U.L.A. FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
MECÁNICA DE FLUIDOS

Mérida, 17/03/2009

Nombre:_______________________________________ Cédula:___________ Sección:____

TERCER PARCIAL
TEORÍA

1. Mencione al menos dos propósitos del análisis dimensional. (1 punto)

2. ¿Qué condiciones deben cumplirse para tener similitud completa entre un prototipo y su modelo? (1 punto)

3. En el flujo dentro de una tubería, ¿qué nombre se le da a la región del flujo en la que los efectos viscosos y los cambios de velocidad son considerables? (1 punto)

4. ¿Qué son las pérdidas de carga en las tuberías? (1 punto)

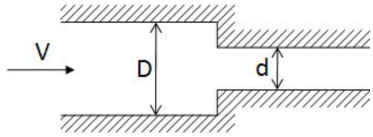
Duración 15 minutos

U.L.A. FACULTAD DE INGENIERÍA — Mérida, 17/03/2009
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
MECÁNICA DE FLUIDOS

Nombre:_____________________________________ Cédula:____________ Sección:____

TERCER PARCIAL
PROBLEMAS

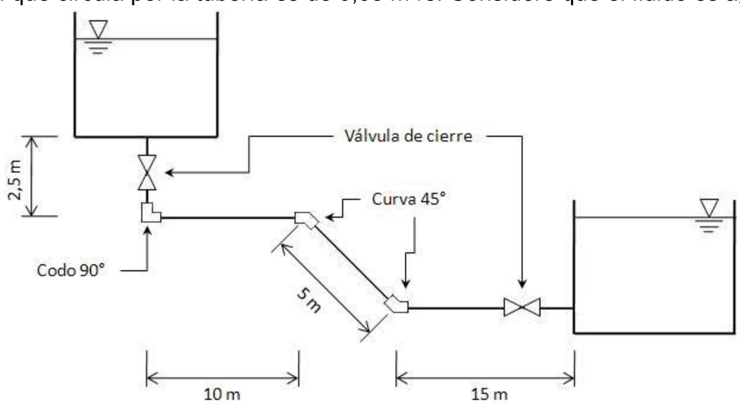
1. Las pruebas experimentales ha demostrado que la caída de presión en una contracción súbita en un conducto circular se puede expresar como
$$\Delta P = P_1 - P_2 = f(\rho, \mu, V, d, D)$$
donde las variables geométricas están definidas en la figura. Se requiere ordenar algunos datos experimentales obtenidos en el laboratorio. Obtenga los parámetros adimensionales que resultan utilizando ρ,V y D como variables repetitivas.



2. Experimentalmente se ha encontrado que la fuerza de arrastre que actúa sobre un barco viene dada por la siguiente relación entre parámetros adimensionales:
$$C_D = f(Re, Fr)$$
donde
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \;\; ; \;\; Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \;\; ; \;\; Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$
Se pretende construir un barco y para validar el diseño se realizarán pruebas en un modelo a escala 1:10. Si el fluido en que se va a probar el modelo es el mismo en que navegará el barco real, entonces no se podrá conseguir la semejanza completa entre el modelo y el prototipo.
   a) Compruebe que no se puede conseguir la semejanza completa.
   b) Cuando el modelo se altera adecuadamente, se pueden compensar los efectos del número de Reynolds (Re) para trabajar solamente con el número de Froude (Fr). Si se utiliza agua a 20°C como fluido de prueba y si se sabe que el prototipo navegará a una velocidad de 50 km/h, ¿a qué velocidad deberá probarse el modelo?

3. Determine el diámetro del tubo de hierro galvanizado que debe escogerse para transportar 0,010 m^3/s de agua a 15°C una distancia horizontal de 250 m sin que la pérdida de carga exceda 25 m.

4. Dos depósitos se encuentran conectados mediante una tubería de acero comercial de 4 pulg de diámetro nominal (D_i=4,026”) tal como se muestra en la figura. Determine la diferencia de nivel entre los depósitos cuando el caudal que circula por la tubería es de 0,05 m^3/s. Considere que el fluido es agua a 20°C.

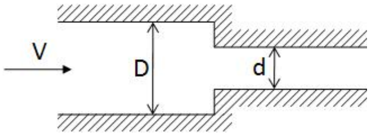


TERCER PARCIAL

MECÁNICA DE FLUIDOS SEMESTRE B2008

SOLUCIÓN

1. Las pruebas experimentales ha demostrado que la caída de presión en una contracción súbita en un conducto circular se puede expresar como
$$\Delta P = P_1 - P_2 = f(\rho, \mu, V, d, D)$$
donde las variables geométricas están definidas en la figura. Se requiere ordenar algunos datos experimentales obtenidos en el laboratorio. Obtenga los parámetros adimensionales que resultan utilizando ρ,V y D como variables repetitivas.



Datos:

Relación funcional entre las variables,

$$\Delta P = P_1 - P_2 = f(\rho, \mu, V, d, D)$$

Variables repetitivas, ρ, V y D.

Incógnitas: Se pide obtener los parámetros adimensionales (Π)

Análisis:

Aplicando el Método de Repetición de Variables tenemos:

Paso 1

ΔP, ρ, μ, V, d, D → n = 6

Paso 2

Utilizamos el sistema MLtT

Paso 3

ΔP	ρ	μ	V	d	D
$\frac{M}{Lt^2}$	$\frac{M}{L^3}$	$\frac{M}{Lt}$	$\frac{L}{t}$	L	L

$$\rightarrow r = 3 = m$$

Comprobando con el sistema FLtT:

ΔP	ρ	μ	V	d	D
$\frac{F}{L^2}$	$\frac{Ft^2}{L^4}$	$\frac{Ft}{L^2}$	$\frac{L}{t}$	L	L

$$\rightarrow r = 3 = m$$

Paso 4

Como r = 3, se seleccionan 3 parámetros repetitivos. Por condiciones del enunciado se seleccionan ρ, V y D.

Paso 5

El número de parámetros adimensionales viene dado por:

$$n - m = 6 - 3 = 3$$

Entonces tendremos 3 parámetros adimensionales.

Planteamos las ecuaciones dimensionales:

$$\prod\nolimits_1 = \Delta P \rho^a V^b D^c = \frac{M}{Lt^2}\left(\frac{M}{L^3}\right)^a \left(\frac{L}{t}\right)^b (L)^c$$

$$\left.\begin{array}{l} M: 1 + a = 0 \\ L: -1 - 3a + b + c = 0 \\ t: -2 - b = 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{array}$$

$$\prod\nolimits_1 = \Delta P \rho^{-1} V^{-2} = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$$

$$\prod\nolimits_2 = \mu \rho^d V^e D^f = \frac{M}{Lt}\left(\frac{M}{L^3}\right)^d \left(\frac{L}{t}\right)^e (L)^f$$

$$\left.\begin{array}{l} M: 1 + d = 0 \\ L: -1 - 3d + e + f = 0 \\ t: -1 - e = 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} d = -1 \\ e = -2 \\ f = -1 \end{array}$$

$$\prod\nolimits_2 = \mu \rho^{-1} V^{-1} D^{-1} = \frac{\mu}{\rho V D}$$

$$\prod\nolimits_3 = d \rho^g V^h D^i = L\left(\frac{M}{L^3}\right)^g \left(\frac{L}{t}\right)^h (L)^i$$

$$\left.\begin{array}{l} M: g = 0 \\ L: 1 - 3g + h + i = 0 \\ t: -h = 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} g = 0 \\ h = 0 \\ i = -1 \end{array}$$

$$\prod\nolimits_3 = d D^{-1} = \frac{d}{D}$$

Paso 6

Verificamos la adimensionalidad de las Π encontradas con las unidades del sistema FLtT:

$$\prod\nolimits_1 = \frac{\Delta P}{\rho V^2} = \frac{\frac{F}{L^2}}{\frac{Ft^2}{L^4}\frac{L^2}{t^2}} = \frac{Ft^2L^4}{Ft^2L^4}$$

$$\prod\nolimits_2 = \frac{\mu}{\rho V D} = \frac{\frac{Ft}{L^2}}{\frac{Ft^2}{L^4}\frac{L}{t}L} = \frac{Ft^2L^4}{Ft^2L^4}$$

$$\prod\nolimits_3 = \frac{d}{D} = \frac{L}{L}$$

2. Experimentalmente se ha encontrado que la fuerza de arrastre que actúa sobre un barco viene dada por la siguiente relación entre parámetros adimensionales:

$$C_D = f(Re, Fr)$$

donde

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \;\; ; \;\; Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \;\; ; \;\; Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

Se pretende construir un barco y para validar el diseño se realizarán pruebas en un modelo a escala 1:10. Si el fluido en que se va a probar el modelo es el mismo en que navegará el barco real, entonces no se podrá conseguir la semejanza completa entre el modelo y el prototipo.

a) Compruebe que no se puede conseguir la semejanza completa.
b) Cuando el modelo se altera adecuadamente, se pueden compensar los efectos del número de Reynolds (Re) para trabajar solamente con el número de Froude (Fr). Si se utiliza agua a 20°C como fluido de prueba y si se sabe que el prototipo navegará a una velocidad de 50 km/h, ¿a qué velocidad deberá probarse el modelo?

Datos:

Relación funcional entre parámetros adimensionales conocidos

$$C_D = f(Re, Fr)$$

Condiciones del fluido de trabajo (agua): T = 20°C

Velocidad del prototipo, V_p = 50 km/h

Incógnitas:

Se pide comprobar la imposibilidad de conseguir la semejanza completa y determinar la velocidad del modelo, V_m.

Análisis:

Parte a)

Para conseguir la similitud completa se requiere que exista similitud geométrica, cinemática y dinámica. Del enunciado del problema sabemos que el modelo está hecho a escala y por lo tanto ya se tiene la condición de similitud geométrica. La semejanza cinemática puede obtenerse determinando la velocidad del modelo a partir de los parámetros adimensionales, que es lo que se pide en la parte b del problema. En cuanto a la semejanza dinámica, para que pueda darse, tanto el número de Reynolds (que considera los efectos de las fuerzas viscosas) como el de Froude (que considera el efecto de las fuerzas gravitacionales), deben ser iguales.

Para el número de Reynolds:

$$Re_m = Re_p$$

$$\frac{V_m L_m}{\nu_m} = \frac{V_p L_p}{\nu_p}$$

$$\frac{\nu_m}{\nu_p} = \frac{V_m L_m}{V_p L_p} \qquad \text{Ec. (1)}$$

Para el número de Froude:

$$Fr_m = Fr_p$$

$$\frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{gL_p}}$$

$$\frac{V_m}{V_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Ec. (2)

Sustituyendo esta expresión en la Ec. (1):

$$\frac{v_m}{v_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{L_m}{L_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Del enunciado sabemos que $v_m = v_p$ y que $L_m/L_p = 1/10$, entonces

$$\frac{v_m}{v_p} = 1 \neq (0{,}1)^{1{,}5}$$

por lo tanto no puede haber similitud completa.

Parte b)

De la Ec. (2),

$$V_m = V_p\sqrt{0{,}1} = 50\,\frac{km}{h}\frac{1000m}{1km}\frac{1h}{3600s}\sqrt{0{,}1}$$

$$V_m = 4{,}39\,\frac{m}{s}$$

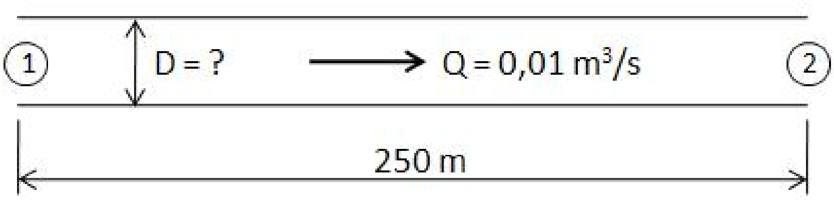
3. Determine el diámetro del tubo de hierro galvanizado que debe escogerse para transportar 0,010 m^3/s de agua a 15°C una distancia horizontal de 250 m sin que la pérdida de carga exceda 25 m.

Datos:

Fluido: agua a 15°C → ρ = 999,1 kg/m^3 ; ν = 1,141x10^{-6} m^2/s

Material del tubo: Hierro galvanizado

Pérdida de carga ≤ 25 m



Ecuación básica:

$$h_p = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

Análisis:

Del enunciado sabemos que la tubería es horizontal y podemos considerarla recta (sin accesorios), por lo tanto la única pérdida de carga se debe a la fricción y podemos calcularla con la ecuación de Darcy-Weisbach.

Por continuidad también sabemos que $Q_1 = Q_2 = Q$.

Como $A_1 = A_2$ entonces,

$$V_1 = V_2 = V = \frac{Q}{A} = \frac{4 \times 0{,}01}{\pi \times D^2} = \frac{1{,}27 \times 10^{-2}}{D^2}$$

Para poder conseguir el valor de f en el diagrama de Moody necesitamos una expresión para el número de Reynolds.

$$Re = \frac{VD}{v} = \frac{1{,}27 \times 10^{-2}}{D^2}\frac{D}{1{,}141 \times 10^{-6}} = \frac{11130{,}59}{D}$$

La ecuación para la pérdida de carga queda entonces,

$$h_p = f\frac{250}{D}\left(\frac{1{,}27 \times 10^{-2}}{D^2}\right)^2\frac{1}{2 \times 9{,}81} = 2{,}05 \times 10^{-3}\frac{f}{D^5}$$

Con estas ecuaciones se comienza a iterar asumiendo diferentes diámetros comerciales hasta que se cumpla que $h_p \leq 25$ m.

D	2" (0,0254 m)	4" (0,1016 m)	3" (0,0762 m)
e/D	0,003	0,0016	0,002
Re	$4{,}4 \times 10^5$	$1{,}1 \times 10^5$	$1{,}5 \times 10^5$
f	0,0265	0,0235	0,0248
h_p	5138,44 m > 25 m	4,45 m > 25 m	19,79 m < 25 m

Entonces, el diámetro del tubo será 3 pulg.

4. Dos depósitos se encuentran conectados mediante una tubería de acero comercial de 4 pulg de diámetro nominal (D_i=4,026") tal como se muestra en la figura. Determine la diferencia de nivel entre los depósitos cuando el caudal que circula por la tubería es de 0,05 m^3/s. Considere que el fluido es agua a 20°C.

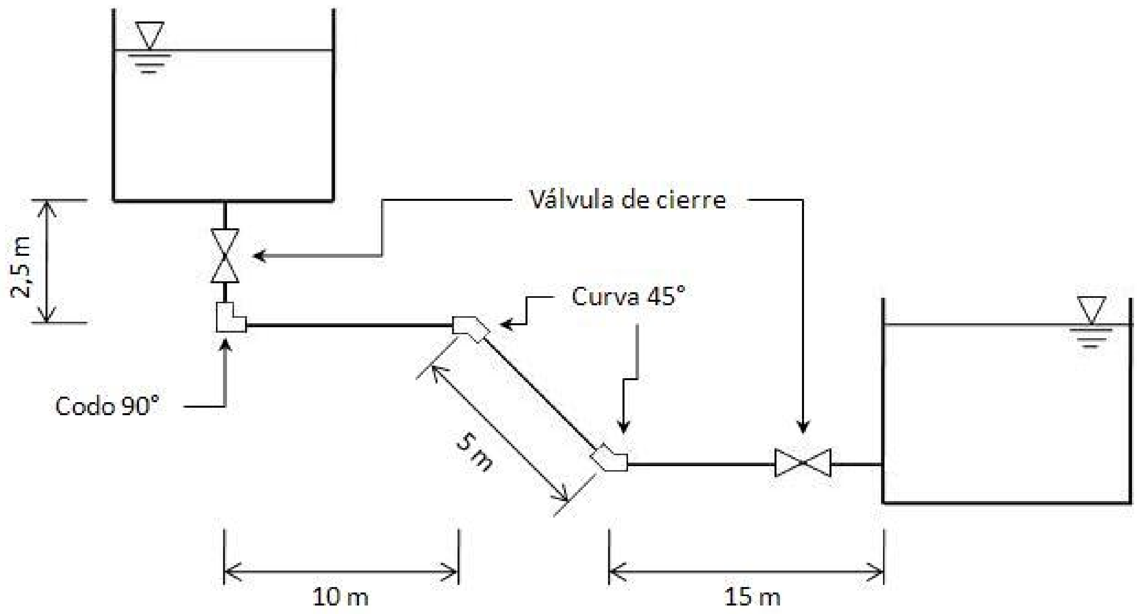
Datos:

El fluido es agua a 20°C

ρ = 998,2 kg/m^3

υ = 1.007 x 10^{-6} m^2/s

D = Di = 4,026" = 0,1022 m



Ecuación básica:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{{V_1}^2}{2g} + z_1 + h_w - h_p = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{{V_2}^2}{2g} + z_2$$

Análisis:

Las presiones en los puntos 1 y 2 son iguales y por lo tanto se cancelan a ambos lados de la ecuación de Bernoulli. Se puede suponer que los depósitos son lo suficientemente grandes como para que las velocidades en 1 y 2 sean iguales a cero. Como no existen bombas ni turbinas entonces la ecuación se transforma en

$$z_1 - z_2 = h_p$$

Las pérdidas en tuberías serán la suma de las pérdidas mayores por fricción y de las pérdidas menores debidas a los accesorios. Si utilizamos el método de la longitud equivalente tendremos:

$$h_p = h_M + h_m = f\frac{L_e}{D}\frac{V^2}{2g}$$

donde

$$L_e = L + L_{Acc}$$

$$L = 2{,}5 + 10 + 5 + 15 = 32{,}5\ m$$

$$L_{Acc} = L_{ent} + 2L_{valv} + L_{codo} + 2L_{curva} + L_{sal}$$

Utilizando el nomograma de longitudes equivalentes tenemos:

$$L_{ent} = 1{,}8\ m$$
$$L_{valv} = 0{,}7\ m$$
$$L_{codo} = 6{,}5\ m$$
$$L_{curva} = 1{,}5\ m$$
$$L_{sal} = 1{,}8\ m$$

Entonces

$$L_{Acc} = 1{,}8 + 2 \times 0{,}7 + 6{,}5 + 2 \times 1{,}5 + 1{,}8 = 14{,}5\ m$$

Para conseguir el valor del coeficiente de fricción en el diagrama de Moody necesitamos conocer el número de Reynolds y la rugosidad relativa.

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

$$V = \frac{4 \times Q}{\pi \times D^2} = \frac{4 \times 0{,}05}{\pi \times (0{,}1022)^2} = 6{,}10\,\frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{6{,}10 \times 0{,}1022}{1{,}007 \times 10^{-6}} = 6{,}2 \times 10^5$$

Para el material y diámetro dados,

$$^{e}/_{D} = 0{,}00042$$

Del diagrama de Moody tenemos,

$$f = 0{,}017$$

Finalmente,

$$h_p = 0{,}017\,\frac{(32{,}5 + 14{,}5)}{0{,}1022}\,\frac{(6{,}10)^2}{2 \times 9{,}81} = 14{,}83\ m$$

Entonces,

$$z_1 - z_2 = 14{,}83\ m$$