II EXAMEN PARCIAL (Limite y continuidad)

CAL 10, Secciones 08 y 10
S-A86.

1) UTILIZANDO LA DEFINICIÓN DE LIMITE, probar que:

$$\lim_{x\to 4} \sqrt{x} = 2$$

1/0 7 ptos

4 ptos

2) CALCULAR LOS SIGUIENTES LIMITES;

a) $\lim_{x\to 2}\left[\dfrac{\sqrt[3]{x^2-3}-\sqrt[3]{x-1}}{2-x}\right]$; b) $\lim_{x\to -1}\left[\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^2+2x+1}\right]$, c) $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{x+\operatorname{Tg}x}{\operatorname{Sen}x}\right)$

3 ptos

(3) DADA LA SIGUIENTE FUNCIÓN:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\pi}{\operatorname{arctg}x+\pi/4} & \text{si } -1<x\le 1\\ 5x-3/x & \text{si } 1<x<3\\ 3x-5+k & \text{si } x\geq 3\end{cases}$$

(i) ¿Es f continua en 1? Justifique su respuesta

(ii) ¿Que valor debe tomarse para k PARA HACER que f sea continua en x = 3? ¡Justifique su respuesta!

3 Ptos

(4) Si f es una función que presenta una Discontinuidad Evitable en $x=a$ y sea $g(x)=f(x)$ si $x\neq a$ y $g(a)=\lim_{x\to a} f(x)$. probar que g es continua en a.

(5) Hallar los puntos de LA SIGUIENTE FUNCIÓN De Discontinuidad Y Decir que tipos de DISCONTINUIDAD PRESENTA:

$$f(x)=\frac{(1-\cos x)\operatorname{sen}x}{x^2}+\frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-1}\right)}{x+2}$$

(6) DETERMINE CUALES DE LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES SON (V) Y CUALES FALSAS (F)

a) UNA FUNCION POLINOMIAL ES CONTINUA EN $\mathbb{R}$ ____

b) " " RACIONAL " " " " ____

c) UNA FUNCIÓN f ES CONTINUA EN $x=x_0$ SI $\lim_{x\to x_0} f(x) - f(x_0) = 0$ ____

d) LA FUNCIÓN $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ ES CONTINUA EN $x=0$. ____

e) SI DOS FUNCIONES f y g SON CONTINUAS EN x_0, ENTONCES LA FUNCIÓN PRODUCTO $f\cdot g$ ES CONTINUA EN x_0 ____

f) IGUAL QUE LA ANTERIOR PERO PARA LA FUNCIÓN COCIENTE f/g. ____

4 Ptos

3er PARCIAL CALCULO 10

① Estudie la continuidad de la siguiente función en los puntos dados, en caso de no ser continua, diga cuál es el tipo de discontinuidad

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & , \ x < -1 \\ 0 & , \ x = -1 \\ x^3+1 & , \ -1 < x \leq 0 \\ \ln x & , \ 0 < x \leq 1 \\ x^4-1 & , \ x > 1 \end{cases}$$

En los puntos $-1, 0, 1, 2$

② Determinar los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} e^x - b + 2a & , \ x < 0 \\ 3 & , \ x = 0 \\ x^2 + b + 1 & , \ x > 0 \end{cases}$$

sea continua en $x_0 = 0$

③ Enuncie el teorema de Weierstrass

④ Calcule por definición $f'(x_0)$ si $f(x) = \operatorname{sen} x$

⑤ Verifique que: $\left(\dfrac{1}{x\sqrt{3x^2-2x-1}}\right)' = -\operatorname{arcsen}\left(\dfrac{1+x}{2x}\right)$

⑥ Calcular las siguientes integrales y simplifique

a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{(3-x)^3}}{(2-x)^2}$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\ln x} + \ln\left(\dfrac{1}{x^2+2}\right) + 4$

c) $f(x) = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x) - \cos x$

d) $f(x) = x^{x^x}$

Prueba de Auxiliares Docentes

9/10/92

1) Resolver el sistema dado:

$$\begin{cases} a_1x + a_2y + a_3 > 0 \\ b_1x + b_2y + b_3 \leq 0 \end{cases}$$

$a_1 > 0$ y $b_1 > 0$

Donde $a_1x + a_2y + a_3 = 0$ es la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \dfrac{x \cdot \operatorname{tag}(\operatorname{sen}(x^2-1))}{\sqrt{x^3+1}}$ en el pto. $(1,0)$

$x =$

y $b_1x + b_2y + b_3 = 0$ es la ecuación de la directriz de la parábola $y^2 + 3y + x + 4 = 0$. $(y-a)^2 = -4p(x-b)$ (4 ptos.)

2) Una compañía necesita potes cilíndricos de aluminio para envasar sus productos. Cada pote debe tener $128\pi \, cm^3$ de volumen ¿Cuál debe ser el radio y la altura del pote si se quiere usar la menor cantidad posible de aluminio. (3 ptos)

3) Dar la definición de continuidad de una función $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e ilustre geométricamente. Decida si $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y^2}{x^2y^2 + (x-y)^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ es continua en $\mathbb{R}^2$ y justifique. (4 ptos)

4) Pruebe que si dos planos tienen un pto. común también tienen una recta común. (3 ptos.)

5) Estudie la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}+1} + \frac{(-1)^n}{\ln(n)}$$ (3 ptos)

6) Utilizando integrales triples hallar el volumen de un cilindro de radio r con tapa superior en el plano $y + z = a^2$ y base centrada en el origen. (3 ptos.)

$$128 = \cancel{\pi} r^2 h$$

$$h = \frac{128}{\cancel{\pi} r^2}$$

$$\frac{(N+1)^c}{N^2} = 1$$

$$x^{-3/2}$$

$$A(r) = 2\pi\left(r^2 + \frac{128}{r}\right) \quad \frac{1}{\sqrt{n^3}+1} < \frac{1}{\sqrt{n^3}} \quad x^{-1/2}\Big|_1^{\infty} = \frac{1}{\ldots}$$