

Ejercicios para el cálculo de errores

1. El coseno de x puede representarse por medio de la serie de Maclaurin como:

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Calcule el valor del error relativo porcentual y error aproximado porcentual para el coseno de $\pi/4$, usando aritmética de cuatro cifras con corte. Utilice desde 1 hasta 5 términos de la serie.

2. La función seno puede ser calculada mediante la serie infinita:

$$\text{sen}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (-\infty < x < \infty)$$

Empezando con el primer término de la serie y agregando un término a la vez estime el valor de $\text{sen}(\pi/6)$. Después de que se agregue cada término, calcúlese el error relativo porcentual real y aproximado. Agregue términos hasta que el valor del error aproximado sea menor al criterio de error prestablecido (Es) que cumpla con 4 cifras significativas.

3. La serie infinita que se muestra a continuación, es válida para x mayor o igual a 0,5 y puede ser usada para el cálculo de logaritmos naturales.

$$\ln(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x}\right)^3 + \dots$$

- a) Determine el valor del logaritmo de 1,5 usando esta serie infinita y 7 términos de la serie.
b) Calcule el error relativo porcentual real.

4. Existen muchas formas para el cálculo del valor aproximado de π . Una de ellas, llamada el producto de Wallis consiste en el producto infinito siguiente:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} * \frac{2}{3} * \frac{4}{3} * \frac{4}{5} * \frac{6}{5} * \frac{6}{7} * \dots$$

Calcule el valor del error relativo porcentual cuando se usan 10 términos de la serie infinita. Utilice aritmética de 6 dígitos con corte.

5. Utilice términos en la Serie de Taylor para aproximar la función $f(x) = 4x^3$, partiendo del primer término de la serie, desde $x_i = 1$ con $h=1$, para predecir el valor de la función en $x_{i+1} = 2$. Calcule el error relativo porcentual real y aproximado.

6. Hallar el error relativo porcentual real y aproximado de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1$$

Si se toman: a) 3 términos, b) 4 términos, c) 5 términos y d) 6 términos.

7. Hallar el error relativo porcentual real y aproximado de la serie:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} = \frac{1}{e}$$

Si se toman: a) 2 términos, b) 3 términos, c) 4 términos y d) 5 términos.