#### Tema 5

# ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA

## Introducción

En mecánica de fluidos la experimentación tiene una gran importancia, y hasta la fecha se puede decir que los resultados más importantes que existen hasta en la actualidad son producto de análisis experimentales. Y a pesar de que cada vez los análisis por medio de computadoras toman más importancia, en muchos casos se requieren de experimentos para validar los resultados numéricos obtenidos. En este tema se estudiarán una serie de herramientas indispensables en la realización de experimentos en mecánica de fluidos.

El trabajo en laboratorio en mecánica de fluidos suele ser muy costoso y ocupar mucho tiempo, sobre todo cuando se quieren estudiar fenómenos de gran tamaño o gran precisión. Es por ello que se requiere reducir al mínimo el número de experimentos requeridos.

Para poder lograr esto es necesario un conocimiento aproximado de los valores o medidas en juego, ya que los experimentos basados en diseños totalmente empíricos suelen ser más complejos de analizar, y por ende requieren más tiempo y son más costosos. Además que las pruebas a tamaño real muchas veces resulta prohibitiva por sus grandes dimensiones y costo (una turbina hidroeléctrica por ejemplo).

Por todo lo anterior los experimentos de laboratorio se realizan utilizando la técnica de **análisis dimensional**, cuyo objeto es disminuir el número de experimentos, disminuir los costos del mismo y simplificar el ensayo.

El análisis dimensional se basa en el concepto de homogeneidad dimensional, lo cual implica que todos los términos de una ecuación deben tener las mismas dimensiones.

Una forma de homogeneidad dimensional es y transformar en adimensional las ecuaciones utilizadas, lo cual quiere decir que la ecuación se transforma en una serie de parámetros sin dimensiones. Por ejemplo si tomamos la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + h_2$$

La dimensión de cada uno de los términos es una longitud, y si dividimos toda la ecuación entre  $h_1$  obtendremos una ecuación adimensional:

$$\frac{{V_{\rm l}^2}}{2gh_{\rm l}} + \frac{P_{\rm l}}{\rho gh_{\rm l}} + 1 = \frac{{V_{\rm l}^2}}{2gh_{\rm l}} + \frac{P_{\rm l}}{\rho gh_{\rm l}} + \frac{h_{\rm l}}{h_{\rm l}}$$

Otra técnica importante para realizar ensayos de laboratorio es la **similitud**, que consiste en estudiar modelos con el fin de predecir lo que va a ocurrir en los prototipos.

En este caso el estudio se realiza en modelos ya sea porque el prototipo tenga dimensiones demasiado grandes, como en el caso del flujo alrededor de un conjunto de edificios, en un represa, etc. O porque las dimensiones del prototipo sean demasiado pequeñas para obtener un resultado suficientemente preciso como el caso de un flujo en un tubo capilar, alrededor de un alabe de turbina, o incluso de un microorganismo.

### Análisis dimensional

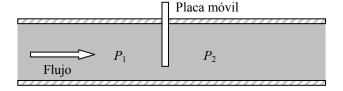
#### Motivación

En el estudio de fenómenos con flujo de fluidos intervienen por lo general un gran número de parámetros de flujo y

geométricos. Y es conveniente poder utilizar el mínimo número de combinaciones posibles entre los parámetros.

Tomemos por ejemplo la caída de presión  $\Delta P$  a través de una válvula corrediza como la mostrada en la figura.

Si queremos analizar la caída de presión podríamos suponer que esta depende de las variables siguientes:



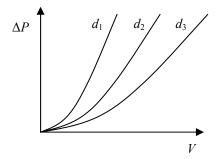
- La velocidad promedio en la tubería V
- La densidad del fluido ρ
- La viscosidad del fluido  $\mu$
- El diámetro de la tubería D
- La abertura de la válvula *h*

Esto puede expresarse matemáticamente como:

$$\Delta P = f(V, \rho, \mu, d, h)$$

Si queremos estudiar experimentalmente en este problema la relación entre la caída de presión y cada uno de estos parámetros deberemos fijar una estrategia. La primera que viene a la mente es fijar todos los parámetros excepto uno, por ejemplo la velocidad, y analizar la relación entre este parámetro y la caída de presión. Podríamos hacer este experimento para varios valores de uno de los otros parámetros, por ejemplo el diámetro de la tubería. Podríamos obtener así los resultados de la figura:

Luego podríamos repetir el estudio fijando otro jugo de parámetros y dejando libre a otros. Este método puede ser útil pero requiere del estudio de muchas combinaciones de parámetros.

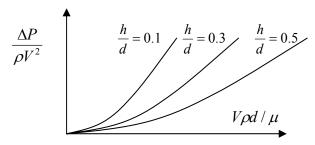


Otra forma de realizar el estudio sería organizar los parámetros en una ecuación adimensional, como sigue:

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = f\left(\frac{V\rho d}{\mu}, \frac{h}{d}\right)$$

De esta forma obtendremos una relación más sencilla puesto que la combinación de parámetros posibles es mucho menor, haciendo el mismo procedimiento que en el caso anterior podríamos resumir los resultado del estudio en una sola figura como sigue:

Sin embargo la información que presenta está figura será útil solo si se ha escogido una relación de parámetros



adecuada, que presente la información más importante del fenómeno. Por lo cual la escogencia de los parámetros a relacionar es sumamente importante y requiere por lo general la experiencia del que realiza el experimento

Existe un método que permite obtener de una forma simple relaciones adimensionales entre los parámetros que influyen en un determinado fenómeno, este método es denominado **Teorema**  $\pi$  **de Buckingham.** 

# Teorema π de Buckingham

El Teorema de Buckingham establece que si en un problema físico dado, en donde una variable dependiente se puede expresar en función de *n* variable dependientes como:

$$x_1 = f(x_2, x_3, ..., x_n)$$
 donde *n* representa el número de variables.

Entonces se pueden formar n-m grupos adimensionales de variables, llamados parámetros  $\pi$ , donde usualmente m es el número de mínimo de variables independientes, y estos grupos de variables se pueden relacionar como:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3, ..., \pi_{n-m})$$

Donde  $\pi_1$  incluye la variable dependiente y los demás grupos solo incluyen variables independientes. Donde la relación F se debe determinar experimentalmente. El parámetro  $\pi$  no es independiente si se puede formar mediante el cociente o producto de otros parámetros  $\pi$ .

El procedimiento empleado para aplicar el teorema de buckingham se pude resumir en los siguientes pasos:

- 1. Escribir la relación funcional f de la variable dependiente en función de las variables independientes.
- 2. Escoger m variables repetitivas, que serán las variables que se combinaran con cada una de las restantes para formar los parámetros  $\pi$ . Estas deben incluir todas las dimensiones pero no deben formar un parámetro  $\pi$  por si solas.
- 3. Formar los parámetros  $\pi$  combinando las variables repetitivas con cada una de las restantes.

4. Escribir la relación funcional F entre el parámetro  $\pi_1$  que contiene la variable dependiente y los parámetros  $\pi$  independientes. Esta relación se determina experimentalmente.

### Procedimiento detallado para el empleo del Teorema $\pi$ de Buckingham

- Paso 1. Listar todos los parámetros significativos (donde n es el número de parámetros). Estos se seleccionan de acuerdo a la experiencia de la persona. Si se sospecha que una variable influye esta se debe colocar, ya que si no se incluyen todos los parámetros se obtendrá una relación que no podrá ofrecer una imagen completa del fenómeno. Si este no afecta la variable dependiente aparecerá un número  $\pi$  adicional que los experimentos demostraran que se puede eliminar.
- Paso 2. Seleccionar un conjunto fundamental (primario) de dimensiones. Por ejemplo MLtT o FLtT (donde *r* es el número de dimensiones primarias presentes en el problema). Obsérvese que en problemas de transferencia de calor se debe incluir la temperatura T, y en sistemas eléctricos la carga q.
- Paso 3. Listar las dimensiones de todos los parámetros expresándolos en función de las dimensiones primarias. Según el sistema de dimensiones escogido.
- Paso 4. De la lista de parámetros elaborada en el paso 1, seleccionar aquellos que se repetirán en los parámetros adimensionales π que se han de formar. Dichos parámetros repetitivos deberán ser iguales en número a las dimensiones primarias *r*, y deberá buscarse no dejar fuera ninguna dimensión. Los parámetros repetitivos no deberán tener las mismas dimensiones netas, es decir no deberán ser diferentes solo por el exponente. Por ejemplo no deberá incluirse en los parámetros repetitivos a una longitud (L) y a un momento de inercia (L<sup>4</sup>). Los parámetros repetitivos podrán aparecer en todos los parámetros adimensionales que se obtengan; por lo tanto no deberá incluirse el parámetro considerado como dependiente en estos parámetros repetitivos.
- Paso 5. Establecer ecuaciones dimensionales que combinen los parámetros repetitivos seleccionados en le paso 4 con cada uno de los parámetros restantes, buscando formar parámetros adimensionales, se obtendrán n-m ecuaciones dimensionales. Se resuelven estas ecuaciones dimensionales para obtener los n-m parámetros adimensionales.
- Paso 6. Verificar que cada parámetro obtenido resulte efectivamente adimensional. Para ello si inicialmente se escogió el sistema LMT, se recomienda verificar la adimensionalidad utilizando el sistema FLtT y viceversa.

#### Comentarios sobre el procedimiento:

- Casi siempre se obtiene el número correcto de parámetros adimensionales usando m = r. Sin embargo en algunos casos existen dificultades ya que el número de parámetros resulta diferente cuando se usan sistemas diferentes de dimensiones primarias. En este caso el valor correcto de m se determina como el valor del rango de la matriz de dimensiones.
- Los n-m parámetros adimensionales que se obtienen no son únicos ya que dependen de la selección de los parámetros repetitivos. La práctica enseña que parámetros deben preferirse en función del problema estudiado.
- Si n m = 1, entonces hay un solo parámetro  $\pi = \text{constante}$ .

## **Ejercicios**

#### Ejercicio 1

La fuerza de arrastre F, que actúa sobre una esfera liza colocada en una corriente uniforme de fluido, depende de la velocidad relativa V, del diámetro de la esfera D, de la densidad del fluido  $\rho$ , de la viscosidad del fluido  $\mu$ . Obtener el conjunto de parámetros adimensionales que se puedan utilizar para correlacionar los resultados experimentales.

#### Ejercicio 2

La caída de presión  $\Delta P$ , para un flujo viscoso incompresible y estacionario a través de una tubería horizontal rectilínea depende de la longitud del tubo l, de la velocidad media V, de la viscosidad  $\mu$ , del diámetro del tubo D, de la densidad  $\rho$ , y de la variación promedio e del radio interno (es decir la altura promedio aproximadamente) Determinar un conjunto de parámetros adimensionales que se puedan emplear para la correlación de datos experimentales.

#### Eiercicio 3

Cuando un pequeño tubo se sumerge en un recipiente que contiene líquido, la tensión superficial ocasiona que se forme un menisco en la superficie libre , la cual se elva o se abate respecto a la superficie libre del líquido dependiendo del ángulo de contacto que forma la interficie líquido-solido-gas. Los experimentos realizados señalan que la magnitud de este efecto capilar  $\Delta h$  es función del diámetro del tubo D, del peso específico del líquido  $\gamma$ , y del tensión superficial  $\sigma$ . Determinar un número de parámetros independientes  $\pi$  que se puedan formar en estas condiciones y obtener dichos parámetros.

# Significado de los parámetros adimensionales más comunes

### Número de Reynolds

Inglaterra 1880.

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{V}$$

Donde:  $\rho$ : densidad; V: velocidad del fluido; D: diámetro de la tubería;  $\mu$ : viscosidad; v: viscosidad cinemática. Representa el estudio de la transición entre flujo laminar y flujo turbulento en un tubo. Esto representa una relación entre:

$$Re = \frac{Fuerzas inerciales}{Fuerzas viscosas}$$

Y se usa para una semejanza dinámica con predominio de la viscosidad.

Esta expresión se puede generalizar para un elemento que no sea tubular como:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$$

Donde L es una longitud característica del campo de flujo.

Es útil en flujos donde influyen los efectos viscosos como por ejemplo flujos internos y flujos de capa límite.

#### Número de Mach

Austria 1870

$$M = \frac{V}{c}$$

Donde:

c: velocidad del sonido en el fluido.

Caracteriza los efectos de compresibilidad en el fluido.

Esto representa una relación entre:

$$M = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas de compresibilidad}}$$

Y se usa para una semejanza dinámica con predominio de la elasticidad.

De forma más general:

$$M = \sqrt{\frac{\rho V^2}{\rho c^2}}$$

Para flujo absolutamente incompresible  $c = \infty \implies M = 0$ 

En general se toma que para M > 1 el flujo es compresible, y para casos prácticos se estudia el efecto de la compresibilidad para M > 0.4.

#### Número de Froude

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

Caracteriza los efectos de las fuerzas gravitacionales.

Si este se eleva al cuadrado tenemos:

$$Fr^2 = \frac{\rho V^2 L^2}{\rho g L^3} = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas gravitacionales}}$$

Y se usa para una semejanza dinámica con predominio de la gravedad.

Es útil en flujos donde influye la gravedad, principalmente en flujos de superficie lbre.

#### Número de Euler

$$Eu(=Cp) = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

Donde:  $\Delta P$ : presión local – presión corriente arriba.

Este caracteriza la presión en forma adimensional.

Se usa para semejanza dinámica en gradiente de presiones.

Por ejemplo en pruebas aerodinámicas y de otro tipo en modelos, en donde la caída de presión es significativa.

#### Número de Weber

$$We = \frac{V}{\sqrt{\sigma/\rho L}}$$

Donde: σ: coeficiente de tensión superficial

Se usa para semejanza dinámica con predominio de la tensión superficial.

Es útil cuando la tensión superficial afecta el flujo, por ejemplo en el caso de flujo con interfaz

#### Número de Strouhal

$$St = \frac{L\omega}{V}$$

Donde  $\omega$  es la velocidad de rotación del fluido

Se usa para semejanza dinámica con predominio de la fuerza centrífuga.

Es importante en casos de flujo con una componente inestable que se repite periódicamente.

# Semejanza

#### Introducción

Este consiste en el estudio de modelos y estimar los resultados que se deben producir en el prototipo en función de los resultados obtenidos sobre el modelo.

Para poder realizar esto se debe poder considerar que el modelo utilizado es semejante al prototipo, de ahí viene el nombre de semejanza.

Para que un modelo sea semejante a un prototipo debe existir:

- Semejanza Geométrica
- Semejanza cinemática
- Semejanza dinámica.

# Semejanza geométrica

Para que un modelo tenga semejanza geométrica con un prototipo este debe poseer una forma idéntica con una diferencia de tamaño la cual será representada por un factor de escala.

$$\lambda = \frac{Lp}{Lm}; \quad \lambda^2 = \frac{Ap}{Am}; \quad \lambda^3 = \frac{Vp}{Vm}$$

Donde:

Lp: longitud característica de prototipoLm: longitud característica de modeloAp: Area característica de prototipoAm: Area característica de modelo

Vp: Volumen de prototipo Vm: Volumen de modelo

 $\lambda$ : factor de escala

# Semejanza cinemática

Para que exista una semejanza cinemática entre un modelo y un prototipo, la direcciones y magnitudes de la velocidades en juego en el experimente deben ser similares entre el modelo y el prototipo.

# Semejanza dinámica

Cuando los flujos tienen distribuciones de fuerzas tales que en puntos correspondientes de ambos flujos (modelo y prototipo), los tipos idénticos de fuerzas son paralelos y se relacionan en magnitud por un factor de escala  $\lambda$  en todos los puntos correspondientes.

La forma de comparar un modelo con un prototipo es con los parámetros adimensionales, por lo general se pueden utilizar los conocidos, según el tipo de fenómeno que se quiera estudiar, es decir:

• Cuando en un fenómeno no intervienen más fuerzas que las debidas al gradiente de presión:

$$Eu_m = Eu_p$$

• Cuando en el fenómeno existe predominio de la gravedad:

$$Fr_m = Fr_p$$
  $Eu = f(Fr)$ 

• Cuando en el fenómeno existe predominio de la viscosidad:

$$Re_m = Re_p$$
  $Eu = f(Re)$ 

• Cuando en el fenómeno existe predominio de la compresibilidad:

$$M_m = M_n$$
  $Eu = f(M)$ 

• Cuando en el fenómeno existe predominio de la tensión superficial:

$$We_m = Wer_p$$
  $Eu = f(We)$ 

Para una semejanza dinámica perfecta se deberían cumplir simultáneamente las semejanzas de todos los números adimensionales. Esto es imposible por lo cual se escoge por lo general una sola semejanza, que será siempre la que más afecta el fenómeno estudiado.

# **Ejercicios**

#### Ejercicio 4

Se desea predecir el arrastre en un transductor de sonar, basándose en los resultados obtenidos en pruebas de túnel de viento. El prototipo consiste en una esfera de un pie de diámetro, se debe arrastrar con una velocidad de 5 nudos (milla náutica (Nmi) por hora) en agua de mar. El modelo tiene 6 pulgadas de diámetro. Determinar la velocidad necesaria para la prueba en aire. Si el arrastre en el modelo en las condiciones de prueba es de 5.58 lbf, estimar el arrastre que actúa en el prototipo.

1 Nmi = 6080 pies.

Para el agua de mar  $\rho = 1.98 \text{ slug/pie}^3 \text{ y } v = 1.4 \text{x} 10^{-5} \text{ pie}^2/\text{s}$ . Para el aire  $\rho = 0.00238 \text{ slug/pie}^3 \text{ y } v = 1.56 \text{x} 10^{-4} \text{ pie}^2/\text{s}$ .

## Semejanza incompleta

En muchos casos prácticos la similitud exacta entre el modelo y el prototipo no se puede alcanzar, y en estos casos los resultados deberán conformarse a una semejanza incompleta.

Por ejemplo si se quiere estudiar la fuerza de arrastre de un barco, en la cual interviene la fricción superficial sobre el barco, debida a fuerzas viscosas y la resistencia de onda superficial, debida a fuerzas de gravedad. Por lo tanto para que exista semejanza completa tanto los números de Reynolds como los de Froude deben ser semejantes entre el modelo y el prototipo.

Para los números de Froude tenemos:

$$Fr_m = Fr_p \Leftrightarrow \frac{V_m}{(gL_m)^{1/2}} = \frac{V_p}{(gL_p)^{1/2}}$$

Con lo cual se determina la razón de velocidad que se debe usar entre el modelo y el prototipo:

$$\frac{V_m}{V_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{1}{2}}$$

En cuanto a los números de Reynolds:

$$\operatorname{Re}_{m} = \operatorname{Re}_{p} \iff \frac{V_{m}L_{m}}{V_{m}} = \frac{V_{p}L_{p}}{V_{p}}$$

Esto implica que para igualar los números de Reynolds deberá variarse la viscosidad del fluido, ya que la relación de viscosidades vine dada por:

$$\frac{v_{m}}{v_{p}} = \frac{V_{m}}{V_{p}} \frac{L_{m}}{L_{p}} = \left(\frac{L_{m}}{L_{p}}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{L_{m}}{L_{p}} = \left(\frac{L_{m}}{L_{p}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Esto implica que si se usa un factor de escala de donde  $\frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{100}$ , entonces  $\frac{v_m}{v_p} = \frac{1}{1000}$ .

Pero en la práctica esto es prácticamente imposible, ya que el barco se moverá en agua y el único fluido con viscosidad más baja que el agua es el mercurio.

Además el único fluido que se puede usar comúnmente para pruebas de laboratorio suele ser el agua. Esto implica que en este ejemplo la única forma de obtener una semejanza completa es utilizar la escala natural, lo cual es extremadamente costoso.

Sin embargo esta dificultad de obtener una similitud completa no invalida las pruebas en modelos, sin embargo para poder utilizar los resultados obtenidos en las pruebas debe conocerse el fenómeno a estudiar y tomar en cuenta ciertos detalles. Por ejemplo en el caso del arrastre con el barco, el número de Reynolds afectará la forma de la estela dejada por la capa límite. Se deberá entonces estudiar el fenómeno y compensar los efectos de alguna otra manera, por ejemplo utilizando escalas distintas en las diferentes direcciones o cambiar artificialmente la rugosidad del modelo.

### **Ejercicios**

# Ejercicio 5

Arrastre aerodinámico sobre un autobús

Se disponen los siguientes datos de prueba de túnel de viento de un modelo a escala de 1:16:

Velocidad del aire (m/s)	18.0	21.8	26.0	30.1	35.0	38.5	40.9	44.1	46.7
Fuerza de arrastre (N)	3.10	4.41	6.09	7.97	10.7	12.9	14.7	16.9	18.9

Mediante el empleo de las propiedades del aire estándar, calcule y grafique el coeficiente de arrastre aerodinámico adimensional:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A}$$

Contra el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho V w}{\mu}$$

Donde w es el ancho del modelo. Encuentre la velocidad de prueba mínima arriba de la cual  $C_D$  permanece constante. Estime la fuerza de arrastre aerodinámica y el requerimiento de potencia para el vehículo prototipo a 100 Km/hr. (El ancho y el área frontal del prototipo son 8 pies y 84 pies<sup>2</sup> respectivamente).

# Semejanza con parámetros dependientes múltiples

En algunos casos puede existir más de un parámetro dependiente, como por ejemplo en el caso del estudio de un a bomba centrífuga.

En estos casos los grupos de parámetros adimensionales deben formarse independientemente para cada uno de los parámetros dependientes.

En el caso del ejemplo, la bomba centrifuga se pueden identificar tres parámetros dependientes: La carga o presión suministrada (H), la potencia requerida (P) y la eficiencia  $(\eta)$ . Y los parámetros independientes serán: el flujo (Q), la velocidad angular  $(\omega)$ , el diámetro del impulsor (D) y las propiedades del fluido  $(\mu, \rho)$ .

Aquí es común entonces obtener dos juegos de parámetros adimensionales:

$$H = f_1(Q, \rho, \omega, D, \mu)$$
  
$$P = f_2(Q, \rho, \omega, D, \mu)$$

Utilizando el teorema Pi obtenemos dos juegos de parámetros adimensionales:

$$\frac{H}{\omega^2 D^2} = f_1 \left( \frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \right) \text{ Coeficiente de carga}$$

$$\frac{P}{\rho \omega^3 D^5} = f_2 \left( \frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \right) \text{ Coeficiente de potencia}$$

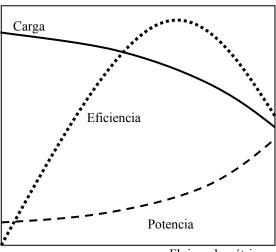
Donde:

$$\frac{Q}{\omega D^3}$$
 se denomina coeficiente de caudal

$$\frac{\rho\omega D^2}{\mu}$$
 es una forma del número de Reynolds.

En cuanto a la eficiencia este es un parámetro que depende de la relación entre la potencia de entrada y la potencia de salida que de por sí ya es adimensional, por lo que no se requiere del cálculo de los parámetros.

En una bomba el funcionamiento es muy dificil de predecir excepto en condiciones cercanas al punto de diseño por lo tanto se usan los parámetros adimensionales para predecir experimentalmente el funcionamiento de la bomba en todos los otros puntos de funcionamiento, obteniendo lo que se denominan curvas de funcionamiento de las bombas, como se ilustra en la figura, para el caso de un valor de velocidad angular constante.



Flujo volumétrico

La observación empírica ha mostrado que en este caso las fuerzas viscosas no tienen mucha importancia, por lo tanto para que exista similitud completa es necesario que:

$$\frac{Q_1}{\omega_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{\omega_2 D_2^3}$$

Por lo cual:

$$\frac{H_1}{\omega_1^2 D_1^2} = \frac{H_2}{\omega_2^2 D_2^2}$$

$$\frac{P_1}{\rho_1 \omega_1^3 D_1^5} = \frac{P_2}{\rho_2 \omega_2^3 D_2^5}$$

Esto implica que si se conocen las condiciones de operación para una máquina, las correspondientes a cualquier otra máquina geométricamente similar pueden obtenerse con los parámetros adimensionales cambiando las dimensiones y la velocidad de rotación.

En el caso de bombas existe otro parámetro importante denominado velocidad específica:

$$N_s = \frac{\omega Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}}$$

Esta se puede entender como la velocidad requerida para producir una carga unitaria a un caudal unitario. Y es de notar que su valor depende de las unidades utilizadas, a pesar de ser adimensional.

### **Ejercicios**

### Ejercicio 6

#### Leyes de similitud en bombas

Una bomba centrífuga tiene una eficiencia del 80% a una velocidad específica de diseño de 2000 (en unidades rpm, gpm y pies). El diámetro del impulsor es d e8 pulg. En las condiciones de diseño, el caudal es de 30gpm de agua a 1170 rpm. Para obtener un flujo mayor, la bomba se va a acoplar a un motor de 1750 rpm. Emplee las leyes de semejanza de bombas para encontrar las características de funcionamiento de diseño de la bomba a la velocidad más alta. Muestre que la velocidad específica permanece constante a la velocidad de operación más elevada. Determine el tamaño requerido del motor.

#### **Ejercicios adicionales**

### Ejercicio 7

Los experimentos muestran que la caída de presión debido al flujo a través de una contracción repentina en un ducto circular puede expresarse como:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = f(\rho, \mu, V, d, D)$$

Donde: D diámetro mayor, antes de contracción.

d: diámetro menor, después de contracción.

A usted se le ha pedido organizar algunos datos experimentales. Obtenga para ello los parámetros adimensionales resultantes.

#### Ejercicio 8

Un automóvil debe viajar a través del aire en condiciones estándar a 100 Km/hr. Para determinar la distribución de presiones, se debe probar el modelo en agua a escala 1/5 de la longitud del vehículo. Determinar la velocidad del agua que debe utilizarse. ¿Qué factores deben considerarse para asegurar la semejanza cinemática en esta prueba?

### Ejercicio 9

Un propulsor modelo de 2 pies de diámetro se prueba en un túnel de viento. El aire se aproxima al propulsor a 150 pies/s cuando este rota a 2000 rpm. El empuje y el momento torsor medidos en estas condiciones son 25 lbf y 7.5 pies-lbf, respectivamente. Un prototipo 10 veces más grande que el modelo se va a construir. En el punto de operación dinámicamente similar, la velocidad del aire que se aproxima será de 400 pies/s. calcule la velocidad, el empuje y el momento de torsión del propulsor prototipo en estas condiciones, despreciando el efecto de la viscosidad pero incluyendo la densidad.