U.L.A. FACULTAD DE INGENIERIA. Mérida, 09/07/2009
ESCUELA DE MECANICA.
MECANICA DE FLUIDOS. Sección 01 y 02.

SEGUNDO PARCIAL

PROBLEMAS SOLUCION

1. En un edificio de tres pisos (PB, Piso1, Piso 2 y Piso 3) se tiene un sistema de bombeo el cual debe suministrar un caudal de 1.5 L/s a una presión de 15 psi (manométrica) al punto más alto, que se encuentra a nivel del suelo del Piso 3. Si el nivel del agua en el tanque está a 1 metro por debajo del suelo de PB, la bomba se encuentra a nivel del suelo de PB y la altura de cada planta es de 3 metros, calcule, despreciando todos los efectos de la fricción:
   a. La presión a la succión de la bomba en Pa, para una tubería de succión de 53.2 mm de diámetro interno.
   b. La presión a nivel del suelo de PB en psi, para una tubería de descarga de 42,6 mm de diámetro interno.
   c. La potencia requerida para la bomba.

(5 puntos)

SOLUCION

a. Con la ecuación de Bernoulli aplicada entre el tanque y la entrada de la bomba tenemos:

$$\frac{P_T}{\rho g}+\frac{V_T^2}{2g}+z_T=\frac{P_S}{\rho g}+\frac{V_S^2}{2g}+z_S$$

Donde:

$$P_T=0;\ V_T=0;$$
$$z_T-z_S=1m$$

La velocidad de Succión se calcula con la ecuación de continuidad conociendo el Caudal y diámetro de la tubería:

$$V_S=\frac{4Q}{\pi {D_S}^2}=\frac{4\times 1.5\times 10^{-3}}{\pi\times(53.2\times 10^{-3})^2}=0.6748\frac{m}{s}$$

Por lo tanto la presión de succión será:

$$P_S=(z_T-z_S+\frac{V_S^2}{2g})\,\rho g=\left(1+\frac{0.6748^2}{2\times 9.81}\right)\times 1000\times 9.81$$

$$P_S=10.0377\ KPa$$

b. Con la ecuación de Bernoulli aplicada entre la salida de la bomba y la descarga en el punto más alto tenemos:

$$\frac{P_D}{\rho g}+\frac{V_D^2}{2g}+z_D=\frac{P_{P3}}{\rho g}+\frac{V_{P3}^2}{2g}+z_{P3}$$

Donde:

$$P_{P3}=15psi\ \times 6895\frac{Pa}{psi}=103.425KPa$$
$$z_{P3}-z_D=9m$$

La velocidad de Succión se calcula con la ecuación de continuidad conociendo el Caudal y diámetro de la tubería:

$$V_D=V_{P3}=\frac{4Q}{\pi {D_D}^2}=\frac{4\times 1.5\times 10^{-3}}{\pi\times(42.6\times 10^{-3})^2}=1.0524\frac{m}{s}$$

Por lo tanto la presión de descarga de la bomba será:

$$P_D=\left(\frac{P_{P3}}{\rho g}+z_{P3}-z_D\right)\rho g=\left(\frac{103425}{100\times 9.81}+9\right)1000\times 9.81$$

$$\boxed{P_D = 191{,}715KPa = 27.8049\ psi}$$

c. La potencia requerida por la bomba será entonces de :

$$\dot{W} = \rho g h_w Q$$

Donde con la ecuación de Bernoulli generalizada

$$\frac{P_T}{\rho g} + \frac{V_T^2}{2g} + z_T + h_w - h_L = \frac{P_{P3}}{\rho g} + \frac{V_{P3}^2}{2g} + z_{P3}$$

Donde:

$$P_T = 0;\ V_T = 0;\ h_L = 0$$
$$z_{P3} - z_T = 10m$$

Por lo tanto:

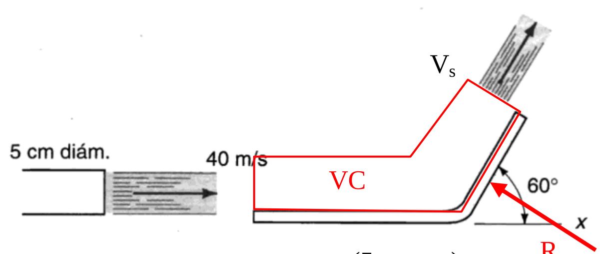
$$h_w = \frac{P_{P3}}{\rho g} + \frac{V_{P3}^2}{2g} + z_{P3} - z_T = \frac{103425}{1000 \times 9.81} + \frac{1.0524^2}{2 \times 9.81} + 10$$

$$h_w = 20.5992\ m$$

$$\dot{W} = 1000 \times 9.81 \times 20.5992 \times 1.5 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{\dot{W} = 30.0312KW}$$

2. El deflector que se muestra en la figura se mueve hacia la derecha a 20 m/s, mientras que el tubo por donde sale el chorro de agua permanece estacionaria. Determine:
   a. Las componentes de fuerza necesarias para mover el deflector.
   b. La velocidad de salida del deflector desde la perspectiva de un observador fijo.
   c. La potencia que podría generar el deflector.



(5 puntos)

SOLUCION

a. Con la ley de conservación de la cantidad de movimiento

$$\sum \vec{F} = \vec{F_S} + \vec{F_B} = \frac{\delta}{\delta t}\int_{VC} \vec{V}\rho d\forall + \int_{SC} \vec{V}\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}$$

Como se trata de un problema con flujo estacionario, y escribiendo la ecuación para sus dos componentes por separado tendremos:

$$-R_X = \int_{SC} u\rho\vec{V}\cdot d\vec{A} = -u_e|\rho u_e A_e| + u_s|\rho u_s A_s|$$

$$-R_Y = \int_{SC} v\rho\vec{V}\cdot d\vec{A} = v_s|\rho v_s A_s|$$

Como le deflector se mueve con velocidad constante hacia la derecha, y al considerar el volumen de control que se mueve con el deberemos utilizar velocidades relativas, si llamamos V a la velocidad absoluta de salida del chorro del deflector y U a la velocidad del deflector, tendremos:

$$u_e = V - U = 40 - 20 = 20\ m/s$$
$$u_s = (V - U)cos60° = 20 \times cos60° = 10\ m/s$$
$$v_s = (V - U)sin60° = 20 \times sin60° = 17{,}3205\ m/s$$

Por otro lado considerando un flujo incompresible, a partir de la ecuación de continuidad tendremos:

$$\vec{V}_e A_e = \vec{V}_s A_s$$

Al no considerar los efectos de la fricción y estando todo a presión atmosférica

$$A_e = A_s = A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi \times \frac{(5 \times 10^{-2})^2}{4} = 0.001963 \text{ m}^2$$

por lo tanto $\vec{V}_e = \vec{V}_s$.

Por lo tanto las expresiones para la ecuación de cantidad de movimiento quedan:

$$-R_X = -(V-U)|\rho(V-U)A| + (V-U)cos60°|\rho(V-U)A|$$

$$R_X = (V-U)|\rho(V-U)A|(1-cos60°) = 20 \times |1000 \times 20 \times 0.001963| \times 0.5$$

$$\boxed{R_X = 392.6\ N}$$

$$R_Y = (V-U)sin60°|\rho(V-U)A| = 20 \times sin60°|1000 \times 20 \times 0.001963|$$

$$\boxed{R_Y = 680.0031\ N}$$

b. La velocidad de salida vista de un observador fijo sería la velocidad absoluta del chorro a la salida:

$$\vec{V}_2 = V_{2x}\hat{\imath} + V_{2y}\hat{\jmath} = (u_s + U)\hat{\imath} + v_s\hat{\jmath} = (10+20)\hat{\imath} + 17.3205\hat{\jmath}$$

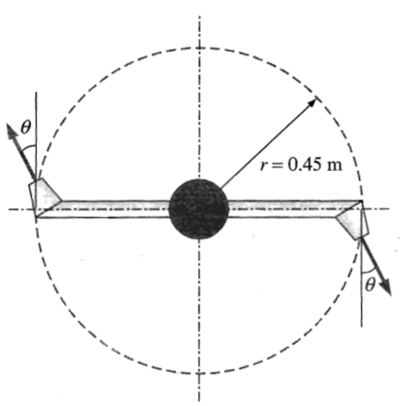
$$\boxed{\vec{V}_2 = 30\hat{\imath} + 17.3205\hat{\jmath}\ m/s}$$

c. La potencia que puede generar el álabe es igual a la fuerza que este ejerce por su velocidad de desplazamiento, en la componente del desplazamiento:

$$\dot{W} = U \times R_X = 20 \times 392.6$$

$$\boxed{\dot{W} = 7852\ W}$$

3. Entra agua a un rociador de césped de dos brazos, a lo largo de un eje vertical, a razón de 60L/s, y sale de las boquillas del rociador con chorros de 2 cm de diámetro y formando un ángulo de 45 grados con respecto a la dirección tangencial, como se muestra en la figura que representa al rociador visto en el plano horizontal. La longitud de cada brazo es de 0.45 m, y su diámetro interno de 2cm. Determine la velocidad de rotación del rociador, descartando los efectos de fricción.



(5 puntos)

SOLUCION

Al tratarse de un rociador giratorio debemos utilizar la ecuación de conservación de cantidad de movimiento angular con un volumen de control giratorio

$$\sum \vec{T} - \int_{VC} \left(\vec{r} \times \left(2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})\right)\right)\rho d\forall = \frac{\delta}{\delta t}\int_{VC} \vec{r} \times \vec{V}_{xyz}\rho d\forall + \int_{SC} \vec{r} \times \vec{V}_{xyz}\rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A}$$

Donde, como se descartan los efectos de fricción, y no habiendo otra fuerza o momento influyendo sobre el rociador tenemos que $\sum \vec{T} = 0$; por otro lado $\vec{r} \times (\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) = 0$; y al ser un proceso estacionario tendremos que $\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} = 0$ y $\frac{\delta}{\delta t}\int_{VC} \vec{r} \times \vec{V}_{xyz} \rho d\forall = 0$. La ecuación se simplifica entonces a:

$$\int_{VC} \left(\vec{r} \times \left(2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz}\right)\right) \rho d\forall = \int_{SC} \vec{r} \times \vec{V}_{xyz} \rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A}$$

Si estudiamos ambos términos por separado y considerando que se trata de dos brazos, obtendremos:
Par la integral dentro del volumen de control consideramos el volumen completo de los brazos, los extremos curvos al ser muy pequeños se desprecian:

$$\int_{VC} \left(\vec{r} \times \left(2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz}\right)\right) \rho d\forall = 2\int_{VC} \left(\vec{r}\hat{\imath} \times \left(2\vec{\omega}\hat{k} \times \vec{V}_{xyz}\hat{\imath}\right)\right) \rho A d\vec{r} = 4\rho A \omega V_{xyz} \int_0^{r_r} r dr = 2\rho A \omega V_{xyz} r^2 \Big|_0^{r_r} \hat{k}$$

$$\int_{VC} \left(\vec{r} \times \left(2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz}\right)\right) \rho d\forall = 2\rho A \omega V_{xyz} r_r^2 \hat{k}$$

Por otro lado para la integral en la superficie de control, tomamos en cuenta solo las salidas de los chorros, pues la entrada al ser en dirección axial no genera momento:

$$\int_{SC} \vec{r} \times \vec{V}_{xyz} \rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A} = 2rV_{xyz} |\rho V_{xyz} A| \hat{k}$$

La ecuación queda entonces:

$$2\rho A \omega V_{xyz} r_r^2 = 2r_r V_{xyz} cos45° |\rho V_{xyz} A|$$

$$\omega = \frac{2r_r V_{xyz} cos45° \left|\rho V_{xyz} A\right|}{2\rho A V_{xyz} r_r^2} = \frac{V_{xyz} cos45°}{r_r}$$

Donde la velocidad relativa del flujo de salida del rociador es:

$$V_{xyz} = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times \frac{60 \times 10^{-3}}{2}}{\pi \times 2 \times 10^{-2}} = 1.9098\ m/s$$

$$\omega = \frac{1.9098 \times cos45°}{0.45}$$

$$\boxed{\omega = 3\ s^{-1}}$$