



# TEMA 2

# SUPERFICIES EXTENDIDAS

PROF. FRANZ RAIMUNDO

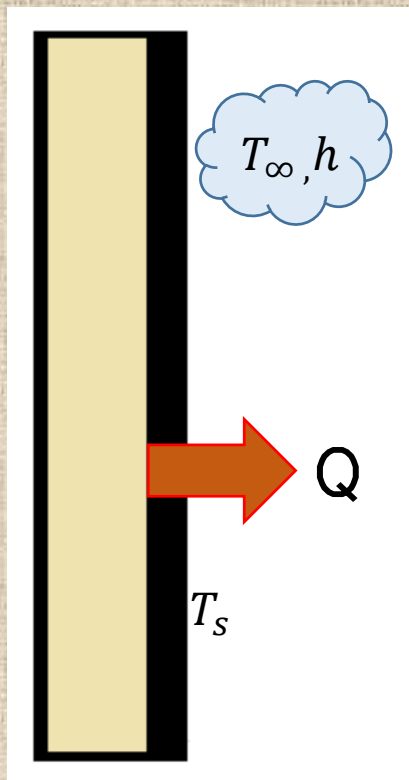
## **EN ESTA CLASE:**

# **SUPERFICIES EXTENDIDAS (ALETAS)**

- **Función**
- **Típos**
- **Aplicaciones**
- **Características**
- **Análisis general de conducción**
- **Solución general y particular**
- **Efectividad y eficiencia**
- **Arreglos de aletas**

# FUNCION

En muchas aplicaciones de la ingeniería es necesario aumentar la transferencia de calor entre una superficie y sus alrededores



$$Q = hA(T_s - T_\infty)$$

Aumentar el calor:

- Incrementar  $h$
- Disminuir  $T_\infty$
- Incrementar  $A$



# FUNCION

*Incrementar el coeficiente de convección*

*Recordemos que el coeficiente de convección es un parámetro que depende de distintos factores como: La geometría, la velocidad y propiedades del fluido.*

*Para aumentar la velocidad del fluido:*



# FUNCION

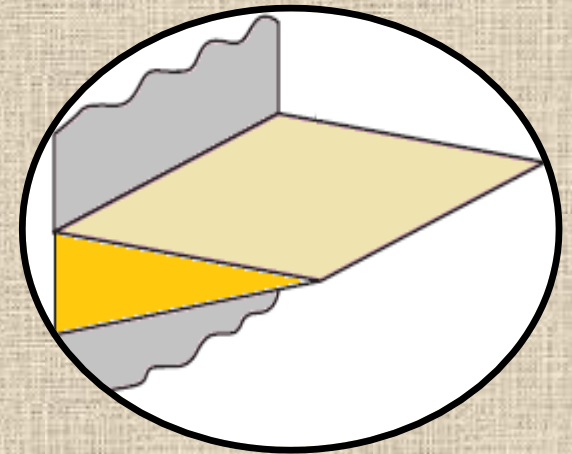
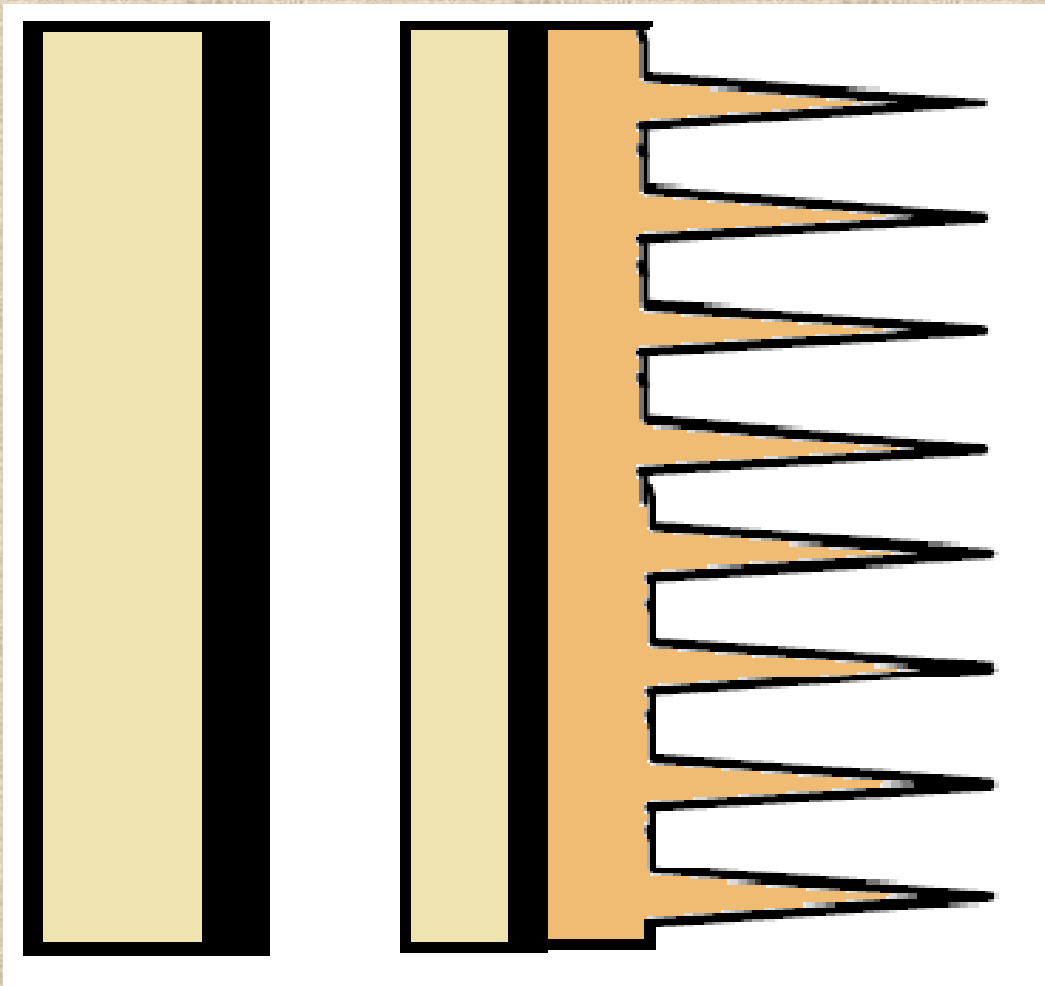
*Disminuir la temperatura del fluido*

*Implica el uso de equipos de refrigeración*



# FUNCION

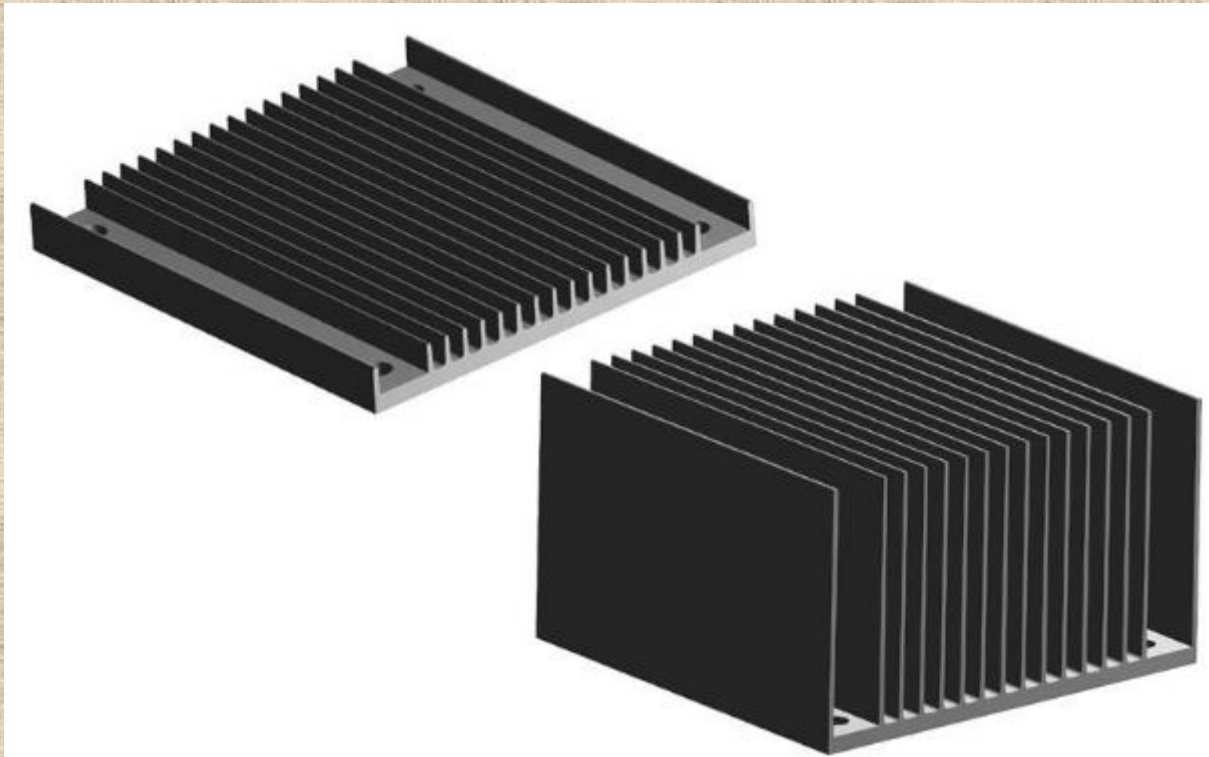
*Aumentar el área superficial*



# TIPOS

*Sección transversal constante*

*Aletas rectas: Se encuentran unidas a una superficie plana*

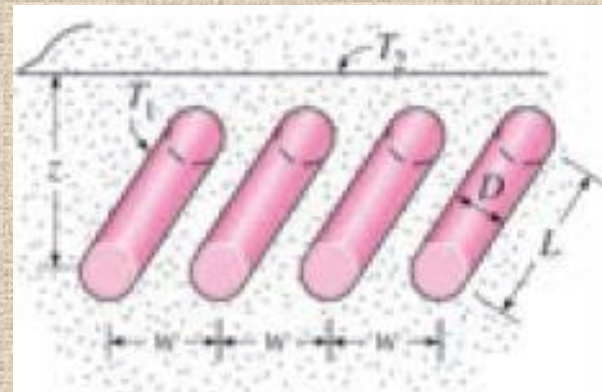
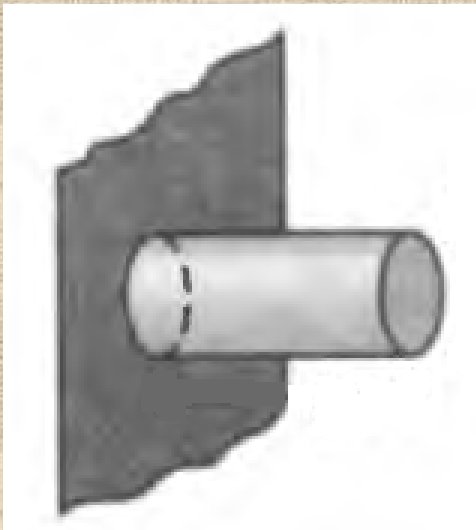




# TIPOS

## Sección transversal constante

**Aletas aguja o splíne:** Son aletas de sección transversal circular.

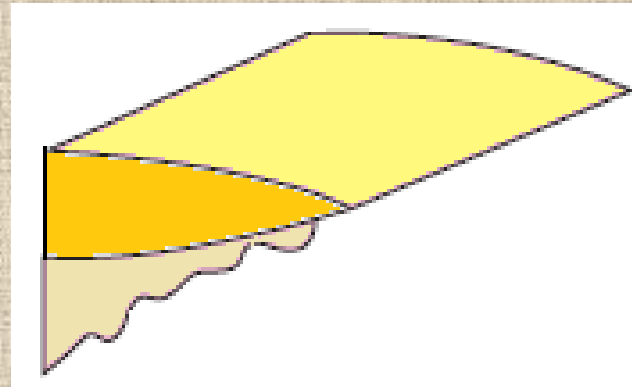
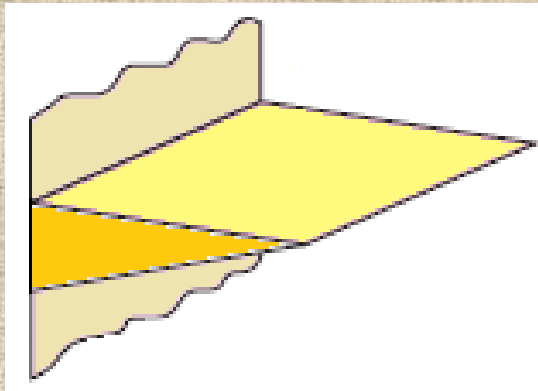




# TIPOS

*Sección transversal variable*

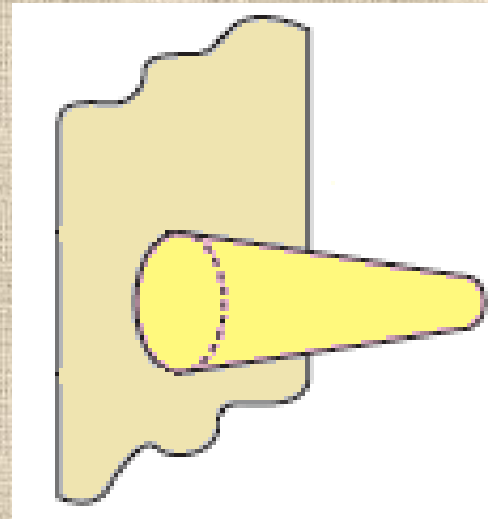
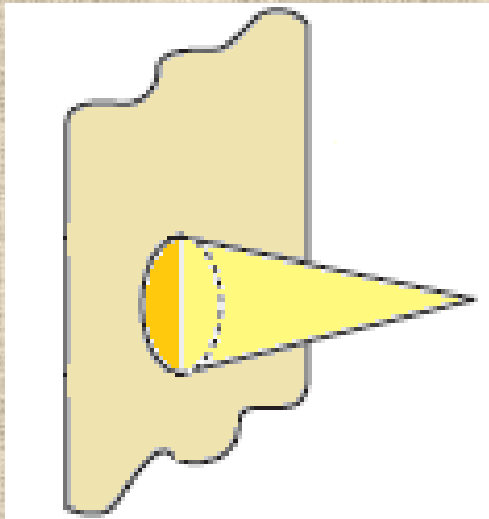
*Aletas rectas*



# TIPOS

*Sección transversal variable*

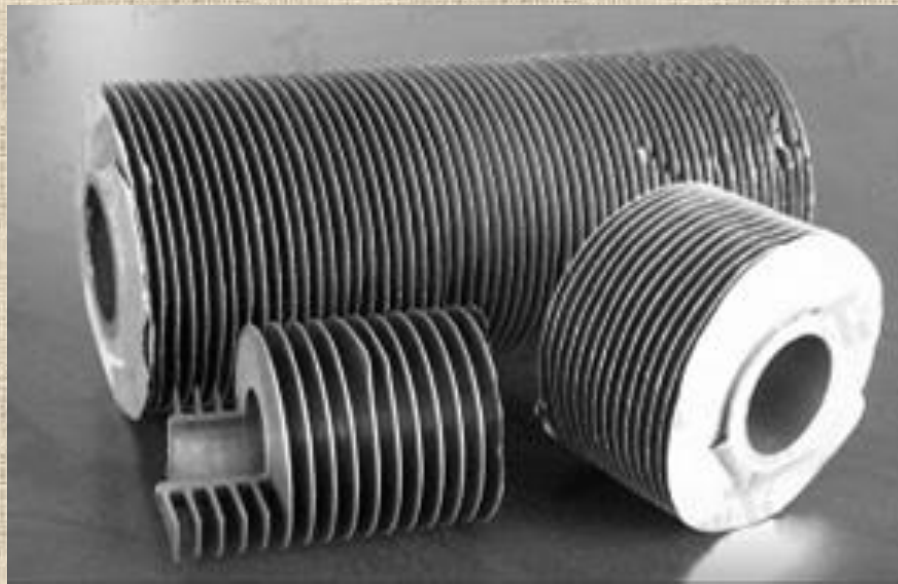
*Aletas aguja*



# TIPOS

*Sección transversal variable*

*Aletas anulares*



# APLICACIONES

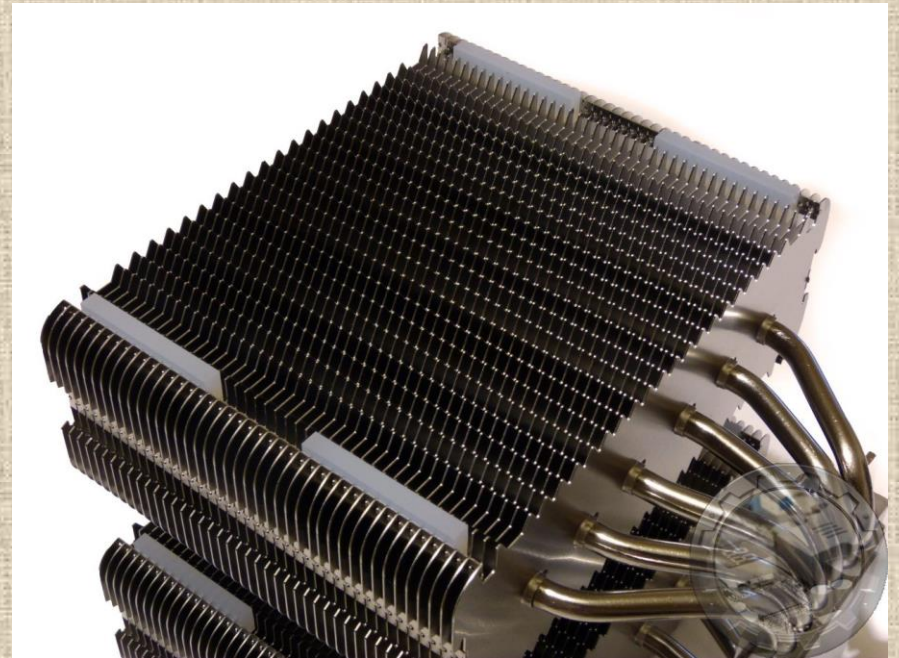
## MOTORES



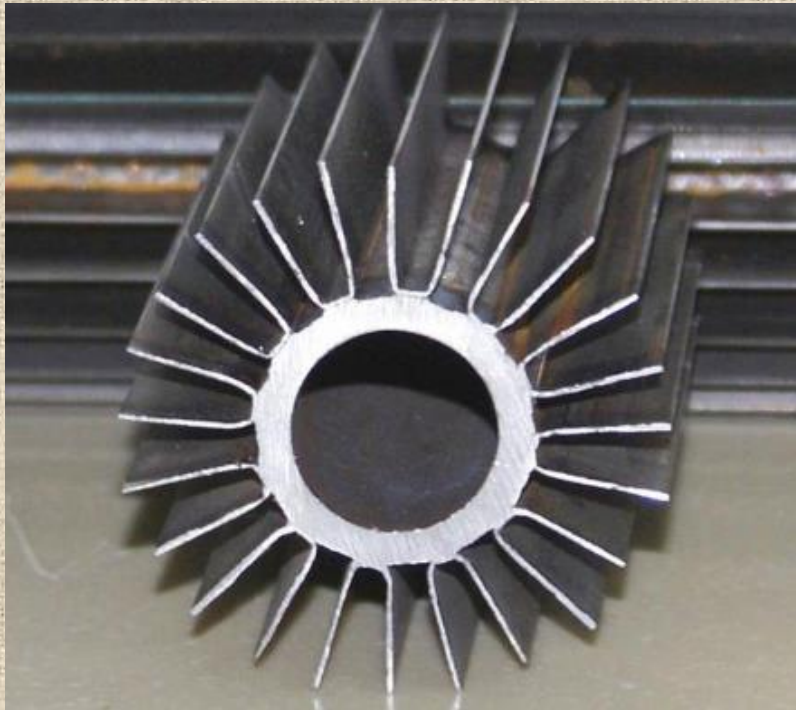


# APLICACIONES

## DISPOSITIVOS ELECTRONICOS



# APLICACIONES



**TUBERIAS**





# APLICACIONES

## CONDENSADORES Y EVAPORADORES



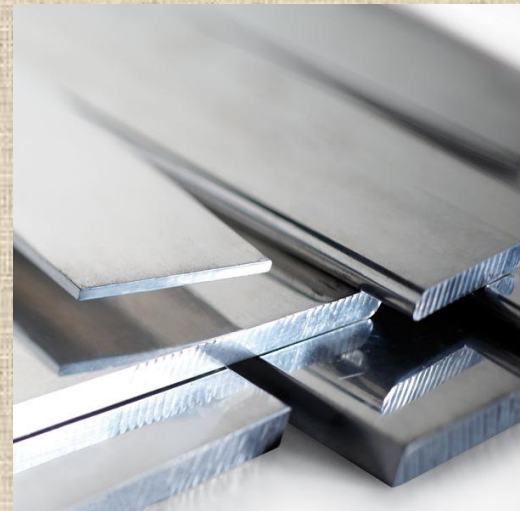
# CARACTERÍSTICAS

1. El material con el que se fabrican debe tener una conductividad térmica elevada



**Cobre**

$$K = 401 \text{ W/m.K}$$



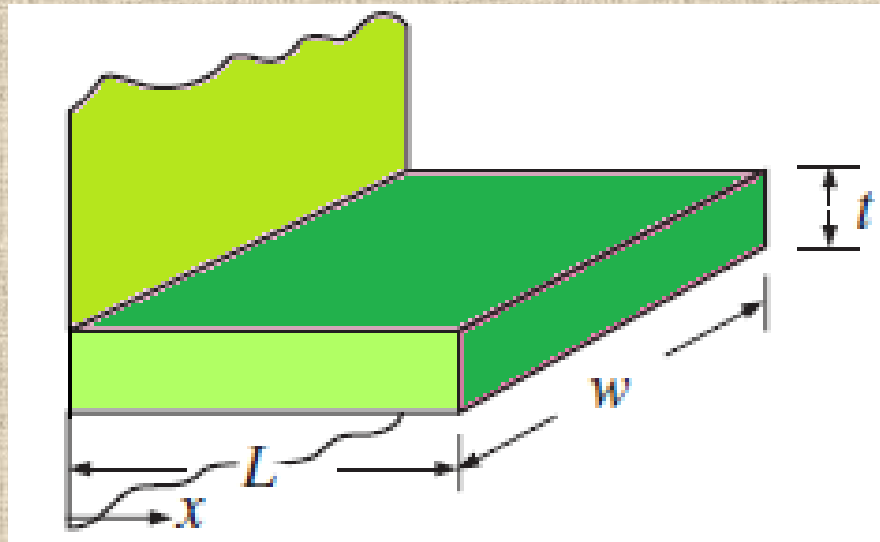
**Aluminio**

$$K = 237 \text{ W/m.K}$$



# CARACTERÍSTICAS

2. El espesor de la aleta debe ser pequeño



Para garantizar:

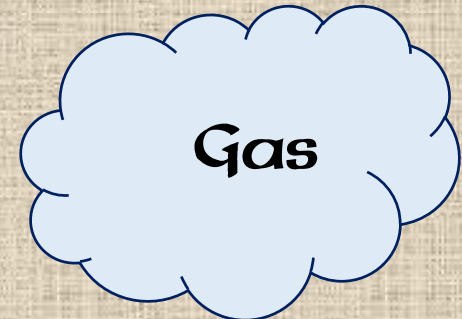
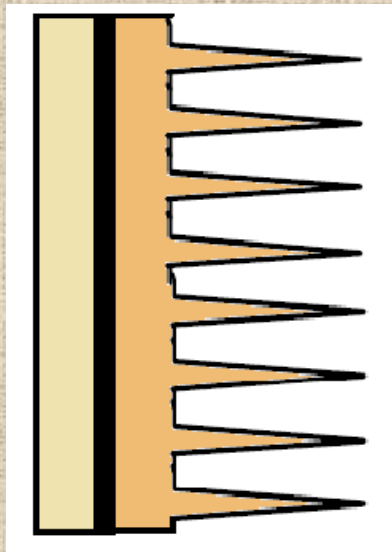
- Transferencia de calor unidimensional
- Velocidad de respuesta alta

# CARACTERISTICAS

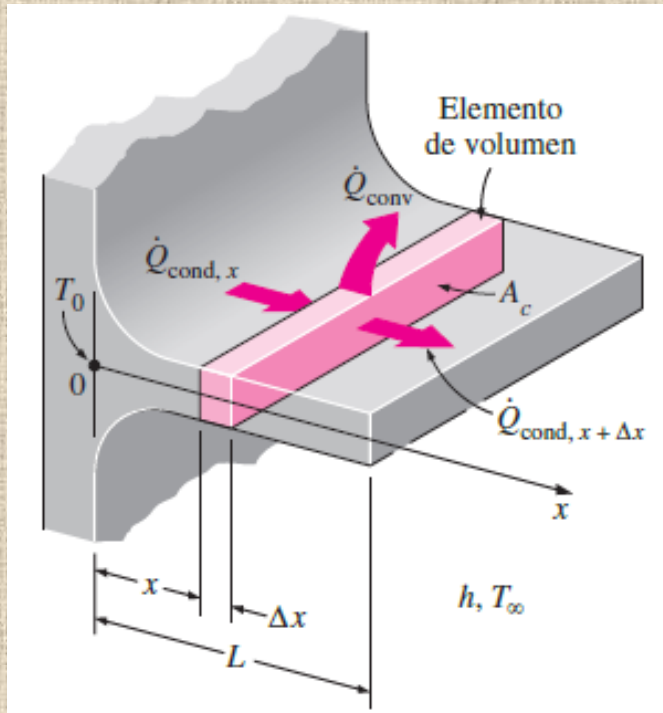
3. El coeficiente de convección del fluido debe ser pequeño

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{KP}{hA_c}}$$

Efectividad de la aleta



# ANÁLISIS GENERAL DE CONDUCCION



$$\dot{E}_{entra} + \dot{E}_{gen} - \dot{E}_{sale} = \dot{E}_{alm}$$

$$Q_{cond,x} = Q_{conv} + Q_{cond,x} + \frac{dQ_{cond,x}}{dx} dx$$

Ecuación general para superficies extendidas:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_c} \frac{h}{K} \frac{dA_s}{dx} \right) (T - T_\infty) = 0$$

# ANÁLISIS GENERAL DE CONDUCCION

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_c} \frac{h}{K} \frac{dA_s}{dx} \right) (T_x - T_\infty) = 0$$

Para aletas de sección transversal constante:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \left( \frac{hP}{KA_c} \right) (T_x - T_\infty) = 0$$

Cambio de variable:

$$\theta = T_x - T_\infty$$

$$m^2 = \frac{hP}{KA_c}$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$



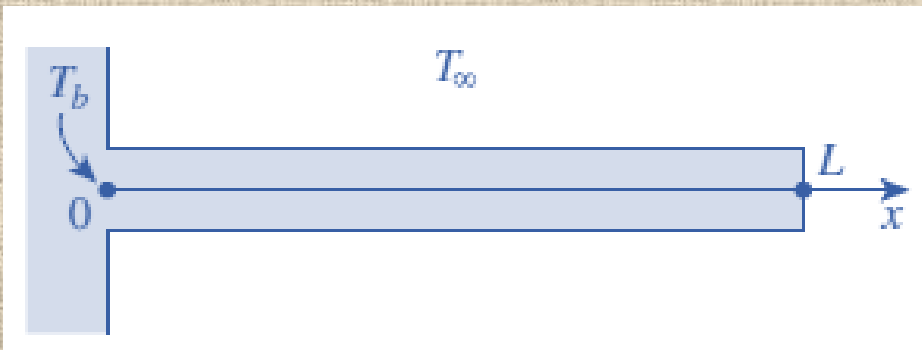
# SOLUCION GENERAL Y PARTICULAR

Solución general:  $\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$

Solución particular



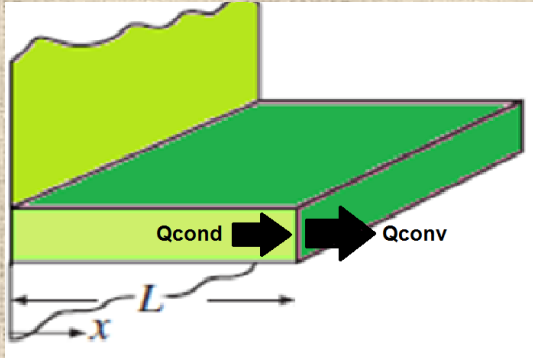
Condiciones de frontera



1. Extremo activo (convección)
2. Extremo adiabático
3. Temperatura establecida
4. Aleta infinita

# SOLUCION PARTICULAR

## CASO A. Aleta con extremo activo (Convección)



$$x = 0 \quad T = T_b$$

$$x = L \quad -K \frac{dT}{dx} = h(T_L - T_\infty)$$

### Distribución de temperatura:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)] + (h/mK)\sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + (h/mK)\sinh(mL)}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}} \quad \theta = T(x) - T_\infty$$

$$\theta_b = T_b - T_\infty$$

### Transferencia de calor:

$$q_f = M \frac{\sinh(mL) + (h/mK)\cosh(mL)}{\cosh(mL) + (h/mK)\sinh(mL)}$$

$$M = \sqrt{hPKA_c} \theta_b$$

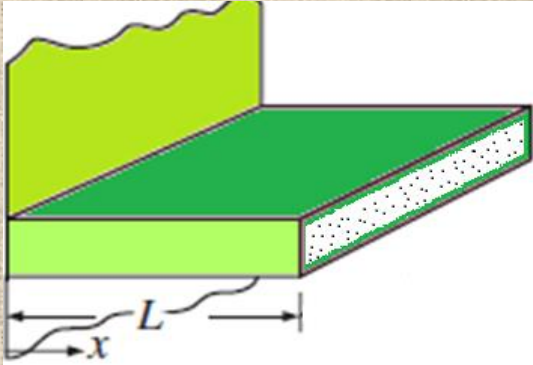
$$q_f = M \tanh(mL_c)$$

$$L_c = L + t/2$$

$$L_c = L + d/4$$

# SOLUCION PARTICULAR

## CASO B. Aleta con extremo adiabático



$$x = 0 \quad T = T_b$$

$$x = L \quad \frac{dT}{dx} = 0$$

### Distribución de temperatura:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}} \quad \theta = T(x) - T_\infty$$
$$\theta_b = T_b - T_\infty$$

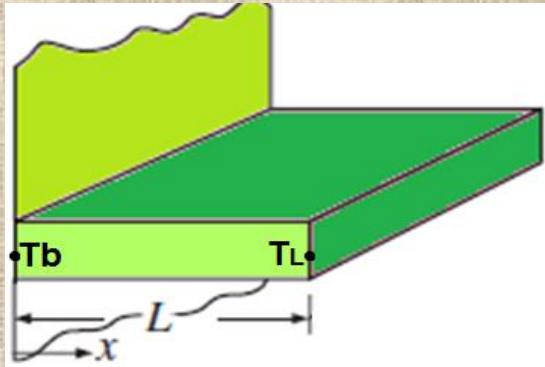
### Transferencia de calor:

$$q_f = M \tanh(mL)$$

$$M = \sqrt{hPKA_c} \theta_b$$

# SOLUCION PARTICULAR

CASO C. Temperatura establecida en el extremo



$$x = 0 \quad T = T_b$$

$$x = L \quad T = T_L$$

Distribución de temperatura:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{(\theta_L/\theta_b) \operatorname{senh}(mx) + \operatorname{senh}[m(L-x)]}{\operatorname{senh}(mL)}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}} \quad \begin{aligned} \theta &= T(x) - T_\infty \\ \theta_b &= T_b - T_\infty \end{aligned}$$

Transferencia de calor:

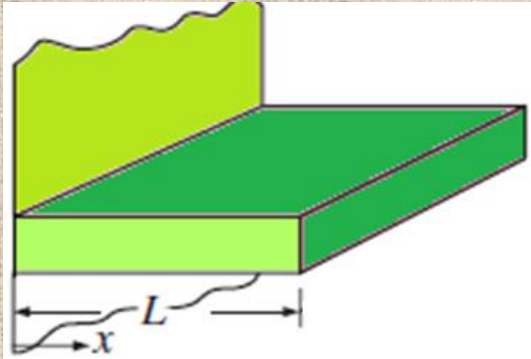
$$q_f = M \frac{\cos h(mL) - \theta_L/\theta_b}{\operatorname{senh}(mL)}$$

$$M = \sqrt{hPKA_c} \theta_b$$



# SOLUCION PARTICULAR

## CASO D. Aleta infinita



$$x = 0 \quad T = T_b$$

$$x = L \quad T = T_\infty$$

Distribución de temperatura:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}} \quad \theta = T(x) - T_\infty$$
$$\theta_b = T_b - T_\infty$$

Transferencia de calor:

$$q_f = M$$

$$M = \sqrt{hPKA_c} \theta_b$$

# SOLUCION PARTICULAR

## CASO D. Aleta infinita

¿Cuándo se considera infinita una aleta?

$$\tanh(mL) = 0.98 \quad mL = 2.3 \quad \mathbf{98\% \text{ de transferencia calor}}$$

$$\tanh(mL) = 0.995 \quad mL = 3 \quad \mathbf{99,5\% \text{ de transferencia calor}}$$

$$\overline{mL} = \frac{2.3 + 3}{2} = 2.65$$

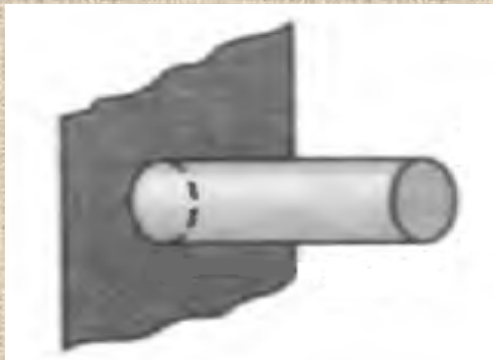
$$\boxed{L \geq \frac{2.65}{m}}$$

**99% aleta infinita**

Resumen de casos pág 118 Incropera 4ta edición

# EFFECTIVIDAD

Las aletas se utilizan para aumentar la transferencia de calor al incrementar el área en contacto con el fluido, sin embargo el material de la aleta constituye una resistencia de conducción, por lo cual no existe garantía de que la transferencia de calor aumente. Por este motivo se debe evaluar el desempeño de la aleta.



$$\varepsilon = \frac{q_f}{hA_{c,b}\theta_b}$$

Calor de la aleta

Calor sin la aleta

# EFFECTIVIDAD

La efectividad de la aleta debe ser tan grande como sea posible

$$\varepsilon \geq 2$$

Aleta efectiva

El calor de la aleta se evalúa en función de los casos anteriores

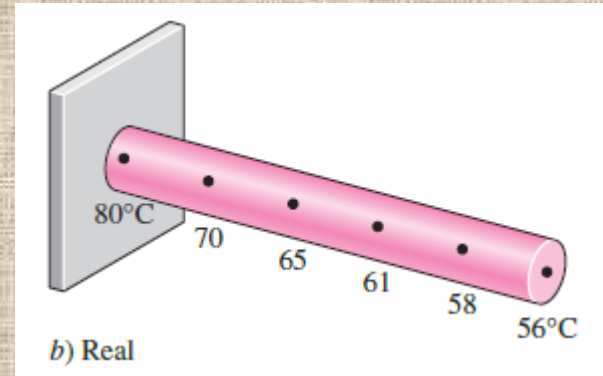
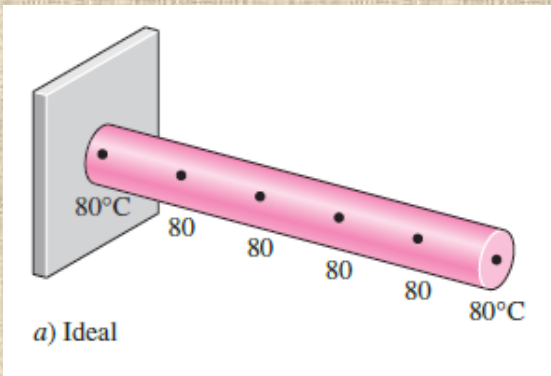
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{KP}{hA_c}}$$

Aleta infinita



# EFICIENCIA

La máxima disipación de calor de una aleta viene dada por la mayor diferencia de temperatura posible respecto al fluido.



$$\eta = \frac{q_f}{q_{\text{máx}}} = \frac{q_f}{hA_f \theta_b}$$

# EFICIENCIA

Para aletas de sección transversal variable

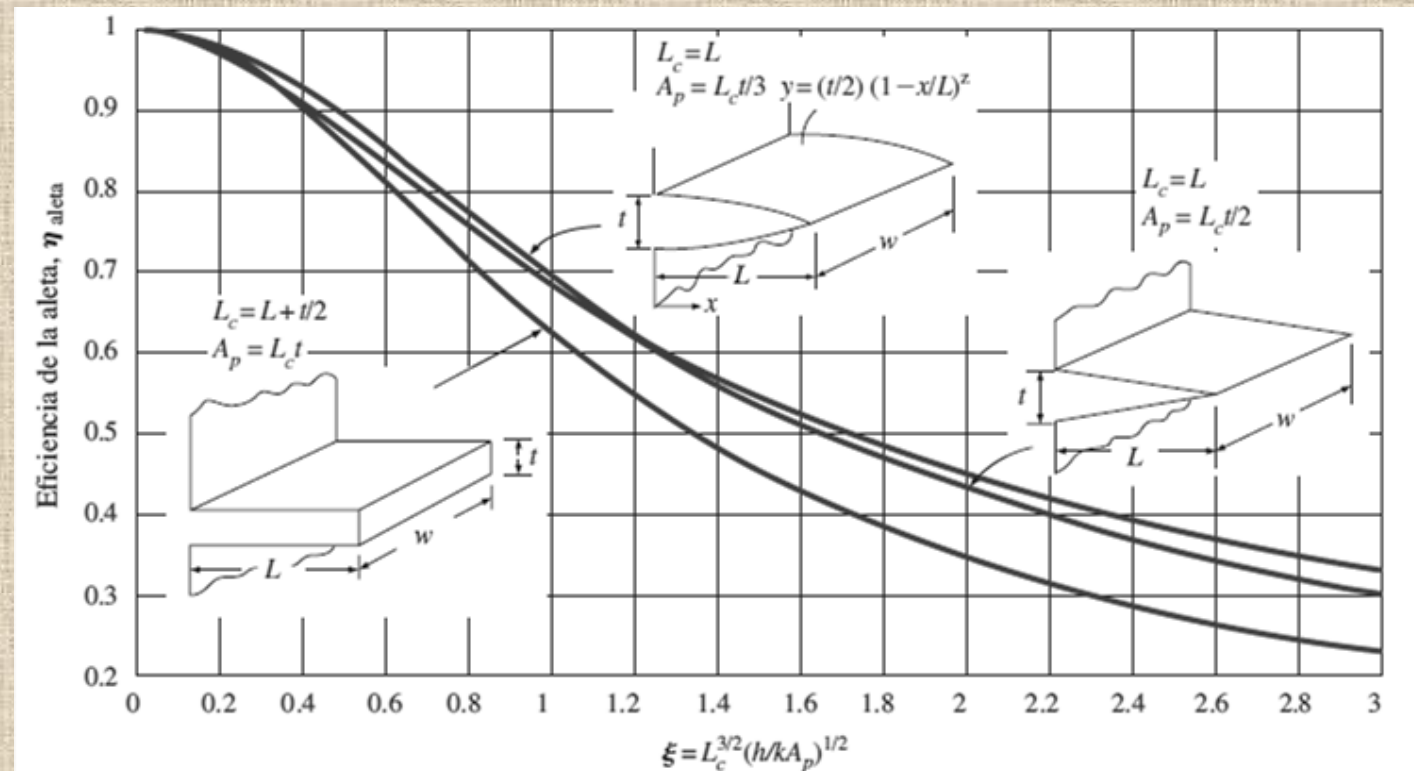
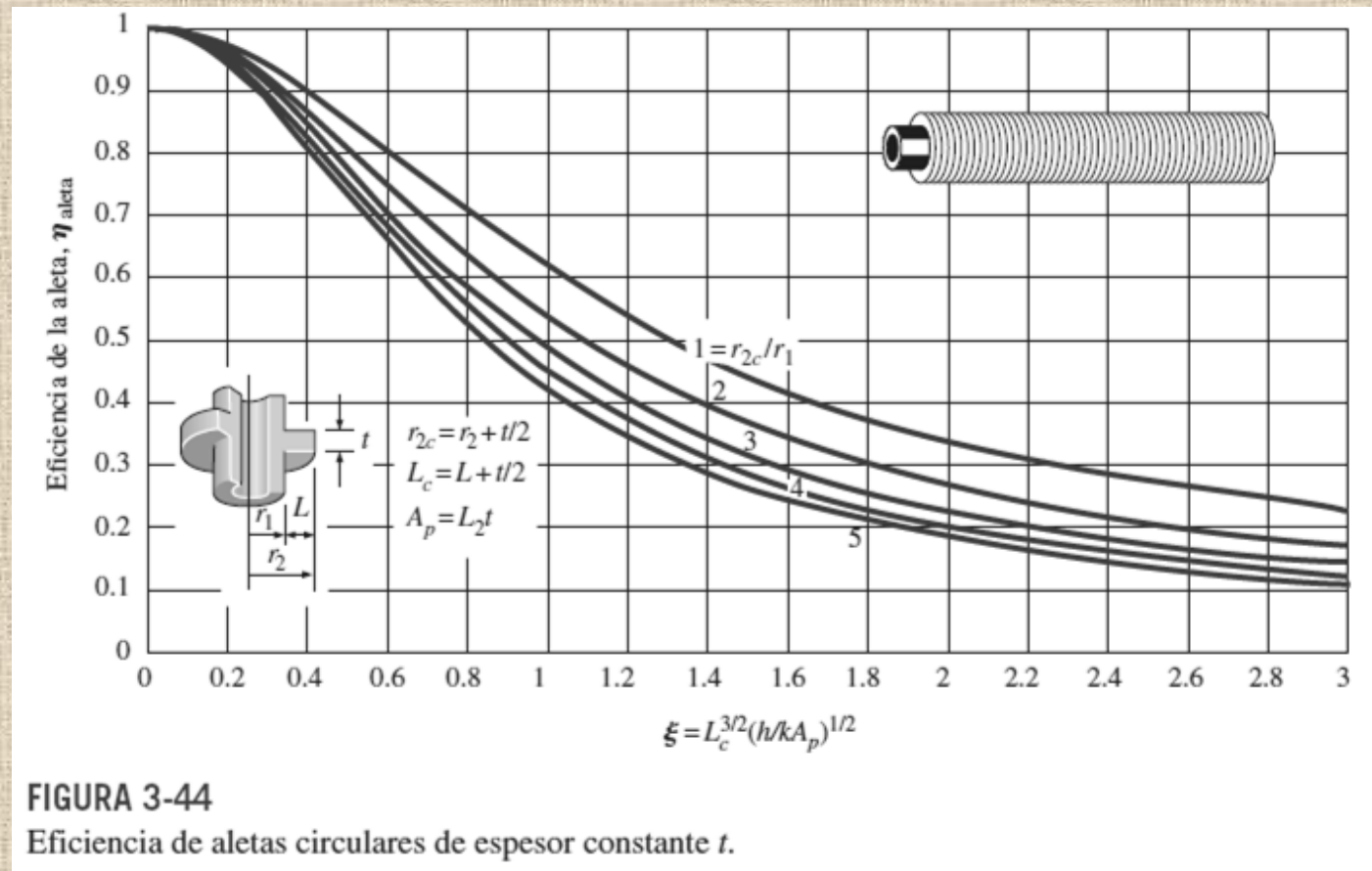


FIGURA 3-43

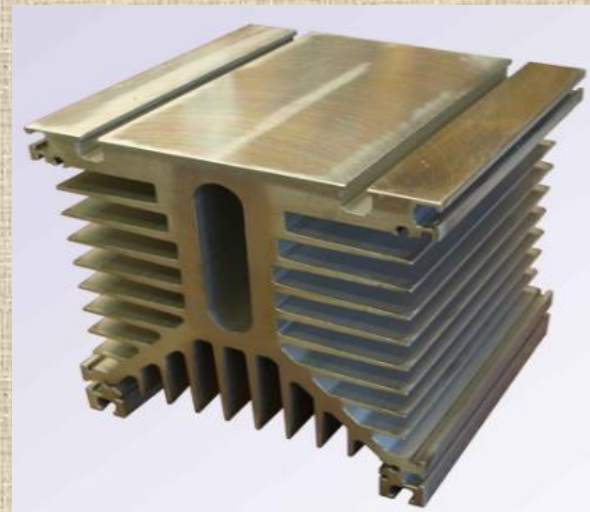
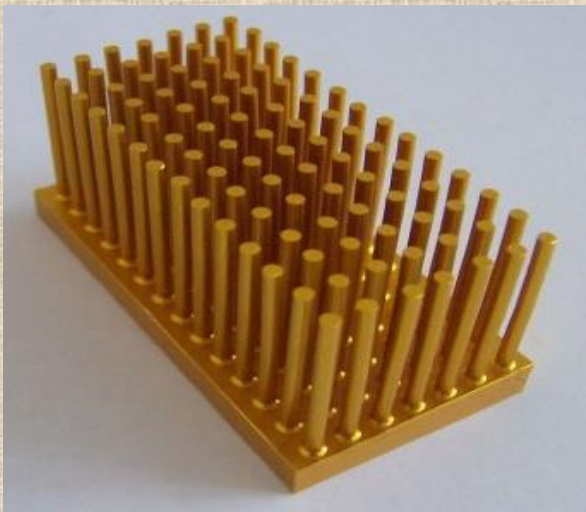
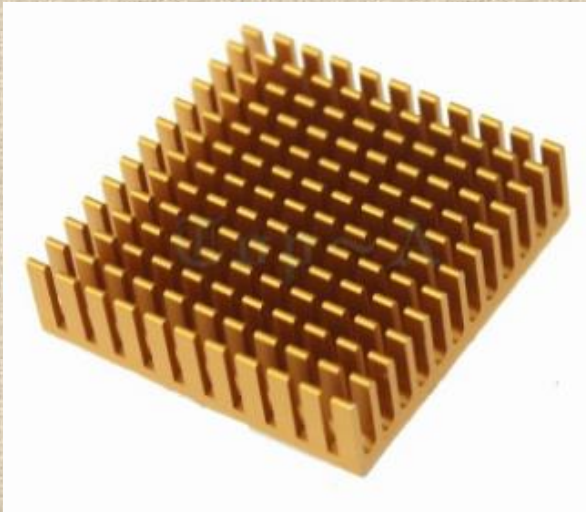
Eficiencia de aletas rectas de perfiles rectangular, triangular y parabólico.

# EFICIENCIA

Para aletas de sección transversal variable



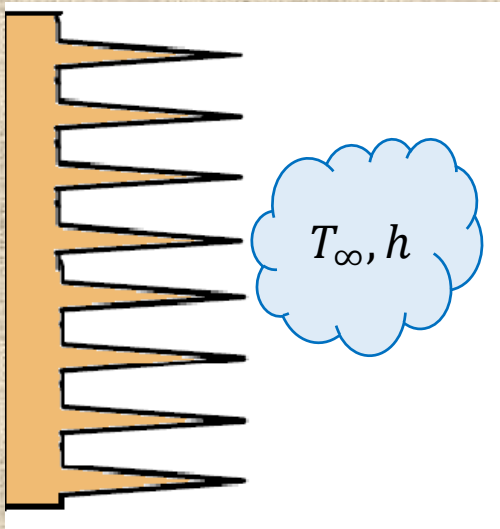
# ARREGLOS DE ALETAS



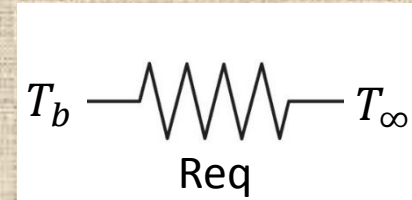
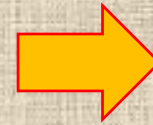


# ARREGLOS DE ALETAS

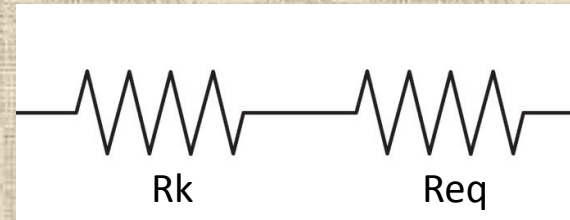
## Método de analogía eléctrica



Arreglos de aletas

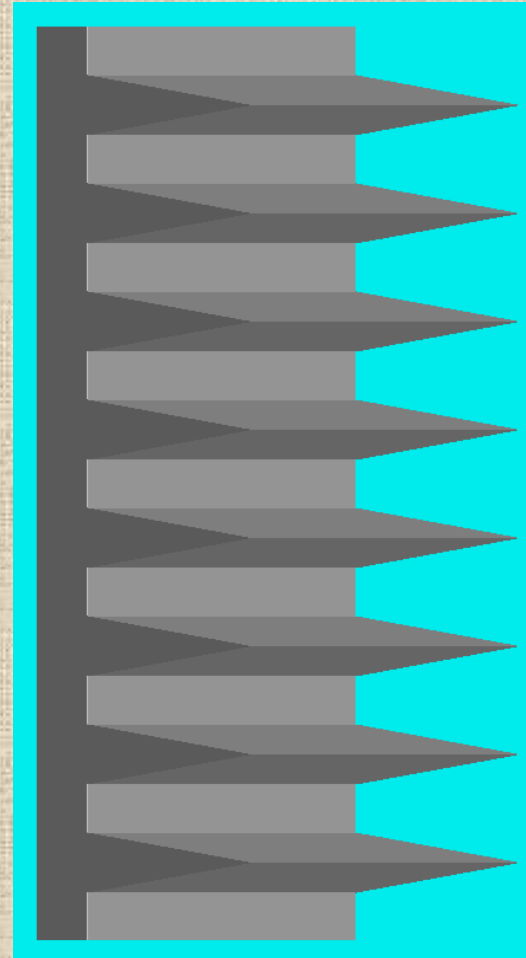
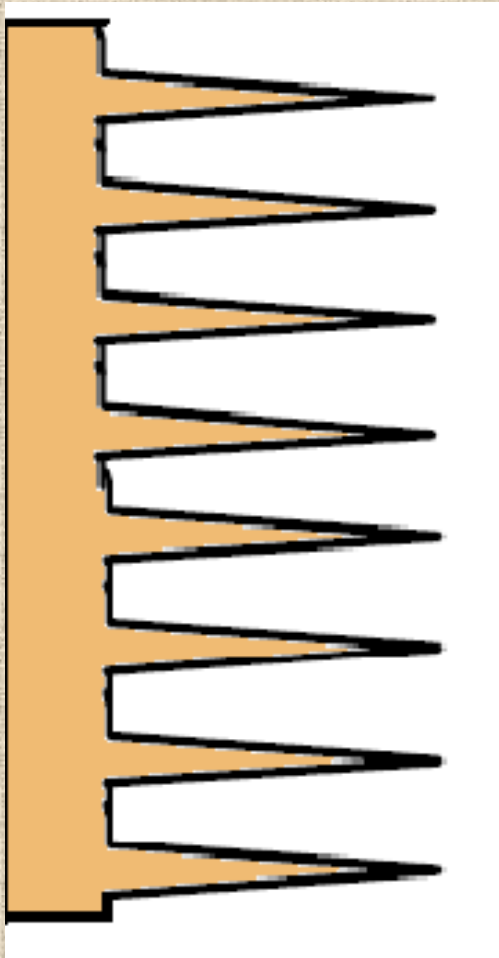


$$R_{eq} = \frac{1}{h' (\eta A_{EXP.al} + A_{S.A})} \quad h' = h_{S.A} \left( \frac{A_{original}}{A_{total}} \right)^{0.375}$$



# ARREGLOS DE ALETAS

Método de analogía eléctrica: AREAS



# ARREGLOS DE ALETAS

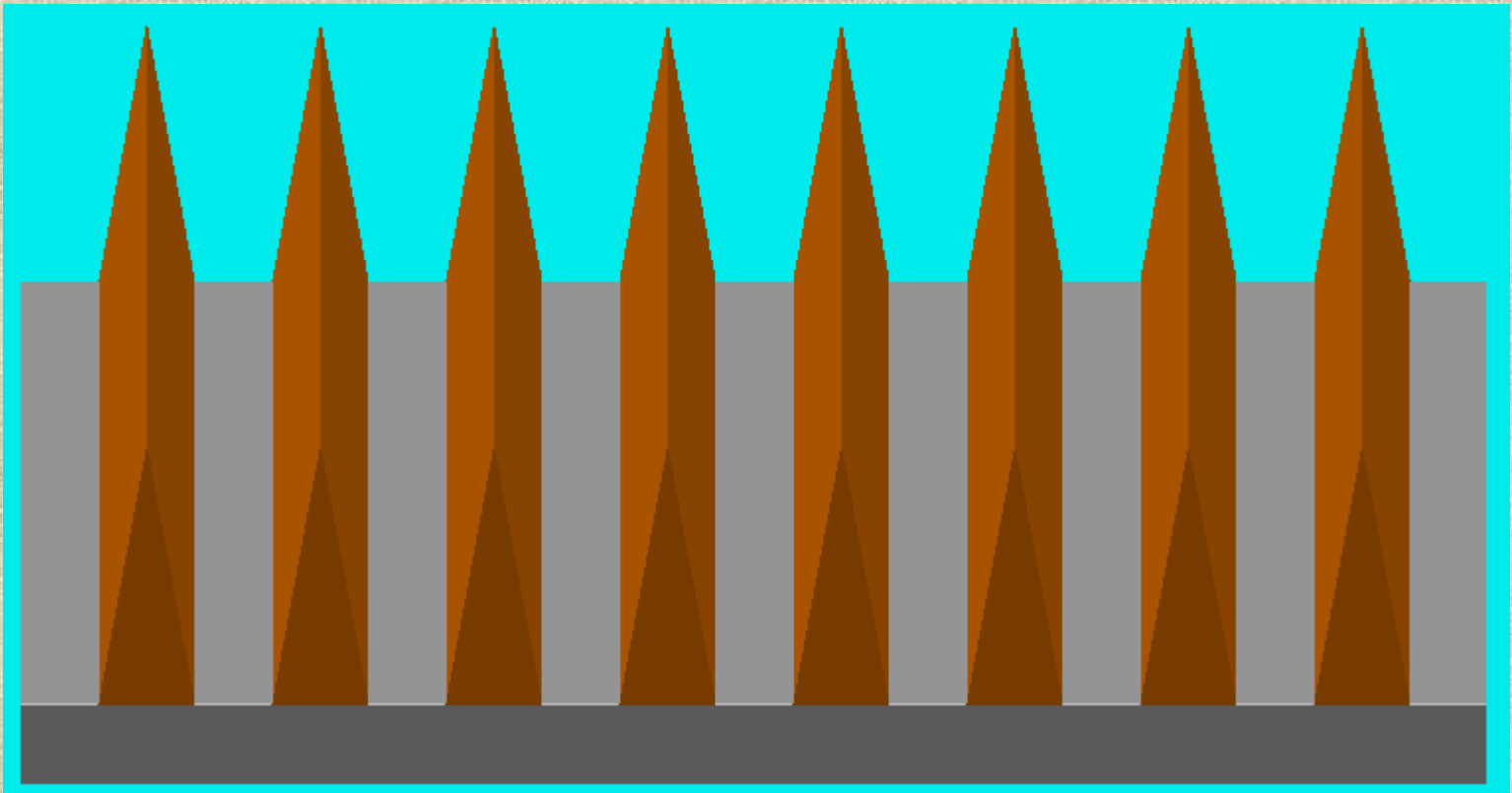
Método de analogía eléctrica: AREAS



$A_{original}$  = área antes de colocar las aletas

# ARREGLOS DE ALETAS

Método de analogía eléctrica: AREAS

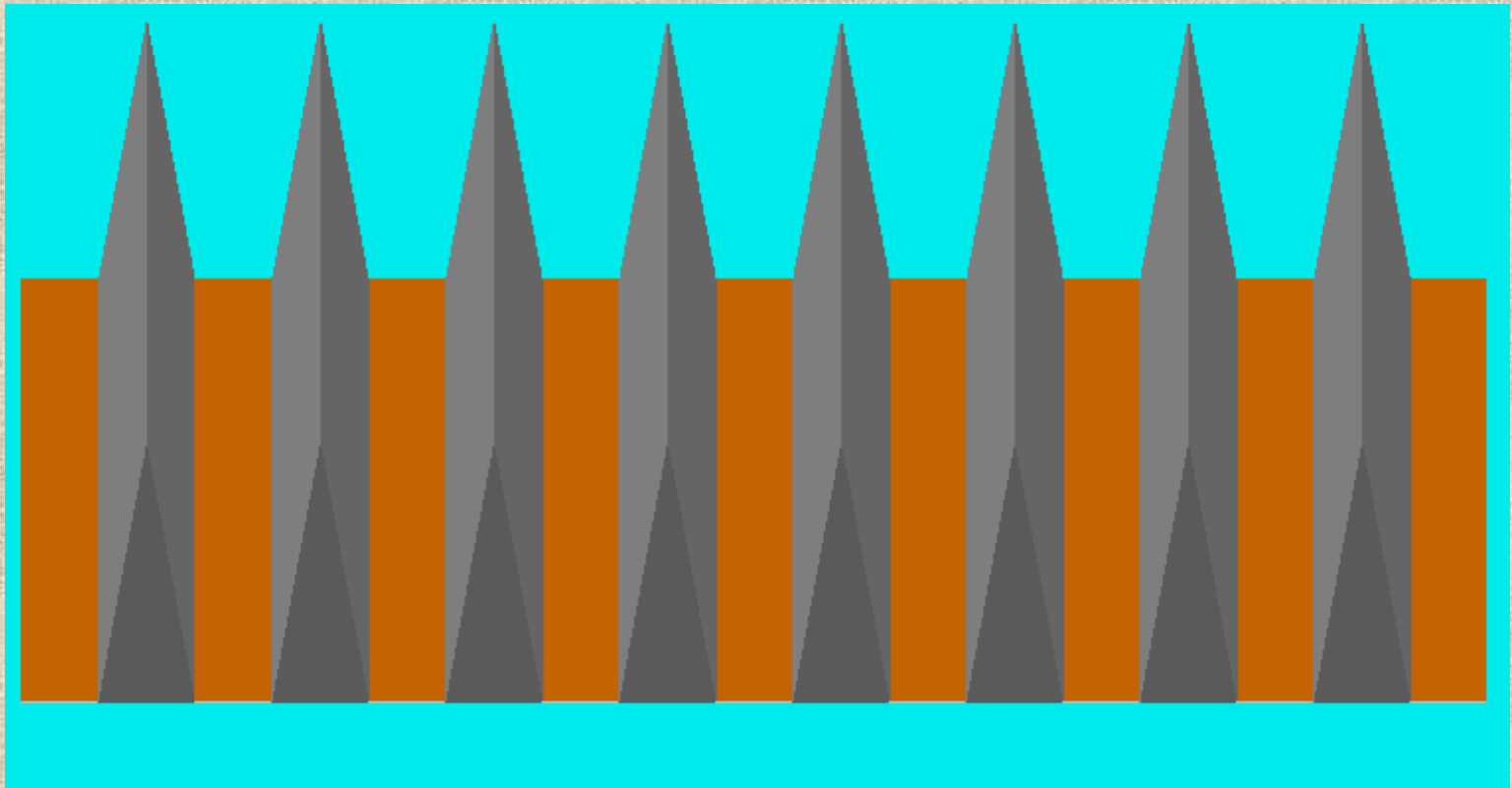


$A_{EXP,al}$  = área superficial de las aletas



# ARREGLOS DE ALETAS

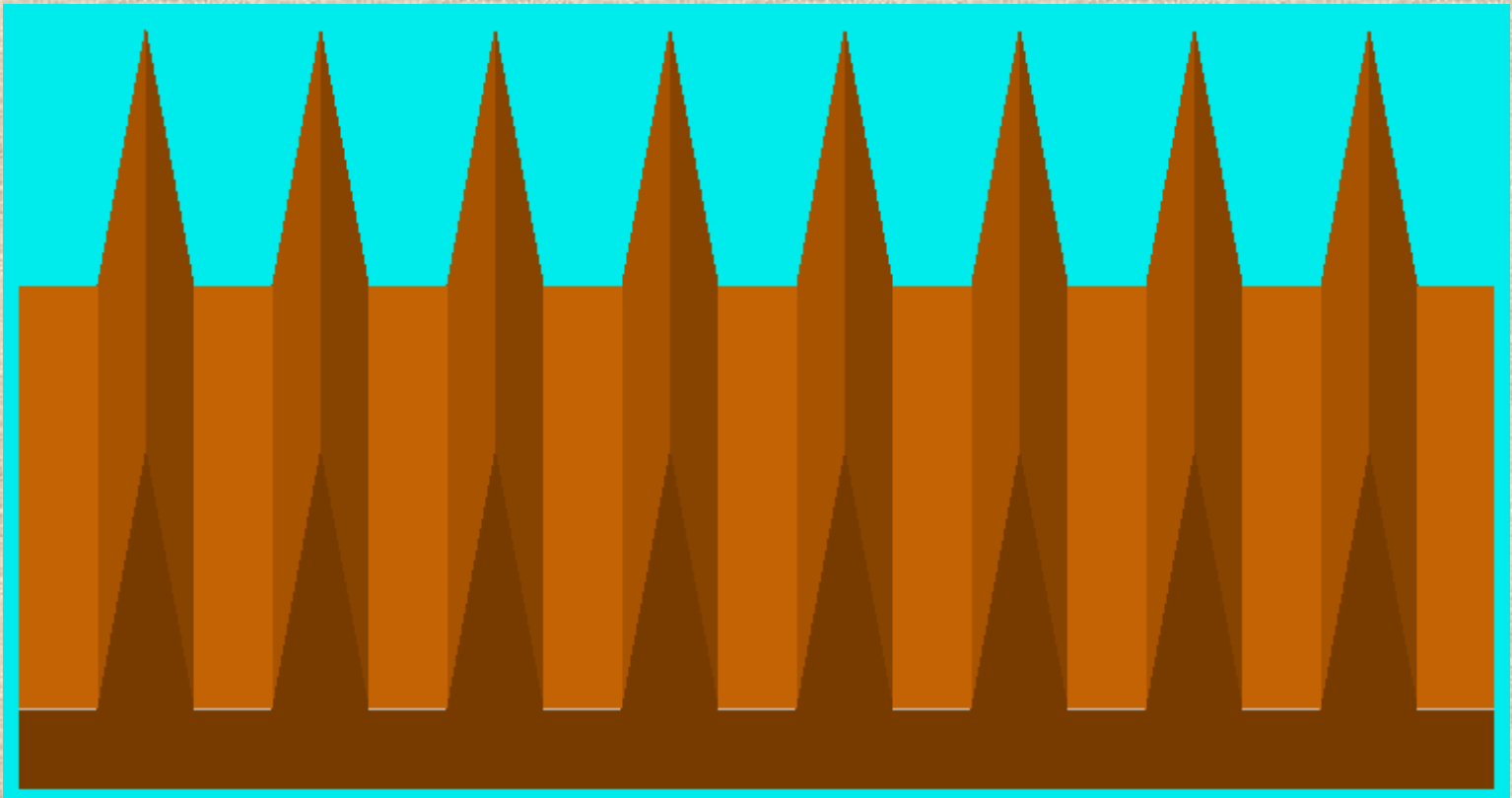
Método de analogía eléctrica: AREAS



$A_{S.A}$  = área sin aletas (superficie primaria)

# ARREGLOS DE ALETAS

Método de analogía eléctrica: AREAS



$$A_{total} = A_{EXP,al} + A_{S.A}$$