

PROBLEMARIO**GUÍA DE PROBLEMAS PARA LOS EXÁMENES DEPARTAMENTALES****CONTENIDO:**

1. **Conceptos básicos (Problemas 1-18)**
2. **Línea recta (Problemas 19-36)**
3. **Circunferencia (Problemas 37-43)**
4. **Parábola (Problemas 44-63)**
5. **Elipse (problemas 64-95)**
6. **Hipérbola (Problemas 96-109)**
7. **Traslación paralela de los ejes (Problemas 110-118)**
8. **Giro de ejes (Problemas 119-126)**
9. **Ecuación de *segundo grado* (Problemas 127-132)**
10. **Ecuaciones *paramétricas* (Problemas 133-142)**
11. **Coordenadas *polares* (Problemas 143-150)**

Esta **guía** tiene el carácter de complemento de los textos de **Geometría Analítica** que se imparte en las **Escuelas de Nivel Medio Superior**. En ella se exponen los problemas aproximadamente en el mismo orden que figuran en el texto. Consta de **150 problemas** propuestos, como ejercicio para el alumno, a distinto grado de dificultad, de las cuales se derivan otros más dando en realidad el total de **182 problemas**.

No debe emplearse como medio para evitar el estudio de las cuestiones teóricas de la asignatura. Por lo tanto, para que la utilización de esta **guía** sea verdaderamente eficaz es necesario que el **alumno** intente resolver por si mismo todos los problemas en papel y se fije bien en el por qué de cada uno de los pasos de que consta su solución y en la forma en que estos se expresan.

CONCEPTOS BÁSICOS

1. Calcular la **longitud** de los **segmentos de recta** determinados por los extremos dados por cada una de las parejas de puntos siguientes:

a) $A(-2, -5)$; $B(3, -1)$

b) $C(3, 2)$; $D(0, 4)$

b) $E(0, 2)$; $F(-3, -3)$

d) $G\left(\frac{1}{2}, 1\right)$; $H\left(-\frac{3}{2}, -5\right)$

SOLUCIÓN

a) $\overline{AB} = \sqrt{41}$

b) $\overline{CD} = \sqrt{13}$

c) $\overline{EF} = \sqrt{34}$

d) $\overline{GH} = 2\sqrt{10}$

2. Determinar cuál de los puntos siguientes $A(7, 3)$; $B(-5, 2)$ y $C(-8, 1)$, es el **más cercano** al punto $P(-3, 5)$.

SOLUCIÓN

El punto B esta mas cerca del punto P.

3. Calcular el **perímetro** de los **triángulos** cuyas **vértices** son:

a) $A(-2, 2)$; $B(7, 1)$ y $C(3, 8)$

b) $J(3, -1)$; $K(-2, 7)$ y $L(1, 6)$

c) $M(-1, -2)$; $N(-5, -3)$ y $P(-3, -6)$

d) $Q(-2, -6)$; $R(-5, 8)$ y $S(6, 9)$

SOLUCIÓN

a) **Perímetro:** $= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = \sqrt{82} + \sqrt{61} + \sqrt{65}$

b) **Perímetro:** $= \overline{JK} + \overline{JL} + \overline{KL} = \sqrt{89} + \sqrt{53} + \sqrt{10}$

c) **Perímetro:** $= \overline{MN} + \overline{MP} + \overline{NP} = \sqrt{17} + \sqrt{20} + \sqrt{13}$

d) **Perímetro:** $= \overline{QR} + \overline{QS} + \overline{RS} = \sqrt{205} + 17 + \sqrt{122}$

4. Calcular el **área** de los **triángulos** rectángulos cuyos **vértices** son los puntos:

a) $A(1, 2)$; $B(3, 0)$ y $C(4, 1)$

b) $L(1, 2)$; $M(5, 2)$ y $N(3, 0)$

c) $P(1, -2)$; $Q(3, 0)$ y $R(1, 2)$

SOLUCIÓN

a) $A = 2u^2$

b) $A = -4u^2$

c) $A = 4u^2$

5. Calcular el **área** de los **triángulos** siguientes, cuyos **vértices** son:

a) $A(-5, 0)$, $B(1, 2)$ y $C(1, -2)$

b) $J(1, 1)$, $K(6, -4)$ y $L(5, 3)$

c) $L(2, 0)$, $M(6, 0)$ y $N(4, 12)$

SOLUCIÓN

a) $A = -12 u^2$ b) $A = 15 u^2$ c) $A = 24 u^2$

6. Aplicando la fórmula, **calcular** el **área** de los **triángulos** siguientes, cuyos **vértices** son:

- a) **A (3, -2) , B (0, -5) y C (-3, 0)**
 b) **D (1, 3) , E (0, 4) y F (-1, 1)**

SOLUCIÓN

a) $A = 12 u^2$ b) $A = -2 u^2$

7. Si los extremos del **diámetro** de una **circunferencia** son los puntos **A (2, 3) y B (-3, 6)**. **Calcular** la **longitud** de dicha **circunferencia**.

SOLUCIÓN

$P = \sqrt{34} \pi$ **Unidades lineales.**

8. **Calcular** el **área** del **circulo** limitado por la **circunferencia** que tiene su **centro** en el punto **C(5, 1)** y pasa por el punto **P(1, 4)**.

SOLUCIÓN

$A = 25 \pi u^2$

9. **Demostrar** que los puntos **A (4, 2) , B (-4, 0) y C (0, 1)**, son **colineales**.

SOLUCIÓN

Como **Área = 0**, sí son **colineales**.

10. Uno de los **extremos** de un segmento de **recta** es el punto **A (3, 5)** y su **punto medio** es **M(-1, -2)**, **determinar** las **coordenadas** del otro punto **B extremo**.

SOLUCIÓN

$B (-5, -9)$

11. **Comprueba** que los puntos **A (2, 1) , B (3, 4) , C (9, 4) y D (8, 1)** son los **vértices** de un **paralelogramo**:

SOLUCIÓN

$\overline{AB} = \overline{CD} = \sqrt{10}$

$\overline{BC} = \overline{AD} = 6$

Si es un paralelogramo.

12. En geometría se vio que la **mediana** de un **triángulo** es aquella que va del punto medio de uno de los lados hasta el **vértice** opuesto, **calcular** las **coordenadas** del punto medio de cada lado del **triángulo** cuyas **vértices** son: **A (3, 2), B (-2, 4) y C (-5, -2)**, y la **longitud** de

las *medianas*.

SOLUCIÓN

Puntos medios: $M_1\left(\frac{1}{2}, 3\right)$; $M_2\left(-\frac{7}{2}, 1\right)$; $M_3(-1, 0)$

Longitud de las medianas: $\overline{CM_1} = \frac{\sqrt{122}}{2}$; $\overline{AM_2} = \frac{\sqrt{173}}{2}$; $\overline{BM_3} = \sqrt{17}$

13. Encontrar la *longitud* de cada una de las *medianas* del *triángulo* cuyos *vértices* son los puntos **A** (-2, -2) , **B** (6, 0) y **C** (2, 8).

SOLUCIÓN

Longitud de las medianas: $\overline{AM_2} = \sqrt{72}$; $\overline{BM_3} = \frac{\sqrt{45}}{2}$; $\overline{CM_1} = \sqrt{81} = 9$

14. Si la *longitud* de un segmento es **10** y las coordenadas de uno de sus *extremos* **A** (8, 10). Calcular la *coordenada* del otro *extremo* sabiendo que su *abscisa* es **2**.

SOLUCIÓN

B (2, 18) y **B'**(2, 2). **Dos extremos**

15. Encontrar las *coordenadas* de los puntos que *trisectan* al segmento **L** (-2, 4) , **K** (4, 7) y *comprobar* los resultados calculando *distancias*.

SOLUCIÓN

Puntos: **P** (2, 6) y **Q** (0, 5)

Distancias: $\overline{LQ} = \sqrt{5}$, $\overline{QP} = \sqrt{5}$, $\overline{PK} = \sqrt{5}$ y $\overline{LK} = 3\sqrt{5}$

Se **comprueba** que: $\overline{LQ} + \overline{QP} + \overline{PK} = \overline{LK}$

16. Un segmento de *recta* tiene por *extremos* los puntos **A**(1, 2) y **B**(5, -6). Determinar las *coordenadas* de los puntos **C** y **D**, tales que $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{5}$ y $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{2}{5}$.

SOLUCIÓN

C $\left(\frac{9}{5}, \frac{2}{5}\right)$ y **D** $\left(\frac{13}{5}, -\frac{6}{5}\right)$

17. Analizar las siguientes ecuaciones, determinando en cada paso la *simetría*, *intersección* con los ejes, *extensión*, *asíntotas* y *trazar* su gráfica.

- a) $2x + 3y - 6 = 0$
b) $3x - 5y - 15 = 0$

SOLUCIÓN

- a) *Intersección* con el eje **y** es **(0, 2)** y **(0, -2)**
Intersección con el eje **x** es **(3, 0)** y **(-3, 0)**

Si hay simetría.

Extensión con el eje de las **x** es **(-3, 3)** *Extensión* con el eje de las **y** es **(-2,, 2)**

No hay asíntotas.

- b) *Intersección* con el eje de las **y** es **(0, -3)**
Intersección con el eje de las **x** es **(5, 0)**

Sin asíntotas.

No es simétrica.

Extensión eje de las **x** **(-5, 5)** *Extensión* eje de las **y** **(-3, 3)**

18. **Encontrar las intersecciones** con los **ejes** de la curva dada por la ecuación:
 $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$ y **hacer** la gráfica.

SOLUCIÓN

La *intersección* con el eje de las **x**: **no hay**
 La *intersección* con el eje de las **y** es: **(0, 4)**

LINEA RECTA

19. **Hallar la pendiente** de cada una de las **rectas** que pasan por los puntos.

- | | |
|--|--|
| a) A(3, -4) y B(5, 2) | b) C $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ y D(6, 2) |
| c) E(-6, -1) y F(-6, -4) | d) G(1, 2) y H(-2, 2) |

SOLUCIÓN

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) m = 3 | b) m = 0 |
| c) m = ∞ | d) m = 0 |

20. **Hallar la ecuación** de la **recta** indicada y **dibujar** su gráfica.

- | | |
|---|--|
| a) <i>Pasa por</i> A(2, 1) y B(0, -3) | b) <i>Pasa por</i> C(2, 3) y D(2, -2) |
| c) <i>Pasa por</i> E(0, 3) con $m = \frac{3}{4}$ | d) <i>Pasa por</i> F(0, 5) con $m = -2$ |
| e) <i>Intersección</i> y = 2 con $m = 4$ | f) <i>Intersección</i> $y = \frac{2}{3}$ con $m = \frac{3}{4}$ |

SOLUCIÓN

a)	$y = 2x - 3$	b)	$x = 2$
c)	$3x - 4y + 12 = 0$	d)	$2x + y - 5 = 0$
e)	$4x - y + 2 = 0$	f)	$9x - 12y + 8 = 0$

21. Demostrar que los *tres puntos* que se especifican enseguida son **colineales**.

a) A(6, 2) , B(2, 1) y C(-2, 4) b) D(-3, -2) , E(5, 2) y F(9, 4)

SOLUCIÓN

a) **No son colineales** ya que: $A \neq 0$

Por otra parte: $\overline{AB} + \overline{BC} \neq \overline{AC}$ y $\sqrt{17} + 5 \neq 2\sqrt{17}$.

b) **Son colineales** ya que: $A = 0$. Y se cumple que: $\overline{DE} + \overline{EF} = \overline{DF}$.

22. Demostrar que la **recta** que pasa por los puntos A(-2, 5) y B(4, 1) es **perpendicular** a la **recta** que pasa por los puntos C(-1, 1) y D(3, 7).

SOLUCIÓN

Las rectas si son perpendiculares.

23. Una recta L_1 , pasa por los puntos A(3, 2) y B(-4, -6) y otra recta L_2 pasa por los puntos C(-7, 1) y D(x, -6). Hallar la **abscisa x**, sabiendo que la recta L_1 es **perpendicular** a la recta L_2 .

SOLUCIÓN

$x_D = 1$

24. Dos **rectas** se cortan formando un **ángulo** de 135° sabiendo que la **recta** final tiene una **pendiente** de **-3**. Calcular la **pendiente** de la **recta** inicial.

SOLUCIÓN

$m_1 = -\frac{1}{2}$

25. En el **triángulo** cuyos **vértices** son A(-2, 1), B(4, 7) y C(6, -3). Determinar:

- a) Las **ecuaciones** de sus **lados**.
 b) La **ecuación** de la **recta** que pasa por el **vértice** A y es **paralela** al lado opuesto **BC**.

SOLUCIÓN

a) Lado AB: $x - y + 3 = 0$ Lado AC: $x + 2y = 0$ Lado BC: $5x + y - 27 = 0$

b) $5x + y + 9 = 0$

26. Determinar la **ecuación** de la recta que pasa por el punto $A(2, 1)$ y sea: a) **paralela** y b) **perpendicular** a la recta $4x - 2y = 3$.

SOLUCIÓN

- a) Recta **paralela**: $2x - y - 3 = 0$
 b) Recta **perpendicular**: $x + 2y - 4 = 0$

27. Encontrar la **ecuación** de la **recta** que pasa por el punto $A\left(\frac{7}{8}, \frac{3}{4}\right)$ y sea: a) **paralela** y b) **perpendicular** a la recta dada por la ecuación: $5x + 3y = 0$

SOLUCIÓN

- a) Recta **paralela**: $40x + 24y - 53 = 0$
 b) Recta **perpendicular**: $24x - 40y + 9 = 0$

28. Dado el **triangulo** cuyas **vértices** son $A(-5, 6)$ y $B(-1, -4)$ y $C(3, 2)$. Encontrar las **ecuaciones** de las **medianas** y su punto de **intersección**.

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- Mediana: AM_3 $7x + 6y - 1 = 0$
 Mediana: BM_2 $x + 1 = 0$
 Mediana: CM_1 $x - 6y + 9 = 0$

Punto de **intersección**: $I\left(-1, \frac{4}{3}\right)$

29. Determinar la **ecuación** de la **línea recta** cuyas **intersecciones** con los ejes x y y son respectivamente 5 y -3 .

SOLUCIÓN

$$y = \frac{3}{5}x - 3 \quad ; \quad 3x - 5y - 15 = 0$$

30. Encontrar la **ecuación** de la **línea recta** cuya **pendiente** es -2 y pasa por el punto de **intersección** de **rectas** dadas por las ecuaciones: $2x + y = 8$, y $3x - 2y = -9$.

SOLUCIÓN

$$y = -2x + 8 \quad \text{ó} \quad 2x + y - 8 = 0$$

31. Determinar la **ecuación** de una **línea recta** en la **forma normal**, sabiendo que: $w = 30^\circ$ y $P=6$.

SOLUCIÓN

$$\sqrt{3}x + y - 12 = 0$$

32. Escribir la **ecuación** de la **línea recta**: $3x + 4y - 5 = 0$ en la **forma normal** y hallar los valores para **P** y **W**.

SOLUCIÓN

La **ecuación** es: $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1 = 0$

El valor de: $P = 1$ y el valor de: $W = 53^0 8'$

33. Hallar la **ecuación** de la **recta** cuya **distancia** al **origen** del sistema es **5** y pasa por el punto de coordenadas **A(1, 7)**. **Dos** soluciones.

SOLUCIÓN

Ecuaciones de las **rectas**: $3x - 4y + 25 = 0$ y $4x + 3y - 25 = 0$

34. Calcular la **distancia** de la **línea recta** cuya ecuación es $8x + 15y - 24 = 0$, al punto **A(-2, -3)**.

SOLUCIÓN

$d = 5$

35. Hallar la **distancia** comprendida entre las **rectas paralelas**:

$3x - 4y + 8 = 0$ y $6x - 8y + 9 = 0$

SOLUCIÓN

$d = 0.7$

36. La **distancia** de la **línea recta** representada por la ecuación $4x - 3y + 1 = 0$, al punto **P** es 4, si la **ordenada** de **P** es 3. Calcular el valor de la **abscisa** de **P**

SOLUCIÓN

$x = 7$, por lo que: $P(7, 3)$

CIRCUNFERENCIA

37. Encontrar la **ecuación** de la **circunferencia** de acuerdo a los datos que se especifican enseguida:

- a) Con **centro** en el **origen** del sistema y **radio** de 8.
- b) Con **centro** en el punto **A(-2, 3)** y **radio** de 4.
- c) Con **centro** en el punto **C(4, -1)** y que **pasa** por el punto **A(-1, 3)**.
- d) Con **centro** en **C(-4, 3)** y es **tangente** al eje de las **ordenadas**.

SOLUCIÓN

a) $x^2 + y^2 = 64$

b) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$

c) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 41$ d) $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$

38. Hallar la **ecuación** de la **circunferencia** cuyo **centro** es **C(-4, -1)** y es **tangente** a la **recta** dada por la ecuación: $y = -\frac{3}{2}x + 6$.

SOLUCIÓN

$$(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 52$$

39. Determinar el **centro** y el **radio** de cada una de las **circunferencias** dadas por las ecuaciones siguientes:

a) $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 12 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 8x - 7y = 0$
 c) $2x^2 + 2y^2 - 10x + 6y - 15 = 0$ d) $4x^2 + 4y^2 - 28x - 8y + 53 = 0$

SOLUCIÓN

a) **Centro** $(4, -5)$, **Radio** $a = \sqrt{53}$ b) **Centro** $\left(4, \frac{7}{2}\right)$, **Radio** $a = \frac{\sqrt{113}}{2}$
 c) **Centro** $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, **Radio** $a = 4$ d) **Centro** $\left(\frac{7}{2}, 1\right)$; **Radio** $a = 0$

40. Determinar la ecuación de la **circunferencia** que pasa por los puntos: **A(1, 1)**, **B(1, 3)** y **C(9, 2)** y el **centro** y su **radio**.

SOLUCIÓN

Ecuación de la **circunferencia** es: $\left(x - \frac{79}{16}\right)^2 + (y - 2)^2 = 16.5$

Centro: $\left(\frac{79}{16}, 2\right)$ y **radio:** $a = 4.06$

41. Determinar la ecuación de la **circunferencia** que **pasa** por los puntos: **A(1, 2)**, **B(3, 1)** y **C(-3, -1)**

SOLUCIÓN

$$x^2 + y^2 - x + 3y - 10 = 0$$

42. Hallar la **ecuación** de la **circunferencia** que tiene como **centro** **C(-2, 3)** y que es **tangente** a la **recta** que tiene la ecuación $20x - 21y - 42 = 0$.

SOLUCIÓN

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25 \quad \text{ó} \quad x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

43. Encontrar la **ecuación** de la **circunferencia** que pasa por **A(1, -4)** y **B(5, 2)** y que tiene su **centro** en la **recta** representada por la ecuación: $x - 2y + 9 = 0$.

SOLUCIÓN

$(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 65$ ó $x^2 + y^2 + 6x - 6y - 47 = 0$

PARÁBOLA

44. Encontrar las coordenadas del **foco**, la longitud del **lado recto** y la ecuación de la **directriz** de cada una de las **parábolas** representada por las ecuaciones siguientes.

- a) $y^2 = 6x$ c) $x^2 = 8y$
 b) $3y^2 = -4x$ d) $x^2 + 8x = 0$

SOLUCIÓN

- a) **Foco:** $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, L.R = $2p = 6$, ecuación de la **directriz:** $x = -\frac{3}{2}$
 b) **Foco:** $F\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$, L.R = $-\frac{4}{3}$, ecuación de la **directriz:** $x = \frac{1}{3}$
 c) **Foco:** $F(0,2)$, L.R = 8 , ecuación de la **directriz:** $y = -2$
 d) **Foco:** $F(0,-2)$, L.R = -8 , ecuación de la **directriz:** $y = 2$

45. Encontrar la **ecuación** de cada una de las siguientes **parábolas**, cuyos datos se especifican:

- a) **Foco** en el punto $(3, 0)$ y **directriz:** $x + 3 = 0$
 b) **Vértice** en el **origen** y **directriz:** $y - 5 = 0$
 c) **Vértice** en el **origen** y **foco** en el punto $(0, 4)$
 d) **Vértice** en el **origen** y **eje focal** sobre el eje de las x y pasa por $(-3, 6)$

SOLUCIÓN

- a) $y^2 = 12x$ b) $x^2 = 20y$
 c) $x^2 = 16y$ d) $y^2 = -12x$

46. ¿Cuál de las siguientes opciones contiene la definición de la **parábola**?

- a) El **lugar geométrico** de los puntos del plano que **equidistan** de **dos puntos fijos**.
 b) El **lugar geométrico** de los puntos del plano que **equidistan** de un **punto fijo** llamado **foco**.
 c) El **lugar geométrico** de los puntos que **equidistan** de una **recta dada**.
 d) El **lugar geométrico** de los puntos del plano que **equidistan** de una **recta** y un **punto fijo**.

SOLUCIÓN

d)

47. De las ecuaciones que se indican enseguida **determinar** la correspondiente a la **parábola**

con **vértice** en el punto $(-3, 4)$ y **foco** en $(-5, 4)$.

SOLUCIÓN

a) $y^2 - 8y + 8x + 40 = 0$ ó $(y - 4)^2 = -8(x + 3)$

48. De las ecuaciones que se indican, **determinar cuál** pertenece a la **parábola** con **vértice** en

$v\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$ y su **foco** en $F\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$.

a) $y^2 + 4y - 2x + 1 = 0$ b) $4x^2 + 12x - 8y + 25 = 0$
 c) $y^2 - 4y + 2x - 7 = 0$ d) $4x^2 - 12x - 8y - 7 = 0$

SOLUCIÓN

b)

49. **Encontrar** la ecuación común de la **parábola** dada por la ecuación: $x^2 - 10x - 3y + 31 = 0$ cuya forma puede ser:

a) $(x + 5)^2 = 3(y - 2)$ c) $(x - 5)^2 = 3(y + 2)$
 b) $(x + 5)^2 = 3(y + 2)$ d) $(x - 5)^2 = 3(y - 2)$

SOLUCIÓN

d)

50. **Determinar** la ecuación de la **parábola** que tiene su **foco** en $(1, 3)$ y **vértice** en $(-2, 3)$.

SOLUCIÓN

Forma **común**: $(y - 3)^2 = 12(x + 2)$ Forma **general**: $y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$

51. **Determinar** la ecuación de la **parábola** que tiene su **foco** en $(-2, -4)$ y su **lado recto** lo unen los puntos: $Q(-2, 2)$ y $Q'(-2, -4)$.

SOLUCIÓN

Forma **común**: $(y + 1)^2 = 6\left(x + \frac{7}{2}\right)$ Forma **general**: $y^2 + 2y - 6x - 20 = 0$

52. **Encontrar** la ecuación de la **parábola** con **eje** paralelo al eje de las **abscisas** y **pasa** por los puntos: $A(3, 3)$, $B(6, 5)$ y $C(6, -3)$.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $(y - 1)^2 = 4(x - 2)$ Ecuación **general**: $y^2 - 2y - 4x + 9 = 0$

53. **Hallar** la ecuación de la **parábola** con **vértice** en $(3, -1)$ y cuya ecuación de la **directriz** es: $y - 2 = 0$.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $(x - 3)^2 = 12(y + 1)$ Ecuación **general**: $x^2 - 6x - 12y - 3 = 0$

54. **Encontrar** la ecuación de la **parábola** que tiene **vértice** en $(4, -2)$, su **directriz** vertical y su **lado recto** es 7.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $(y + 2)^2 = 7(x - 4)$ Ecuación **general**: $y^2 + 4y - 7x - 24 = 0$

55. **Hallar** la ecuación de la **parábola** cuyo **foco** esta en $(2, 3)$, su eje es $y = 3$ y el **lado recto** es 5.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $(y - 3)^2 = 5\left(x - \frac{3}{4}\right)$ Ecuación **general**: $4y^2 - 24y - 20x + 51 = 0$

56. **Determinar** la ecuación de la **parábola** con **vértice** en $(-1, 0)$, **pasa** por el punto $(1, -2)$ y su eje es **vertical**.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $(x + 1)^2 = -2y$ Ecuación **general**: $x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

57. **Hallar** la ecuación de la **parábola** con **directriz** $x = 2$, y el **eje focal** $y = 1$ y **pasa** por el punto $(7, 4)$

SOLUCIÓN

$(y - 1)^2 = 8\left(x - \frac{47}{8}\right)$ o $y^2 - 2y - 8x + 48 = 0$

58. Dada la ecuación de una **parábola** $y^2 - 4y + 6x - 8 = 0$. **Encontrar** las **coordenadas** de:

- a) **Vértice** b) **Foco**
c) Longitud del **lado recto** d) Ecuación de la **directriz**

SOLUCIÓN

a) $V(2, 2)$ b) $F\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ c) L. R. = -6 d) $x = \frac{7}{2}$ o $2x - 7 = 0$

59. La ecuación de la **parábola** $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$. **Reducirla** a la forma **común** y encontrar las coordenadas del **vértice**, **foco**, **lado recto** y la ecuación de la **directriz**.

SOLUCIÓN

Vértice: $V\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ **Foco**: $F(3, 2)$

Lado recto: $L.R. = 6$

Directriz: $x = 0$

60. Una **parábola** tiene la ecuación $3x^2 - 9x - 5y - 2 = 0$. Encontrar las coordenadas del **vértice**, **foco**, **lado recto** y la ecuación de la **directriz**.

SOLUCIÓN

Vértice: $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{7}{4}\right)$

Foco: $F\left(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}\right)$

Lado recto: $L.R. = \frac{5}{3}$

Ecuación de la **directriz**: $6y + 13 = 0$

61. Un arco **parabólico** tiene una **altura** de 25m y 40m de **ancho**. ¿Qué **altura** tiene el arco a 8m del **centro**?

SOLUCIÓN

Altura es de 21 metros

62. Suponiendo que el agua al salir del extremo de un tubo **horizontal** que se encuentra a 7.5m arriba del suelo describe una curva **parabólica**, estando el **vértice** en el extremo del tubo. Si en un punto a 2.4m por debajo del nivel del tubo el agua se ha curvado hacia afuera 3m, más allá de una recta vertical que pasa por el extremo del tubo. ¿A qué **distancia** de esta **vertical** llegará el agua al suelo?

SOLUCIÓN

Distancia = 5.28m

63. El cable de suspensión de un puente colgante adquiere la forma de un arco de **parábola**. Los pilares que lo soportan tienen una altura de 60m y están separados a una distancia de 500m quedando el punto más bajo del cable a una altura de 10m sobre la calzada del puente y como eje **y** el de **simetría** de la **parábola**. Hallar la ecuación de la **parábola** y la **altura** de un punto situado a 80m del **centro** del puente.

SOLUCION

Ecuación: $x^2 - 1250y + 12500 = 0$

Altura: **15.1 metros**

ELIPSE

64. Determinar las coordenadas de las **vértices**, **focos**, las **longitudes** de los ejes **mayor** y **menor**, la **excentricidad** y la longitud del **lado recto** de la **elipse** cuya ecuación es: $4x^2 + 9y^2 = 36$

SOLUCION

Vértices: $A_1(-3, 0)$ y $A_2(3, 0)$

Focos: $F_1(-\sqrt{5}, 0)$ y $F_2(\sqrt{5}, 0)$

Eje mayor: $A_1 A_2 = 2a = 6$

Eje menor: $B_1 B_2 = 2b = 4$

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ **Lado recto:** $L.R = \frac{8}{3}$

65. La ecuación de la **elipse** es $225x^2 + 289y^2 = 65025$. **Determinar** las coordenadas de las **vértices**, **focos**, longitudes de los ejes **mayor** y **menor**, la **excentricidad** y la longitud del **lado recto**.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(17, 0)$ y $A_2(-17, 0)$ **Focos:** $F_1(8, 0)$ y $F_2(-8, 0)$
Eje mayor: $2a = 34$ **Eje menor:** $2b = 30$
Excentricidad: $e = \frac{8}{17}$ **Lado recto:** $L.R = 26.47$

66. La ecuación de la **elipse** $12x^2 + 8y^2 = 1$. **Determinar** las coordenadas de los **vértices** y **focos**, la longitud de los ejes **mayor** y **menor**, la **excentricidad** y el **lado recto**.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1\left(0, \frac{1}{\sqrt{8}}\right)$ y $A_2\left(0, -\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$
Focos: $F_1\left(0, \frac{1}{\sqrt{24}}\right)$ y $F_2\left(0, -\frac{1}{\sqrt{24}}\right)$
Eje mayor: $2a = \frac{2}{\sqrt{8}}$ **Eje menor:** $2b = \frac{2}{\sqrt{24}}$
Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ **Lado recto:** $L.R = \frac{\sqrt{8}}{6}$

67. Dada la ecuación de la **elipse** $9x^2 + y^2 - 9 = 0$. **Encontrar** las coordenadas de las **vértices** y **focos**, la **longitud** de los **ejes**, la **excentricidad** y la **longitud** del **lado recto**.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(0, 3)$ y $A_2(0, -3)$ **Focos:** $F_1(0, \sqrt{8})$ y $F_2(0, -\sqrt{8})$
Eje mayor: $2a = 6$ **Eje menor:** $2b = 2$
Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{8}}{3}$ **Lado recto:** $L.R = \frac{2}{3}$

68. De la ecuación de la **elipse** $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$. **Determinar** las coordenadas de las **vértices** y **focos**, la **longitud** de los **ejes**, la **excentricidad** y la longitud del **lado recto**.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(0, 5)$ y $A_2(0, -5)$ **Focos:** $F_1(0, 4)$ y $F_2(0, -4)$
Eje mayor: $2a = 10$ **Eje menor:** $2b = 6$
Excentricidad: $e = \frac{4}{5}$ **Lado recto:** $L.R = \frac{18}{5}$

69. **Determinar** las coordenadas de los **vértices** y **focos**, la **longitud** de los **ejes**, la **excentricidad** y el **lado recto** de la **elipse** cuya ecuación es: $3x^2 + 16y^2 - 48 = 0$

SOLUCIÓN

Vértices:	$A_1(4, 0)$ y $A_2(-4, 0)$	Focos:	$F_1(\sqrt{13}, 0)$ y $F_2(-\sqrt{13}, 0)$
Eje mayor:	$2a = 8$	Eje menor:	$2b = 2\sqrt{3}$
Excentricidad:	$e = \frac{\sqrt{13}}{4}$	Lado recto:	$L.R. = \frac{3}{2}$

70. **Encontrar** la ecuación de la **elipse** en su forma **común** y **general**, que tiene su **centro** en el **origen** y uno de sus **vértices** es el punto $(0, -7)$ y **pasa** por el punto $(\sqrt{5}, \frac{14}{3})$.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ Ecuación **general**: $49x^2 + 9y^2 - 441 = 0$

71. **Determinar** la ecuación de la **elipse** en su forma **ordinaria** y **general**, cuyas **vértices** son los puntos $A_1(4, 0)$ y $A_2(-4, 0)$ y sus **focos** $F_1(-3, 0)$ y $F_2(3, 0)$.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ Ecuación **general**: $7x^2 + 16y^2 - 112 = 0$

72. **Encontrar** la ecuación de la **elipse** en sus formas **común** y **general** sabiendo que sus **vértices** son los puntos $(6, 0)$ y $(-6, 0)$ y la **longitud** del **lado recto** es de $\frac{20}{3}$.

SOLUCIÓN

Ecuación **ordinaria**: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ Ecuación **general**: $20x^2 + 36y^2 - 720 = 0$

73. **Determinar** las formas **común** y **general** de la ecuación de la **elipse** que tiene como **focos** a $F_1(0, 8)$ y $F_2(0, -8)$ y cuya **longitud** del eje **mayor** es de **34**.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{289} = 1$ Ecuación **general**: $289x^2 + 225y^2 - 65025 = 0$

74. Los **vértices** de una **elipse** son $(1, 1)$ y $(7, 1)$ y su **excentricidad** es de $\frac{1}{3}$. **Hallar** la ecuación en la forma **ordinaria** y **general**, las coordenadas de sus **focos** y las **longitudes** de los **ejes** y del **lado recto**.

SOLUCIÓN

Ecuación ordinaria: $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{8} = 1$

Ecuación general: $8x^2 + 9y^2 - 64x - 18y + 65 = 0$

Coordenadas de los focos: $F_1(5, 1)$ y $F_2(3, 1)$

Eje mayor: $2a = 6$

Eje menor: $2b = 4\sqrt{2}$

Lado recto: $L.R = \frac{16}{3}$

75. Los focos de una *elipse* son $F_1(-4, -2)$ y $F_2(-4, -6)$ y la longitud del lado recto es 6. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria y general y la excentricidad.

SOLUCIÓN

Ecuación ordinaria: $\frac{(x+4)^2}{12} + \frac{(y+4)^2}{16} = 1$

Ecuación general: $4x^2 + 3y^2 + 32x + 24y + 64 = 0$

Excentricidad: $e = \frac{1}{2}$

76. Los focos de una *elipse* son los puntos $(3, 8)$ y $(3, 2)$ y la longitud del eje menor es de 8. Hallar la ecuación, las coordenadas de sus vértices y su excentricidad.

SOLUCIÓN

Ecuación ordinaria: $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$

Coordenadas de los vértices: $A_1(3, 10)$ y $A_2(3, 0)$ Excentricidad: $e = \frac{3}{5}$

77. El centro de una *elipse* es el punto $(-2, -1)$ y uno de sus vértices el punto $(3, -1)$ y la longitud del lado recto es de 4. Determinar su ecuación, la excentricidad y las coordenadas de los focos.

SOLUCIÓN

Ecuación común: $\frac{(x+2)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{10} = 1$ Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Coordenadas focos: $F_1(-2 + \sqrt{15}, -1)$; $F_2(-2 - \sqrt{15}, -1)$

78. Dada la ecuación $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 21 = 0$. Determinar las coordenadas del centro, vértices, focos y las longitudes del lado recto, eje mayor y menor y la excentricidad.

SOLUCIÓN

Coordenadas: Centro: $(3, -2)$ Vértices: $(3 \pm 2, -2)$ Focos: $(3 \pm \sqrt{3}, -2)$
 Longitudes: L. R. = 1 Eje mayor: $2a = 4$ Eje menor: $2b = 2$

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

79. La ecuación de la *elipse* es $4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0$. Determinar las *coordenadas* del *centro*, *vértices* y *focos* y las *longitudes* del *lado recto*, ejes *mayor* y *menor* y la *excentricidad*.

SOLUCIÓN

Coordenadas: Centro: $(-4, 1)$ Focos: $(-4 \pm \sqrt{5}, 1)$ Vértices: $(-4 \pm 3, 1)$

Longitudes: L.R. = $\frac{8}{3}$ Eje mayor = 6 Eje menor = 4

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

80. Encontrar las *coordenadas* del *centro*, de los *vértices* y de los *focos*, las *longitudes* del *lado recto*, de los ejes *mayor* y *menor* y la *excentricidad* de la *elipse* cuya ecuación es: $x^2 + 4y^2 - 10x - 40y + 109 = 0$

SOLUCIÓN

Coordenadas:

Centro: $(5, 5)$, Vértices: $A_1(9, 5)$ y $A_2(1, 5)$, Focos: $F_1(5 + 2\sqrt{3}, 5)$ y $F_2(5 - 2\sqrt{3}, 5)$

Longitudes: L. R. = 2 Eje mayor = 8 Eje menor = 4

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

81. La ecuación de una *elipse* es $9x^2 + 4y^2 - 8y - 32 = 0$. Determinar las *coordenadas* del *centro*, *vértices* y *focos* y las *longitudes* del *lado recto*, de los ejes *mayor* y *menor* y la *excentricidad*.

SOLUCIÓN

Coordenadas:

Centro: $(0, 1)$, Vértices: $A_1(0, 4)$ y $A_2(0, -2)$, Focos: $F_1(0, -1 + \sqrt{5})$ y $F_2(0, 1 - \sqrt{5})$

Longitudes: L. R. = $\frac{8}{3}$ Eje mayor = 6 Eje menor = 4

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

82. Determinar si la ecuación $2x^2 + y^2 + 12x - 43 = 0$ representa a una *elipse*, un *punto* o el *conjunto vacío*.

SOLUCIÓN

Elipse vertical con centro fuera del origen.

83. Dada la ecuación $5x^2 + y^2 - 10x - 2y + 71 = 0$, determinar si es una *elipse*, un *punto* o el *conjunto vacío*.

SOLUCIÓN

Elipse vertical con centro fuera del origen.

84. Demostrar si la ecuación $x^2 + 3y^2 - x + 6y + \frac{13}{4} = 0$ representa a una *elipse*, un *punto* o al *conjunto vacío*.

SOLUCIÓN

La ecuación representa un *punto* que es el *centro* de una *circunferencia*. $C\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

85. Determinar si la ecuación $9x^2 + 4y^2 - 36x - 8y + 76 = 0$ es una *elipse*, un *punto* o el *conjunto vacío*.

SOLUCIÓN

La ecuación representa a una *elipse vertical* con centro fuera del origen.

86. Un *arco* tiene forma de *semi-elipse* con *ancho* de 150m, siendo su *máxima altura* de 45m. Encontrar la *altura* de los soportes situados a 25m del *centro* del *arco*.

SOLUCIÓN

Altura de los soportes = 42.7m

87. La órbita de la *tierra* es una *elipse* con el *Sol*, en uno de sus *focos*, la *longitud* del eje *mayor* es 287 millones de kilómetros y la *excentricidad* es de $\frac{1}{62}$. Hallar la *máxima* y la *mínima distancia* de la *tierra* al *Sol*.

SOLUCIÓN

Distancias: Máxima: = 1.458×10^8 Km Mínima: = 1.41×10^8 Km

88. Un jardinero desea trazar una *elipse* ayudado con un *lazo* y dos *estacas*. Las *estacas* las coloca en los *focos* de la *elipse* separadas 7m. De qué *longitud* será el *lazo* para que atado en las *estacas* se pueda trazar una *elipse* de 0.625 de *excentricidad*.

SOLUCIÓN

Longitud del lazo = 11.2m.

89. El *arco* de un paso subterráneo es una *semi-elipse* de 90m de *ancho* y 30m de *altura*.

Hallar el **ancho** situado a 10m de **altura** y obtener la **altura** de un punto situado a 20m de la orilla.

SOLUCIÓN

Ancho = $x' = 42.426m$

Altura = $y' = 24.92 m$

90. ¿Cómo puedes **calcular** la **distancia** entre un **foco** y un **vértice**?

SOLUCIÓN

Empleando la formula para calcular la **distancia entre dos puntos**.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

91. Con relación a la **elipse**, **completar** las siguientes **frases** o **responda**.

1. La **distancia** del **centro** al **foco** es llamada _____
2. La **distancia** desde el **centro** al **vértice** _____
3. La **distancia** desde el **centro** a los **extremos** del **eje menor** _____
- 4.Cuál es la **relación** entre esas **distancia** _____

SOLUCIÓN

1. Se llama **semi-distancia focal** y se representa con la letra **c**
2. Es el **semi eje mayor** y se representa con la letra **a**
3. Es el **semi eje menor** y se representa con la letra **b**
4. Es por medio de la relación: **$a^2 = b^2 + c^2$**

92. De acuerdo a la curva llamada **elipse**, **completar** las siguientes **frases** o **responda**.

1. ¿Cuál es la **longitud** del **eje mayor**?
2. ¿Cuál es la **longitud** del **eje menor**?

SOLUCIÓN

1. Del **eje mayor** es: **2a**
2. Del **eje menor** es: **2b**

93. ¿Qué nos indica la **excentricidad** de una **elipse**? ¿Qué nos indica si el valor de la **excentricidad** se acerca a **cero**? y ¿Qué si dicho valor se acerca a **uno**?

SOLUCIÓN

La **excentricidad** indica la **mayor** o **menor deformación** que sufre la **elipse**, es decir que **$0 < e < 1$** ; por lo que:

- Cuando **$e = 0$** es una **circunferencia**
 Cuando **$e = 1$** es una **línea recta**

94. En qué eje de la **elipse** están siempre localizados los **vértices** y los **focos**.

SOLUCIÓN

En el llamado **eje focal o eje mayor**

95. ¿Cuáles son las **coordenadas** de los **extremos** del eje **menor** si la **elipse** tiene su eje **focal paralelo** al eje de las **abscisas**?

SOLUCIÓN

La curva es una **elipse horizontal** con **centro** fuera del **origen**, por lo que, las **coordenadas** de los **extremos** son:

B(h, k b)

LA HIPÉRBOLA

96. **Determinar** los **vértices**, los **focos**, la **excentricidad**, la longitud del **lado recto** y las ecuaciones de las **asíntotas** de la **hipérbola** cuya ecuación es: $4x^2 - 45y^2 = 180$.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(3\sqrt{5}, 0)$ y $A_2(-3\sqrt{5}, 0)$ **Focos:** $F_1(7, 0)$ y $F_2(-7, 0)$

Excentricidad: $e = \frac{7}{3\sqrt{5}}$ **Lado recto:** $L.R. = \frac{8}{3\sqrt{5}}$

Asíntotas: $y = \frac{2}{3\sqrt{5}}x$; $y = -\frac{2}{3\sqrt{5}}x$

97. **Encontrar** los **vértices**, los **focos**, la **excentricidad**, la longitud del **lado recto** y las ecuaciones de las **asíntotas** de la **hipérbola** que tiene la ecuación: $49y^2 - 16x^2 = 784$.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(0, 4)$ y $A_2(0, -4)$ **Focos:** $F_1(0, \sqrt{65})$ y $F_2(0, -\sqrt{65})$

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{65}}{7}$ **Lado recto:** $L.R. = \frac{32}{7}$

Asíntotas: $y = \frac{7}{4}x$; $y = -\frac{7}{4}x$

98. **Encontrar** los **vértices**, los **focos**, la **excentricidad**, el **lado recto** y las ecuaciones de las **asíntotas** de la **hipérbola** cuya ecuación es: $x^2 - y^2 = 25$.

SOLUCIÓN

Vértices: $A(\pm 5, 0)$ **Focos:** $F(\pm 5\sqrt{2}, 0)$

Excentricidad: $e = \sqrt{2}$ **Lado recto:** $L.R. = 10$

Asíntotas: $y = \pm x$

99. Determinar los **vértices**, los **focos**, la **excentricidad**, el **lado recto** y las ecuaciones de las **asíntotas** de la **hipérbola** dada su ecuación: $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(6, -1)$ y $A_2(-2, -1)$ Focos: $F_1(7, -1)$ y $F_2(-3, -1)$
 Excentricidad: $e = \frac{5}{4}$ Lado recto: $L.R. = \frac{9}{2}$
 Asíntotas: $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$; $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

100. Encontrar las **vértices**, los **focos**, la **excentricidad**, el **lado recto** y las ecuaciones de las **asíntotas** de la **hipérbola** que tiene la ecuación: $3x^2 - y^2 + 30x + 78 = 0$.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(-5, \sqrt{3})$ y $A_2(-5, -\sqrt{3})$ Focos: $F_1(-5, 2)$ y $F_2(-5, -2)$
 Excentricidad: $e = \frac{2}{\sqrt{3}}$ Lado recto: $L.R. = \frac{2}{\sqrt{3}}$
 Asíntotas: $y = \sqrt{3}x + 5\sqrt{3}$ $y = -\sqrt{3}x - 5\sqrt{3}$

101. Encontrar la ecuación de la **hipérbola** que tiene el eje **transverso** igual a 8 y sus **focos** con coordenadas: $(\pm 5, 0)$.

SOLUCIÓN

Forma **común**: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ Forma **general**: $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$

102. Determinar la ecuación de la **hipérbola** cuyo eje **conjugado** es 24 y **focos** con coordenadas de $(0, \pm 13)$.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1$ Ecuación **general**: $144y^2 - 25x^2 - 3600 = 0$

103. Una **hipérbola** con **centro** en $(0, 0)$, un **foco** en $(8, 0)$ y un **vértice** en $(6, 0)$. Encontrar su **ecuación**.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{38} = 1$ Ecuación **general**: $7x^2 - 9y^2 - 252 = 0$

104. Determinar la ecuación de la **hipérbola** que tiene su **centro** en el **origen**, el eje **transversal** sobre el eje de las **y**, la longitud del **lado recto** es 36 y la **distancia** entre los **focos** es de 24.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{108} = 1$ Ecuación **general**: $3y^2 - x^2 - 108 = 0$

105. **Encontrar** la ecuación de la **hipérbola** con **centro** en el **origen**, eje **transverso** sobre el eje de las **y**, **excentricidad** de $2\sqrt{3}$ y la longitud del **lado recto** es de 18.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{y^2}{81} - \frac{x^2}{121} = 1$ Ecuación **general**: $121y^2 - 11x^2 = 81$

106. **Determinar** la ecuación de la **hipérbola**, cuyas **vértices** son $(\pm 6, 0)$ y sus ecuaciones de las **asíntotas** son $6y = \pm 7$.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{49} = 1$ Ecuación **general**: $49x^2 - 36y^2 = 1764$

107. **Encontrar** la ecuación de la **hipérbola** que tiene **centro** en el **origen**, **vértice** en el punto $(6, 0)$ y la ecuación de una de las **asíntotas** es $4x - 3y = 0$.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ Ecuación **general**: $16x^2 - 36y^2 = 576$

108. Los **vértices** de una **hipérbola** son los puntos $(-1, 3)$ y $(3, 3)$ y su **excentricidad** es de $\frac{3}{2}$.
Hallar la **ecuación**, las coordenadas de los **focos** y las **longitudes** de los ejes **transverso** y **conjugado** y la del **lado recto**.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{5} = 1$ **Focos**: $F_1(4, 3)$ y $F_2(-2, 3)$
 Eje **transverso**: $2a = 4$ Eje **conjugado**: $2b = 2\sqrt{5}$
Lado recto: $L. R. = 5$

109. El **centro** de una **hipérbola** es $(4, 5)$ y uno de sus **focos** es $(8, 5)$, su **excentricidad** es 2. **Hallar** su **ecuación** y la **longitudes** de los ejes **transverso** y **conjugado**.

SOLUCIÓN

Ecuación **común**: $\frac{(x-4)^2}{4} - \frac{(y-5)^2}{12} = 1$

Ecuación **general**: $3x^2 - y^2 - 24x + 10y + 11 = 0$

Eje **transverso**: $2a = 4$

Eje **conjugado**: $2b = 4\sqrt{3}$

TRANSLACIÓN PARALELA DE LOS EJES

110. Aplicando las formulas de *traslación de ejes*, **reducir** la ecuación $y^2 - 6y - 4x + 5 = 0$, a su forma más **simple** y **establecer** la naturaleza de la curva que representa.

SOLUCIÓN

Ecuación **reducida**: $y^2 = 4x'$

La curva es una **parábola horizontal con vértice fuera del origen**.

111. **Simplificar** la ecuación $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$, mediante una *traslación de ejes* y **establecer** el tipo de curva que representa.

SOLUCIÓN

Ecuación **reducida**: $x'^2 + y'^2 = 25$ La ecuación representa a una **circunferencia**.

112. Dada la ecuación $3x^2 - 4y^2 - 12x - 8y - 4 = 0$, **simplificarla** mediante una *traslación de ejes* y **diga** la naturaleza de la curva.

SOLUCIÓN

Ecuación **reducida**: $3x'^2 - 4y'^2 = 12$ La ecuación representa a una **hipérbola**.

113. **Establecer** el tipo de curva y **simplificar** aplicando las *ecuaciones de traslación* la ecuación $2x^2 + 3y^2 - 4x - 12y - 20 = 0$.

SOLUCIÓN

Ecuación **reducida**: $2x'^2 + 3y'^2 = 34$ La ecuación representa a una **elipse**

114. Dada la ecuación $x^2 + 5y^2 + 2x - 20y + 25 = 0$, haciendo uso de las *ecuaciones de traslación* **simplificarla** y **establecer** el tipo de curva que representa.

SOLUCIÓN

Ecuación **reducida**: $x'^2 + 5y'^2 = -4$ La ecuación representa a una **elipse imaginaria**.

115. **Eliminar** los *términos de primer grado*, completando trinomios cuadrados perfecto en la ecuación: $x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$.

SOLUCIÓN

$$2x'^2 + 4y'^2 = 27$$

116. Eliminar los *términos de primer grado* en la ecuación $3x^2 - 4y^2 - 6x - 8y - 10 = 0$, completando cuadrados perfectos.

SOLUCIÓN

$$3x'^2 - 4y'^2 = 33$$

117. Completando trinomios cuadrados perfectos, *eliminar* los *términos de primer grado* en la ecuación: $2x^2 - 5y^2 - 12x + 10y - 17 = 0$.

SOLUCIÓN

$$2x'^2 - 5y'^2 = 30$$

118. *Eliminar* los *términos de primer grado* completando cuadrados perfectos en la ecuación $3x^2 + 3y^2 - 12x + 12y - 1 = 0$.

SOLUCIÓN

$$3x'^2 + 3y'^2 = 25$$

GIRO DE LOS EJES

119. *Obtener* la *ecuación* de la curva dada por la ecuación $4x^2 + 9y^2 = 36$, después de sufrir un *giro* de ángulo $\theta = 60^\circ$.

SOLUCIÓN

$$31x'^2 + 10\sqrt{3}x'y' + 21y'^2 = 144$$

120. Dando un *giro* de ángulo $\theta = 60^\circ$, *obtener* la *ecuación* de la curva cuya ecuación es: $x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - 16x - 8y + 20 = 0$.

SOLUCIÓN

$$4x'^2 - (8 + 4\sqrt{3})x'y' + (8\sqrt{3} - 4)y'^2 + 20 = 0$$

121. *Obtener* la *ecuación* de la curva que tiene por ecuación $x^2 + 2xy + y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$, después de tener un *giro* de $\theta = 45^\circ$.

SOLUCIÓN

$$2x'^2 - \frac{16}{\sqrt{2}}x'y' + \frac{8}{\sqrt{2}}y'^2 + 20 = 0 \quad 2x'^2 - 8\sqrt{2}x'y' + 4\sqrt{2}y'^2 + 20 = 0$$

122. *Determinar* la *ecuación* de la curva cuya ecuación es $x^2 - y^2 - 9 = 0$, después de *girar* en

ángulo de 45° .

SOLUCIÓN

$$2x'y' + 9 = 0$$

123. Obtener la **ecuación** de la curva, después de un **giro** de eje de 120° , cuya ecuación es:
 $16y'^2 - 9x'^2 = 144$

SOLUCIÓN

$$39x'^2 - 50\sqrt{3}x'y' - 11y'^2 - 576 = 0$$

124. Transformar la ecuación siguiente mediante una **rotación** para que **desaparezca** el termino **Bxy**: $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8x + 16y = -30$.

SOLUCIÓN

$$2x'^2 + y'^2 + 2\sqrt{2}x' + 6\sqrt{2}y' + 15 = 0$$

125. Transformar la ecuación $x^2 - 3xy + y^2 - 8 = 0$ mediante un **giro** de ejes para que **desaparezca** el termino **Bxy**.

SOLUCIÓN

$$5y'^2 - x'^2 - 16 = 0$$

126. Dada la ecuación $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 2 = 0$, transformarla mediante un **giro** de ejes para que **desaparezca** el termino **Bxy**.

SOLUCIÓN

$$6x'^2 + y'^2 - 2 = 0$$

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

127. Determinar que tipo de **cónica** representa la ecuación $x^2 - 2xy + y^2 - 8x + 16 = 0$.

SOLUCIÓN

Representa a una **parábola**

128. Determinar que tipo de **cónica** representa la ecuación:
 $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2\sqrt{2}x - 6\sqrt{2}y + 2 = 0$.

SOLUCIÓN

Representa una *elipse*

129. Determinar que tipo de *cónica* representa la ecuación: $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 56x - 58y + 95 = 0$.

SOLUCIÓN

Representa a una *hipérbola*

130. Dada la ecuación $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 3 = 0$. Determinar a que tipo de *cónica* corresponde.

SOLUCIÓN

Representa a una *elipse*

131. Determinar el tipo de *cónica* que representa la ecuación: $12y^2 - 4x^2 + 72y + 16x = -144$.

SOLUCIÓN

Representa a una *hipérbola*

132. Dada la ecuación $x^2 - 8y^2 = 0$. Determinar el tipo de *cónica* que representa.

SOLUCIÓN

Representa a una *hipérbola*

ECUACIONES PARAMÉTRICA

133. Transformar las siguientes ecuaciones *paramétricas* a la forma *rectangular*: $x = t^2$ y $y = 2t$

SOLUCIÓN

$y^2 = 4x$ *Parábola*

134. Transformar las siguientes ecuaciones *paramétricas* a *rectangulares*: $x = 2 \operatorname{sen} \theta$ y $y = 2 \operatorname{csc} \theta$

SOLUCIÓN

$xy = 4$

135. Transformar las siguientes ecuaciones *paramétricas* a *rectangulares*: $x = 3 \cos \theta$ y $y = 1 + \operatorname{sen} \theta$

SOLUCIÓN

$$\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{1} = 1 \quad \text{Parábola}$$

136. Transformar las siguientes ecuaciones *paramétricas* a *rectangulares*: $x = 2 + 3 \tan \theta$ y $y = 1 - 4 \sec \theta$.

SOLUCIÓN

$$\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1 \quad \text{Hipérbola}$$

137. Transformar las siguientes ecuaciones *paramétricas* a la forma *rectangular*: $x = \tan \theta$ y $y = 2 \cotan \theta$

SOLUCIÓN

$$xy = 2$$

138. Transformar la siguiente ecuación *rectangular* a ecuaciones *paramétricas* con: $x = 2t$
 $4x^2 - 9y^2 + 16x - 54y - 101 = 0$.

SOLUCIÓN

$$y = \pm \frac{\sqrt{16t^2 - 36}}{3} \quad x = 2t$$

139. Transformar la siguiente ecuación *rectangular* a sus ecuaciones *paramétricas*:
 $9x^2 + 16y^2 - 36x - 32y - 92 = 0$; con $x = 2t$

SOLUCIÓN

$$y = \pm \sqrt{9 - \frac{9}{4}t^2} \quad x = 2t$$

140. Transformar la siguiente ecuación *rectangular* a sus ecuaciones *paramétricas*:
 $y^2 - x - 2y - 3 = 0$; con $y = t + 1$

SOLUCIÓN

$$x = t^2 - 4 \quad y = t + 1$$

141. Transformar la siguiente ecuación *rectangular* a sus ecuaciones *paramétricas*:
 $x^2 = y + 4$; con $x = 2t + 2$

SOLUCIÓN

$$y = 2t^2 + 4t$$

$$x = 2t + 2$$

142. Transformar la siguiente ecuación *rectangular* a ecuaciones *paramétricas*: $(x-2)^2 + y^2 = 4$; con $x = 2(1 + \cos t)$

SOLUCIÓN

$$y = 2 \operatorname{sen} t$$

$$x = 2(1 + \cos t)$$

COORDENADAS POLARES

143. Determinar la ecuación *polar* de la *curva* cuya ecuación es: $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$

SOLUCIÓN

$$r = 2(\cos \theta - \operatorname{sen} \theta)$$

144. Determinar la ecuación *polar* de la *curva* que tiene como ecuación: $y^2 = 12x$

SOLUCIÓN

$$r = \frac{12 \cos \theta}{\operatorname{sen}^2 \theta}$$

145. Determinar la ecuación *polar* de la *curva* cuya ecuación es: $2x^2 + 9y^2 = 4(2x + 1)$

SOLUCIÓN

$$r^2 = \frac{4(2r \cos \theta + 1)}{2 \cos^2 \theta + 9 \operatorname{sen}^2 \theta}$$

146. Transformar la ecuación $2x - y - 3 = 0$ a la forma *polar*.

SOLUCIÓN

$$r = \frac{3}{2 \cos \theta - \operatorname{sen} \theta}$$

147. Determinar la ecuación *polar* de la *curva* que tiene la ecuación: $x^2 + y^2 = x + y$

SOLUCIÓN

$$r = \operatorname{sen} \theta + \cos \theta$$

148. **Escribir** la ecuación siguiente en coordenadas *rectangulares* e **identificar** la curva.
 $r(1 - \cos \theta) = 4$

SOLUCIÓN

$y^2 = 8(x + 2)$ Representa una *parábola*

149. **Dibujar** la *curva* o *lugar geométrico* de la ecuación $r = \frac{2}{1 - \cos \theta}$

SOLUCIÓN

La gráfica es una *parábola*

150. **Graficar** la siguiente ecuación *polar* $r^2 = 2 \operatorname{sen} 2 \theta$

SOLUCIÓN

La curva es una *lemniscata*

(Curva que es el *lugar geométrico* de los puntos tales que el *producto de las distancias a dos puntos dados* es *constante*)

Nombre de archivo: problemario
Directorio: C:\Geometria_analitica
Plantilla: C:\WINDOWS\Application Data\Microsoft\Plantillas\Normal.dot
Título: GUÍA DE PROBLEMAS PARA LOS EXÁMENES

DEPARTAMENTALES

Asunto:

Autor: Pablo Fuentes Ramos

Palabras clave:

Comentarios:

Fecha de creación: 16/04/02 06:03 P.M.

Cambio número: 90

Guardado el: 19/06/02 12:01 P.M.

Guardado por: Pablo Fuentes Ramos

Tiempo de edición: 2,664 minutos

Impreso el: 19/06/02 12:02 P.M.

Última impresión completa

Número de páginas: 29

Número de palabras: 5,475 (aprox.)

Número de caracteres: 31,213 (aprox.)