Ejemplo: modelo matemático de análisis de punto de equilibrio

Una empresa planifica introducir un nuevo producto al mercado, deseando saber, si lo hace, cuántas unidades producir para la venta.

Para abordar este problema se introduce la variable algebraica

x = número de piezas del producto que se deben producir para la venta

x es una variable de decisión del modelo, donde, en el caso de decidir no introducir el producto al mercado la variable tiene valor de 0, pero en ningún caso este valor puede ser negativo (esta es una restricción del modelo), por tanto **x = 0**

Otra restricción sobre el valor del x, es que este no debe exceder el número máximo de productos que se pueden vender. Aunque no se ha obtenido un pronóstico de venta, se representa este valor con s (pronóstico –no disponible- del número de productos que se pueden vender). **x = s**

Preparar las instalaciones para producir el producto requieren de un gasto de Bs. 50.000, además habrá un costo de producción por cada unidad producida de Bs. 400, por tanto se tiene que:

Costos
Si x = 0 , el costo es 0
Si x > 0, el costo es 50.000 + 400 x

Dado, esto se tiene que, producir cualquier número de unidades tendrá un ***costo fijo*** (independiente del volumen de producción) de Bs. 50.000 y un ***costo variable*** (dependiente del volumen del producción) de Bs. 400 x, de modo que el ***costo marginal*** (costo de cada unidad adicional) es de Bs. 400.

Cada unidad vendida generará ingresos de Bs. 900 para la compañía, por lo que el ingreso total será:

Ingreso = 900 x

Si se desea calcular la ganancia de producir y vender x unidades de producto, se aplica:

Ganancia = ingreso – costos

Si x = 0, ganancia = 0
Si x >0, ganancia = 900 x – (50.000 + 400 x)

ganancia = - 50.000 + 500 x, si x> 0

El punto de equilibrio sería, - 50.000 + 500 x = 0, x = 50.000 / 500, x = 100
Graficar costos e ingresos, para visualizar el punto de equilibrio.

Programación Lineal

Planeación de actividades representadas por un modelo matemático lineal, el cual busca encontrar la mejor mezcla de las actividades, cuales planear y a que nivel hacerlo.

Ejemplo:

Una compañía desea introducir al mercado dos nuevos productos:

- ? Una puerta de cristal de 8 pies con un marco de aluminio.
- ? Una ventana colgante con doble marco de madera de 4 x 6 pies.

La compañía cuenta con tres plantas:

- ? La planta 1 fabrica marcos de aluminio y herrería.
- ? La planta 2 fabrica marcos de madera.
- ? La planta 3 fabrica el vidrio y ensambla ventanas y puertas

Las puertas de cristal de 8 pies requieren capacidad de producción en las plantas 1 y 3, más no en la planta 2. La ventana colgante sólo requiere las plantas 2 y 3.

El objetivo: se desea conocer la combinación de tasas de producción (número de unidades producidas por semana) de los dos productos, que maximiza la ganancia total.

La capacidad de producción en cada planta es:

En la columna de puertas y ventanas, se muestra el tiempo de producción usado por cada unidad de producto producida.

Planta	**Puertas**	**Ventanas**	**Disponibilidad por semana**
1	1 hora	0	4 horas
2	0	2 horas	12 horas
3	3 horas	2 horas	18 horas

Ganancias Unitarias:
Puertas = Bs. 300
Ventanas = Bs. 500

Este es un problema de mezcla de productos, ahora se debe desarrollar el modelo matemático (esto es un modelo de programación lineal) para representar el problema de modo que se pueda resolver en forma matemática.

Modelo de programación lineal

Considerando que:
P : es el número de puertas que se debe fabricar
V : el número de ventanas que se debe fabricar
G : la ganancia total semanal que generan los dos productos

Maximizar G = 300 P + 500 V

(1 * P)	+	(0 * V)	=	4
(0 * P)	+	(2 * V)	=	12
(3 * P)	+	(2 * V)	=	18
		P	=	0
		V	=	0

Terminología utilizada en los modelos de programación lineal

? P y V son las **variables de decisión**
? 300 P + 500 V es la **función objetivo**
? G es el valor de la función objetivo
? P = 0 y V = 0, se les llama **restricciones de no negatividad** (o condiciones no negativas)
? A las otras restricciones se les denominan **restricciones funcionales** (o restricciones estructurales)
? Los **parámetros** del modelo son las constantes del modelo algebraico
? Cualquier selección de valores para las variables de decisión (sin importar cuán deseable o indeseable sea la elección) se llama una **solución** del modelo.
? Una **solución factible** es una que satisface todas las restricciones, en tanto que una solución no factible viola al menos una restricción
? La mejor solución factible, la que maximiza G, se llama **solución óptima**.

Solución Gráfica para problemas de 2 variables

Solver

	Puertas	Ventanas	Total		Horas Disponibles
Planta 1	1	0	2	=	4
Planta 2	0	2	12	=	12
Planta 3	3	2	18	=	18
	300	500	3600		
Solución	2	6			