U. L. A. FACULTAD DE INGENIERIA. **Mérida, 17/07/2008**
ESCUELA DE MECANICA.
MECANICA DE FLUIDOS.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL. Teoría.

1. ¿Que significa que el Flujo es Uniforme ?. (1 punto)

____

____

____

____

____.

2. ¿Que significa que el Flujo es Estable o Estacionario ?. (1punto)

____

____

____

____

____.

3. ¿Cual es significado físico de cada uno de los términos de la Ecuación de Bernoulli?. (1.5 puntos)

____

____

____

____

____

____

____

____.

4. Explique lo que es un sistema y un volumen de control resaltando sus diferencias. (1.5 puntos)

____

____

____

____

____

____

____

____

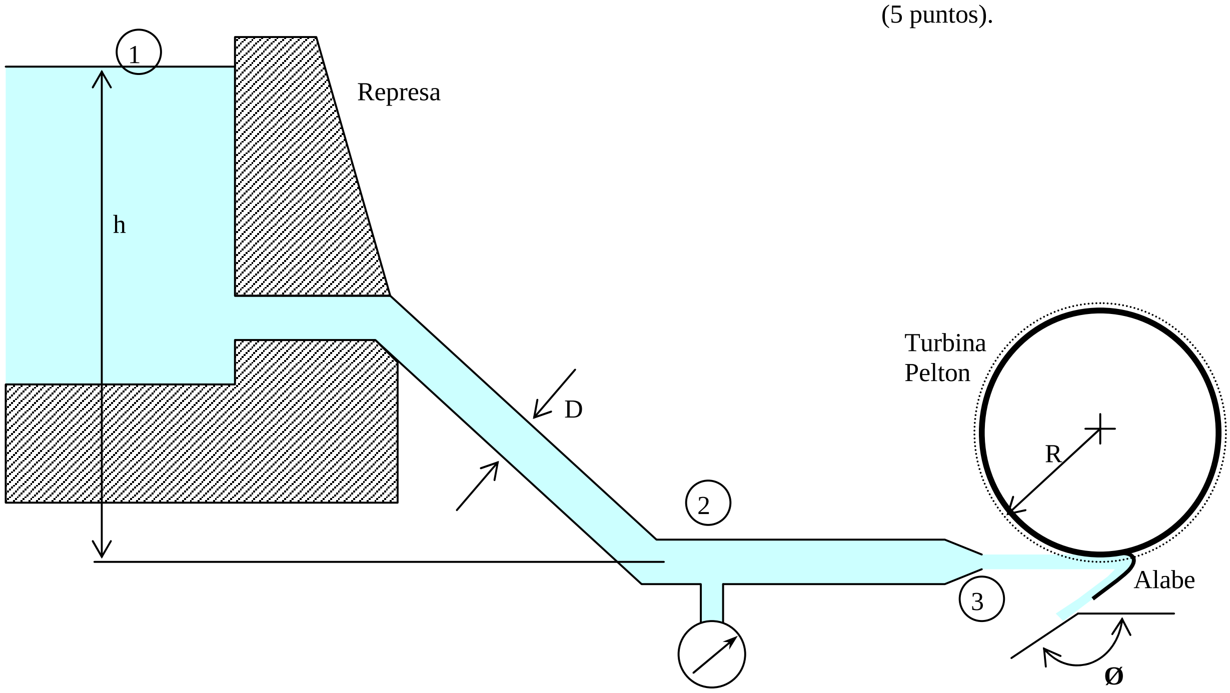
____.

U. L. A. FACULTAD DE INGENIERIA. **Mérida, 17/07/2008**
ESCUELA DE MECANICA.
MECANICA DE FLUIDOS.

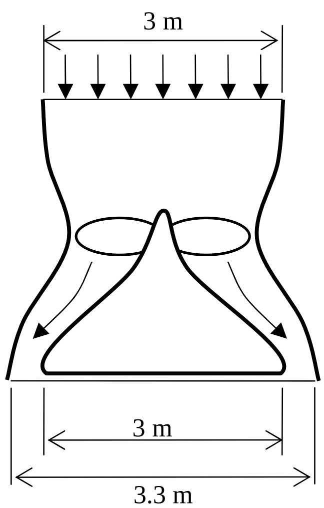
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL. Problema

1. En el circuito hidráulico mostrado en la figura, se tiene un desnivel entre el nivel libre de la represa y la salida de la boquilla (***h***) desconocido, el diámetro de la tubería es de ***D* = 1 m**, y el diámetro de la boquilla es de **d_3 = 20".** El chorro sale de la tobera a presión atmosférica y con una velocidad **V_3=40 m/s**. Determine el desnivel ***h*,** así como la velocidad y presión en el punto 2 (**V_2** y **P_2**).
(5 puntos)

2. El chorro del primer problema incide sobre una turbina Pelton, formada por muchos álabes montados sobre una rueda, el radio medio de la rueda **R = 2 m** y el chorro hace girar la rueda a una velocidad angular de ***w* = 150 rpm**, siendo el ángulo de desvío de los álabes de **Ø=165º.** Si el diseño de la turbina es tal que se puede suponer que en todo momento el chorro incide sobre un solo álabe, en forma tangencial al radio medio, calcule la potencia desarrollada por la turbina.
(5 puntos).

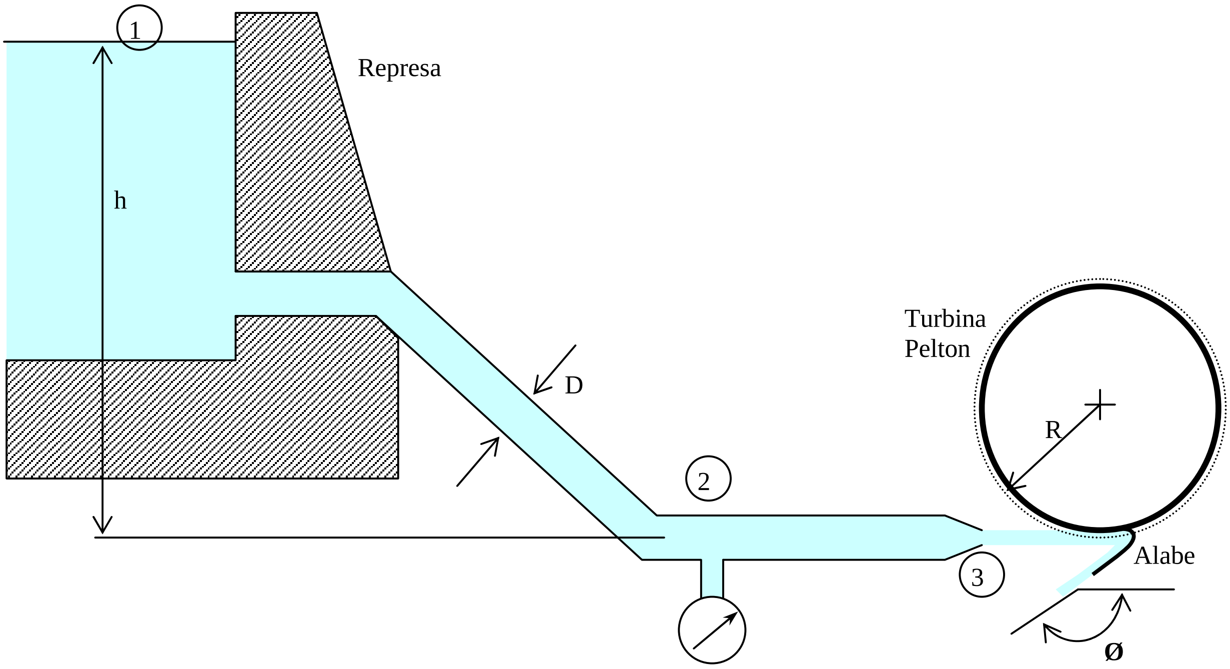


3. Se tiene un vehículo tipo helicóptero, mostrado en la figura, cuya masa es de 1000 Kg. La presión del aire es atmosférica tanto a la entrada como a la salida y se puede suponer que el flujo es estacionario y unidimensional. Calcule la velocidad del aire a la salida del vehículo y la potencia mínima que debe transmitir la propela al flujo, para una posición suspendida en el aire (sin movimiento).Considere el aire como incompresible en condiciones estándar. Desprecie las pérdidas por fricción y la diferencia de cota. (5 puntos)



U. L. A. FACULTAD DE INGENIERIA. **Mérida, 17/07/2008**
ESCUELA DE MECANICA.
MECANICA DE FLUIDOS.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL. Problema
SOLUCION



1. En el circuito hidráulico mostrado en la figura, se tiene un desnivel entre el nivel libre de la represa y la salida de la boquilla (***h***) desconocido, el diámetro de la tubería es de ***D* = 1 m**, y el diámetro de la boquilla es de **d_3 = 20”.** El chorro sale de la tobera a presión atmosférica y con una velocidad **V_3=40 m/s**. Determine el desnivel ***h*,** así como la velocidad y presión en el punto 2 (**V_2** y **P_2**).

(5 puntos)

SOLUCION

Para calcular velocidad del fluido a la salida, utilizamos la ecuación de Bernoulli aplicada entre los puntos 1 y 3:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_3}{\rho g}+\frac{V_3^2}{2g}+z_3$$

$$P_1=P_3=0; \quad V_1=0$$

$$z_1-z_3=\frac{V_3^2}{2g}=\frac{40^2}{2x9.81}=81.5494\ \mathbf{m}$$

Para calcular el caudal en el punto 3 utilizamos el área de la tubería.

$$Q_3=V_3A_3=V_3\frac{\pi d_3^2}{4}=40\frac{\pi\left(20\times 2.54\times 10^{-2}\right)^2}{4}=8.1073\ \mathrm{m^3/s}$$

Con la ecuación de continuidad entre 2 y 3, podemos obtener la velocidad en la tubería:

$$Q_2=Q_3$$

$$Q_3=V_2A_2$$

$$V_2 = \frac{Q_3}{A_2} = \frac{4Q_3}{\pi d_3^{\ 2}} = \frac{4x8.1073}{\pi 1^2} = 10.3225 \text{ m/s}$$

Conociendo la presión en 2 utilizamos la ecuación de Bernoulli aplicada entre los puntos 1 y 2 para calcular la velocidad en ese punto:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^{\ 2}}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^{\ 2}}{2g} + z_2$$

$$P_1 = 0; \quad V_1 = 0$$

$$P_2 = \rho g\left(z_1 - z_2 - \frac{V_2^{\ 2}}{2g}\right) = 1000x9.81\left(81.5494 - \frac{10.3225^2}{2x9.81}\right) = 746.7223 \text{ KPa}$$

2. El chorro del primer problema incide sobre una turbina Pelton, formada por muchos álabes montados sobre una rueda, el radio medio de la rueda **R = 2 m** y el chorro hace girar la rueda a una velocidad angular de ***w* = 150 rpm**, siendo el ángulo de desvío de los álabes de **Ø=165º.** Si el diseño de la turbina es tal que se puede suponer que en todo momento el chorro incide sobre un solo álabe, en forma tangencial al radio medio, calcule la potencia desarrollada por la turbina.

(5 puntos).

SOLUCION

Para calcular el momento aplicado por el fluido a la rueda de la turbina utilizamos la ecuación de conservación de al cantidad de movimiento angular:

$$\vec{r} \times \vec{F}_S + \int_{masa} \vec{r} \times \vec{g} dm + \vec{T}_{flecha} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \vec{r} \times \vec{V} \rho d\forall + \int_{SC} \vec{r} \times \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

Por tratarse de un sistema en estado estacionario, y solo existe torsor en el eje como momento resistente, la ecuación se puede simplificar como sigue:

$$\vec{T}_{eje} = \int_{SC} \vec{r} \times \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

Suponiendo flujo uniforme en las entradas y salidas se tiene:

$$\vec{T}_{eje} = R(V_4 - U)\cos\phi \left|\rho V_4 A_4\right| - R(V_3 - U)\left|\rho V_3 A_3\right| = (V_3 - U)(\cos\phi - 1)R\rho Q_3$$

Donde *U* corresponde a la velocidad de rotación de la rueda:

$$U = \omega R = 150\frac{2\pi}{60}2 = 31.4159 \text{ m/s}$$

$$\vec{T}_{eje} = (40 - 31.4159)(\cos 165 - 1)2 \times 1000 \times 8.1073 = 8.5841(-0.9659 - 1)16214.6$$

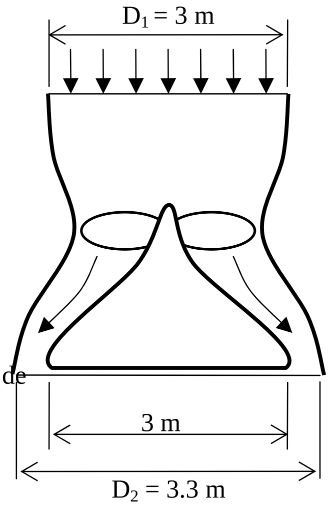
$$\vec{T}_{eje} = -273.6291 \text{ KN-m}$$

La potencia se determina con la siguiente expresión:

$$W = T\omega = 273.6291 \times 10^3 \times 150 \times 2\pi / 60$$

$$W = 4.3 \text{ MW}$$

3. Se tiene un vehículo tipo helicóptero, mostrado en la figura, cuya masa es de 1000 Kg. La presión del aire es atmosférica tanto a la entrada como a la salida y se puede suponer que el flujo es estacionario y unidimensional. Calcule la velocidad del aire a la salida del vehículo y la potencia mínima que debe transmitir la propela al flujo, para una posición suspendida en el aire (sin movimiento).Considere el aire como incompresible en condiciones estándar. Desprecie las pérdidas por fricción y la diferencia de cota. (5 puntos)



SOLUCION

Para determinar la velocidad de salida del aire utilizamos la ley de la conservación de la cantidad de Movimiento para un volumen de control inercial:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \vec{V}\rho d\forall + \int_{SC} \vec{V}\rho \vec{V}\cdot d\vec{A}$$

En donde la única fuerza aplicada al sistema es el peso del vehículo, el flujo es estacionario y se tiene una entrada y una salida a través de la superficie de control,

Además considerando la ecuación de continuidad para flujo incompresible:

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

$$A_2 V_2 = A_1 V_1 = Q$$

$$V_2 = \frac{A_1 V_1}{A_2} = \frac{4\pi D_1^{\,2} V_1}{4\pi\left(D_2^{\,2} - D_1^{\,2}\right)} = \frac{D_1^{\,2} V_1}{\left(D_2^{\,2} - D_1^{\,2}\right)}$$

Con esto la ecuación de conservación de cantidad de movimiento queda:

$$W = \left|\rho_2 A_2 V_2\right| \vec{V}_2 - \left|\rho_1 A_1 V_1\right| \vec{V}_1 = \rho Q\left(\vec{V}_2 - \vec{V}_1\right)$$

$$W = \frac{\rho \pi D^2{}_1}{4} V_1^{\,2}\left(\frac{D_1^{\,2}}{\left(D_2^{\,2} - D_1^{\,2}\right)} - 1\right)$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{4W}{\rho\pi D^2{}_1\left(\frac{D_1^{\,2}}{\left(D_2^{\,2} - D_1^{\,2}\right)} - 1\right)}} = \sqrt{\frac{4\times(1000\times 9.81)}{1.125\times\pi\times 3^2\left(\frac{3^2}{\left(3.3^2 - 3^2\right)} - 1\right)}}$$

$V_1 = 16.149$ m/s

Y la velocidad de salida será:

$$V_2 = \frac{D_1^{\,2} V_1}{\left(D_2^{\,2} - D_1^{\,2}\right)} = \frac{3^2\times 0.17236}{\left(3.3^2 - 3^2\right)}$$

$V_2 = 76.899$ m/s

$Q = A_1 V_1 = 114.15$ m^3/s

Para determinar la potencia utilizamos la ecuación de Bernoulli generalizada (conservación de la energía):

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_W - h_L = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Donde:

$P_1 = P_2 = 0$ si utilizamos presiones manométricas.

$z_1 - z_2 = 0$

$h_L = 0$ si no consideramos pérdidas por fricción.

La ecuación queda entonces:

$$h_W = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{0.82078^2 - 0.17236^2}{2 \times 9.81} = 0.0328 \text{ m}$$

La potencia se obtiene con la expresión:

$$\dot{W} = \rho g h_W Q = \rho g h_W \frac{\pi}{4} D_1^2 V_1 = 1000 \times 9.81 \times 0.01425 \times \frac{\pi}{4} \times 3^2 \times 0.1939$$

$\dot{W} = 362.95$ KW