U.L.A. FACULTAD DE INGENIERIA. Mérida, 02/10/2008
ESCUELA DE MECANICA.
MECANICA DE FLUIDOS. Sección 01 y 02.

TERCER EXAMEN PARCIAL

Problema 1

Para construir una bomba grande que debe suministrar 2 m^3/s de agua con un impulsor de 50 cm de diámetro que tiene un aumento de presión de 400 KPa. Se usará un modelo con un impulsor de 10 cm de diámetro. ¿Qué flujo debe utilizarse y que cambio de presión cabe esperar? El fluido del modelo es agua a la misma temperatura que el agua en el prototipo.

(5 puntos)

Problema 2

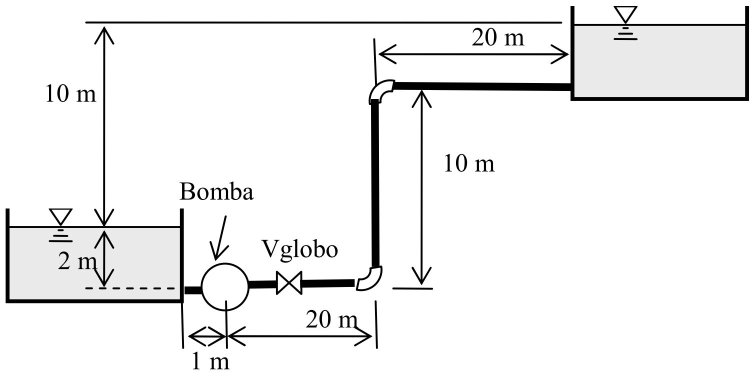
La caída de presión (ΔP) en una tubería depende de la velocidad promedio (V), del diámetro de la tubería (D), de la viscosidad (μ), de la densidad (ρ), de la longitud de la tubería (L) y de la rugosidad (e). Obtenga los parámetros adimensionales (números Π) necesarios para determinar la caída de presión.

(5 puntos)

Problema 3

Si la razón de flujo de agua a 30°C través de una tubería de hierro forjado de 10 cm de diámetro, mostrada en la figura, es de 0.04 m^3/s, calcule la potencia de la bomba y la presión a la salida de la bomba. Utilice el método del coeficiente de pérdida de carga.

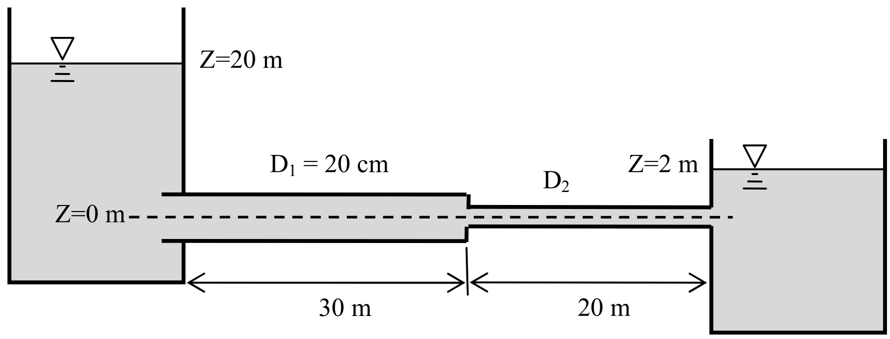
(5 puntos)



Problema 4

La figura muestra un sistema en donde fluye agua a 20°C entre dos depósitos a razón de 0.06 m^3/s. Determine el diámetro mínimo D_2 con el cual no se produce cavitación al final de esa tubería. Utilice le método de la longitud equivalente.

(5 puntos)



U.L.A. FACULTAD DE INGENIERIA. Mérida, 02/10/2008
ESCUELA DE MECANICA.
MECANICA DE FLUIDOS. Sección 01 y 02.

TERCER EXAMEN PARCIAL

SOLUCION

Problema 1

Para construir una bomba grande que debe suministrar 2 m^3/s de agua con un impulsor de 50 cm de diámetro que tiene un aumento de presión de 400 KPa. Se usará un modelo con un impulsor de 10 cm de diámetro. ¿Qué flujo debe utilizarse y que cambio de presión cabe esperar? El fluido del modelo es agua a la misma temperatura que el agua en el prototipo.

(5 puntos)

SOLUCION

Para que exista similitud se requiere que los números de Reynolds del modelo y prototipo sean iguales:

$$Re_m = Re_p$$

$$\frac{\rho_m V_m D_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p V_p D_p}{\mu_p}$$

Como se trata del mismo fluido para modelo y prototipo ρ y μ son iguales en ambos casos por lo tanto la expresión queda:

$$V_m = \frac{V_p D_p}{D_m} = V_p \frac{50}{10} = 5V_p$$

Donde $V_p = \frac{4Q_p}{\pi {D_p}^2}$ y $V_m = \frac{4Q_m}{\pi {D_m}^2}$

$$\frac{4Q_m}{\pi {D_m}^2} = 5\frac{4Q_p}{\pi {D_p}^2}$$

$$Q_m = 5\frac{Q_p {D_m}^2}{{D_p}^2} = 5\frac{(2)(10)^2}{(50)^2}$$

$$Q_m = 4x10^{-1}\frac{m^3}{s}$$

El cambio de presión se determina utilizando el número de Euler, que también debe ser igual en el modelo y prototipo

$$Eu_m = Eu_p$$

$$\frac{\Delta P_m}{\rho {V_m}^2} = \frac{\Delta P_p}{\rho {V_p}^2}$$

$$\Delta P_m = \frac{\Delta P_p {V_m}^2}{{V_p}^2} = \frac{\Delta P_p \left(\frac{4Q_m}{\pi {D_m}^2}\right)^2}{\left(\frac{4Q_p}{\pi {D_p}^2}\right)^2} = \frac{\Delta P_p {D_p}^4 {Q_m}^2}{{D_m}^4 {Q_p}^2} = \frac{400x10^3 x0.5^4 x(4x10^{-7})^2}{0.1^4 x2^2}$$

$$\Delta P_m = 1x10^7\ Pa = 10MPa$$

Problema 2

La caída de presión (*ΔP*) en una tubería depende de la velocidad promedio (*V*), del diámetro de la tubería (*D*), de la viscosidad (*μ*), de la densidad (*ρ*), de la longitud de la tubería (*L*) y de la rugosidad (*e*). Obtenga los parámetros adimensionales (números Π) necesarios para determinar la caída de presión.

(5 puntos)

SOLUCION

Se determinan los parámetros adimentsionales con el teorema de Buckingham

Paso 1: ΔP	V	D	μ	ρ	L	e
Paso 2: Selecciono	MLtT					
Paso 3: $\frac{M}{Lt^2}$	$\frac{L}{t}$	L	$\frac{M}{Lt}$	$\frac{M}{L^3}$	L	L
Paso 4: Repetidas:	V, D, μ	**Opción1**				

Paso 5:

$$\Pi_1 = V^a D^b \mu^c \Delta P = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{Lt}\right)^c \frac{M}{Lt^2} \rightarrow \begin{cases} a+b-c-1=0 \\ -a-c-2=0 \\ c+1=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=-1 \\ a=-2+1=-1 \\ b=1-1+1=1 \end{cases} \rightarrow \Pi_1 = \frac{\Delta P D}{V\mu}$$

$$\Pi_2 = V^a D^b \mu^c \mathrm{\rho} = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{Lt}\right)^c \frac{M}{L^3} \rightarrow \begin{cases} a+b-c-3=0 \\ -a-c=0 \\ c+1=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=-1 \\ a=1 \\ b=3-1-1=1 \end{cases} \rightarrow \Pi_2 = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$\Pi_3 = V^a D^b \mu^c \mathrm{L} = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{Lt}\right)^c L \rightarrow \begin{cases} a+b-c+1=0 \\ -a-c=0 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=0 \\ b=-1 \end{cases} \rightarrow \Pi_3 = \frac{L}{D}$$

$$\Pi_4 = V^a D^b \mu^c e = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{Lt}\right)^c L \rightarrow \begin{cases} a+b-c+1=0 \\ -a-c=0 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=0 \\ b=-1 \end{cases} \rightarrow \Pi_4 = \frac{e}{D}$$

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4)$$

$$\frac{\Delta P D}{V\mu} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{e}{D}\right)$$

Paso 4: Repetidas:	V, D, ρ	**Opción 2**				

Paso 5:

$$\Pi_1 = V^a D^b \rho^c \Delta P = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \frac{M}{Lt^2} \rightarrow \begin{cases} a+b-3c-1=0 \\ -a-2=0 \\ c+1=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=-1 \\ a=-2 \\ b=1+2-3=0 \end{cases} \rightarrow \Pi_1 = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$$

$$\Pi_2 = V^a D^b \rho^c \mathrm{\mu} = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \frac{M}{Lt} \rightarrow \begin{cases} a+b-3c-1=0 \\ -a-1=0 \\ c+1=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=-1 \\ a=-1 \\ b=-3+1+1=-1 \end{cases} \rightarrow \Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V D}$$

$$\Pi_3 = V^a D^b \rho^c \mathrm{L} = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c L \rightarrow \begin{cases} a+b-3c+1=0 \\ -a=0 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=0 \\ b=-1 \end{cases} \rightarrow \Pi_3 = \frac{L}{D}$$

$$\Pi_4 = V^a D^b \rho^c e = \left(\frac{L}{t}\right)^a (L)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c L \rightarrow \begin{cases} a+b-3c+1=0 \\ -a=0 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=0 \\ b=-1 \end{cases} \rightarrow \Pi_4 = \frac{e}{D}$$

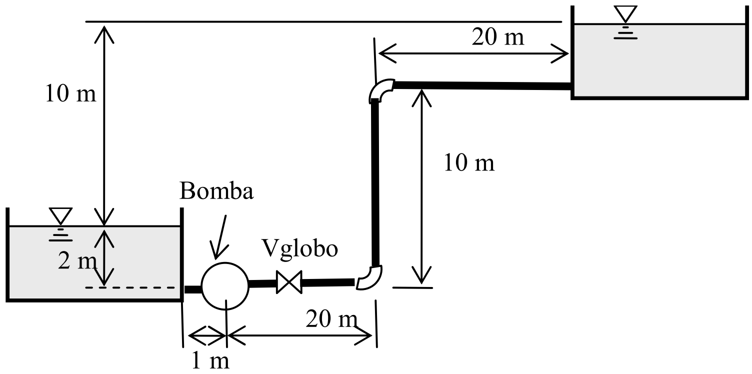
$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4)$$

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = f\left(\frac{\mu}{\rho V D}, \frac{L}{D}, \frac{e}{D}\right)$$

Problema 3

Si la razón de flujo de agua a 30°C través de una tubería de hierro forjado de 10 cm de diámetro, mostrada en la figura, es de 0.04 m^3/s, calcule la potencia de la bomba y la presión a la salida de la bomba. Utilice el método del coeficiente de pérdida de carga.

(5 puntos)



SOLUCION

Cálculo de Potencia de Bomba: Con la ecuación de Bernoulli generalizada entre las dos superficies de los tanques (1) y (2)

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_w-h_L=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2$$

Donde:

$P_1=P_2=0$ Presiones manométricas

$V_1=V_2=0$ suponiendo áreas de tanques suficientemente grandes

$Z_2-Z_1=10$ m

$h_L=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}+\sum K_i\frac{V^2}{2g}=\left(f\frac{L}{D}+K_{ent}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}$

$L=1+20+10+20=51$

$V=\frac{Q}{A}=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4x0.04}{\pi x0.1^2}$ $\qquad V=5.093$ m/s

De tablas para agua a 30°C:

$\rho=995.7$ Kg/m^3, $\mu=0.801x10^{-3}$ Ns/m^2

$Re=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{995.7x5.093x0.1}{0.801x10^{-3}}$ $\qquad Re=6.33x10^5$

$\frac{e}{D}=0.0004$ de grafica

En diagrama de Moody:

$$f\cong 0.017$$

De tabla para coeficiente de pérdidas secundarias:

$K_{ent}=0.5;\ K_{VG}=5.7;\ K_{codo}=0.64;\ K_{sal}=1$

Se supone válvula abierta, entrada común y accesorios roscados.

Por tanto:

$h_L=\left(f\frac{L}{D}+K_{ent}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}=\left(\frac{0.017x51}{0.1}+5.7+2x0.9+1\right)\frac{5.093^2}{2x9.81}$

$$h_L=22.67 \text{ m}$$

Finalmente:

$$h_w=z_2-z_1+h_L=10+23.36$$

$$h_w=32.67 \text{ m}$$

$$\dot{W}=\rho gQh_w=995.7x9.81x0.04x33.36$$

$$\dot{W}=12.77 \text{ KW}$$

Cálculo de Presión de salida de Bomba: Con la ecuación de Bernoulli generalizada entre la salida de la bomba (S) y la superficie del tanques (2)

$$\frac{P_S}{\rho g}+\frac{V_S^2}{2g}+z_S+h_w-h_L=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2$$

Donde:

$P_2=0$ Presiones manométricas

$V_2=0$ suponiendo áreas de tanques suficientemente grandes

$V_A=V=5.093$ m

$Z_2-Z_1=12$ m

$h_w=0$

$h_L=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}+\sum K_i\frac{V^2}{2g}=\left(f\frac{L}{D}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}$

$L=20+10+20=50$

Por tanto:

$h_L=\left(f\frac{L}{D}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}=\left(\frac{0.017x50}{0.1}+5.7+2x0.9+1\right)\frac{5.093^2}{2x9.81}$

$$h_L=21.79 \text{ m}$$

Finalmente:

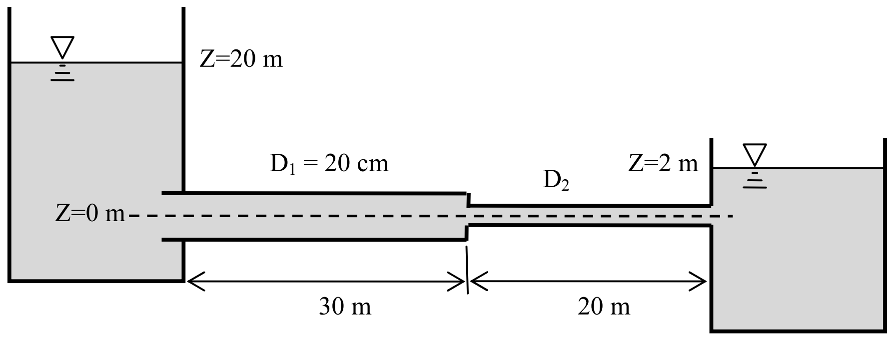
$$P_S=\left(z_2-z_S-\frac{V_S^2}{2g}+h_L\right)\rho g$$

$$P_S=\left(12-\frac{5.093^2}{2x9.81}+22.475\right)995.7x9.81$$

$$P_S=317.11 \text{ KPa}$$

Problema 4

La figura muestra un sistema en donde fluye agua a 20°C entre dos depósitos a razón de 0.06 m^3/s.



Determine el diámetro mínimo D_2 con el cual no se produce cavitación al final de esa tubería. Utilice le método de la longitud equivalente.

(5 puntos)

SOLUCION

Para que no se produzca cavitación a la salida de la tubería 2, se debe garantizar que la presión sea superior a la presión de vapor de agua a esa temperatura:

De tabla $P_V = 2.34$ KPa absoluta.

$\rho = 998.2$ kg/m^3; $\mu = 1.005x10^{-3}$ N-s/m^2.

Con la ecuación de Bernoulli generalizada entre la superficie del tanque (1) y la salida de la tubería (2) tenemos:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_w-h_L=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2$$

$P_1 = 101.3$ KPa absoluta
$V_1 = 0$
$Z_1 - Z_2 = 20$ m
$h_w = 0$ no hay bombas o turbinas
$P_2 = P_V = 2.34$ KPa absoluta
$h_L = f_1\frac{(L_1+L_{e1})}{D_1}\frac{{V_{T1}}^2}{2g}+f_2\frac{(L_2+L_{e2})}{D_2}\frac{{V_2}^2}{2g}$

Por tanto para que no exista cavitación

$$P_2 < P_1-\rho g\left(\frac{{V_2}^2}{2g}+h_L-(z_1-z_2)\right)$$

$$P_2 < P_1-\rho g\left(\frac{{V_2}^2}{2g}+f_2\frac{(L_2+L_{e2})}{D_2}\frac{{V_2}^2}{2g}+f_1\frac{(L_1+L_{e1})}{D_1}\frac{{V_{T1}}^2}{2g}-(z_1-z_2)\right)$$

Donde:
Primer tramo (diámetro fijo):
$L_1 = 30$ m
$L_{e1} = L_{entrada} + L_{contracción} = 6' + 3' = 9'$ Para la contracción se supone $\frac{d}{D}=\frac{1}{4}$ que es la peor condición deberá verificarse posteriormente.
$V_{T1} = \frac{4Q}{\pi D_1^2} = \frac{4x0.06}{\pi x0.2^2} = 1.909$ m/s

$$Re_1 = \frac{\rho V_{T1} D_1}{\mu} = \frac{998.2x1.909x0.2}{1.005x10^{-3}} = 3.79x10^5$$

Si suponemos acero comercial:

$$\frac{e}{D} = 0.0002$$

En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.016$

Segundo tramo (diámetro a calcular):
$L_2 = 20$ m
$L_{e2} = 0$ No hay accesorios en segundo tramo

Probamos con un tubo de $D_2 = 4" = 0.1016$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = \frac{4x0.06}{\pi x 0.1016^2} = 7.4$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = \frac{998.2x7.4x0.1016}{1.005x10^{-3}} = 7.4683x10^5$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0004$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.017$
Por tanto obtenemos:

$h_L = 9.83$ m
$P_2 < 173.56$ KPa Tubería SI sirve.

Probamos un diámetro de tubería más pequeño de $D_2 = 2" = 0.0508$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = 29.6$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = 1.49x10^6$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0008$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.018$
Por tanto obtenemos:

$h_L = 317.01$ m
$P_2 > -3244.5$ KPa Tubería NO sirve.

Probamos un diámetro de tubería más grande de $D_2 = 3" = 0.0762$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = 13.157$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = 9.9610^5$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0006$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.018$
Por tanto obtenemos:

$h_L = 42.17$ m
$P_2 > -202.18$ KPa Tubería NO sirve.

Probamos un diámetro de tubería más grande de $D_2 = 3$ ½ ” $= 0.0889$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = 9.666$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = 8.54x10^5$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0007$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.0175$
Por tanto obtenemos:

$h_L = 19.24$ m
$P_2 < 62.15$ KPa Tubería SI sirve.

Por lo tanto se debe utilizarse una tubería de 3 ½ ” si nos limitamos a diámetros comerciales.
En cuanto a la contracción, esta es un poco superior a ½ en lugar de ¼, sin embargo como la escogida genera una longitud equivalente mayor, no me afecta la escogencia.