UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
V E N E Z U E L A

Universidad de Los Andes
Facultad de Ingeniería
Escuela Básica de Ingeniería
Departamento de Cálculo

Funciones Parte 1

Prof. Derwis Rivas Olivo

1.- Dadas las funciones $f : R \to R \ / \ f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$ y $g : R \to R \ / \ g(x) = \sqrt[5]{x-1}$ se pide calcular en cada caso:

(a) $f(-3) + g(1)$ (b) $f(-1) - g(0)$ (c) $f(x+3)$

(d) $g(x^5 + 1)$ (e) $f(\sqrt{x})$ (f) $g(1+x)$

(g) $f(x+h) - f(x)$ (h) $\left[\dfrac{f(0) + g(33)}{2}\right]^{-2}$ (i) $\dfrac{\left[\frac{f(2)}{13}\right]^{-2} + [g(5)]^{-5}}{[f(0)]^{-1}}$

2.- Suponga que cada una de las siguientes funciones está definida de su Dominio a R. Calcule, en cada caso, las funciones: $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$, $\dfrac{f}{g}$. Con su respectivo Dominio de definición.

(a) $f(x) = x^2 \ ; \ g(x) = \sqrt{x+3}$ (b) $f(x) = \sin x \ ; \ g(x) = 3x^2$

(c) $f(x) = \ln x \ ; \ g(x) = x^2 - 1$ (d) $f(x) = \sqrt{x-1} \ ; \ g(x) = x - 4$

(e) $f(x) = e^{x+3} \ ; \ g(x) = \sqrt[3]{x+9}$ (f) $f(x) = x^2 + 4 \ ; \ g(x) = x^2 - 4$

(g) $f(x) = \cos x \ ; \ g(x) = \ln x - 3$

3.- Determinar el Dominio de las siguientes funciones

(a) $f(x) = \sqrt{|x+5|}$ (b) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-5}}{x^2 - 16}$

(c) $f(x) = \ln x^2 - 25$ (d) $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{5x-1}{x+2}}$

(e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3} + \sqrt[4]{2x^2 - 2}$ (f) $f(x) = \dfrac{3^{x^2+6}}{\ln x + 1}$

(g) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2 + 9x + 14}}{\sqrt{x}}$ (h) $f(x) = \dfrac{\log_{1/2}(x-10) + \sqrt{x^2 - 6x - 16}}{x - 12}$

(i) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 14}\right)$ (j) $f(x) = \sqrt{|2x+3| - 3}$

(k) $f(x) = \sqrt{\log_3(6x+12)}$ (l) $f(x) = \dfrac{x^3 + 5x^2 - 3}{x^3 - 6x^2 + x - 6}$

4.- Dadas las siguientes pares de funciones determine, de ser posible, fog y gof.

(a) $f(x) = x^2 + 1 \quad ; \quad g(x) = 3x + 2$ (b) $f(x) = \sqrt[3]{x-3} \quad ; \quad g(x) = \sin(x)$

(c) $f(x) = x^2 + 6 \quad ; \quad g(x) = \log_3(x-6)$ (d) $f(x) = \sqrt{x} + 2 \quad ; \quad g(x) = x^2 - 3$

(e) $f(x) = e^{x-1} \quad ; \quad g(x) = \ln(x) - 2$ (f) $f(x) = |x| \quad ; \quad g(x) = x + 2$

5.- Suponga que cada una de las siguientes funciones están definidas de modo que es posible hallar las composiciones que se piden

$$f(x) = \sqrt{4x-1} \quad ; \quad g(x) = x^2 - 1 \quad ; \quad h(x) = e^x + 3 \quad ; \quad l(x) = \ln(x^2 - 3)$$

Calcular: fog, gof, hol, loh, lof, hog, $holof$, $hogof$, $holog$.

6.- Suponga que las siguientes funciones están bien definidas. Se pide: graficar la función, determinar; Dominio, Rango, cortes con los ejes, y clasificar la función.

(a) $f(x) = x^2 - 3$	(b) $f(x) = 3 - 2x^2$	(c) $f(x) = (x-2)^2$
(d) $f(x) = -3(x+3)^2$	(e) $f(x) = 2(x-1)^2 - 4$	(f) $f(x) = -(x-1)^2 + 4$
(g) $f(x) = \|3x+6\|$	(h) $f(x) = -2\|x\| + 3$	(i) $f(x) = \|x^2 - 3\|$
(j) $g(x) = -x^2 - 2x + 3$	(k) $g(x) = x^2 + 6x + 8$	(l) $g(x) = 3 - 8x - 2x^2$
(m) $h(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$	(n) $h(x) = -2\sqrt[3]{x+1}$	(o) $h(x) = \sqrt[5]{-x+3}$
(p) $r(x) = \sqrt{x} + 2$	(q) $r(x) = \sqrt{x} - 1$	(r) $r(x) = \sqrt{-x} + 4$
(s) $p(x) = \sqrt{x+2} - 1$	(t) $p(x) = \sqrt{6-3x}$	(u) $p(x) = \sqrt{-3-x} + 4$
(v) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$	(w) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$	(x) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$
(y) $f(x) = -\dfrac{3}{x} + 2$	(z) $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$	(a') $f(x) = \dfrac{1}{x-2} + 1$
(b') $g(x) = \ln(x) + 2$	(c') $g(x) = \log_{1/3}(x) + 1$	(d') $g(x) = 2 - \log_{5/2}(x)$
(e') $h(x) = \log_{1/2}(x+1)$	(f') $h(x) = \log_3(x+6)$	(g') $h(x) = \log(x-3)$
(h') $f(x) = \ln(x-1) + 2$	(i') $f(x) = 1 - \ln(x+2)$	(j') $f(x) = 3 + \log_{1/5}(x-3)$
(k') $g(x) = 3^x + 1$	(l') $g(x) = 4^x - 4$	(m') $g(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x - 1$
(n') $h(x) = 2^{x+3}$	(o') $h(x) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-1}$	(p') $h(x) = 2^{x-1} + 2$
(q') $f(x) = 10^{x+2} - 1$	(r') $f(x) = e^{x+1} + 1$	(s') $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+3} - 1$
(t') $g(x) = \|\log_{1/2}(x+2)\|$	(u') $g(x) = \|-\sqrt{x} + 4\|$	(v') $g(x) = \|\sqrt[3]{x}\|$

7.- Estudie de manera analítica la biyectividad de las siguientes funciones.

(a) $f : [3, +\infty) \to [-1, +\infty) \mid f(x) = x^2 - 6x + 8$

(b) $f : [1, +\infty) \to R \mid f(x) = \sqrt{x-1}$

(c) $f : R \to R \mid f(x) = x - 7$

(d) $f : R - \{2\} \to R - \{1/2\} \mid f(x) = \dfrac{x+5}{2x-4}$

(e) $f : (-2, +\infty) \to R \mid f(x) = \ln(x+2)$

8.- Dadas las siguientes funciones determine si son biyectivas, en caso afirmativo, calcule la inversa. En caso contrario, redefina la función para que sea biyectiva y calcule la inversa. Grafique la inversa en cualquier caso.

(a) $f : R \to R \mid f(x) = -2x^2 + 4x + 1$

(b) $f : R - \{2\} \to R \mid f(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$

(c) $f : [-5, +\infty) \to R \mid f(x) = \sqrt{x+5}$

(d) $f : [0, +\infty) \to R \mid f(x) = -\sqrt{x} + 2$

(e) $g : R \to R \mid g(x) = (x+3)^2$

(f) $g : (2, +\infty) \to R \mid g(x) = \log_3(x-2)$

(g) $g : R \to R \mid g(x) = 2x + 10$

9.- Determine cuales de las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de ellas

$(a)\ f(x) = \dfrac{x^2 + 4x^4 - 6}{x^4 + 3}$ $\qquad (a)\ f(x) = x^3 - 5x^5 + 3$ $\qquad (a)\ f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$(a)\ f(x) = \sqrt[5]{x^3 - x}$ $\qquad (a)\ 3x^2 - 5x + 2$ $\qquad (a)\ f(x) = \dfrac{x - 3}{x^2 + 1}$

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
V E N E Z U E L A

Universidad de Los Andes
Facultad de Ingeniería
Escuela Básica de Ingeniería
Departamento de Cálculo

Funciones Parte 5

Prof. Derwis Rivas Olivo

1. Suponga que las siguientes reglas definen una función de su dominio al rango. Determine cuál de ellas es una función inyectiva.
   (a) $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-2}$
   (b) $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 5)$
   (c) $f(x) = e^{x^3-7}$
   (d) $f(x) = \sqrt{x^2+x+1}$

2. En cada caso suponga que las funciones están definidas de modo que son biyectivas. ¿Será f la inversa de g?.
   (a) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)$ y $g(x) = \dfrac{2-e^x}{e^x-1}$
   (b) $f(x) = \dfrac{x-3}{x-2}$ y $g(x) = \dfrac{2x-3}{x-1}$
   (c) $f(x) = \sqrt[3]{x^3-x+2}$ y $g(x) = \sqrt[3]{x-2}$
   (d) $f(x) = e^{x^3+1}$ y $g(x) = \sqrt[3]{-1+\ln x}$

3. Usa la función inversa para bosquejar el gráfico de las siguientes funciones
   (a) $y = \dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$ (b) $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$ (c) $y = \ln\left(\dfrac{1}{x-3}\right)$
   (a) $y = \dfrac{-1}{\sqrt{x-2}}$ (b) $y = \dfrac{-2}{\sqrt[3]{x+1}}$ (c) $y = \log_{1/2}\left(\dfrac{2}{1-x}\right)$
   (a) $y = -\ln\left(\dfrac{2}{x+3}\right)$

4. Un agricultor decide cercar un terreno rectangular y para ello cuenta con 1800m de cerca. Determine una fórmula que exprese el área del terreno en función de uno de los lados del terreno.

5. Se desea construir un recipiente cónico que albergue 1200cc de capacidad. Encuentre una fórmula que exprese el costo de construir el recipiente, en función del radio, sabiendo que el costo unitario de construcción de la superficie por cm^2 es de 6 u.m. ¿Cuál es el costo de construcción si el radio del cono es de 4cm?.

   Sugerencia: La superficie del cono es $S = \pi r^2 + \pi r\sqrt{r^2+h^2}$.

6. Se desea construir una caja de base cuadrada y se cuenta para ello con $500m^2$ de material. Encuentre una fórmula que determine el volumen de la caja en función de una de las dimensiones de la caja. ¿Cuál es el volumen de la caja si la longitud de los lados en la base de la caja es de 4m?.

7. Un hotel tiene 40 habitaciones. El gerente sabe que cuando el precio por habitación es de Bs. 40.000 todas las habitaciones son alquiladas, pero por cada 5.000 bolívares de aumento una habitación se desocupa. Expresar el ingreso del hotel como función del número de habitaciones alquiladas. ¿Cuál es el número de habitaciones que debe alquilar para obtener el mayor ingreso? ¿Es más conveniente para el gerente conservar el precio inicial o hacer el ajuste en el precio?.

8. Cuando la producción diaria no sobre pasa de 1000 unidades de cierto artículo, se tiene una utilidad de Bs. 4000 por artículo; pero si el número de artículos producidos excede los 1000, la utilidad para los excedentes, disminuye en Bs. 10 por cada artículo que excede los 1000. Expresar la utilidad diaria del productor como función del número de artículos producidos. ¿Cuál es el número de artículos que debe producir para obtener la mayor utilidad?.

9. Una finca esta sembrada de mangos a razón de 80 plantas por hectárea. Cada planta produce un promedio de 960 mangos. Por cada planta adicional que se siembre, el promedio de producción por planta se reduce en 10 mangos. Expresar la producción de mangos por hectárea como función del número de plantas de mangos sembradas por hectáreas.¿Cuál es el número de plantas de mango que debe sembrar para obtener la mayor producción?.

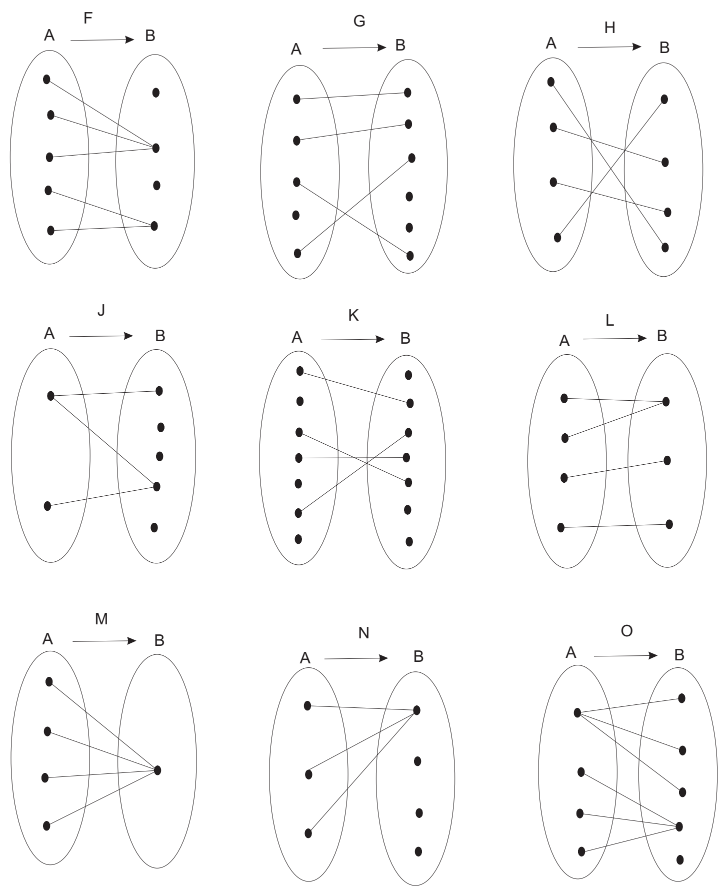
10. Para enviar cierto tipo de cajas por correo la administración exige que estas sean de base cuadrada y que la suma de sus dimensiones (largo más ancho más altura) no supere los 150cm. Exprese el volumen de la caja, con máxima suma de sus lados, como función de la longitud del lado de la base.

Universidad de Los Andes
Facultad de Ingeniería
Escuela Básica de Ingeniería
Departamento de Cálculo

Funciones Parte 3

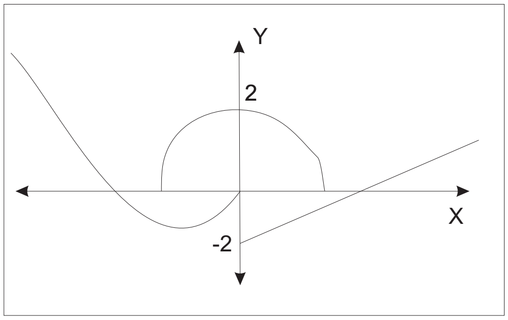
Prof. Derwis Rivas Olivo

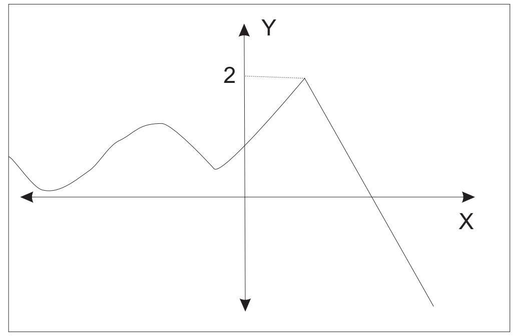
1. En cada una de las siguientes relaciones verifica cuál corresponde a una función, en cuyo caso, clasifiquela. Si la relación no es una función justifica tu respuesta.

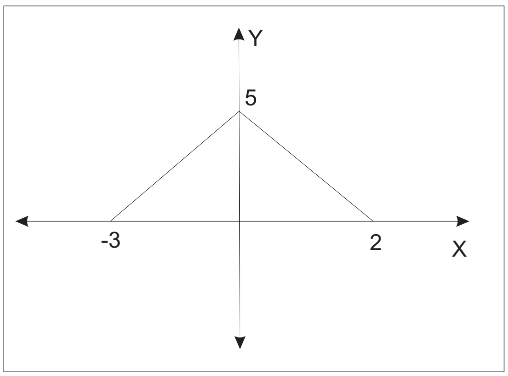


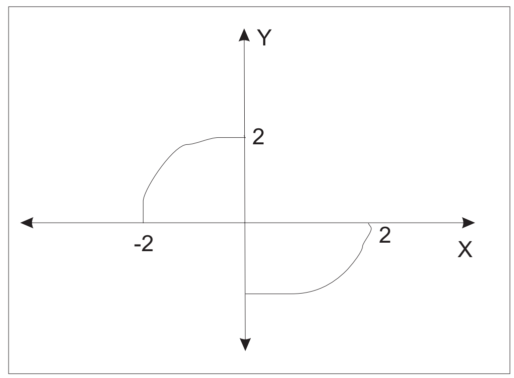
2. En el ejercicio anterior, si existe alguna función biyectiva defina su función inversa.

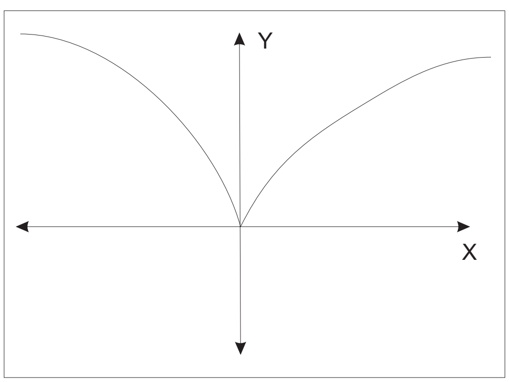
3. ¿Cuáles de las siguientes curvas en el plano definen una función real de variable real?. En caso afirmativo determina dominio y rango. En caso contrario justifica porque no es una función.

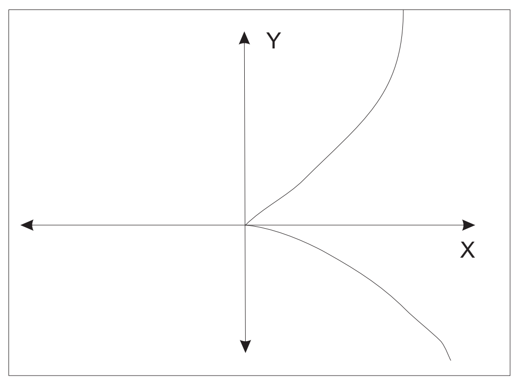












4. ¿Cuáles de las siguientes funciones están bien definidas?. En caso de no estar bien definidas justifica la respuesta.

(a) $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R} \quad / \quad f(x) = \sqrt{2x - 4 - x^2}$

(b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad / \quad f(x) = \dfrac{x-3}{x^2+4}$

(c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad / \quad f(x) = \dfrac{x^2+4x+4}{x+2}$

(d) $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R} \quad / \quad f(x) = \ln(|x+3| + 5|x^2 - 3x + 7|)$

(e) $f : (-\infty, -3] \to \mathbb{R} \quad / \quad f(x) = \sqrt{\dfrac{-1-x^2}{x^2+x+1}}$

(f) $f : [-3, +\infty) \to \mathbb{R} \quad / \quad f(x) = \ln|x^2 + 7x + 12|$

(g) $f:(-\infty,-2)\to \mathbb{R} \quad / \quad f(x)=\sqrt{4-x^2}$

(h) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \quad / \quad f(x)=\sqrt{\dfrac{|x+2|+7}{|x^2-9|+x+3}}$

(i) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \quad / \quad f(x)=\pm\sqrt{x^2+5x+25}$

(j) $f(x)=\begin{cases} x^2-4 & \text{si } x\le 0\\ \dfrac{x+5}{x-4} & \text{si } 0<x\le 4\\ 5-x & \text{si } x>4\end{cases}$

(k) $\begin{cases} 4x-2 & \text{si } -4\le x\le 2\\ 4-x & \text{si } 2\le x<5\\ (x-5)^2 & \text{si } x\ge 5\end{cases}$

5. Determina el dominio de las siguientes funciones

(a) $y=\dfrac{\ln(|x-2|+7)}{|x^2+8x+15|+|x^2-9|}+\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{x-5}}{x^2-2x}}$

(b) $y=\ln\left(\dfrac{-\arctan(2x^2+7x-15)}{x^2+5x+25}\right)-\sqrt{x^3+1}$

(c) $y=\sqrt{\frac{\pi}{4}-\operatorname{arcsen}(x-\sqrt{2})}$

(d) $y=e^{\sqrt{|3x-5|}}+\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x^2-2}-3x)$

(e) $y=\log(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{3x})-7\arctan(\sqrt{5x-x^2})$

6. En cada caso grafica la función y determina dominio, rango y cortes con los ejes.

(a) $y=|\log_3|x-3|-2|$

(b) $y=|\sqrt[3]{|x+1|}+3|$

(c) $y=|\log_{1/2}|x-4|+2|-4$

(d) $y=4-\sqrt{|x-3|}$

(e) $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^{4-2x}+1$

(f) $y=-\log_3(9-3x)$

(g) $y=\dfrac{x^3-5x^2+7x-3}{x^2-4x+3}$

(h) $y=2+\operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right)$ con $-\pi\le x\le\pi$

(i) $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$ con $-2\pi\le x\le 2\pi$

(j) $y=|\cos(3x)|$ con $-4\pi\le x\le 4\pi$

Universidad de Los Andes
Facultad de Ingeniería
Escuela Básica de Ingeniería
Departamento de Cálculo

Funciones Parte 4

Prof. Derwis Rivas Olivo

A. En cada una de las siguientes relaciones

1. $x^2 - y^2 - 2x - 2y - 4 = 0$.
2. $x^2 - 6x + y^2 = 0$.
3. $y^2 - x^2 + 4y - 4x - 1 = 0$.
4. $y^2 - 8y - 4x + 20 = 0$.

(a) Defina una función f inyectiva.

(b) Defina la función inversa f^{-1} obtenida en la parte (a).

(c) Realiza un bosquejo de las gráficas de f y f^{-1} en el mismo sistema de referencia.

B. Determina la imagen $f(a)$ sobre la función

$$f(x) = \frac{e^{5x+3-\ln(\frac{1}{5}-x)}}{x - \frac{1}{5}}$$

donde a es la solución de la ecuación

$$\frac{(x+3)^2}{(x-3)^2} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{2(7x+1)}{x^2 - 2x - 3}$$

C. Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{si } x \leq 0 \\ |x-1| & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ |\log_2(x-2)| & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

(a) Realiza un bosquejo del gráfico de la función y determina dominio y rango.

(b) Calcula las imágenes $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$ donde x_1, x_2, x_3 son las soluciones reales de la ecuación

$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0.$$

D. Considera las funciones

- $f(x) = x^2 - x - 20$
- $g(x) = x^2 - 4x - 5$
- $h(x) = x^2 + 5x + 4$

(a) Determina la mínima expresión de

$$\frac{x+1}{f(x)} - \frac{x+4}{g(x)} + \frac{x+5}{h(x)}$$

(b) Determina la mínima expresión de

$$\frac{2\left[f(2)-g(3)\right]^{-1}-h(0)\div g(0)}{8\left[(f(-3))^{-1}+(g(-3))^{-1}\right]}$$

(c) Determina la mínima expresión de

$$\left[\frac{(f(3))^2-(g(2))^2}{(f(3)+g(2))^2}\right]^2+(h(4))h(-1)$$

E. En cada una de las siguientes pares de funciones

(a) $f(x)=x^2$; $g(x)=\sqrt{x+3}$
(b) $f(x)=sen(x)$; $g(x)=3x^2$
(c) $f(x)=\ln\left(1+\dfrac{x-1}{x^2-4}\right)$; $g(x)=x^2-1$
(d) $f(x)=e^{\dfrac{x+3}{x^2-3x+2}}$; $g(x)=\sqrt[3]{x+9}$
(e) $f(x)=x^2$; $g(x)=\sqrt{x+3}$
(f) $f(x)=\cos(x-\frac{\pi}{2})$; $g(x)=\ln(x+8)-4$

Defina las funciones $f+g$, $f-g$, $f\cdot g$, f/g y g/f con su respectivo dominio de definición.

F. En cada uno de los siguientes pares de funciones hacer las restricciones necesarias para determinar las composiciones fog y gof.

(a) $f(x)=x^2+1$; $g(x)=3x+2$
(b) $f(x)=\sqrt[3]{x-3}$; $g(x)=\operatorname{sen}(x)$
(c) $f(x)=x^2+6$; $g(x)=\log_3(x-6)$
(d) $f(x)=\sqrt{x}+2$; $g(x)=x^2-3$
(e) $f(x)=e^{x-1}$; $g(x)=\ln(x)-2$
(f) $f(x)=|x|$; $g(x)=x+2$

G. Suponga que cada una de las siguientes reglas están definidas de modo que es posible hallar las composiciones que se piden.

- $f(x)=\sqrt{4x-1}$
- $g(x)=x^2-1$
- $h(x)=e^x+3$
- $l(x)=\ln(x^2-3)$

Calcular: fog, gof, hol, loh, lof, hog, $holof$, $hogof$, $holog$ con sus respectivos dominios de definición.

H. En cada una de las siguientes funciones se pide: Dominio, Rango, un bosquejo de su gráfica y verifica si es biyectiva. En caso de ser biyectiva defina su inversa.

(a) $f(x)=\lvert x^2-3\rvert$	(b) $f(x)=-x^2-2x+3$	(c) $f(x)=\ln(x-6)$
(d) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}+2$	(c) $f(x)=\lvert\log_{1/2}(x+2)\rvert$	(e) $f(x)=2^{x-1}+2$
(f) $f(x)=\sqrt{x+2}-1$	(g) $f(x)=\operatorname{sen}(x)+1$	(h) $f(x)=\cos(x+\pi/2)$
(i) $f(x)=-(x-1)^2+4$	(j) $f(x)=\sqrt{25-x^2}$	(k) $f(x)=\sqrt{x^2-1}$

Universidad de Los Andes
Facultad de Ingeniería
Escuela Básica de Ingeniería
Departamento de Cálculo

Funciones Parte 2

Prof. Derwis Rivas Olivo

1. Sea $f(x) = (2x^2 + 3x - 2)(x - k)$. Si $f(1) = 18$, halla el valor de k y calcula los ceros e intervalos de positividad y de negatividad de $f(x)$.
2. Hallar la expresión y los intervalos de positividad y de negatividad de la función polinómica $f(x)$ de grado 3 que corta al eje x en $(-1, 0)$, $(-5, 0)$, $(1, 0)$ y en la cual $f(0) = 2$.
3. Hallar los ceros de la función polinómica $f(x) = x^2(x^2 - 4)(x + 1)$ y determinar los intervalos de positividad y negatividad.
4. Hallar el conjunto de positividad de la función $f(x) = (x - 1)(x^2 + x - 6)$.
5. Sea $f(x)$ la función polinómica de grado 3 cuyo gráfico corta al eje x en -4, 2 y 3 y pasa por el punto $(-1, 4)$. Hallar $f(x)$ y determina los intervalos de positividad y negatividad de $f(x)$.
6. Calcular los intervalos de positividad y negatividad de $f(x) = (x^2 + x)(1 - 2x)$.
7. Hallar el número real k tal que $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ tenga un cero en $x = -1$ y para el valor de k hallado, determinar los restantes ceros de $f(x)$.
8. Indicar intervalos de positividad y negatividad de $f(x) = (x^2 + 5x - 14)(x - 5)$.
9. Dada la función polinómica $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 4x$, hallar los intervalos de positividad y negatividad.
10. Determinar el conjunto de negatividad de la función $f(x) = x^3 - 4x^2 - 12x$.
11. En cada caso defina una función a partir de la cónica dada

    1) $4x^2 + 16x + 4y^2 - 8y = 0$
    2) $x^2 + 2x + 4y^2 - 8y = 0$
    3) $4x^2 - 16x + y^2 - 8y + 6 = 0$
    4) $4x^2 - 16x - y^2 - 8y - 2 = 0$
    5) $4x^2 - 16x + y^2 - 8y + 32 = 0$
    6) $x^2 - 4x + y - 8 = 0$
    7) $4x^2 - 16x - 9y^2 + 18y + 7 = 0$
    8) $4y^2 + 24y - 9x^2 + 18x - 9 = 0$

12. Encuentra el dominio natural de cada una de las siguientes funciones

    1) $f(x) = x^2 + 4x - 3$
    2) $g(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{x-1}}$
    3) $h(x) = \dfrac{2x - 3}{x^2 - 6x + 5}$
    4) $m(x) = \sqrt{|x + 2| + 3}$
    5) $n(x) = 5x + 10$
    6) $o(x) = \dfrac{x^2 + 5x - 3}{|3x - 2| - 5}$
    7) $p(x) = \sqrt{4 - x^2}$
    8) $q(x) = \sqrt{8 - 6x - x^2}$
    9) $r(x) = \dfrac{x + 3}{x^3 - 4x^2 - 5x}$

13. En cada caso usa la gráfica de la función para determinar el dominio natural. ¿Cuál es el rango de la función?.

1) $f(x) = -\sqrt{x^2+9}$
2) $g(x) = 2x^2 + 8x + 7$
3) $h(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt{9x^2 - 18x - 27}$
4) $i(x) = -\dfrac{1}{2}\sqrt{9x^2 - 18x - 27}$
5) $j(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt{3 + 2x - x^2}$
6) $k(x) = -\dfrac{1}{2}\sqrt{3 + 2x - x^2}$
7) $l(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt{3 + 2x - x^2} - 2$
8) $m(x) = -\dfrac{1}{2}\sqrt{3 + 2x - x^2} + 2$
9) $n(x) = -\dfrac{1}{2}\sqrt{3 + 2x - x^2} - 2$
10) $o(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$
11) $p(x) = -\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1$
12) $q(x) = -\sqrt{x^2 - 2x + 2}$
13) $r(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2} - 1$
14) $s(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1$
15) $t(x) = x^2 - 6x + 11$
16) $u(x) = -x^2 + 4x - 2$
17) $v(x) = 4x + 8$
18) $w(x) = 6 - 2x$
19) $F(x) = x - 5$
20) $u(x) = \dfrac{12 - 10x}{2}$

14. Identifica y realiza un bosquejo de las gráficas de las siguientes funciones. Indica, en cada caso, dominio y rango de la función.

1) $f(x) = -2$
2) $g(x) = -2x + 5$
3) $h(x) = 5x$
4) $m(x) = -3x$
5) $n(x) = -x^2$
6) $o(x) = x^3$
7) $p(x) = \dfrac{1}{x^3}$
8) $q(x) = \dfrac{2}{x^2}$
9) $r(x) = \dfrac{4}{x^2+2}$

15. Realice un bosquejo del gráfico de las siguientes funciones

1) $y = 2^x$
2) $y = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x$
3) $y = e^x$
4) $y = \log_{1/4}(x)$
5) $y = \log_2(x)$
6) $y = \ln(x)$
7) $y = \log(x)$
8) $y = \log_{1/2}(x)$

16. Determina el valor de los siguientes logaritmos (sin calculadora).

1) $\log_2\left(\dfrac{1}{64}\right)$
2) $\log_{1/2}\left(\dfrac{1}{32}\right)$
3) $\log_{1/3}(27)$
4) $\log_{1000}(0,1)$
5) $\log_3\left(\dfrac{1}{81}\right)$
6) $\log_2\sqrt{2}$
7) $\log_{\sqrt{2}}(4)$
8) $\log_{\sqrt{3}}(\sqrt[4]{27})$

17. Encuentra el valor de las siguientes expresiones

1) $2^{\log_2(5)}$
2) $9^{5\log_3(5)}$
3) $e^{\frac{\ln(4)}{3}}$
4) $e^{3\ln(5)+2\ln(3)}$
5) $8^{1/2\log_2(5)-3\log_2(3)}$

18. Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $\log_4(x^2-6x)=2$	2) $2^{4x}4^{x-3}=64^{x-1}$	3) $4^{x+1}=(1/2)^{2x}$
4) $\log(x)+\log(2x-8)=1$	5) $5^{x^2-x}=25$	6) $(\sqrt[3]{265})^{\frac{x+1}{2x-1}}=25$
7) $\log_2(x-4)+\log_2(x-3)=1$	8) $-3\ln(x)=4$	9) $\ln(x+3)=0$
10) $\log_2(x)-\log_2(x-2)=3$	11) $\log_3\lvert x+2\rvert=2$	12) $4^{\log_2(x)}=16$

19. Sabiendo que $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 5 = 0.6989$ encuentra el valor de los siguientes logaritmos

1) $\log(45)$ 2) $\log(\sqrt{210})$ 3) $\log\left(\frac{27}{\sqrt[3]{4}}\right)$ 4) $\log(360)$

20. Exprese cada uno de los siguientes como un único logaritmo

1) $3\log(x+1)+1/3\log 4x+7$

2) $1/2\log_2(x+2)-3\log_2(x^2+1)-3\log_2(x+1)$

3) $1/3\log_3(x+2)+2/3\log_3(x^2-2)-1/3\log_3(x-1)-5/3\log(x^2-1)$

4) $3\ln(a+1)-3\ln(b+1)+6\ln(a+b)$

21. Realiza un bosquejo del gráfico de las siguientes funciones. Determina, en cada caso, el dominio y rango e indica los cortes con los ejes coordenados.

1) $f(x)=\begin{cases}\cos(x), & \text{si } x\le 0\\ x, & \text{si } 0<x<2\\ -1/2(x-2), & \text{si } x>2\end{cases}$

2) $g(x)=\begin{cases}\cosh(x), & \text{si } x<0\\ \operatorname{sen}(x), & \text{si } 0\le x\le 2\pi\\ \tan(x), & \text{si } x>2\pi\end{cases}$

3) $h(x)=\begin{cases}\cosh(x), & \text{si } x<0\\ x+1, & \text{si } 0<x<2\\ -x+2, & \text{si } x\ge 2\end{cases}$

4) $F(x)=\begin{cases}\operatorname{sen}(x), & \text{si } x\le 0\\ \sec(x), & \text{si } 0<x<3\pi/2\\ \operatorname{sen}(x), & \text{si } x\ge 3\pi/2\end{cases}$

5) $G(x)=\begin{cases}\csc(x), & \text{si } x\le -\pi/2\\ \sec(x), & \text{si } -\pi/2<x<\pi/2\\ \csc(x), & \text{si } x\ge \pi/2\end{cases}$

6) $H(x)=\begin{cases}|x+2|, & \text{si } -4\le x\le 0\\ \csc(x), & \text{si } 0<x<2\pi\\ x-2\pi, & \text{si } x\ge 2\pi\end{cases}$

7) $L(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2}, & \text{si } x<0\\ \operatorname{sech}(x), & \text{si } x>0\end{cases}$

8) $M(x)=\begin{cases}-2x, & \text{si } x\le 0\\ \log_{1/2}(x), & \text{si } 0<x\le 1\\ x+1, & \text{si } x>1\end{cases}$

9) $R(x)=\begin{cases}|3x+9|, & \text{si } x<0\\ \log_2(x), & \text{si } 0<x\le 4\\ 8-2x, & \text{si } x>4\end{cases}$

10) $T(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x}, & \text{si } x\le 0\\ 2-x, & \text{si } 0<x<2\\ x-3, & \text{si } x\le 3\end{cases}$

11) $s(x)=|4x-2|$

12) $t(x)=|3x+6|$

22. Determina el valor numérico de las siguientes expresiones trigonométricas.

(a) $\dfrac{\operatorname{sen}(120^0)+\operatorname{sen}(270^0)}{1+\cos(135^0)}$

(b) $\dfrac{\tan(7\pi/4)+\operatorname{sen}(2\pi/3)}{\cos(5\pi/6)+\operatorname{sen}(3\pi/2)}$

(c) $\dfrac{\operatorname{sen}^2(225^0)+\cos^2(135^0)}{1+\tan(\pi/3)}$

23. Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones trigonométricas, encontrado todas las soluciones en el intervalo $[0, 2\pi)$.

1) $2\cos(x) + \sqrt{3} = 0$

2) $\tan^2(x) = 1$

3) $2\text{sen}^2(x) = 1 + \cos(x)$

4) $\tan^2(x) - 3\tan(x) + 1 = 0$

5) $4\text{sen}^2(x) - 3 = 0$

6) $2\text{sen}(x) + 1 = 0$

7) $(\text{sen}(x) - 1)(tan(x) + 1) = 0$

8) $\sec^2(x) = 1 + \tan(x)$

9) $\cos(2x) = 3\text{sen}(x)$

10) $\tan(x) = -\sqrt{3}$