

Funciones Parte 5

Prof. Derwis Rivas Olivo

1. Suponga que las siguientes reglas definen una función de su dominio al rango. Determine cuál de ellas es una función inyectiva.

(a) $f(x) = \frac{2x - 1}{x - 2}$

(b) $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 5)$

(c) $f(x) = e^{x^3 - 7}$

(d) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$

2. En cada caso suponga que las funciones están definidas de modo que son biyectivas. ¿Será f la inversa de g ?

(a) $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ y $g(x) = \frac{2 - e^x}{e^x - 1}$

(b) $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ y $g(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x + 2}$ y $g(x) = \sqrt[3]{x - 2}$

(d) $f(x) = e^{x^3 + 1}$ y $g(x) = \sqrt[3]{-1 + \ln x}$

3. Usa la función inversa para bosquejar el gráfico de las siguientes funciones

(a) $y = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$

(b) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$

(c) $y = \ln\left(\frac{1}{x-3}\right)$

(a) $y = \frac{-1}{\sqrt{x-2}}$

(b) $y = \frac{-2}{\sqrt[3]{x+1}}$

(c) $y = \log_{1/2}\left(\frac{2}{1-x}\right)$

(a) $y = -\ln\left(\frac{2}{x+3}\right)$

4. Un agricultor decide cercar un terreno rectangular y para ello cuenta con 1800m de cerca. Determine una fórmula que exprese el área del terreno en función de uno de los lados del terreno.

5. Se desea construir un recipiente cónico que albergue 1200cc de capacidad. Encuentre una fórmula que exprese el costo de construir el recipiente, en función del radio, sabiendo que el costo unitario de construcción de la superficie por cm^2 es de 6 u.m. ¿Cuál es el costo de construcción si el radio del cono es de 4cm?

Sugerencia: La superficie del cono es $S = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$.

6. Se desea construir una caja de base cuadrada y se cuenta para ello con $500m^2$ de material. Encuentre una fórmula que determine el volumen de la caja en función de una de las dimensiones de la caja. ¿Cuál es el volumen de la caja si la longitud de los lados en la base de la caja es de 4m?

7. Un hotel tiene 40 habitaciones. El gerente sabe que cuando el precio por habitación es de Bs. 40.000 todas las habitaciones son alquiladas, pero por cada 5.000 bolívares de aumento una habitación se desocupa. Expresar el ingreso del hotel como función del número de habitaciones alquiladas. ¿Cuál es el número de habitaciones que debe alquilar para obtener el mayor ingreso? ¿Es más conveniente para el gerente conservar el precio inicial o hacer el ajuste en el precio?.
8. Cuando la producción diaria no sobre pasa de 1000 unidades de cierto artículo, se tiene una utilidad de Bs. 4000 por artículo; pero si el número de artículos producidos excede los 1000, la utilidad para los excedentes, disminuye en Bs. 10 por cada artículo que excede los 1000. Expresar la utilidad diaria del productor como función del número de artículos producidos. ¿Cuál es el número de artículos que debe producir para obtener la mayor utilidad?.
9. Una finca esta sembrada de mangos a razón de 80 plantas por hectárea. Cada planta produce un promedio de 960 mangos. Por cada planta adicional que se siembre, el promedio de producción por planta se reduce en 10 mangos. Expresar la producción de mangos por hectárea como función del número de plantas de mangos sembradas por hectáreas. ¿Cuál es el número de plantas de mango que debe sembrar para obtener la mayor producción?.
10. Para enviar cierto tipo de cajas por correo la administración exige que estas sean de base cuadrada y que la suma de sus dimensiones (largo más ancho más altura) no supere los 150cm. Expresar el volumen de la caja, con máxima suma de sus lados, como función de la longitud del lado de la base.