I Parcial Calculo 20

(1) Halle dy/dx si:

$$\operatorname{sen}^3(xy) + \cos(x+y) + x = 1$$

(2) Halle d^2y/dx^2 si:

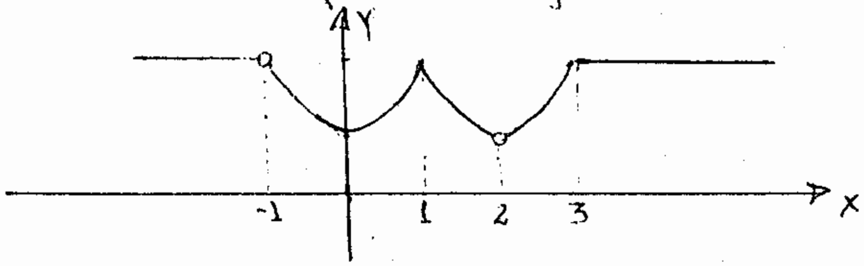
$$x = 1 + \ln t$$
$$y = t \ln t$$

(3) Demuestre que $\operatorname{arctg} x < x$ para $x > 0$

(4) Calcular

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{1 - \cos x} - \frac{2}{x^2} \right)$$

(5) Responder las siguientes preguntas para la función hipotética dada por la gráfica



(a) Para cuáles números a existe $\lim_{x \to a} f(x)$, pero f no es continua en a? Explique

(b) Para cuáles numeros a, f es continua en a, pero no diferenciable en a? Explique

(6) Demuestre que. $x^2 \operatorname{tg} x \geq x^3 + \frac{1}{3} x^5$

(7) Unas maquinas escavadoras acumulan tierra a razón de 1000 yardas cúbicas por hora, y forman un cono de altura igual a su radio. ¿Cuál es la razón de cambio de su altura en el instante en que ella mide 20 yardas?

11-07-96

MATEMATICA 20 – DIFERIDO

Calcular $\lim_{x \to 1} [x]^{1/x-1}$ (1.5)

Aplicando el Teorema del Valor Medio, demostrar que: $\operatorname{sen} x < x$ para $x > 0$ (2)

Sea $f(x) = x . \ln x^2$. Hallar:

(a) Dominio y cortes con los ejes (0.5)
(b) Asíntotas (1)
(c) Máximo y mínimo. Crecimiento y decrecimiento (1.5)
(d) Concavidad y punto de inflexión (1)
(e) Gráfica (1)

Calcular las siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int_{-1}^{8} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ (1.5) ; (b) $\displaystyle\int_{0}^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ (1)

(c) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x} dx$ (3)

Hallar el Area comprendida entre la parábola $y^2 = 4x$ y las rectas $y = 2x - 4$ e $y = 4 - 2x$. (3)

Hallar la longitud de arco de

$y = \dfrac{x^4 + 48}{24x}$ desde $x = 2$ a $x = 4$. (3)

$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

$\lim \; -x^2 = 0$

MATEMATICA 20 - REPARACION (A)

1.- Calcular : $\lim_{x \to 0^+} \operatorname{sen} x \cdot \ln x$ (2)

2.- Verificar si para la función

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si} \quad -\pi/2 \leq x \leq 0 \\ -x^2 & \text{si} \quad 0 < x \leq 1 \end{cases}$$ (2)

es aplicable el Teorema de Rolle en el intervalo $[-\pi/2, 1]$

3.- Sea $f(x) = x \cdot \ln x^2$. Hallar:

(a) Dominio y cortes con los ejes. $f'(x) = \ln x^2 + x \frac{1}{x^2} 2x$ (0.5)

(b) Asíntotas $= \ln x^2 + 2$ (1)

(c) Máximo y mínimo. Crecimiento y decrecimiento (1.5)

(d) Concavidad, convexidad y punto de Inflexión (1)

(e) Gráfica (1)

4.- Calcular las siguientes integrales :

(a) $\int_{-1}^{2} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)}}$ (2) ; (b) $\int \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x} dx$ (3)

5. Hallar el Area comprendida entre la parábola $y^2 = 4x$ y las rectas $y = 2x - 4$ e $y = 4 - 2x$ (3)

6. Hallar el Volumen generado al girar el area dada por $y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$, alrededor del eje X. (3)

EXAMEN DE REPARACION — CALCULO 20

1. Sea la función $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

(a) Hacer el estudio del gráfico de f. 5p

(b) Calcular el Area de la región formada por la gráfica de f, el eje X y las rectas $x=0$ y $x=2$. 3p

2. Calcular $\displaystyle\int \frac{dx}{x\left(x+\sqrt[3]{x}\right)}$ $\qquad \dfrac{3t^2}{t^3(t^3+t)}$ 3p

3. ¿ $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} x^2 e^x \, dx$ converge ? 2p

4. Sean las curvas $r_1 = 2-\cos\theta$ y $r_2 = 2-\operatorname{sen}\theta$.

(a) Buscar los puntos de corte. 1p

(b) Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva r_1, en el menor punto de corte. $\theta = \pi/4$ 2p

(c) Hallar el Area, en el primer cuadrante, exterior a r_1 e interior a r_2. 2p

5. Hallar el Volumen generado al girar, la región dada por $y = x^3$, $x=-1$ e $y=8$, alrededor de la recta $x=2$. 2p

Buena Suerte — Trabaje solo

Examen de Reparación de Calculo 20.

① Sea $f(x) = e^{\frac{1}{x}} - 1$

Determine:

(a) Dominio y puntos de corte con los ejes (0,5 ptos)

(b) Signo de f(x) (1 pto)

(c) Intervalos de crecimiento, decrecimiento y pto críticos (0,5 p

(d) Intervalos de concavidad, convexidad, pto de inflexión (2 pto

(e) Asíntotas (1 pto)

(f) Construya la gráfica (2 ptos)

② Determine las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ (2,

③ Calcular las siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int \frac{x^{1/3}\,dx}{x^{1/2}+1}$ (3 ptos) (b) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}\,dx$ (3 ptos)

④ Calcular el area de la región comprendida entre la curva $y^2 = 4 - x$ y la recta $4y = 4 - x$ (Dibuje la región) (2,5 ptos)

⑤ Calcular la longitud de arco de la curva $y = \ln(\operatorname{sen} x)$ para $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi/2$ (2 ptos)

¡Buena Suerte!

EXAMEN CALCULO 20

1. Calcular $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x \cdot \operatorname{tag} \frac{\pi}{x}$ (1p)

2. Calcular $\int \operatorname{arc\,sen} \sqrt{\frac{x}{x+1}}$ (2p)

3. Calcular:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} x\, e^{-x^2} dx$; (b) $\int_{1}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ (2p c/u)

4. Hacer el estudio y el gráfico de la función

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$ (5p)

5. Sean las curvas $r_1 = 6\cos\theta$ y $r_2 = 2+2\cos\theta$

(a) Hallar el Area de la región exterior a r_2 e interior a r_1. (3p)

(b) Calcular la longitud de Arco de dicha región (2p)

6. Sean las curvas $y = x^2 - 4x$ e $y = -x$

Calcular el volumen del solido generado por la región común entre las dos curvas, al hacer girar dicha región alrededor de la recta $x = -1$.

Calculo 20. Sección 01

Exámen Final

1.- Hallar la derivada por definición de: $y = \text{arc}\,\text{Sen}\, x$ (2 ptos.)

2.- Graficar la función: $f(x) = x e^{x}$ (3 ptos.)

3.- Hallar el área comprendida entre $y = x^2 + 4x$ y $y = 3x + 2$, utilizando:

a) Criterio de franjas verticales.
b) Criterio de franjas horizontales. (4 ptos)

4.- Hallar: $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$ (4 pts.)

5.- Resolver: $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{e^{\text{Tg}\,x} - e^{x}}{\text{Tg}\,x - x}$ (3 ptos)

6.- Resolver:

$$\int \frac{1 - \text{arc}\,\text{Tg}\,x - x^2\,\text{arc}\,\text{Tg}\,x}{e^{x}(1 + x^2)}\,dx$$ (4 ptos.)

1. Hallar el Area entre $y^2=4x$
   y $y=2x-4$ e $y=4-2x$ (3p)

2. Calcular $\int \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{x}{x+1}}$ (2p)

3. Calcular $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx$ (2ptos)

4. Graficar $y=\sqrt{x^3-3x}$ (4ptos)

5. Resolver $\int \frac{\operatorname{Arcsen}\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{1-x}}$ y $\int \frac{dx}{(4x-1)^{2/3}-(4x-1)^{1/2}}$ (4p)

6. Resolver $\int_{1}^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx$ (3ptos)

7. $\lim_{x\to 0^+}$ ~~sen x . ln x~~ sen x ln x (1pto)

8. Calcular $\lim_{x\to\infty} 2x \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{x}\right)$ (1pto)

7. **Sea la función:**

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x \leq 0 \\ \cos x, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

a) Estudie la derivabilidad de f en $x_0 = 0$. 1 punto

b) Diga cuál es el dominio de derivabilidad de f. 1 punto

8. Hallar las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función:

$$f(x) = \ln \left[\operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} e^{x-1} \right) \right]$$

en el punto $x_0 = 1$. 3 puntos

9. Hallar el valor de la diferencial de la función $f(x) = \arccos \sqrt{x}$ en el punto $x_0 = 1/2$ correspondiente a $dx = 1$.

2 puntos

10. Calcular aproximadamente $\operatorname{tg} 48^{\circ}$ por aplicación de las propiedades de la diferencial de una función.

2 puntos

11. Demuestre por aplicación del teorema de la función inversa que la derivada de la función e^x es ella misma, para todo x real.

2 puntos

Calculo 20 — 3er Parcial

1. Sea $f(x) = \dfrac{1}{x \cdot \ln x}$, definida en $[e, e^3]$.

Además sabemos que $\displaystyle\int_e^{e^3} f(x)\,dx = \ln 3$.

¿Cual Area sera mayor: la barrida por $f(x)$ desde e hasta e^2 o la barrida desde e^2 hasta e^3? (3p)

2. Determinar (sin calcular) cual de las siguientes integrales es Mayor:

$$\int_0^1 x\,dx \quad o \quad \int_0^1 \sqrt{1+x^2}\,dx .$$

Además, para la función $f(x)$ cuya integral fue menor, buscar el valor medio en el intervalo $[1/4, 3/2]$. (3p)

3. Calcular el Area de la región limitada por las curvas $y = e^x$, $y = e^{-x}$, y la recta $y = 2$. (3p)

4. Sean las curvas $r = -6\cos\theta$ y $r = 2 - 2\cos\theta$.

(a) Hallar el Area de la región común a ambas curvas. (5p)

(b) Calcular la longitud de Arco de dicha región. (3p)

5. Sean las curvas $y = x^2 - 4x$ e $y = -x$.

Calcular el volumen del solido generado por la región común entre las dos curvas, al hacer girar dicha región alrededor de la recta $y = 1$. (4p)

Buena Suerte, tienen 90 minutos (Es un regalo).

Nombre:

cédula: opción:

2do Parcial Matemática (Calculo 20)

1. Hacer el gráfico de la ecuación $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2\ln t \end{cases}, \; 0 < t \le e$

2. Identifique la curva y diga cual es el centro, siendo dicha curva $r = 6\cos\theta$

3. Sea C la curva con ecuaciones paramétricas $x = 6t + 1$, $y = t^3 - 2t$, donde $t \in \mathbb{R}$. Encuentre los puntos de C en los cuales la recta tangente es perpendicular a la recta $3x + 5y - 8 = 0$.

4. Calcular las siguientes Integrales:

(a) $$\int \frac{x - \sqrt{\arctan 2x}}{1 + 4x^2}\, dx$$

(b) $$\int \cos^2(\ln x)\, dx$$

(c) $$\int \frac{dx}{x \sqrt[3]{1 + x^5}}$$

(d) $$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 2x + 5)^3}}$$

(e) $$\int \frac{dx}{\cos x + 2\,\mathrm{sen}\, x + 3}$$

2do PARCIAL - CALCULO 20 - A 84

NOMBRE:

CEDULA: OPCION:

1.	Dadas las curvas $A_1: \quad r^2 = \operatorname{sen}\theta \quad , \quad A_2: \quad r = 2 - \operatorname{sen}\theta$ (a) Hacer los gráficos. (b) Buscar los puntos de corte. (c) Determinar como es la recta tangente en los puntos de corte.	4p
2.	Sea la ecuación $\begin{cases} x(t) = 2t+1 \\ y(t) = e^{t+1} \end{cases}$. (a) Determinar la ecuación cartesiana. (b) Hallar la ecuación de la recta tangente en $t=0$.	2p
3.	Identifique las curvas (a) $r(2-3\cos\theta) = 1$; (b) $\begin{cases} x(t) = 2\cos t \\ y(t) = 3\operatorname{sen} t \end{cases}$	1p c/u
4.	Resolver: (a) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen} 2x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}\,dx$; (b) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$	1p c/u
	(c) $\displaystyle\int \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{x}{x+1}}\,dx$; (d) $\displaystyle\int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2}\,dx$	2p c/u
	(e) $\displaystyle\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\operatorname{tag}^2 x + 4\operatorname{tag} x + 1}}\,dx$; (f) $\displaystyle\int \frac{dx}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x}$	3p c/u

CALCULO 20 - 1° PARCIAL

NOMBRE:

CEDULA: , SECCION: , OPCION:

1° Sabemos que $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Si $f(x) = \ln x$. Demostrar que $f'(x) = -$

Calcular:

(i) $\lim\limits_{x \to 1^-} (1-x)^{\ln x}$, (ii) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2e^x - 3x -}{x^2}$

(iii) $\lim\limits_{x \to 0} \left[\dfrac{1}{6x} - \dfrac{1}{3x(e^{2\,1/x} + 1)} \right]$

3° Hallar las Asíntotas:

$$f(x) = \frac{1}{2 + 3^{1/x}}$$

4° Hacer el estudio de la gráfica de:

$$f(x) = e^{-(x^2 - 1)}$$

PRIMER PARCIAL - CALCULO 20 - A 89

Nombre: | C.I.: | Grupo:

Calcular sin aplicar la regla de L'Hopital

$$\lim_{x \to +\infty} 2x \cdot \tan \frac{\pi}{x}$$

Diga el tipo de indeterminación y calcule

(a) $\lim_{x \to 0^+} \left[\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right]$; (b) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln x}{x} \right)^{1/x}$

Hallar las Asíntotas de la función

$$f(x) = x \cdot \ln \left(e - \frac{1}{x} \right)$$

Hallar el dominio, simetría y hacer el estudio de la 1ª derivada (Max. y min. , crec. y decrec.) de la función

$$f(x) = \ln \left(\frac{x^2}{x^2 - 4} \right)$$

Sea $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, siendo $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

Se sabe que las rectas $x = 0$ e $y = 0$ son Asíntotas de f, además corta al eje en $(1,0)$ y crece en $(0,e)$, decrece en $(e, +\infty)$ y posee un Máximo en $(e, 1/e)$.

Hacer el estudio de la 2^{da} derivada (pto. de inflexión conc. y conv.), el gráfico de la función y un gráfico aproximado de la derivada (f') de f.

La rigidez de una viga rectangular es proporcional al producto de la anchura por el cubo del espesor. Calcule las dimensiones de la viga más rígida que puede cortarse de un tronco cilíndrico de radio 3 cm.

1er EXAMEN PARCIAL

V.1

(1) Calcular el límite

$e^{\frac{1}{1-x}\ln x}$ $\qquad \lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

(2) Para las funciones dadas abajo, determine: (a) extremos relativos y absolutos (b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento (c) Periodicidad (d) Simetrías

(i) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$f(x) = \operatorname{Tag}^2 x \ \operatorname{sen}^2 x + \sec^2 x$

(ii) $f:[-1,5]\to\mathbb{R}$

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

(3) Calcular las asíntotas de las siguientes curvas:

(i) $y = \dfrac{x}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$ $\qquad$ (ii) $y = x + \dfrac{1}{x}$

(4) Grafique una función f que satisfaga las siguientes condiciones:

(a) f es continua. $f'(x)$ existe salvo en los ptos $x=1$ y $x=5$.

(b) $f(-3) = f(5) = -2$ $\quad f(-1) = f(3) = 0$ $\quad f(1) = 0$

(c) $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty,1)\cup(5,\infty)$

$f'(x) < 0 \quad \forall x \in (1,5)$

(d) $f''(x) < 0 \quad \forall x \in (-5,-1)\cup(3,5)\cup(5,\infty)$

$f''(x) > 0 \quad \forall x \in (-1,1)\cup(1,3)\cup(-\infty,-5)$

(e) $y = \frac{2}{3}x - 2$ es una asíntota oblicua de la curva, tanto a la izquierda como a la derecha

1. Comprobar que la igualdad es cierta

$$2\int \frac{1}{1-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) + \ln\left(\frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}\right) + C$$ 2.5

2. Calcular las siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}x \cos x}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 x \text{ [illegible] } \cos^2 x}}\,dx$ 2

(b) $\displaystyle\int \ln\left(x - \sqrt{1+x^2}\right)dx$ 2

1.5

(c) $\displaystyle\int \frac{x\ln(1-x^2)}{x^2-1}\,dx$ 3

(d) $\displaystyle\int \frac{dx}{(\operatorname{sen}x + \cos x)^2}$ 2

.5

(e) $\displaystyle\int_{-1} \frac{1+e^x}{1-e^x}\,dx$

(f) $\displaystyle\int \sqrt{\frac{4x^2+9x+2}{2-x-x^2}}\,dx$ 2.5

(g) $\displaystyle\int (x^3+3x^2+3x+1)\sqrt{(3-2x-x^2)}\,dx$

Tiempo: 100 minutos

TRABAJEN SOLOS

$\displaystyle\int \frac{dx}{1+e^x}$

$\displaystyle\int \frac{du}{u(u-1)}$

Calcular las siguientes Integrales.

(a) $\displaystyle\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$ (b) $\displaystyle\int_{-2}^{7} \left(1 - \sqrt[3]{x+1}\right) dx$

2. Hallar el Area y la longitud de arco de la región limitada por las curvas

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases} \quad |t| \leq 2 \quad \text{y} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = t^3 \end{cases} \quad |t| \leq 2$$

3. Sean las curvas $r_1 = a\cos 3\theta$ y $r_2 = \dfrac{a}{2}$.

Determinar el Area de la región interior a r_2 y exterior a r_1.

4. Sea la región limitada por el eje X, el eje Y y la curva $y = e^{-x}$ con $x \geq 0$.
Determinar que volumen es mayor, al girar la región indicada alrededor de los ejes coordenados.

[illegible] PARCIAL – CALC. [illegible] – ABG

[illegible]	[illegible]	OPCIÓN:

[illegible] sin aplicar la regla de L'Hopital

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x + \sqrt{1 - x}}{x}$$

[illegible] el tipo de indeterminación y calcule:

(a) $\lim \frac{\ln(\ldots)}{\ln(\ldots)}$; (b) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right)^{1/x}$.

[illegible] las asíntotas de la función

$$f(x) = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right)$$

[illegible] el dominio, simetría y hacer el estudio de la [illegible] derivada (Máx. y mín., Crec. y Decr.) de la función

$$f(x) = [illegible] x^2$$

[illegible] siendo $f'(x) = \frac{[illegible]}{[illegible]}$

[illegible] con asíntotas [illegible] en (0,0) y [illegible] en ([illegible]), [illegible]

[illegible] el estudio de la 2da derivada (puntos de inflexión, [illegible] concavidad), el gráfico de la función y [illegible] de la derivada (f') de f.

[illegible] rigidez de una viga rectangular es proporcional al [illegible] de la anchura por el cubo del espesor. Calcular las dimensiones de la viga más rígida que pueda cortarse de un tronco cilíndrico de radio 2 cm.

PRIMER PARCIAL - CALCULO 20 - A [illegible]

NOMBRE: | C.I.: | [illegible]

Calcular sin aplicar la regla de L'Hospital

$$\lim_{x \to +\infty} 2x \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{x}$$

Diga el tipo de indeterminación y calcule

(a) $\lim_{x \to 0^+} \left[\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right]$, (b) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{[illegible]}{x} \right)$

Hallar las Asíntotas de la función

$$f(x) = x \cdot \ln\left(2 - \frac{1}{x}\right) \quad 2??$$

Hallar el dominio, simetría y hacer el estudio de la 1ra derivada (máx. y mín., crec. y decrec.) de la función

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x^2 - 4}\right)$$

Sea $f(x) = [illegible]$ [illegible]

Se sabe que la función [illegible], cuando [illegible] $(-\infty, ?)$ y crece en $(2, +\infty)$ y posee un Mínimo en $(2, [illegible])$. Hacer el estudio de la 2da derivada (pto. de inflex., conc. y conv.), el gráfico de la función y un gráfico aproximado de la derivada (f') de f.

La rigidez de una viga rectangular es proporcional al producto de la anchura por el cubo del espesor. [illegible]

CALCULO 20 - 1° PARCIAL

B

NOMBRE:

CEDULA: , SECCION: , OPCION:

B

1° Sabemos que $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

Si $f(x) = \ln x$. Demostrar que $f'(x) = \frac{1}{x}$.

2° Calcular:

(i) $\lim_{x\to 1^-} (1-x)^{\ln x}$, (ii) $\lim_{x\to 0} \frac{2e^x - 3x - e^{-x}}{x^2}$

(iii) $\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{6x} - \frac{1}{3x(e^{2x}+1)}\right]$

3° Hallar las Asíntotas:

$$f(x) = \frac{1}{2+3^{1/x}}$$

?

4° Hacer el estudio de la gráfica de:

$$f(x) = e^{-(x^2-1)}$$

MAT - CALCULO 20 - 1º PARCIAL

A	NOMBRE:		
	CEDULA:	SECCION:	OPCION:

1º Sabemos que $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. ¿Si $f(x) = \ln x$. Demostrar que $f'(x) = \frac{1}{x}$.

2º Calcular:

(i) $\lim_{x \to 0} \frac{x \cos x + e^{-x}}{x^2}$; (ii) $\lim_{x \to 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{sen} x}$

(iii) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{3/2} + 5x - 4}{x \ln x}$

3º Hallar las Asíntotas:

$$f(x) = x\left(\sqrt[x]{2} - 1\right)$$

4º Hacer el estudio de la gráfica de:

$$f(x) = e^{-(x^2+1)}$$

NOMBRE:

CEDULA: OPCION:

1.	Dadas las curvas $A_1: \quad r^2 = \operatorname{sen}\theta \quad ; \quad A_2: \quad r = 2 - \operatorname{sen}\theta$ (a) Hacer los gráficos. (b) Buscar los puntos de corte. (c) Determinar como es la recta tangente en los puntos de corte.	4p
2.	Sea la ecuación $\begin{cases} x(t) = 2t+1 \\ y(t) = e^{t+1} \end{cases}$ (a) Determinar la ecuación cartesiana. (b) Hallar la ecuación de la recta tangente en $t=0$.	~~2p~~
3.	Identifique las curvas (a) $r(2 - 3\cos\theta) = 1$; (b) $\begin{cases} x(t) = 2\cos t \\ y(t) = 3\operatorname{sen} t \end{cases}$	1p c/u
4.	Resolver: (a) ✓ $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen} 2x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}\,dx$; (b) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$	1p c/u
	(c) ✓ ? $\displaystyle\int \operatorname{arcsen}\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)dx$; (d) $\displaystyle\int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2}\,dx$	2p c/u
	(e) $\displaystyle\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\operatorname{tag}^2 x + 4\operatorname{tag} x + 1}}\,dx$; (f) $\displaystyle\int \frac{dx}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x}$	3p c/u

2do Parcial Matemática [illegible]

1. Hacer el gráfico de la ecuación $\begin{cases} x = t^2 \ [illegible] \\ y = 2t \ [illegible] \end{cases}$; [illegible]

2. Identifique la curva y diga cuál es el [illegible] de la curva $r = 6\cos\theta$

3. Sea C la curva con ecuaciones paramétricas $x = [illegible]$, $y = t^3 - [illegible]$, donde [illegible]
[illegible]
[illegible] $2x + 5y - 8 = 0$

4. Calcular las siguientes integrales

(a) $\int \frac{x - \sqrt{\arctan 2x}}{1 + 4x^2}\,dx$

(b) $\int \cos^2(\ln x)\,dx$

(c) $\int \frac{dx}{x\sqrt[3]{1+x^5}}$

(d) $\int \frac{[illegible]}{\sqrt{x^2 [illegible]}}$

(e) $\int \frac{x}{\cos [illegible]}$

Cálculo 20 — 3^{er} Parcial

1. Sea $f(x) = \dfrac{1}{x \cdot \ln x}$, definida en $[e, e^3]$.

   Además sabemos que $\displaystyle\int_e^{e^3} f(x)\,dx = \ln 3$.

   ¿Cual Area será mayor: la barrida por $f(x)$ desde e hasta e^2 o la barrida desde e^2 hasta e^3? (3p)

2. Determinar (sin calcular) cual de las siguientes integrales es Mayor:

   $$\int_0^1 x\,dx \quad o \quad \int_0^1 \sqrt{1+x^2}\,dx .$$

   Además, para la función $f(x)$ cuya integral fue menor, buscar el valor medio en el intervalo $[1/4, 3/2]$. (3p)

3. Calcular el Area de la región limitada por las curvas $y = e^x$, $y = e^{-x}$ y la recta $y = 2$. (3p)

4. Sean las curvas $r = -6\cos\theta$ y $r = 2 - 2\cos\theta$.
   (a) Hallar el Area de la región común a ambas curvas: (5p)
   (b) Calcular la longitud de Arco de dicha región. (3p)

5. Sean las curvas $y = x^2 - 4x$ e $y = -x$.
   Calcular el volumen del sólido generado por la región común entre las dos curvas, al hacer girar dicha región alrededor de la recta $y = 1$. (4p)

Buena Suerte, tienen 90 minutos (Es un regalo).

Cálculo 20

1.- Buscar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x) = x\ln^2 x$. (2 ptos)

2.- Hallar las asíntotas de $g(x) = e^{1/x} + 1$ (2 ½ ptos)

3.- Hallar los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad de $h(x) = a - \sqrt[3]{x-b}$ (2 ½ ptos)

4.- Resolver

$$\int \frac{x \arcsen x \, dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad (2 \tfrac{1}{2} \text{ ptos}) \qquad \int \frac{dx}{4\sec x + 1} \quad (2 \tfrac{1}{2} \text{ ptos})$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+10}} \quad (2 \tfrac{1}{2} \text{ ptos})$$

5.- Encontrar el área de la región acotada por $x = y^2 - 3$ y $x = -y^2 + 2y$. Hacer el dibujo (4 ptos)

6.- Determinar en cada caso si la integral impropia es convergente o divergente

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sec x \, dx \quad (1 \tfrac{1}{2} \text{ ptos}) \qquad \int_0^2 \frac{x\,dx}{1-x} \quad (1 \tfrac{1}{2} \text{ ptos})$$

$\ln(\sec x + \tan x) \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} = \ln\left(\frac{1+\operatorname{sen} x}{\cos x}\right)$

$-1 + \frac{1}{1-x} \to -x - \ln|1-x|$ $\quad \infty -$ $\quad u^{-1/2} \to \frac{u^{1/2}}{1/2}$ $\quad x + \frac{b}{2a}$ $\quad \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)$

$1 - x^2 = u$

$-2x\,dx = du \to -\frac{1}{2}du$

$-\frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{u}}\,du \quad -\sqrt{1-x^2}$ $\quad \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot -2x$ $\quad 1-x = T$ $\quad + \int_{-1}^{1} \frac{1-T}{T}\,dT$

$(-1) - ($ $\quad (\ln T - T)\Big|^{1}$

Fac. de Ciencias / Dpto. Matemát.

1er. Exámen Parcial de C-20

L.E.

(*) Coloque en la hoja del exámen todos sus datos.

① Sin usar la regla de L'Hôpital hallar el

$$\lim_{x \to -\infty} x\left(\sqrt{x^2+1} + x\right) \qquad \text{(3 ptos.)}$$

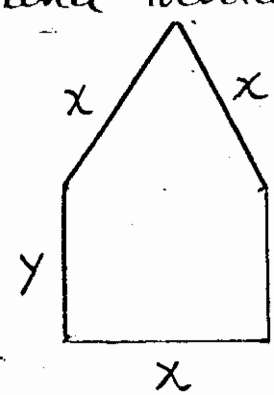
② Hallar el

$$\lim_{x \to 0^+} (\cot g\, x)^{\frac{1}{\ln x}} \qquad \text{(3 ptos.)}$$

③ Estudiar y graficar la función

$$f(x) = x \cdot \ln\left(e + \frac{1}{x}\right) \qquad \text{(10 ptos.)}$$

④ Se desea construir una ventana de la forma que se da en la figura.



(4 ptos.)

Determinar las dimensiones de la ventana de perímetro fijo $P = 6$ mts. que deje pasar la mayor cantidad de luz posible

1. Calcular $\lim_{x \to +\infty} 2x \cdot \tan \frac{\pi}{x}$ (1p)

2. Calcular $\int \text{arc sen} \sqrt{\frac{x}{x+1}}$ (2p)

3. Calcular:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-x^2} dx$; (b) $\int_{1}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ (2p c/u)

4. Hacer el estudio y el gráfico de la función

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$ (5p)

5. Sean las curvas $r_1 = 6\cos\theta$ y $r_2 = 2 + 2\cos\theta$

(a) Hallar el Area de la región exterior a r_2 e interior a r_1. (3p)

(b) Calcular la longitud de Arco de dicha región (2p)

6. Sean las curvas $y = x^2 - 4x$ e $y = -x$

Calcular el volúmen del sólido generado por la región común entre las dos curvas, al hacer girar dicha región alrededor de la recta $x = -1$.

[illegible] CALCULO 20

[illegible] $= \dfrac{[illegible]}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$

[illegible] gráfico de f;

(…) Hallar el área de la región formada por la [illegible] $= 0$ y $x = 2$.

$\int [illegible]$ $\dfrac{3t^2}{[illegible]}$

¿ $\int_{-\infty}^{0} x^2 e^{x}\, dx$ converge ?

Sean las curvas $r_1 = 1 - \cos\theta$ y $r_2 = 2 \cdot \operatorname{sen}\theta$

(a) Buscar los puntos de corte.

(b) Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva r_1, en el mayor punto de corte.

(c) Hallar el área, en el primer cuadrante, exterior a r_1 e interior a r_2.

5. Hallar el volumen generado al girar, la región dada por $y = x^3$, $x = -1$ e $y = 0$, alrededor de la recta $x = 2$.

¡ Buena Suerte — Trabaje Solo

Cálculo 20 ——— Semestre AE6

Examen Final

1. Calcular los límites siguientes:

(a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x+1}$; (b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x\cos x + e^{-x} - 1}{x^2}$ (3)

2. Trazar [illegible] de la gráfica de la función:

$f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ (3)

3. Calcular:

(a) $\int$ [illegible] dx , (b) $\int \sqrt{\dfrac{x}{4-x}}\,dx$ (1)

(c) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ (3) (2)

4. Calcular el Area de la región exterior a $r^2 = \sin^2\theta$ e interior a $r = 1 - \operatorname{sen}\theta$. (4)

5. Calcular el Volumen del sólido que se forma al girar la región comprendida entre $x = 9 - y^2$ y $x - y - 7 = 0$, alrededor de la recta $y = 2$. (3)