaciones innecesarias.

Si $M=N$ existe una solución para el sistema de ecuaciones. En este caso, el número de variables de proceso cuyo valor se desconoce será igual al número de ecuaciones de balance de materia independientes.

3.1.5 Pasos para resolver un balance de materia

En esta parte se sugiere seguir una serie de pasos que puede permitir resolver de manera clara, y sin mayores contratiempos, un problema de balance de materia. Esto es:

- Leer y entender el enunciado del problema, a fin de determinar qué información es suministrada explícitamente, qué información es suministrada de manera indirecta o implícitamente, qué variable(s) debe(n) ser calculada(s).
- Dibujar el diagrama de flujo. En el diagrama, represente con letras o símbolos todas las corrientes o flujos, así como la composición (en fracciones molares o másicas) de cada una de estas corrientes. Igualmente, asigne variables alfanuméricas para aquellos valores desconocidos.
- Seleccionar la base de cálculo (de tiempo o masa), así como las unidades de trabajo que utilizará para las variables y parámetros del problema.
- Analizar el número de incógnitas y de ecuaciones por unidad de proceso y/o en forma global.
- Ordenar las ecuaciones de balance por número de incógnitas (de preferencia, de menor a mayor número de incógnitas).
- Resolver las ecuaciones planteadas, haciendo uso de todas las herramientas matemáticas conocidas.

Se le recomienda al lector no memorizar un procedimiento específico, pues cada problema es diferente y existe una infinidad de problemas distintos. La idea es que aprenda a utilizar un método ordenado que le permita analizar los problemas y presentar una solución.

3.2 Balance de materia en procesos no reactivos

Es esta parte se abodará la resolución de problemas de balance de materia en procesos en estado estacionario no reactivos. Es decir, no se consideran procesos donde ocurran reacciones químicas de ninguna índole. La ecuación de balance de materia que se aplica para este caso es la ecuación (3.4):

$$Entrada = Salida.$$

Véanse algunos ejemplos ilustrativos del procedimiento a seguir para la solución de este tipo de problemas de balance de materia, en el caso de procesos de una unidad o de múltiples unidades.

3.2.1 Balance de materia en procesos de una unidad

En los procesos de unidades únicas es sencillo plantear el problema. Como hay una sola unidad, el número de ecuaciones que puede obtenerse es igual al número de componentes (una ecuación por cada componente) más una ecuación de balance global (por unidad). En general, si hay *n* componentes, se obtendrán *n* balances por componente y un balance global. Es decir, que habrá siempre *n*+1 ecuaciones, de las cuales *n* ecuaciones son independientes. La ecuación adicional servirá para chequear los resultados obtenidos.

Ejemplo 3.1: Una corriente de nitrógeno gaseoso, N_2, de 280 kg/h se mezcla con una corriente de hidrógeno gaseoso, H_2, en una unidad mezcladora. A la salida del mezclador, se obtiene una corriente total de 40 kgmol de nitrógeno e hidrógeno por hora. Determinar los moles de hidrógeno que deben suministrarse por hora y el fraccionamiento de la corriente de mezcla.

Solución: Se trata de la mezcla de dos sustancias en estado gaseoso, N_2 y H_2. Nos piden determinar una corriente de entrada que es desconocida (moles de H_2). Nos dan los flujos de una corriente de entrada (280 kg/h) y de la corriente de salida (40 kgmol/h). Se conoce la composición o el fraccionamiento de las corrientes de entrada, pero no de la corriente de salida.

Tómese como base de tiempo, para el cálculo de todas las corrientes presentes en este problema, la hora. De ahora en adelante, no será necesario especificar esta información con cada valor de corriente utilizado o calculado.

El diagrama de flujo correspondiente es:

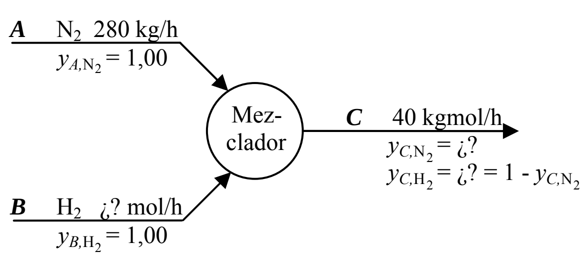


Figura 3.2: Diagrama de flujo de un proceso con una unidad (Ej. 3.1)

La composición de la corriente de entrada *A* es 100% nitrógeno ($y_{A,N_2} = 1,00$) y la composición de la corriente de entrada *B* es 100% hidrógeno ($y_{B,H_2} = 1,00$).

La corriente de salida es una mezcla de ambos gases, pero no se conoce el fraccionamiento. Recuérdese que según la ecuación (2.49), la suma de las fracciones molares (o másicas) es igual a la unidad. Esto es:

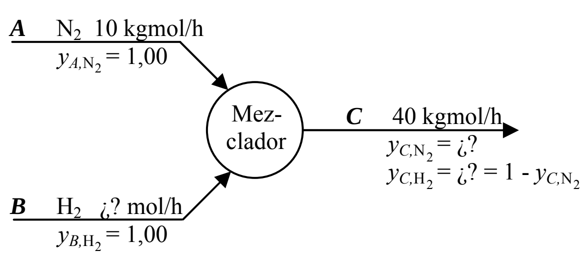
$$y_{C,\mathrm{H_2}} + y_{C,\mathrm{N_2}} = 1{,}00. \tag{3.5}$$

Al conocer una de estas variables, se puede calcular directamente la otra.

En este problema hay dos incógnitas: la corriente B y una fracción molar de la corriente de salida, $y_{C,\mathrm{H_2}}$ o $y_{C,\mathrm{N_2}}$. Se pueden formular dos balances por componente, uno por N_2 y otro por H_2, y un balance global. De las tres ecuaciones, solo dos serán independientes. Por lo tanto, se necesitarán solo dos de ellas para resolver el problema. La tercera se utilizará para chequear los resultados. El número de incógnitas (2) menos el número de ecuaciones independientes (2) indica que el problema planteado tiene cero (0) grados de libertad y puede ser resuelto de manera exacta.

Falta decidir si las corrientes se trabajarán en kilogramos o en moles. En vista de que piden el resultado final en moles, pareciera más conveniente utilizar como unidad de masa el mol. Entonces:

$$¿?\ \text{moles N}_2\ \text{en}\ A = 280\,\cancel{\mathrm{kg}}\,\frac{1\ \mathrm{kgmol\ N_2}}{28\ \mathrm{kg}\,\cancel{\mathrm{N_2}}} = 10\ \mathrm{kgmol}.$$



La ecuación de balance global (BG) es:

$$A + B = C \tag{3.6}$$

$$10\ \mathrm{kgmol} + B = 40\ \mathrm{kgmol} \quad \rightarrow \quad B = 30\ \mathrm{kgmol}.$$

Las ecuaciones de balance por componentes (BC) son:

$$A\,y_{A,\mathrm{N_2}} + B\,y_{B,\mathrm{N_2}} = C\,y_{C,\mathrm{N_2}} \quad \rightarrow \quad 10(1{,}00) + 30(0) = 40\,y_{C,\mathrm{N_2}}\ \ [\mathrm{kgmol}], \tag{3.7}$$

$$A\,y_{A,\mathrm{H_2}} + B\,y_{B,\mathrm{H_2}} = C\,y_{C,\mathrm{H_2}} \quad \rightarrow \quad 10(0) + 30(1{,}00) = 40\,y_{C,\mathrm{H_2}}\ \ [\mathrm{kgmol}]. \tag{3.8}$$

Obsérvese que las ecuaciones expresan la igualdad entre la cantidad de masa que entra (en cada corriente) y la cantidad de masa que sale del mezclador.

Cualquiera de las ecuaciones por componente permite calcular el valor de la fracción molar en *C*. Tómese, por ejemplo, la ecuación (3.8):

$$y_{C,\mathrm{H_2}} = \frac{30\ \text{kgmol}}{40\ \text{kgmol}} = 0{,}75\ \text{[kgmol/kgmol]}.$$

Despejando de la ecuación (3.5), se tiene que:

$$y_{C,\mathrm{N_2}} = 1{,}00 - y_{C,\mathrm{H_2}} = 1{,}00 - 0{,}75 = 0{,}25\ \text{[kgmol/kgmol]}.$$

Este último resultado se puede chequear con la ecuación (3.7). Se deja al lector verificarlo.

Ejemplo 3.2: Una columna de destilación[12] es alimentada por dos corrientes. Por la corriente de tope sale un 100% de compuesto A. Los componentes se separan tal y como se muestra en el diagrama de la figura (3.3). Calcular las corrientes desconocidas y la composición de la corriente *M*.

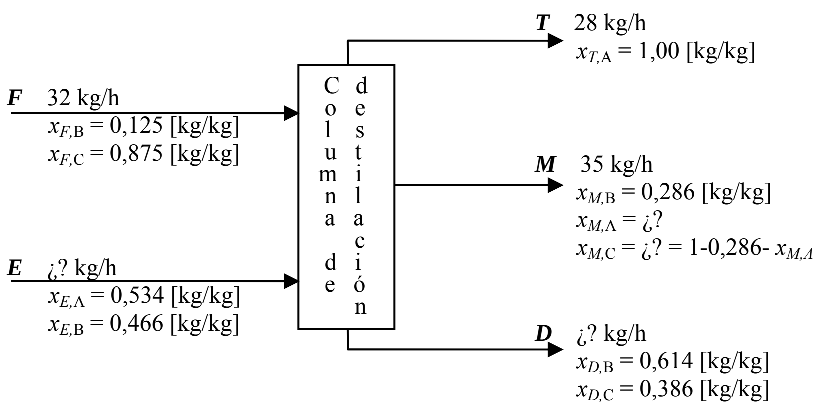


Figura 3.3: Diagrama de flujo de un proceso con una unidad (Ej. 3.2)

Solución: Observando el diagrama de flujo nos damos cuenta que las corrientes desconocidas son la corriente de entrada *E* y la corriente de salida de fondo *D*. Hay tres componentes, A, B y C. Se pueden formular tres ecuaciones de balance por componentes (BC). Además, se puede formular la ecuación de balance global (BG), para un total de cuatro ecuaciones donde solo tres son independientes. (*El lector debería chequear que esto es cierto!*)

[12] El lector puede encontrar más información acerca de las columnas de destilación y su funcionamiento en la Sección 6.2 de este texto.

Los fraccionamientos de todas las corrientes son conocidos excepto por el de la corriente *M* que es parcialmente conocido. El valor de la fracción másica del componente B en dicha corriente es 0,286 [kg/kg] mientras que las fracciones másicas de A y C en *M* son desconocidas.

En total hay tres incógnitas: las corrientes *E* y *D* y la fracción másica $x_{M,\mathrm{A}}$. El problema tiene cero (0) grados de libertad:

3 incógnitas – 3 ecuaciones de balance independientes = 0.

Es recomendable fijar una base de tiempo: 1 hora. Todos los valores serán calculados respecto de un lapso de tiempo de 1 hora.

Las tres ecuaciones de BC que se plantean son:

BC en A:
$$E\,x_{E,\mathrm{A}} = T\,x_{T,\mathrm{A}} + M\,x_{M,\mathrm{A}}$$
$$E\,(0{,}534) = 28\,(1{,}00) + 35\,x_{M,\mathrm{A}}\,. \tag{3.9}$$

BC en B:
$$F\,x_{F,\mathrm{B}} + E\,x_{E,\mathrm{B}} = M\,x_{M,\mathrm{B}} + D\,x_{D,\mathrm{B}}$$
$$32\,(0{,}125) + E\,(0{,}466) = 35\,(0{,}286) + D\,(0{,}614)\,. \tag{3.10}$$

BC en C:
$$F\,x_{F,\mathrm{C}} = M\,x_{M,\mathrm{C}} + D\,x_{D,\mathrm{C}}$$
$$32(0{,}875) = 35\,(0{,}714 - x_{M,\mathrm{A}}) + D\,(0{,}386) \tag{3.11}$$

BG:
$$F + E = T + M + D$$
$$32 + E = 28 + 35 + D \tag{3.12}$$

Resolviendo simultáneamente, por ejemplo, las ecuaciones (3.10) y (3.12), se obtiene que:

$$E = 88 \text{ kg}$$
$$D = 57 \text{ kg.}$$

La fracción másica de A en *M* se puede calcular a partir de la ecuación (3.9), sustituyendo el valor obtenido para la corriente *E*:

$$88\,(0{,}534) = 28\,(1{,}00) + 35\,x_{M,\mathrm{A}} \quad \rightarrow \quad x_{M,\mathrm{A}} = \frac{88\,(0{,}534) - 28\,(1{,}00)}{35} = 0{,}543.$$

Solo queda por calcular la fracción másica de C en *M*:

$$x_{M,\mathrm{C}} = 1{,}00 - 0{,}286 - x_{M,\mathrm{A}} = 1{,}00 - 0{,}286 - 0{,}543 = 0{,}171.$$

La ecuación (3.11) sirve para chequear los resultados:

$$32(0{,}875) = 35\,(0{,}714 - 0{,}543) + 57\,(0{,}386) \quad \rightarrow \quad 28 = 28 \text{ [kg].}$$

Ejemplo 3.3: En una operación de secado de pieles, se determinó que un lote de piel previamente pasado por el secador pesaba 900 lb y que contenía 7% de su peso en humedad. Se sabe que durante el secado la piel lavada perdió 59,1% de su peso inicial cuando se encontraba húmeda. Determinar: (a) el peso de la piel totalmente seca o exenta de humedad, en la carga de alimentación inicial; (b) las libras de agua eliminadas durante el proceso de secado por libra de piel totalmente seca; (c) el porcentaje de agua eliminada respecto de la cantidad de agua presente inicialmente en el lote de piel.

Solución: En primer lugar, resulta conveniente hacer un diagrama de flujo para representar e ilustrar la información dada del proceso de secado.

El lote de piel ya tratada en el secador pesa 900 lb, de las cuales el 7% es de agua. Es decir:

$$x_{C,\text{Agua}} = 0{,}07\,[\text{lb agua/lb}] \quad \rightarrow \quad C\,x_{C,\text{Agua}} = 900\,(0{,}07)\,[\text{lb}] = 63\text{ lb agua}$$

$$x_{C,\text{Piel}} = 0{,}93\,[\text{lb piel/lb}] \quad \rightarrow \quad C\,x_{C,\text{Piel}} = 900\,(0{,}93)\,[\text{lb}] = 837\text{ lb piel totalmente seca.}$$

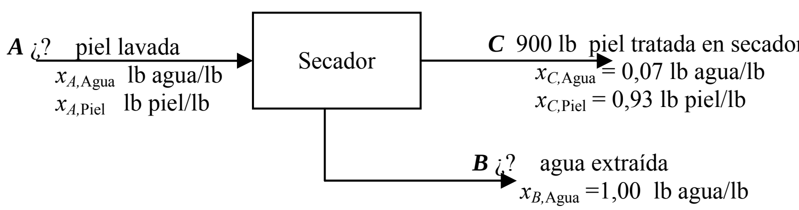


Figura 3.4: Diagrama de flujo de un proceso con una unidad (Ej. 3.3)

Las incógnitas son el peso del lote inicial de piel lavada, A, y una de las fracciones másicas de la alimentación inicial, $x_{A,\text{Agua}}$ o $x_{A,\text{Piel}}$. La cantidad de agua extraída B no debe ser considerada una incógnita pues está expresada en términos del peso del lote de piel introducida en el secador, A:

$$B = 0{,}591\,A.$$

Se pueden escribir dos ecuaciones de balances independientes. Por lo tanto, el sistema tiene cero grados de libertad.

<u>Parte (a)</u>. Haciendo un balance en piel, se tiene que:

BC en Piel: $\quad A\,x_{A,\text{Piel}} = C\,x_{C,\text{Piel}} = 837\text{ lb de piel totalmente seca.}$

<u>Parte (b)</u>.

BC en Agua: $\quad A\,x_{A,\text{Agua}} = B\,x_{B,\text{Agua}} + C\,x_{C,\text{Agua}}$

$$A\,x_{A,\text{Agua}} = 0{,}591\,A\,(1{,}00) + 837$$

BG: $$A = B + C$$

$$A = 0{,}591A + 900 \text{ [lb]} \quad \rightarrow \quad A = 2{,}20 \times 10^3 \text{ lb.}$$

Por lo tanto:

$B = 0{,}591A = 0{,}591(2{,}20 \times 10^3) = 1{,}30 \times 10^3$ lb de agua extraídas por 837 lb de piel seca.

Parte (c). Es necesario determinar la cantidad de agua en el lote de piel inicial:

$$A\,x_{A,\text{Agua}} + A\,x_{A,\text{Piel}} = A \quad \rightarrow \quad A\,x_{A,\text{Piel}} = 2{,}20 \times 10^3 - 837 \text{ [lb]} = 1{,}36 \times 10^3 \text{ lb.}$$

$$(\text{Agua extraída/Agua inicial}) \times 100\% = \frac{1{,}30 \times 10^3 \text{ lb}}{1{,}36 \times 10^3 \text{ lb}} \times 100\% = 95{,}6\%.$$

Ejercicio de práctica

Una corriente *A* (en kg/min) que contiene 30%m de etanol y 70%m de agua se mezcla con otra corriente *B* (en kg/min) que contiene 60%m de etanol y el resto de agua. La corriente de mezcla *C* (a la salida de la unidad mezcladora) contiene 35%m de etanol. Calcular: (a) la proporción entre las corrientes *A* y *B*, esto es (*A*/*B*); (b) Si la corriente de salida *C* es 4500 kg/h, ¿Cuál es la relación entre las corrientes *A* y *B*? ¿Esta relación ha cambiado o no?

Respuestas: (a) *A*/*B* = 5,00

(b) La proporción es la misma, cambian los valores de las corrientes pero la relación *A*/*B* es igual.

3.2.2 Balance de materia en procesos de múltiples unidades

En los procesos de unidades múltiples es imprescindible trazar las fronteras parciales alrededor de las cuales se analiza una parte del sistema. En la figura 3.1 se ilustra bien esta idea. Se puede hacer el análisis solamente en el mezclador, en el reactor o en el condensador. Se puede analizar el proceso alrededor del conjunto mezclador-reactor, por ejemplo, o alrededor del conjunto reactor-condensador. Por último, también es posible llevar a cabo el análisis alrededor de todo el sistema (en la frontera del sistema).

En sistemas de múltiples unidades se puede formular un conjunto más amplio de ecuaciones de balance. Por cada unidad del proceso es posible plantear tantas ecuaciones de balance por componentes como componentes hay (una ecuación por cada componente) más una ecuación de balance global (por unidad). Por cada frontera que agrupe dos o más unidades también se puede hacer lo mismo, así como para el sistema total.

Es importante determinar cuántas incógnitas hay en el problema y cuáles ecuaciones son independientes. Hay que verificar que el subsistema (o sistema total) analizado tiene cero grados de libertad, antes de escribir las ecuaciones. La idea sigue siendo comenzar a resolver el problema formulando las ecuaciones de balance que involucren el menor número de incógnitas. Véanse los ejemplos siguientes.

Ejemplo 3.4[13]**:** En la figura (3.5) se muestra el diagrama de flujo de un proceso continuo y en estado estacionario, que consta de dos unidades de separación.

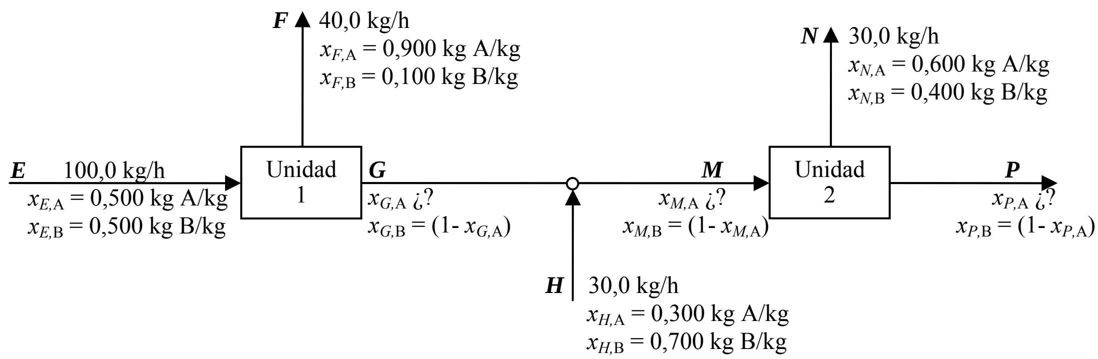
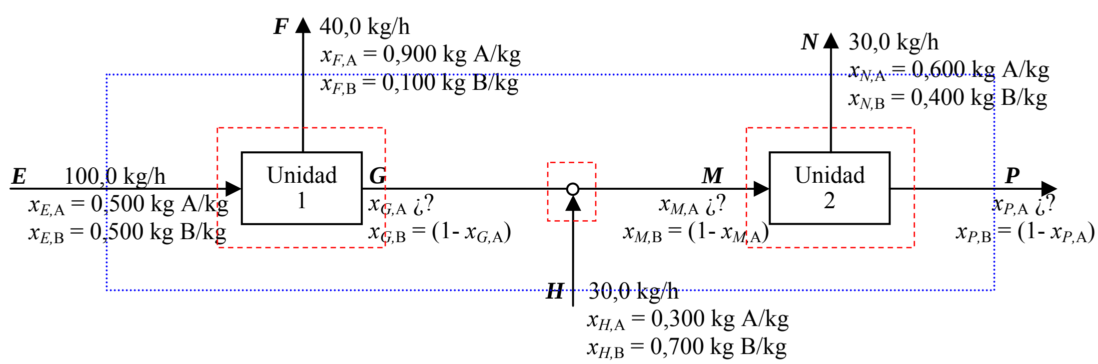


Figura 3.5: Diagrama de flujo de un proceso con múltiples unidades (Ej. 3.4)

Cada corriente contiene dos componentes, A y B, en diferentes proporciones. Las corrientes desconocidas están marcadas como *G*, *M* y *P*. Calcular las velocidades de flujo desconocidas así como las composiciones de las corrientes *G*, *M* y *P*.

Solución: En este problema hay tres subsistemas para los cuales pueden escribirse balances, delimitados por las fronteras en línea a trazos (de color rojo): la unidad 1, el punto de unión de corrientes y la unidad 2. El sistema total está delimitado por la frontera en línea punteada (de color azul).



[13] Tomado del libro de Felder y Rousseau, *Principios Elementales de los Procesos Químicos*, 3º ed., 2004, p. 105.

Como incógnitas hay tres corrientes desconocidas, G, M, P, y tres fracciones másicas desconocidas ($x_{G,\mathrm{A}}, x_{M,\mathrm{A}}, x_{P,\mathrm{A}}$), para un total de seis incógnitas.

Grados de libertad en la unidad 1: hay dos incógnitas ($G, x_{G,\mathrm{A}}$) y se pueden formular dos ecuaciones independientes $\rightarrow$ 0 grados de libertad.

Grados de libertad en la unidad 2: hay cuatro incógnitas ($M, x_{M,\mathrm{A}}, P, x_{P,\mathrm{A}}$) y se pueden formular dos ecuaciones independientes = 2 grados de libertad.

Grados de libertad del sistema total: hay dos incógnitas ($P, x_{P,\mathrm{A}}$) y se pueden formular dos ecuaciones independientes $\rightarrow$ 0 grados de libertad.

En el punto de unión de corrientes también hay 2 grados de libertad.

No es necesario seguir analizando, pues ya se puede resolver el problema efectuando los balances en la unidad 1 y seguidamente en el sistema total.

Base de tiempo: 1 hora.

<u>Unidad 1</u>

BC en A:
$$E\,x_{E,\mathrm{A}} = F\,x_{F,\mathrm{A}} + G\,x_{G,\mathrm{A}}$$
$$100{,}0(0{,}500) = 40{,}0(0{,}900) + G\,x_{G,\mathrm{A}} \tag{3.13}$$

BG:
$$E = F + G$$
$$100{,}0 = 40{,}0 + G \ \ [\mathrm{kg}] \quad \rightarrow \quad G = 60{,}0\ \mathrm{kg}.$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (3.13) se obtiene que:
$$x_{G,\mathrm{A}} = \frac{100{,}0(0{,}500) - 40{,}0(0{,}900)}{60{,}0} \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kg}}\right] = 0{,}233\ \mathrm{kg\ A/kg}.$$

Además:
$$x_{G,\mathrm{A}} + x_{G,\mathrm{B}} = 1{,}00 \quad \rightarrow \quad x_{G,\mathrm{B}} = 1{,}00 - 0{,}233 = 0{,}767\ \mathrm{kg\ B/kg}.$$

<u>Sistema total</u>

BG:
$$E + H = F + N + P$$
$$100{,}0 + 30{,}0 = 40{,}0 + 30{,}0 + P \quad \rightarrow \quad P = 60{,}0\ \mathrm{kg}.$$

BC en A:
$$E\,x_{E,\mathrm{A}} + H\,x_{H,\mathrm{A}} = F\,x_{F,\mathrm{A}} + N\,x_{N,\mathrm{A}} + P\,x_{P,\mathrm{A}}$$
$$100{,}0(0{,}500) + 30{,}0(0{,}300) = 40{,}0(0{,}900) + 30{,}0(0{,}600) + 60{,}0\,x_{P,\mathrm{A}} \ \rightarrow\ x_{P,\mathrm{A}} = 0{,}0833\ \mathrm{kgA/kg}.$$
$$x_{P,\mathrm{A}} + x_{P,\mathrm{B}} = 1{,}00 \quad \rightarrow \quad x_{P,\mathrm{B}} = 1{,}00 - 0{,}0833 = 0{,}917\ \mathrm{kg\ B/kg}.$$

<u>Unidad 2</u> (*aunque también pudo haber sido en el punto de unión de corrientes!*)

BG: $$M = N + P$$

$$M = 30{,}0 + 60{,}0\ [\text{kg}] = 90{,}0\ \text{kg.}$$

BC en A: $$M\, x_{M,\text{A}} = N\, x_{N,\text{A}} + P\, x_{P,\text{A}}$$

$$x_{M,\text{A}} = \frac{30{,}0(0{,}600) + 60{,}0(0{,}0833)}{90{,}0}\left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}}\right] = 0{,}255\ \text{kg A/kg.}$$

Finalmente:

$$x_{M,\text{A}} + x_{M,\text{B}} = 1{,}00 \quad \rightarrow \quad x_{M,\text{B}} = 1{,}00 - 0{,}255 = 0{,}745\ \text{kg B/kg.}$$

Ejemplo 3.5: En la figura siguiente se muestra una unidad de separación de compuestos en dos etapas. Dado el flujo de entrada F de 855 kg/h, calcular todas las corrientes desconocidas y la composición de la corriente B.

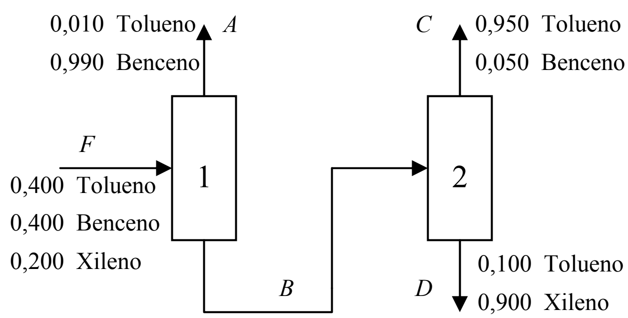


Figura 3.6: Diagrama de flujo de un proceso con múltiples unidades (Ej. 3.5)

Solución: Es un problema donde intervienen dos unidades. Tómese como base de tiempo una hora. Los fraccionamientos de todas las corrientes han sido dados a excepción del fraccionamiento de la corriente intermedia B. Hay seis incógnitas: las corrientes A, B, C, D, y dos fracciones másicas, $x_{B,\text{X}}$ y $x_{B,\text{B}}$ (suponiendo que $x_{B,\text{T}} = 1 - x_{B,\text{X}} - x_{B,\text{B}}$).

En la unidad 1 se presentan cuatro incógnitas (A, B, $x_{B,\text{X}}$, $x_{B,\text{B}}$) y se pueden formular tres balances independientes: 1 grado de libertad.

Tomando en consideración el sistema global se tienen tres incógnitas (A, C, D) y se pueden escribir tres balances: 0 grados de libertad. Comenzaremos a resolver por esta vía:

BG: $$F = A + C + D$$

$$855 = A + C + D \tag{3.14}$$

BC en Xileno: $$F\, x_{F,\text{X}} = D\, x_{D,\text{X}}$$

$$855\,(0{,}200) = D\,(0{,}900) \quad \rightarrow \quad D = \frac{855\,(0{,}200)}{0{,}900}\ [\text{kg}] = 190\ \text{kg}. \qquad (3.15)$$

BC en Benceno: $F\,x_{F,\text{B}} = A\,x_{A,\text{B}} + C\,x_{C,\text{B}}$

$$855\,(0{,}400) = A\,(0{,}990) + C\,(0{,}050) \qquad (3.16)$$

Utilizando el resultado de (3.15) en la ecuación (3.14) junto con la ecuación (3.16), se tiene que:

$$C = 337\ \text{kg}$$

$$A = 328\ \text{kg}.$$

En la unidad 1:

BG: $F = A + B \quad \rightarrow \quad B = F - A = 855 - 328\ [\text{kg}] = 527\ \text{kg}.$

BC en Xileno: $F\,x_{F,\text{X}} = B\,x_{B,\text{X}} \quad \rightarrow \quad x_{B,\text{X}} = \dfrac{855\,(0{,}200)}{527}\left[\dfrac{\text{kg}}{\text{kg}}\right] = 0{,}324\ \text{kg X/kg}.$

BC en Benceno: $F\,x_{F,\text{B}} = A\,x_{A,\text{B}} + B\,x_{B,\text{B}}$

$$x_{B,\text{B}} = \frac{855\,(0{,}400) - 328\,(0{,}990)}{527}\left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}}\right] = 0{,}0328\ \text{kg B/kg}.$$

BC en Tolueno: $F\,x_{F,\text{T}} = A\,x_{A,\text{T}} + B\,x_{B,\text{T}}$

$$x_{B,\text{T}} = \frac{855\,(0{,}400) - 328\,(0{,}010)}{527}\left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}}\right] = 0{,}643\ \text{kg T/kg}.$$

Para chequear se puede utilizar la siguiente expresión:

$$x_{B,\text{X}} + x_{B,\text{B}} + x_{B,\text{T}} = 1{,}00 \quad \rightarrow \quad 0{,}324 + 0{,}0328 + 0{,}643\ [\text{kg/kg}] = 1{,}00.$$

Ejemplo 3.6: Para el proceso de la figura (3.7), se desea determinar el caudal y la composición (% m) de la disolución de la recirculación *R*.

Se conoce que:

F = 10000 lb/h de una disolución acuosa 20%m de KNO_3

M = ¿? lb/h de una disolución 50%m de KNO_3

W = ¿? lb/h H_2O (pura)

R = ¿? lb de disolución saturada 0,600 lb KNO_3/lb H_2O

C = ¿? lb cristales con 4% de agua.

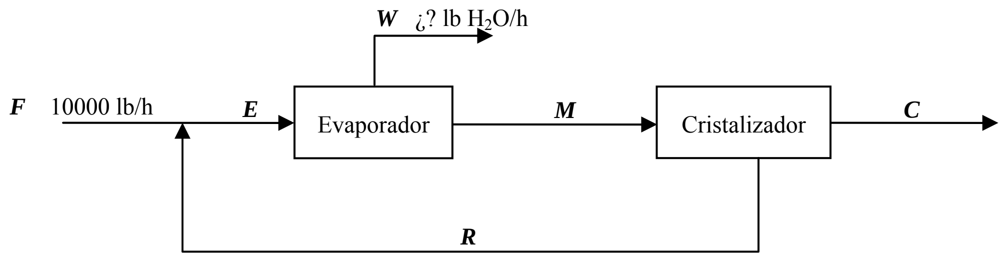


Figura 3.7: Diagrama de flujo de un proceso con múltiples unidades (Ej. 3.6) (a)

Solución: En este problema aparece un elemento nuevo que no había sido tratado en los ejemplos anteriores: una corriente de recirculación. La recirculación de corrientes fluidas en los procesos químicos es útil cuando se desea incrementar el rendimiento de un proceso, o se desea enriquecer un producto, conservar calor, etc.

Se debe entender que el proceso mostrado en la figura se encuentra en condiciones uniformes, es decir, no se verifica la formación o el agotamiento de ningún material dentro de la corriente de recirculación. La alimentación al proceso está constituida por dos corrientes: la alimentación fresca *F* y el material de recirculación en la corriente *R*.

En algunos casos (poco frecuentes) la corriente de recirculación puede tener la misma composición que la corriente del producto principal, aunque por lo general la composición puede ser completamente diferente, dependiendo de la forma como se efectúa la separación. En este caso, el cristalizador cumple la función adicional de separar la corriente de salida.

Tómese, antes de comenzar a resolver, una base de tiempo de 1 hora para todos los cálculos.

De la información suministrada se puede decir, en primer lugar, que se trata de dos componentes: nitrato de potasio, KNO_3, y agua, H_2O, en disolución. Además, se informa que:

- La composición de la corriente de alimentación *F* es $x_{F,\mathrm{KNO_3}} = 0{,}200$ y $x_{F,\mathrm{H_2O}} = 0{,}800$ [lb/lb].
- La composición de la corriente intermedia *M* es $x_{M,\mathrm{KNO_3}} = 0{,}500$ y $x_{M,\mathrm{H_2O}} = 0{,}500$ [lb/lb].
- La composición de la corriente intermedia *W* es $x_{W,\mathrm{H_2O}} = 1{,}00$ [lb/lb].

- La composición de la corriente de salida *C* es $x_{C,\mathrm{KNO_3}} = 0{,}960\,[\mathrm{lb/lb}]$ (KNO_3 en forma de cristales) y $x_{C,\mathrm{H_2O}} = 0{,}040\,[\mathrm{lb/lb}]$.
- La composición de la corriente de recirculación *R* es $x_{R,\mathrm{KNO_3}} = 0{,}375\,[\mathrm{lb/lb}]$ y $x_{R,\mathrm{H_2O}} = 0{,}625\,[\mathrm{lb/lb}]$. Estas fracciones másicas se calculan a partir de la relación dada en el enunciado. Es decir: por cada libra de agua en *R* hay 0,6 libras de KNO_3. La masa de la disolución es: 0,600 lb soluto + 1,00 lb solvente = 1,60 lb disolución.

  La fracción másica de soluto es: 0,600 lb KNO_3 / 1,60 lb disolución = 0,375.

  La fracción másica de solvente es: 1,00 lb KNO_3 / 1,60 lb disolución = 0,625.

Todas las composiciones están dadas en el enunciado, excepto la composición de la corriente de mezcla *E*. A la corriente *E* llegan las corrientes *F* y *R*, cada una con diferente fraccionamiento. El fraccionamiento de la corriente *E* será diferente a los fraccionamientos de sus corrientes de entrada: $x_{E,\mathrm{H_2O}} = ¿?$; $x_{E,\mathrm{KNO_3}} = 1 - x_{E,\mathrm{H_2O}}$.

El diagrama de flujo de la figura (3.8) ilustra toda la información previa:

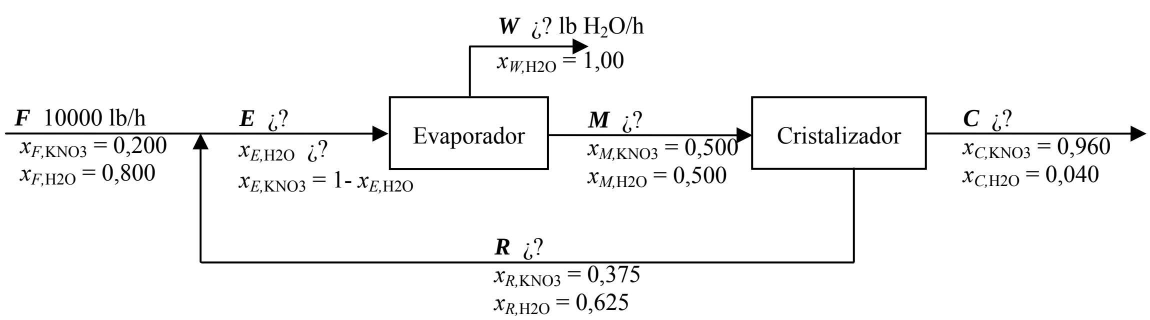


Figura 3.8: Diagrama de flujo de un proceso con múltiples unidades (Ej. 3.6) (b)

Las incógnitas son las corrientes *E*, *W*, *M*, *R* y *C* y la fracción másica $x_{E,\mathrm{H_2O}}$.

Haciendo el análisis de los grados de libertad, resulta factible comenzar a resolver el problema alrededor del sistema total.

BG:
$$F = W + C$$
$$10000\,\mathrm{lb} = W + C. \tag{3.17}$$

BC en KNO_3:
$$F\,x_{F,\mathrm{KNO_3}} = C\,x_{C,\mathrm{KNO_3}}$$
$$10000(0{,}200) = C(0{,}960) \quad \rightarrow \quad C = \frac{10000(0{,}200)}{0{,}960} = 2{,}08\times10^{3}\ \mathrm{lb}.$$

De la ecuación (3.17) se obtiene la corriente *W*:

$$W = 10000 - C = 10000 - 2{,}08 \times 10^3 \ [\text{lb}] = 7{,}92 \times 10^3 \text{ lb.}$$

Ahora, se pueden formulas los balances en el cristalizador:

BG: $$M = R + C$$

$$M = R + 2{,}08 \times 10^3 \ . \tag{3.18}$$

BC en KNO_3: $$M\, x_{M,\text{KNO}_3} = C\, x_{C,\text{KNO}_3} + R x_{R,\text{KNO}_3}$$

$$M\,(0{,}500) = 2{,}08 \times 10^3\,(0{,}960) + R\,(0{,}375)\ . \tag{3.19}$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (3.18) y (3.19) se obtiene que:

$$M = 9{,}76 \times 10^3 \text{ lb,}$$

$$R = 7{,}68 \times 10^3 \text{ lb.}$$

Este resultado completa la solución del problema. Sin embargo, para resolver el ejercicio en su totalidad faltaría calcular la corriente *E* y su composición. Analizando en el punto de mezcla se tiene que:

BG: $$E = F + R \quad \rightarrow \quad \text{E} = 10000 + 7{,}68 \times 10^3 \ [\text{lb}] = 1{,}77 \times 10^4 \text{ lb.}$$

BC en H_2O: $$F\, x_{F,\text{H}_2O} + R\, x_{R,\text{H}_2\text{O}} = E\, x_{E,\text{H}_2\text{O}}$$

$$10000\,(0{,}800) + 7{,}68 \times 10^3\,(0{,}625) = 1{,}77 \times 10^4\, x_{E,\text{H}_2\text{O}} \quad \rightarrow \quad x_{E,\text{H}_2\text{O}} = 0{,}723 \ [\text{lb H}_2\text{O/lb}]\,.$$

$$x_{E,\text{KNO}_3} = 1{,}00 - x_{E,\text{H}_2\text{O}} = 1{,}00 - 0{,}723 = 0{,}277\,[\text{lb KNO}_3\text{/lb}]\,.$$

Ejercicio de práctica

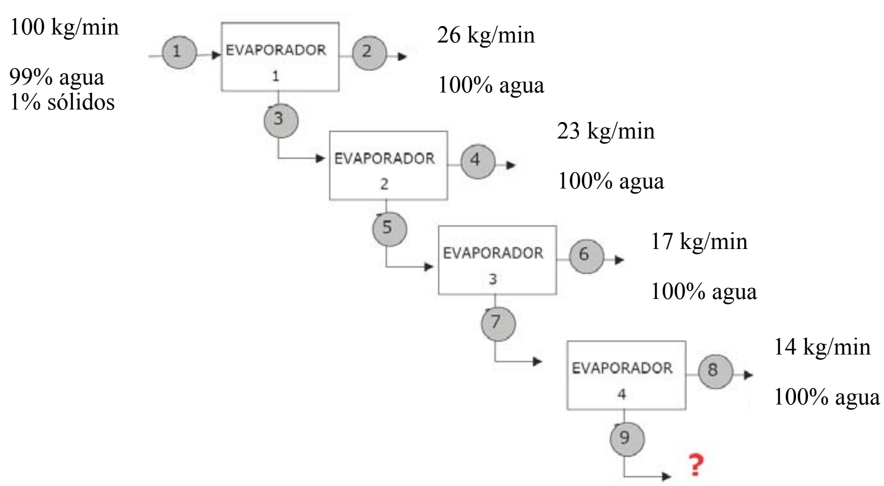


Figura 3.9: Diagrama de flujo de un proceso con múltiples unidades (Ej. práctica)

Un conjunto de evaporadores opera en forma secuencial con el objeto de eliminar la humedad de una mezcla de sólidos en suspensión. Calcular las corrientes 3, 5 y 7 (y sus composiciones) a fin de determinar la corriente de salida 9 y su composición, según se muestra en la figura 3.8.

Respuesta: Corriente 9: 20 kg/min; 5,00% sólidos, 95% agua.

3.3 Balance de materia en procesos reactivos

Cuando se lleva a cabo una reacción quimica en determinado proceso, los procedimientos aplicados de balance de materia se complican. Además de los balances por componentes y global que se siguen formulando para las unidades en las que no ocurren transformaciones químicas, hay que tomar en cuenta la información concerniente a la reacción química dada que se lleva a cabo en un reactor (i.e. la estequiometría, el reactivo limitante, la conversión de un reactivo). Se sigue considerando sistemas en estado estacionario o muy cercanos a sus condiciones de operación de estado estacionario.

La ecuación de balance de materia que se aplica para el reactor es la ecuación (3.3):

$$Entrada + Generación = Salida + Consumo.$$

En el capítulo 2 se estudió la estequiometría de las reacciones químicas, así como la manera de efectuar cálculos de sustancias en reacciones con reactivo limitante y rendimiento porcentual. Esta información es nuevamente relevante para los casos que se analizan en esta parte. Además, es preciso definir nuevos conceptos de gran utilidad al momento de resolver balances de materia en procesos reactivos. Para ello, considere el ejemplo del diagrama de flujo de la figura (3.10).

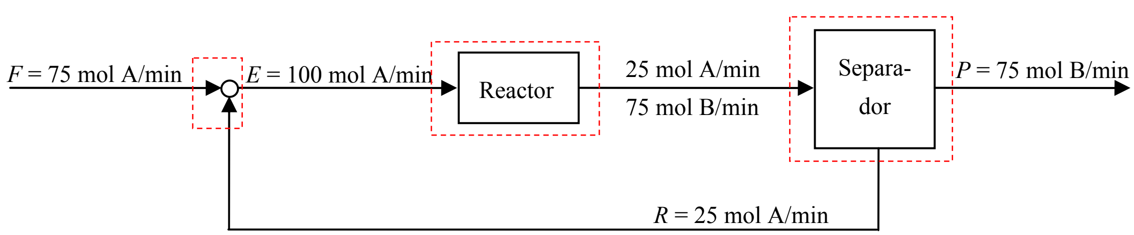


Figura 3.10: Diagrama de flujo de un proceso reactivo con recirculación

En este proceso se pueden identificar tres unidades: el punto de mezcla o unión de flujos, el reactor y el separador. La reacción química que se lleva a cabo en el reactor es:

$$A \rightarrow B.$$

La **conversión total** del sistema se define como: