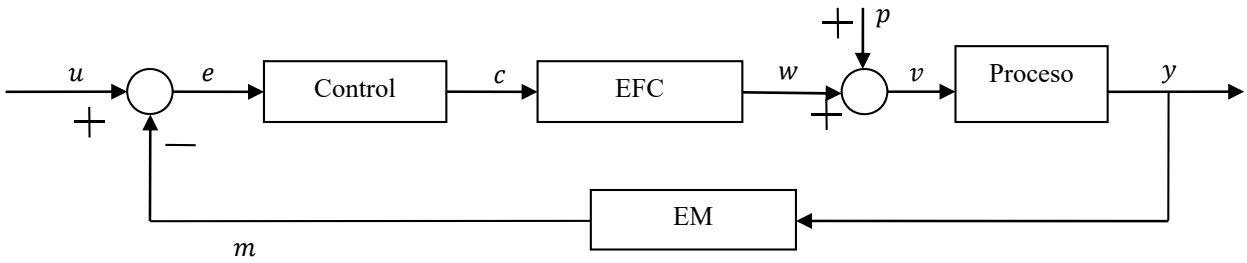
ULA. FACULTAD DE INGENIERIA. **Mérida, 15/02/2015**
ESCUELA DE MECANICA.
TEORIA DE CONTROL.

SEGUNDO PARCIAL

Se tiene el siguiente sistema de Control



Donde la ecuación diferencial que representa el proceso es:

$$D^5y + 2D^4y + 3D^3y + 4D^2y + 3Dy + 2y = v$$

Las funciones de transferencia del Control, EFC y EM son respectivamente:

$$\frac{C(s)}{E(s)} = \frac{1}{s} + 1; \quad \frac{W(s)}{C(s)} = 2; \quad \frac{M(s)}{Y(s)} = \frac{1}{2s+1}$$

1. Hallar la función de transferencia del proceso (4 puntos)
2. Obtener las matrices A, B, C y D de una representación en espacio de estado para el proceso (6 puntos)
3. Dibujar el diagrama de bloque completo del sistema y reducirlo hasta obtener las funciones de transferencia que relacionan a cada entrada con la salida (6 puntos)
4. Escribir la matriz de transferencia del sistema (4)

SOLUCION

1. Función de transferencia del proceso

Obtenemos la trasformada del Laplace de la ecuación diferencial

$$s^5 + 2s^4Y(s) + 3s^3Y(s) + 4s^2Y(s) + 3sY(s) + 2Y(s) = V(s)$$

Despejamos la relación entre la entrada y la salida, que es la función de transferencia del proceso:

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{1}{(s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 3s + 2)}$$

2. Representación en espacio de estado del proceso:

Definimos los estados:

$$x_1 = y; \quad x_2 = Dy; \quad x_3 = D^2y; \quad x_4 = D^3y; \quad x_5 = D^4y$$

Y las entradas son:

$$u = v;$$

La ecuación del sistema quedara:

$$\dot{x_5} + 2x_5 + 3x_4 + 4x_3 + 3x_2 + 2x_1 = u$$

El sistema de ecuaciones en espacio de estado será:

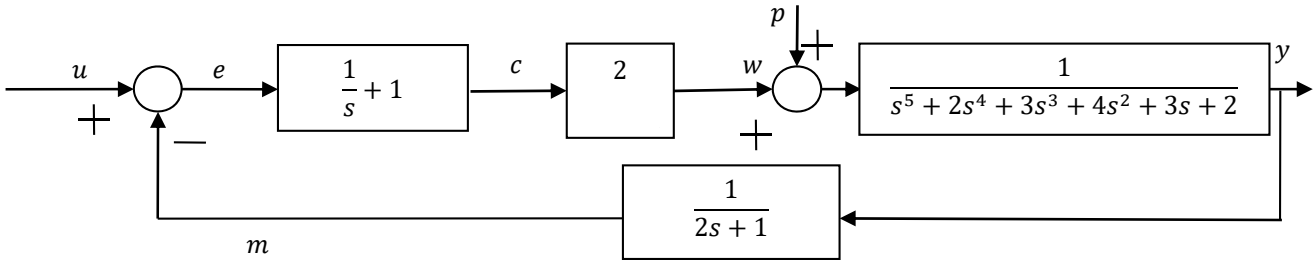
$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= x_3 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= x_5 \\
\dot{x}_5 &= -2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 3x_4 - 2x_5 + u \\
y &= x_1
\end{aligned}
$$

Las matrices que representan al sistema serán:

$$
A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -4 & -3 & -2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

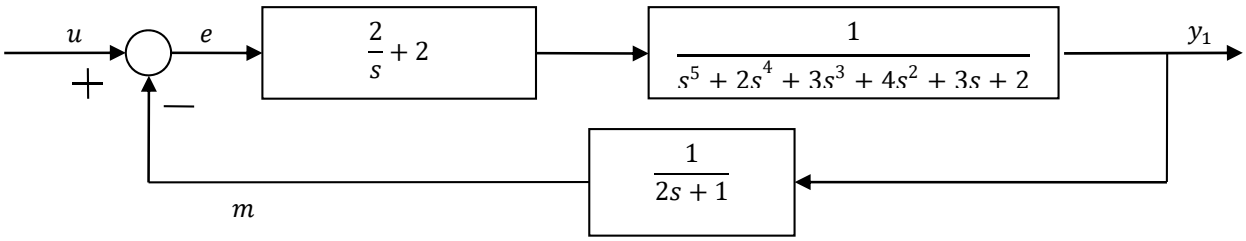
$$
C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

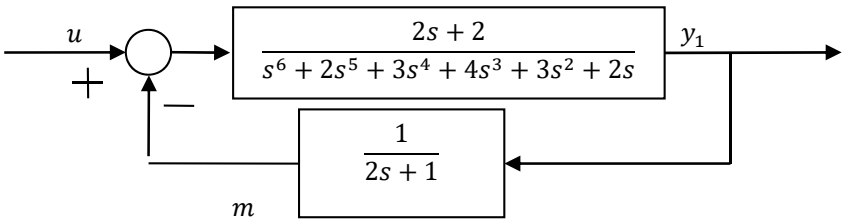
3. Diagrama de bloque del sistema:

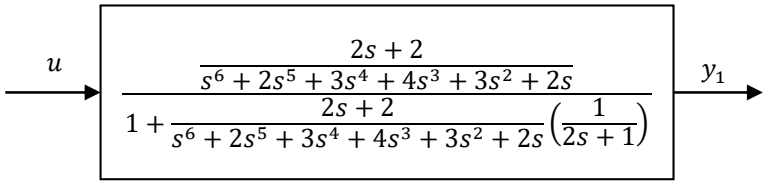


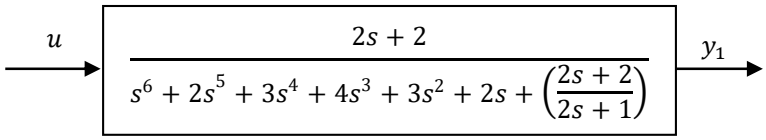
Para reducir el diagrama trabajamos con cada una de las entradas por separado

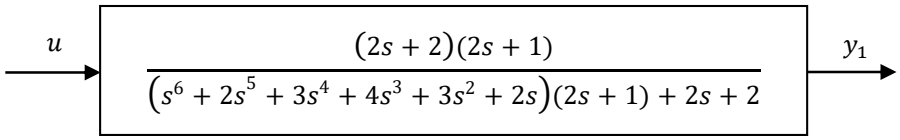
Para u:

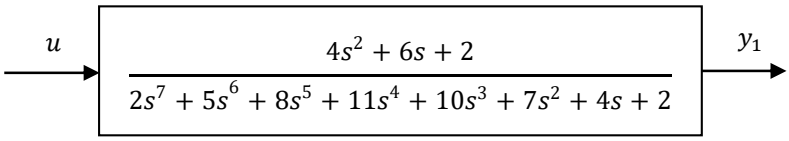




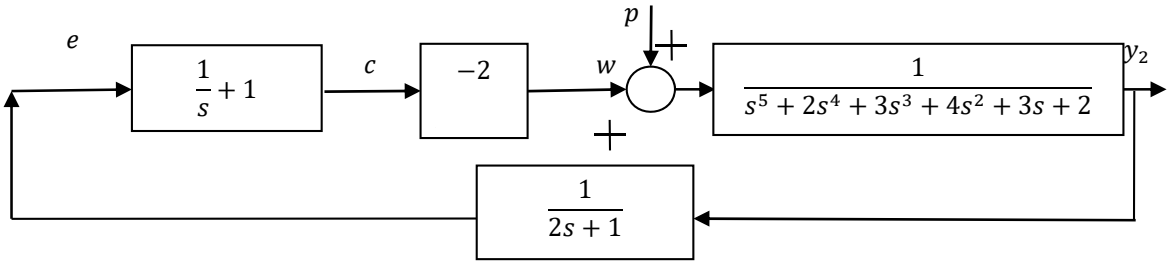

u
$\dfrac{\dfrac{2s+2}{s^6+2s^5+3s^4+4s^3+3s^2+2s}}{1+\dfrac{2s+2}{s^6+2s^5+3s^4+4s^3+3s^2+2s}\left(\dfrac{1}{2s+1}\right)}$
y_1

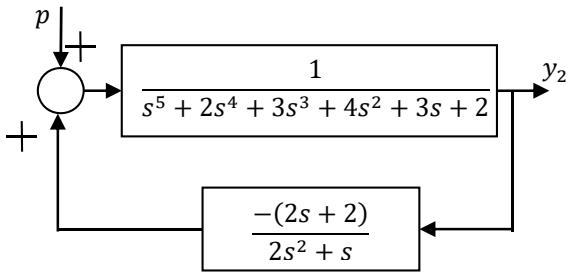

u
$\dfrac{2s+2}{s^6+2s^5+3s^4+4s^3+3s^2+2s+\left(\dfrac{2s+2}{2s+1}\right)}$
y_1

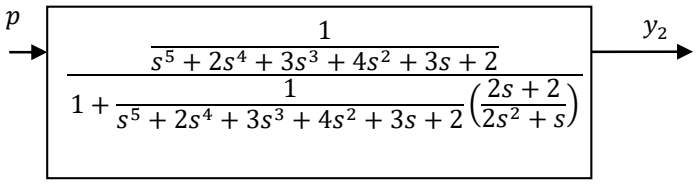

u
$\dfrac{(2s+2)(2s+1)}{\left(s^6+2s^5+3s^4+4s^3+3s^2+2s\right)(2s+1)+2s+2}$
y_1

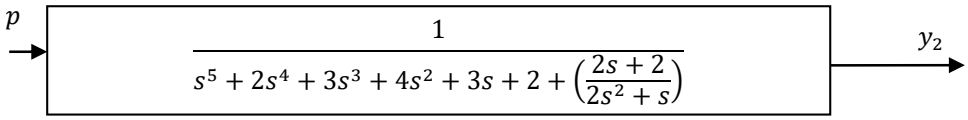

u
$\dfrac{4s^2+6s+2}{2s^7+5s^6+8s^5+11s^4+10s^3+7s^2+4s+2}$
y_1

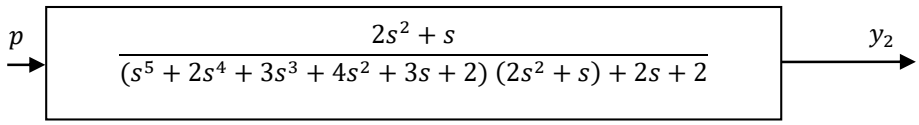
Para p:

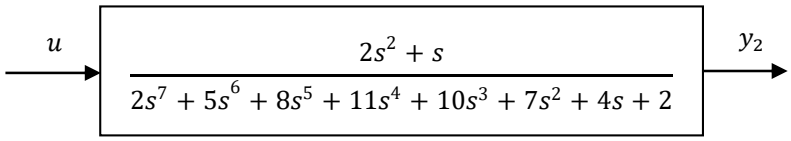

e
$\dfrac{1}{s}+1$
c
-2
p
$+$
w
$+$
$\dfrac{1}{s^5+2s^4+3s^3+4s^2+3s+2}$
y_2
$\dfrac{1}{2s+1}$


p
$+$
$+$
$\dfrac{1}{s^5+2s^4+3s^3+4s^2+3s+2}$
y_2
$\dfrac{-(2s+2)}{2s^2+s}$

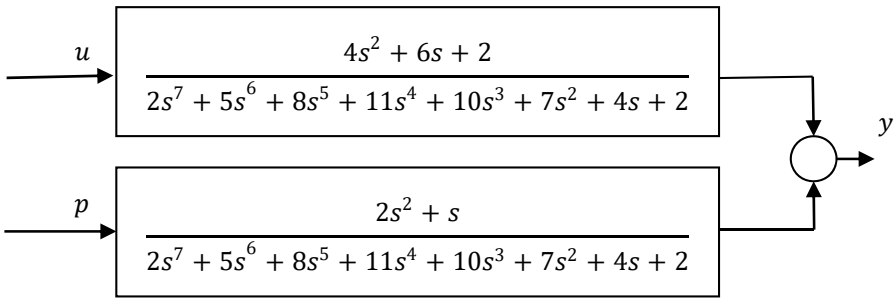








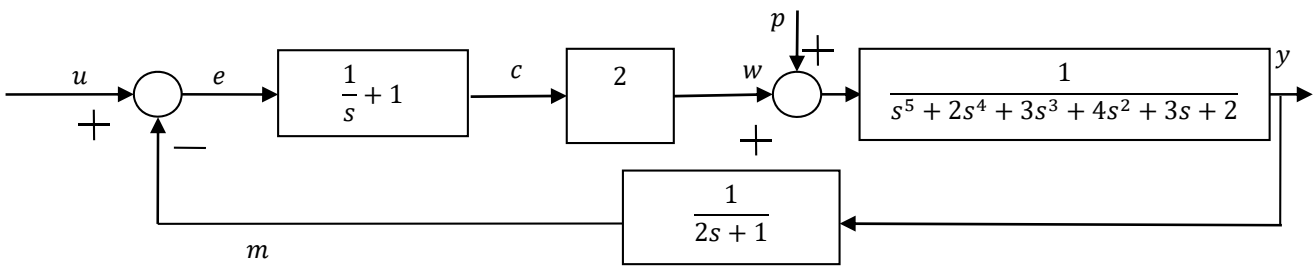
El diagrama reducido completo resulta de sumar y_1 más y_2:



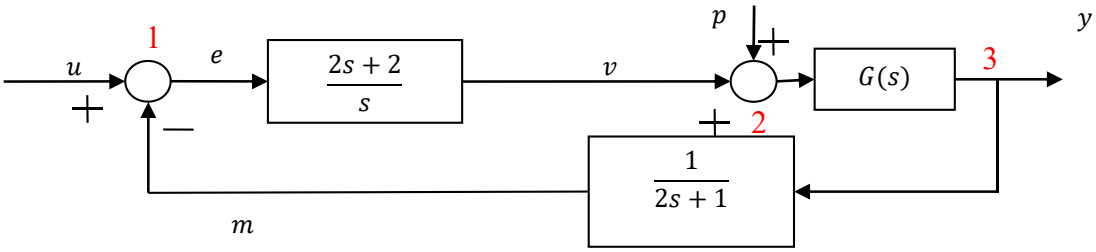
4. La matriz de transferencia del sistema completo será:

$$Y(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{4s^2+6s+2}{2s^7+5s^6+8s^5+11s^4+10s^3+7s^2+4s+2} & \dfrac{2s^2+s}{2s^7+5s^6+8s^5+11s^4+10s^3+7s^2+4s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(s) \\ P(s) \end{bmatrix}$$

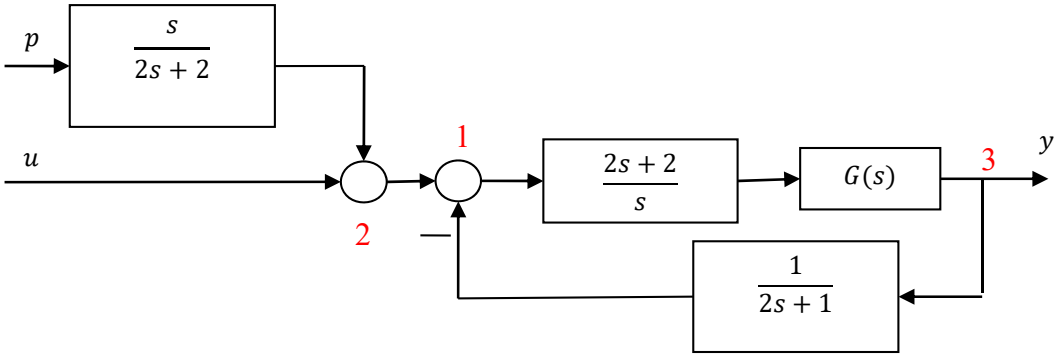
3. Solución alternativa a la parte 3:



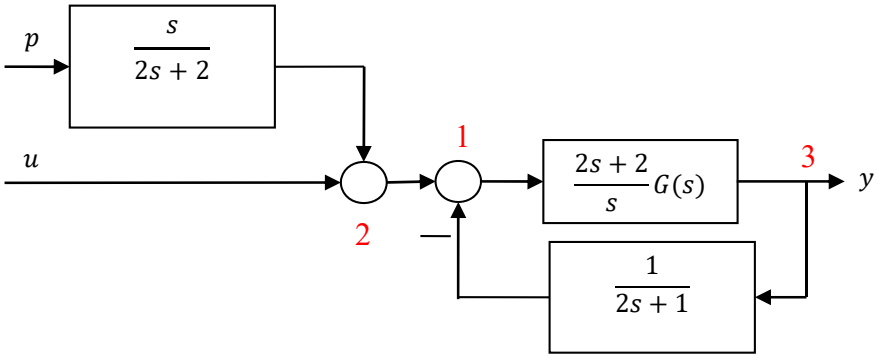
Escrito en forma más general, numerando puntos de suma y ramificación:



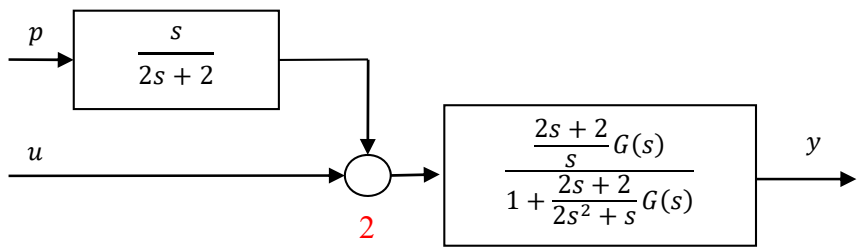
Movemos el punto de suma 2 antes del bloque y lo intercambiamos con el punto de suma 1:



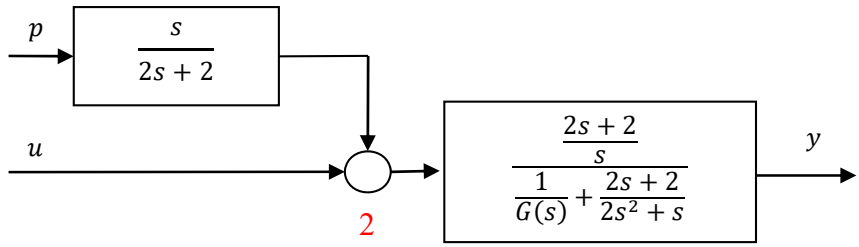
Resolvemos retroalimentación entre 1 y 3:

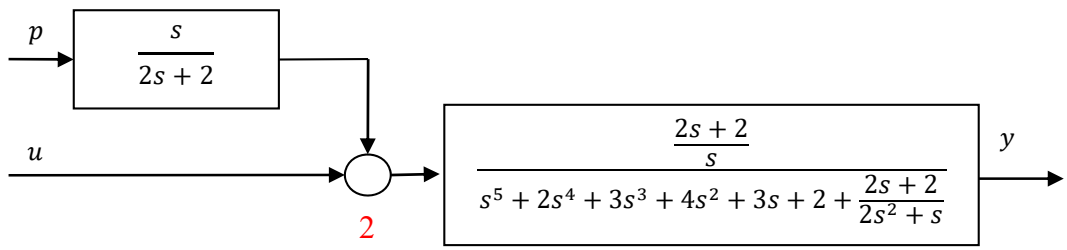


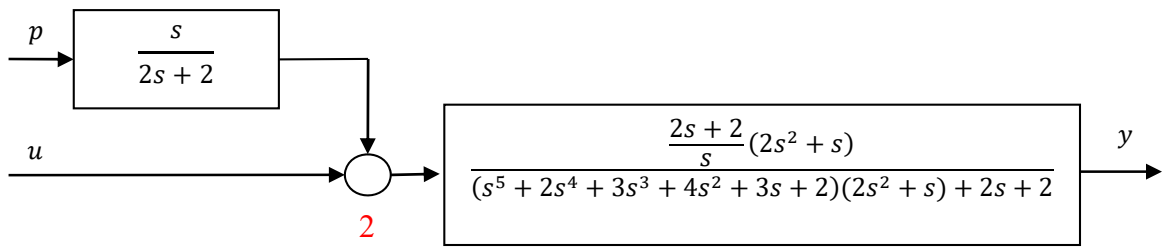
Nos queda:

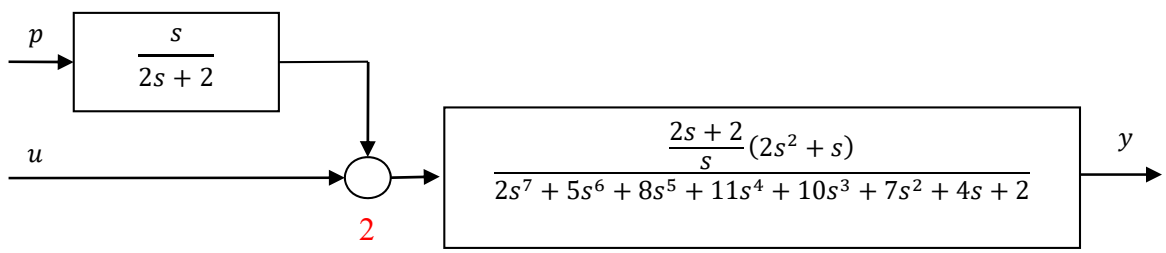


Sustituimos la función de G(s)









Que al resolver queda: