En q' punto la tg a la parábola $y=x^2$ a) es paralela a la recta $y=4x-5$, b) es perpendicular a $2x-6y+5=0$ (1pto)

Demostrar q' la función

$$y=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}x\sqrt{x^2+1}+\ln\left|\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}\right|$$ (4ptos)

satisface la relación $2y=xy'+\ln y'$.

Hallar $\frac{dy}{dx}=y'$ si $y\operatorname{sen}x-\cos(x-y)=0$ (2ptos)

Calcular utilizando diferenciales $f(1.05)$ si $f(x)=e^{0.1x(1-x)}$ (2ptos)

Hallar $y'=\frac{dy}{dx}$ si $x=\frac{3at}{1+t^3}$, $y=\frac{3at^2}{1+t^3}$ (1pto)

Hallar la derivada de n-ésimo orden $(y^{(n)})$ si $y=x\ln x$ (2ptos)

Resolver utilizando L'Hopital $\lim_{x\to\infty} x^4 e^{-x}$, si se puede? (2ptos)

Resolver utilizando L'Hopital $\lim_{x\to\infty}\frac{x-\operatorname{sen}x}{x+\operatorname{sen}x}$ si se puede? (1pto)

Resolver utilizando L'Hopital si se puede? $\lim_{x\to 0} x^2 e^{1/x^2}$ (2ptos)

La función $y=\frac{2-x^2}{x^4}$ Toma valores iguales en los extremos del I $[-1,1]$. Mostrar q la derivada de dicha función no se reduce a cero en parte alguna del I $[-1,1]$, y explicar esta desviación del TEOREMA DE ROLLE. (1pto)

Hallar $f'(x)$ si $f(x)=\left(\frac{5+2}{4-3}\right)^{2x+x}$. (1pto)

Hallar $y'$ si $y=\sec\left(\frac{1}{x}\right)$ (1pto)

# I PARCIAL

① Si $f(x) = 4 - 5x + 2x^3 - x^5$. Mostrar que $f'(a) = f'(-a)$ (2 PTOS)

② Si $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ hallar $y' = ?$. (3P)

③ Dada la curva $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \ln(1-t^2) \end{cases}$ hallar $\frac{d^2y}{dx^2} = ?$ (3P)

④ Verificar la validez del Teorema de Rolle para la función $y = \ln(\sin x)$ en el I $\left[\pi/6, \frac{5\pi}{6}\right]$ (3P)

⑤ Escribir la fórmula de Taylor de n-ésimo orden para la función $y = xe^x$ para $x_0 = 0$. (4 PTOS)

⑥ Hallar el $\lim\limits_{x \to 0} \frac{a^x - b^x}{c^x - d^x}$ (2 PTOS)

⑦ Hallar el $\lim\limits_{x \to 0} (e^x + x)^{1/x}$ (4 PTOS)

⑧ Demostrar q' la función $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}x\sqrt{x^2+1} + \ln\left(\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}\right)$ satisface la relación $2y = xy' + \ln y'$ (4 PTOS)

TOTAL = 25 PTOS.

II)

b2) Halle el valor de t para el cual la bola vuelve a la altura inicial en $t=0$. (1/2 p.)

b3) Qué implica el teorema de Rolle sobre la velocidad de la bola? (1/2 p.)

b4) Halle los valores c cuya existencia asegura el teo. de Rolle para este caso. (1/2 p.)

6) Sea

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es entero} \\ 0 & \text{si } x \text{ no es entero} \end{cases}$$

a) Para qué valores de $x_0$ existe el $\lim_{x \to x_0} f(x)$? (1/2 p.)

b) Cuál es el dominio de continuidad de f? Justifique su respuesta (1/2 p.)

7) En c/u de los casos siguientes de ejemplos de funciones f y g que satisfagan las tres condiciones dadas (las respuestas no son únicas

a) $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$, $\lim_{x \to 0} g(x) = 0$ y $\lim_{x \to 0} f(x)/g(x) = 5$

b) $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} g(x) = 0$ y $\lim_{x \to \infty} f(x) \cdot g(x) = 20$

c) $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} g(x) = \infty$ y $\lim_{x \to \infty} [f(x) - g(x)] = 3$

d) $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} g(x) = \infty$ y $\lim_{x \to \infty} [f(x) - g(x)] = \infty$

(1/2 p. c/u)

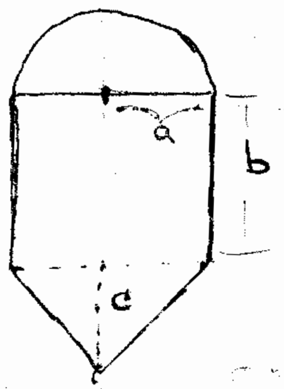
# Tercer Examen Parcial Calculo 20

Calcular: (1) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2-6x+10}$ ; (2) $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{|9-x^2|}}\, dx$ . (3 ptos c/u)

(3) Demostrar $\displaystyle\lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \operatorname{Sen}\alpha x \cdot \operatorname{Sen}\beta x \, dx = 0$

Si $|\alpha| \neq |\beta|$ 2 ptos

I. Usando sólo la integral definida, Calcular el área de:




(4 Ptos)

b) Cual es su perímetro? (3 ptos)

$\frac{1+\cos 2u}{2}$

I. Calcular el Volumen de Revolución del sólido generado al hacer girar sobre el eje y la región acotada por las Curvas $y = \cos x$ , $y + \frac{2}{\pi}x - 1 = 0$

(5 ptos)

(1) DEMOSTRAR POR INTEGRACIÓN ~~[illegible]~~ QUE EL VOLUMEN DE UN CONO CIRCULAR RECTO DE RADIO R Y ALTURA h ES $\frac{1}{3}\pi R^2 h$ (4p)

(2) CALCULAR $F(x)$ TAL QUE $F'(x) = \dfrac{1}{1+x^4+2x^2}$ (3p)

(3) DEMUESTRE, USANDO LA DEFINICIÓN, QUE

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x + \operatorname{sen} x} = 1$$ (3p)

(4) SEAN $f(x) = \dfrac{x+|x|}{2}$ y $g(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$

ESTUDIAR LA CONTINUIDAD DE $h = f \circ g$ EN CADA PUNTO DE SU DOMINIO. (3p)

(5) SEA $f(x) = \displaystyle\int_0^{\cos x} e^{t^2}\,dt$ HALLAR $f'(x)$ (3p)

(6) CALCULAR EL VOLUMEN DEL SÓLIDO SITUADO POR ENCIMA DEL CONO $z^2 = x^2+y^2$ Y POR DEBAJO DE LA ESFERA $x^2+y^2+z^2 = z$.

CALCULAR EL VOLUMEN DEL SÓLIDO ACOTADO SUPERIORMENTE POR LA ESFERA $x^2+y^2+z^2 = z$, E INFERIOR Y LATERALMENTE POR EL CONO $z^2 = x^2+y^2$ (4p)

(7) $\displaystyle\int \sqrt{1+\cos^2 x}\,dx$ (8) $\displaystyle\int \frac{dx}{1+x^4}$ (9) $\displaystyle\int_{\operatorname{sen} x}^{x^2} e^{-t^2}\,dt$

EX. REP CALCULO 20 G. G.

① Hallar la integral $\int_{-\infty}^{0} x^2 e^x \, dx$ (2 PTOS)

② DETERMINAR LAS ASINTOTAS DE LA FUNCION $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ (2p)

③ Sea $f(x) = x \cdot \ln(x^2)$ Hallar:

a) DOM. Y CORTES CON LOS EJES (0.5p)

b) ASINTOTAS (1p)

c) MAXIMOS Y MINIMOS. CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO (1.0p)

d) CONCAVIDAD Y PTOS DE INFLEXION (1p)

e) GRAFICA (1.5p)

④ CALCULAR $\int \frac{\operatorname{sen} x}{1+\operatorname{sen} x} dx$ (3ptos)

⑤ CALCULAR $\int_{1}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ (2ptos)

⑥ CALCULAR el AREA de la region limitada por las curvas $y = e^x$, $y = e^{-x}$ y la recta $y = 2$. (2ptos)

⑦ GRAFICAR $r = \theta$ (SIN HACER ESTUDIO, COORD. POLARES) (1pto)

⑧ Hallar $\int \frac{x(1-x^2)}{1+x^4} dx$ (2ptos) y $\int a^{3x} dx$ (1pto)

# EXAMEN DE REPARACION

(1) Graficar

$$y = \sqrt{x^3 - 3x}$$

(5 ptos)

(2) Hallar las asintotas de la curva

$$y = \frac{x^3}{x^2+9}$$

(3 ptos)

(3) Resolver las siguientes integrales

(a) $\int \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$ (b) $\int \frac{dx}{(4x-1)^{2/3} - (4x-1)^{1/2}}$

(c) $\int_0^\infty \frac{2x\,dx}{(x-1)^3}$

(6 ptos)

(4) ~~Para~~ Considere la región limitada por

$x^2 - 2x - y = 0$ y $y + x = 0$

(a) Dibuje la región. (1 pto)

(b) Calcule su área (Deje indicada la integral) ($1\frac{1}{2}$ ptos)

(c) Plantee como calcular el volumen del sólido de revolución generado al rotar la figura en torno al eje Y. (2 ptos)

(d) Plantee como calcular el perímetro de la región ($1\frac{1}{2}$ pto)

## Cálculo 20

### 2° parcial

(B)

pellidos: ______________ Nombres: ______________

I: ______________ Opción: ______________

) Dada $f(x) = \sqrt[3]{x - x^2}$. Hallar

(1) Cortes con los ejes y signo de la función (1 pto)

(2) Intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos (2 ptos)

(3) Concavidad y ptos de inflexión (2 ptos)

(4) Asíntotas (1 pto)

(5) Gráfico (1 pto)

---

) Resolver

(1) $\displaystyle\int \frac{x}{\cos^2 x}\,dx$ (3 ptos)

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{e^{-x} - e^{3x}}$ (3 ½ ptos)

(3) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}\,dx$ (3 ptos)

(4) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1 - \sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x}}\,dx$ (3 ½ ptos)

$1 - T = U^2$ $(-3)\int(-2U\,dU)\, U(1-U^2)$ $-3\int(U - U^3)\,dU$

6to PARCIAL - MATEMATICA 20 - B-84

1. Calcular :

(a) $$\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2}\,dx$$ 2p

(b) $$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1-\cos x}\,dx$$ 3p

2. Sean las curvas $r_1 = 2+\cos\theta$ y $r_2 = 2+2\cos\theta$. Hallar el Area de la región interior a $r_1$ y exterior a $r_2$. 5p

3. Sean las curvas $y = 2-x^2$ e $y = \sqrt[3]{x^2}$.

(a) Hallar el Area de la región comprendida entre las curvas. 5p

(b) Hallar el volumen del sólido generado al girar la región anterior alrededor de la recta $y = 3$. 5p

Primer Examen Parcial de C. 20. semestre B-88.

I. Dar, en cada caso, un ejemplo donde f cumpla con:

i) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = a \ , \ a\in\mathbb{R}$ ii) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ iii) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

iv) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ (2 ptos)

I. Calcular los extremos Relativos y el crecimiento de

$$f(x) = x + \ln(x^2-1)$$ (2 ptos)

II Hacer un estudio para determinar el gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{1-e^{x}}$ (5 ptos)

IV Calcular las Asintotas de:

$$f_1(x) = x - 2 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}$$ (3 ptos)

$$f_2(x) = x + 2\,\text{arctg}\,x$$ (2 ptos)

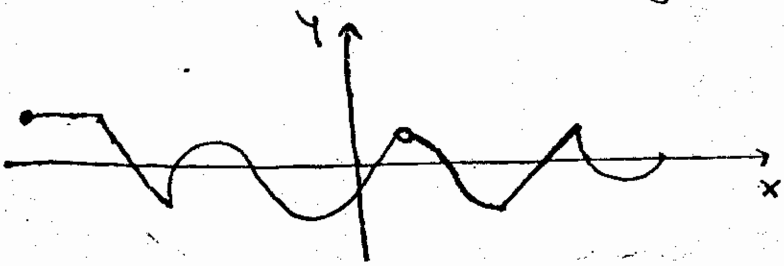
V) Calcular:

i) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\left(\dfrac{x}{\text{ctg}\,x} - \dfrac{\pi}{2\cos x}\right)$ ii) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5}{2+\sqrt{9+x}}\right)^{(\csc x)}$

iii) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x)^{(a^{1/x}-1)}$ iv) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\pi/2-\arccos x}{x}\right)^{1/x^2}, \ x\in[0,\pi]$

(6 ptos)

VI Calcular los extremos relativos, intervalos de crecimiento e intervalos de concavidad de una función f donde el gráfico de f′ es:




(2 ptos)

A

1°) Encontrar una ecuación de cada recta que p
por el punto (2,-6)* que es tangente a l
curvas a) $y = 3x^2 - 8$ . . .

b) $y = x^2 - 7$ (3,-2)* . . .

2°) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \operatorname{tag}^2(\sqrt[x]{\operatorname{sen} x})$ . . .

b) $f(x) = \operatorname{arc\,tag}\left[\left[\ln^2(\cos^3 x)\right]^x\right]$ . . .

3°) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to 0} (1+2x^2)^{1/x^2}$ . . .

b) $\lim_{x \to \infty} (e^x + x)^{2/x}$ . . .

4°) Hacer un estudio analítico y graficar ca
una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{(1-x)^2}{x+2}$ $\frac{1}{3}$ b) $f(x) = \dfrac{(2-x)^2}{x-1}$ $\frac{4}{}$ . . . .

EXAMEN DE REPARACION - CALCULO 20 - B̄88

1. Sea $f(x) = (2x-1)\ln(1-2x)$. [redacted] Hacer el estudio del gráfico de dicha función, sabiendo que no tiene asíntotas 4

2. Calcular las Asíntotas de la función 4

$$f(x) = x\sqrt{\ln\left(\frac{1}{x}+e\right)}$$

3. Determinar la longitud de arco de la curva

$$\begin{cases} y = \arccos t \\ x = \ln t \end{cases} \qquad 1/2 \leq t \leq 1$$ 2

4. Sean las curvas $r = 2$ y $r = 1 + 2\cos\theta$. Calcular el Area de la región interior a la primera curva y exterior a la segunda. 4

5. Hallar el Volumen que se genera al girar el sólido determinado por la rotación de la región formada por $y=e^{x-1}$, $y = e^{-x}$ e $y = 2$, alrededor de $y = 3$ 4

6. Calcular 2

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^{x}+e^{-x}}$$

Trabajen solos

1) Sea

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x+\pi) & \text{si } -2\pi \leq x \leq 0 \\ x-3 & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ e^{x-5} & \text{si } 4 < x \end{cases}$$

3 i.) Encuentre el Dominio de continuidad de f
ii) Señale tipos de discontinuidades (si los hay
iii.) grafique f
iv.) Dé el Rango de f (graficamente)

2) Calcule $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} (tg\, x)^{\cos x}$

$-\infty$?

2 3) Calcule las asíntotas horizontales y verticales de

2.5 $$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$$

4) Calcule las siguientes:

5 i.) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+4}}$ ~~ii.) $\int \frac{(x^2+x)\,dx}{(1-x)(1+x^2)}$~~

5) Derive

2.5 $$h(x) = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt[3]{x^3+5}}{x^{\operatorname{sen} x}}$$

6) Calcule y represente el área de la región acotada
2.5 por las curvas $y = x^2-6x+5$ y $y = -x^2+6$

7) a.) Enuncie y dé una interpretación geométrica d
Teorema del valor medio
b.) Sea $K(x) = x^{2/3}$. Demuestre que no existe un
número c tal que $K'(c) = \frac{K(2)-K(-2)}{2-(-2)}$
¿Por qué esto no contradice el Teorema del
valor medio aplicado al intervalo $[-2, 2]$

① En q' punto la tg a la parábola $y=x^2$ a) es paralela a la recta $y=4x-5$, b) es perpendicular a $2x-6y+5=0$ (1pto)

② Demostrar q' la función (4ptos)

$$y=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2+1}+\ln\left|\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}\right|\right)$$

satisface la relación $2y=xy'+\ln y'$.

③ Hallar $\frac{dy}{dx}=y'$ si $y\operatorname{sen}x-\cos(x-y)=0$ (2ptos)

Revisar

④ Calcular utilizando diferenciales $f(1.05)$ si $f(x)=e^{0.1x(1-x)}$ (2ptos)

⑤ Hallar $y'=\frac{dy}{dx}$ si $x=\frac{3at}{1+t^3}$, $y=\frac{3at^2}{1+t^3}$ (1pto)

Revisar

⑥ Hallar la derivada de n-ésimo orden $(y^{(n)})$ si $y=x\operatorname{Ln}x$ (2ptos)

⑦ Resolver utilizando L'Hopital $\lim_{x\to\infty} x^n e^{-x}$, si se puede? (2ptos)

⑧ Resolver utilizando L'Hopital $\lim_{x\to\infty}\frac{x-\operatorname{sen}x}{x+\operatorname{sen}x}$ si se puede? (1pto)

⑨ Resolver utilizando L'Hopital si se puede? $\lim_{x\to 0} x^2 e^{1/x^2}$ (2ptos)

⑩ La función $y=\frac{2-x^2}{x^4}$ toma valores iguales en los extremos del I [-1,1]. Mostrar q' la derivada de dicha función no se reduce a cero en parte alguna del I [-1,1], y explicar esta desviación del TEOREMA DE ROLLE. (1pto)

⑪ Hallar $f'(x)$ si $f(x)=\left(\frac{5+2}{4-3}\right)^{3x+x}$. (1pto)

⑫ Hallar $y'$ si $y=\sec\left(\frac{1}{x}\right)$ (1pto)

CA-20 IV PARCIAL OFCC (02) 1- 18

(1) $\int \left(2x^{1.2} + 3x^{0.8} - 5^{0.38}\right) dx$

(2) $\int \frac{3\cdot 2^x - 2\cdot 3^x}{2^x}\, dx$ (0.5pto)

(3) $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}\, dx$

(4) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x\, \mathrm{sen}^2 x}\, dx$

(5) $\int 2\,\mathrm{sen}^2(x/2)\, dx$

(6) $\int \frac{(1+2x^2)}{x^2(1+x^2)}\, dx$

(7) $\int \frac{dx}{\cos 2x + \mathrm{sen}^2 x}$

(8) $\int \frac{dx}{(a+bx)^c}$ $(c \neq 1)$

(9) $\int \frac{x^3\, dx}{\sqrt[3]{x^4+1}}$

(10) $\int \cos^3 x \cdot \mathrm{sen}\, 2x\, dx$

(11) $\int \frac{\sqrt{\mathrm{Ln}\, x}}{x}\, dx$

(12) $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{1+\mathrm{Tg}\, x}}$

(13) $\int \cos(1-2x)\, dx$

(14) $\int \left(\cos(2x - \pi/4)\right)^{-2} dx$

(15) $\int \mathrm{ctg}(2x+1)\, dx$

(16) $\int \frac{2^x\, dx}{\sqrt{1-4^x}}$

(17) $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\, dx$

(18) $\int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

(19) $\int \frac{x(1-x^2)}{1+x^4}\, dx$

(20) $\int \frac{dx}{\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)^2}$ (1pto)

(21) $\int \frac{2x - \sqrt{\mathrm{Arcsen}\, x}}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

(22) $\int \frac{x + (\mathrm{Arccos}(3x))^2}{\sqrt{1-9x^2}}\, dx$

(23) $\int \frac{e^x\, dx}{\sqrt{e^{2x}-2}}$

(24) (1.5) $\int \frac{\mathrm{Ln}^3 x}{x^2}\, dx$

(25) (2) $\int e^{\sqrt{x}}\, dx$

(26) (2p) $\int \frac{dx}{4 - 3\cos^2 x + 5\,\mathrm{sen}^2 x}$

(27) (0.5P) CASA TAREA $\int \frac{2\, dT}{2T+1-T^2}$

* Probar q. $\frac{(b-a)}{1+b^2} < \text{Arctg}(b) - \text{Arctg}(a) < \frac{b-a}{1+a^2}$ (3p)

utilizando el T. del Valor medio para derivadas y $(b>a)$.

* Hallar el $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (3p)

* Si $F(x) = (e^{3x} - 5x)^{1/x}$. hallar a) $\lim_{x\to\infty} F(x)$ (3p)

y b) $\lim_{x \to 0} F(x)$.

* Que significados tiene $\frac{dY}{dX}$ o $Y'$ ? (2p)

* Dada $f(x) = |7-x| + 9x+3$ hallar $f'(x)$ en $x_0 = 7$. (2p)

* ESCRIBIR LA FORMULA DE TAYLOR de n-ésimo orden para $Y = xe^x$ con $x_0 = 0$. (3p)

* Dada la ec. (diferencial) $xY' + 1 = e^Y$, (3p)
demostrar q. si $Y = \ln\left(\frac{1}{1+x}\right)$ entonces se satisface la ec.

* Dada $Y = 2^{x/\ln x}$ hallar $Y'$. (2p)

(21p) G.G

* Hallar $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{1/x}$ (3P)

* Hallar $y'$, si $y = \ln\left(\operatorname{sen} \sqrt[3]{\operatorname{Arctg}(e^{3x})}\right)$ (4P)

* Hallar $y'$, si $y = (\ln x)^{x}$ (2P)

* sea dada la función $f(x) = 1 + x^{m}(x-1)^{n}$, (3P) donde $m$ y $n$ son números enteros positivos. Sin calcular la derivada, mostrar q' la ecuación $f'(x) = 0$ tiene, por lo menos, una raíz en el intervalo $(0,1)$.

* Que significados tiene $\frac{dy}{dx}$ o $y'$? (2P)

* Hallar $\lim_{x \to \pi/2} (\operatorname{Tg} x)^{(2x-\pi)}$ (3P)

* Dado un Polinomio de grado $n$ q' se desea (3P) aproximar (o desarrollar) en potencias del binomio $(x-e)$ $(x_0=e)$; puede ser el error (termino) cero?

* CAPITAL de Nueva Esparta y del Edo. Monagas? (1P)

CALCULO 2U — REPARACION — NOVIEMBRE 1996

1º) Hallar el área de la superficie engendrada por la rotación alrededor de OX de la cardioide:

$$\left.\begin{aligned} x &= a\,(2\cos t - \cos 2t) \\ y &= a\,(2\,\mathrm{sen}\, t - \mathrm{sen}\, 2t) \end{aligned}\right\}$$

(3 ptos)

2º) $I = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \ln \mathrm{sen}\, x \, dx$ (2 ptos)

3º) Hallar el volumen del cuerpo que se engendra al girar la cisoide $y^2 = \dfrac{x^3}{2a-x}$, alrededor de su asíntota $x = 2a$. (3 ptos)

4º) En un plano de coordenadas se da un punto, $M_0(x_0\, y_0)$, situado en el primer cuadrante. Hacer pasar por este punto una recta, de manera que el triángulo formado entre ella y los semiejes positivos de coordenadas tenga la menor área posible. ¿Cuál es esa área mínima? (4 ptos)

5º) Dibuje la gráfica de $y = \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 4x}$, determinando máximos, mínimos y asíntotas. (6 ptos)

6º) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$ (2 ptos)

# REPARACION CALCULO 20

① RESOLVER $\lim_{x \to 0} \left(e^{x} + x\right)^{1/x}$ (2p)

② RESOLVER $\int \frac{\operatorname{Arcsen}(\sqrt{x})}{\sqrt{1-x}}\, dx$ (3PTOS)

③ Para que valores de K, converge la integral $\int_{2}^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^{K}}$ (3PTOS)

④ La linea $Y = 2e\,x\,e^{-2x}$ gira alrededor de su asintota. Hallar el volumen del cuerpo limitado por la superficie engendrada (3p)

⑤ Hallar el area limitada por las lineas

$Y = X \ln x$ $\qquad$ $Y = \frac{\ln x}{4x}$ (4PTOS)

⑥ Hacer el analisis de la grafica que usted desee entre

i) $Y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x}$ o ii) $Y = \begin{cases} 1 - xe^{-\frac{1}{|x|} - \frac{1}{x}} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

(5PTOS)

G. G.

* Hallar $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{1/x}$ (3P)

* Hallar $Y'$, si $Y = \ln\left(\operatorname{Sen} \sqrt[3]{\operatorname{Arctg}(e^{3x})}\right)$ (4P)

* Hallar $Y'$, si $Y = (\ln x)^x$ (2P)

* sea dada la función $f(x) = 1 + x^m (x-1)^n$, (3P)
donde $m$ y $n$ son números enteros positivos.
Sin calcular la derivada, mostrar q' la
ecuación $f'(x) = 0$ tiene, por lo menos,
una raíz en el intervalo $(0,1)$.

* Que significados tiene $\frac{dy}{dx}$ o $y'$? (2P)

* Hallar $\lim_{x \to \pi/2} (\operatorname{Tg} x)^{(2x-\pi)}$ (3P)

* Dado un Polinomio de grado $n$ q' se desea (3P)
aproximar (o desarrollar) en potencias del binomio
$(x-e)$ $(x_0 = e)$; puede ser el error (término) cero?

* Capital de Nueva Esparta y del Edo. Monagas? (1P)

# III PARCIAL ... FACIL

PREGUNTAS DEL II PARCIAL (1, 2, 3) Ptos (2, 2, 1)

I. $(\pm 1.54, 0.3\ldots)$ Abs. 3 Max. $2.83, 1.57$ $y_{max} = 1.57$

① Hacer la gráfica y estudio de $f(x) = \text{Arcsen}\left(1 - \sqrt[3]{x^2}\right)$

② Hallar los extremos de $y = ae^{px} + be^{-px}$ y de $y = x - \ln(1+x)$

③ Hacer la grafica de $r = \frac{2}{\pi} \text{Arctg}\left(\theta/\pi\right)$ $(r > 0)$

④ Dividir el numero 8 en dos sumandos tales que la suma de sus cubos sea la menor posible

4, 4 (3p)

⑤ ¿Que número positivo sumado a su inverso da lugar a la suma mínima? 1 (3p)

⑥ Hallar la altura del cilindro que tenga el volumen máximo posible y que sea susceptible de ser inscrito en una esfera de radio R. (4p)

Resp: $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$

⑦ Hallar los lados del rectángulo de máximo perímetro e inscrito en una semicircunferencia de radio R. (5p)

Resp: $\frac{4R\sqrt{5}}{5}$ y $\frac{R\sqrt{5}}{5}$

G.G.

① Hacer la gráfica y estudio completo de $f(x) = \text{Arcsen}\left(1-\sqrt[3]{x^2}\right)$

② Hallar las asíntotas de $f(x) = x \cdot \text{Ln}\,(e + 1/x)$ (1)

③ Hallar las asíntotas de la curva $\begin{cases} x(t) = (t-8)/(t^2-4) \\ y(t) = 3/(t\cdot(t^2-4)) \end{cases}$ (1)

④ Hacer la gráfica de $r = (1+\text{Tg}\,\theta)$. Hacer simetría (2)

⑤ Hacer la gráfica de $r = \frac{2}{\pi}\text{Arctg}(\theta/\pi)$ $(\underline{r \geq 0})$ (1)

⑥ Hacer la gráfica de $\begin{cases} x(t) = 2^{t-1} \\ y(t) = \frac{1}{4}(t^3+1) \end{cases}$ (2)

⑦ Eliminar el parametro T de $\begin{cases} x(t) = t - \text{sen}\,t \\ y(t) = 1 - \cos t \end{cases}$ (1)

⑧ Mostrar q' la función $y = \text{Ln}\,(x^2+2x-3)$ crece en $x_1 = 2$ y decrece en $x_2 = -4$, y q' no tiene puntos críticos. (1)

⑨ Hallar los extremos de $y = ae^{px} + be^{-px}$ y de $y = x - \text{Ln}\,(1+x^2)$ (2)

⑩ Hallar los extremos de $y = \text{Arctg}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ en $0 \leq x \leq 1$ (1)

⑪ Estudiar la concavidad de $y = \frac{a}{x}\cdot\text{Ln}\left(\frac{x}{a}\right)$ (1)

⑫ Hacer el estudio completo de $y = 1 - x\cdot e^{\left(-\frac{1}{|x|} - \frac{1}{x}\right)}$ (3)

⑬ Para q' valores de T la curva $\begin{cases} x(t) = 3(2\cos t - \cos 2t) \\ y(t) = 3(2\,\text{sen}\,t - \text{sen}\,2t) \end{cases}$ pasa por el pto $(-9,0)$. Y para la curva $\begin{cases} x(t) = t^2-1 \\ y(t) = t^3 - t \end{cases}$ pasa por el pto. $(0,0)$. (1)

⑭ Explicar crecimiento y decrecimiento de $y = 1 - x^4$ sin utilizar el criterio de la primera derivada. (0.5)

⑮ Hallar los cortes de $f(x) = (x^2-2)\cdot(1-x)$ (0.5)

① Hallar las asíntotas de $y = x e^{(2/x)} + 1$. (3.5)

② Hacer un análisis exhaustivo y trazar la gráfica de

$$y = e^{1/(x^2-4x+3)}$$

(sin buscar punto de inflexión.) (5p)

③ Hallar la integral de $\int \ln(x^2+1)\,dx$ (3.5)

④ Sea dada la elipse $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{28} = 1$. Trazar una tangente de modo que el área del triángulo engendrado por dicha tangente y los ejes coordenados, sea la menor posible. ¿Porqué punto de la elipse debe pasar dicha tangente? (4p)

⑤ En una página de un libro el texto impreso debe ocupar S cm². Los márgenes superior e inferior deben ser iguales a a cm, los de izquierda y derecha, iguales a b cm. Si tomamos en consideración sólo la economía del papel, ¿qué dimensiones de la página serían las más ventajosas? (4p)

G.G.

1) Hacer la gráfica y estudio completo de $f(x) = \text{Arcsen}\left(1 - \sqrt[3]{x^2}\right)$

2) Hallar las asíntotas de $f(x) = x \cdot \ln(e + 1/x)$ (1)

3) Hallar las asíntotas de la curva $\begin{cases} x(t) = (t-8)/(t^2-4) \\ y(t) = 3/(t \cdot (t^2-4)) \end{cases}$ (1)

4) Hacer la gráfica de $r = (1 + \text{Tg}\,\phi)$. Hacer simetría (2)

5) Hacer la gráfica de $r = \frac{2}{\pi} \text{Arctg}(\phi/\pi)$ $(\underline{r \geq 0})$ (1)

6) Hacer la gráfica de $\begin{cases} x(t) = 2^{t-1} \\ y(t) = \frac{1}{4}(t^3+1) \end{cases}$ (2)

7) Eliminar el parámetro $t$ de $\begin{cases} x(t) = t - \text{sen}\,t \\ y(t) = 1 - \cos t \end{cases}$ (1)

8) Mostrar q' la función $y = \ln(x^2+2x-3)$ crece en $x_1 = 2$ y decrece en $x_2 = -4$, y q' no tiene puntos críticos. (1)

9) Hallar los extremos de $y = ae^{px} + be^{-px}$ y de $y = x - \ln(1+x^2)$ (2)

10) Hallar los extremos de $y = \text{Arctg}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ en $0 \leq x \leq 1$ (1)

11) Estudiar la concavidad de $y = \frac{a}{x} \cdot \ln\left(\frac{x}{a}\right)$ (1)

12) Hacer el estudio completo de $y = 1 - x \cdot e^{\left(-\frac{1}{|x|} - \frac{1}{x}\right)}$ (3)

13) Para q' valores de $t$ la curva $\begin{cases} x(t) = 3(2\cos t - \cos 2t) \\ y(t) = 3(2\,\text{sen}\,t - \text{sen}\,2t) \end{cases}$ pasa por el pto $(-9, 0)$.
Y para la curva $\begin{cases} x(t) = t^2 - 1 \\ y(t) = t^3 - t \end{cases}$ pasa por el pto. $(0,0)$.
(1)

14) Explicar crecimiento y decrecimiento de $y = 1 - x^4$ sin utilizar el criterio de la primera derivada. (0.5)

15) Hallar los cortes de $f(x) = (x^2-2) \cdot (1-x)$ (0.5)

⑥ La rigidez de una viga rectangular es proporcional al producto de la anchura por el cubo del espesor. Calcular las dimensiones de la viga más rígida que puede cortarse de un tronco cilíndrico de radio 4cm. (3 pt)

① Calcular sin L'Hopital.

$$\lim_{x \to +\infty} 2x \tan\left(\frac{\pi}{x}\right)$$ (1.5)

② Calcular

a) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right)^{1/x}$  b) $\lim_{x \to 0} \frac{2e^x - 3x - e^{-x} - 1}{x^2}$

(3,5)

③ Hallar la Asintota

$$f(x) = \frac{1}{27 - 3^{1/x}}$$ (4)

④ Hallar el estudio de la gráfica

$$f(x) = e^{-x/\sqrt{3}} \cdot \operatorname{sen} x$$ (6)

⑤ Demostrar

$$(x+1)(a+1-x) \leq \frac{1}{4}(a+2)^2$$ (2)

$$\lim_{x \to +\infty} 2 \frac{\sin(\pi/x)}{\frac{\cos(\pi/x) \cdot 1}{x \quad \pi}} = 2\pi$$

$$\lim_{x \to} \ln\left(\frac{\ln x}{x}\right) \quad \frac{1}{(\ln x)} \cdot \left(\frac{1 - \ln x}{\ }\right)$$

① $\displaystyle\int_0^2 \frac{dx}{x-1}$ (Resolver) (1.5P) ② $\displaystyle\int_0^1 x e^{-x} dx$ (Resolver) (1.5P)

③ $\displaystyle\int_0^{-\ln 2} \sqrt{1-e^{2x}}\, dx$ (2P) esta definida? (TOM) Cuanto vale? Converge?

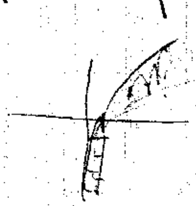
④ $\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx$ $(a>0)$ si converge, cuanto vale. (3.5P)

⑤ $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3} dx$ Resolver (2P)

⑥ ¿Para q' valores de K convergen las integrales

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^K}$$ (3.5P)

⑦ Calcular el área de la figura limitada por las líneas $y = \dfrac{\ln x}{4x}$, $y = x\ln x$. (3.5)



⑧ La función $f(x)$ es continua en el I $[a,\infty)$ y $f(x)$ tiende a A cuando x tiende a infinito. ¿Puede converger la integral $\int_a^{\infty} f(x)dx$? (1.5P)

(1) Hallar las asíntotas de $y = x e^{(2/x)} + 1$. (3.5)

(2) Hacer un análisis exhaustivo y trazar la gráfica de $y = e^{1/(x^2-4x+3)}$ (sin buscar punto de inflexión.) (5p)

(3) Hallar la integral de $\int \ln(x^2+1)\,dx$ (3.5) $2x\,dx = du$

$\frac{\ln u}{2x}\,du$ $\quad u = x^2+1$

$x^2 = u-1$

(4) Sea dada la elipse $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{28} = 1$. Trazar una tangente de modo que el área del triángulo engendrado por dicha tangente y los ejes coordenados, sea la menor posible. $\frac{\ln u}{\sqrt{u-1}}$

¿Porqué punto de la elipse debe pasar dicha tangente? (4p)

(5) En una página de un libro el texto impreso debe ocupar $S$ cm². Los márgenes superior e inferior deben ser iguales a $a$ cm, los de izquierda y derecha, iguales a $b$ cm. Si tomamos en consideración sólo la economía del papel, ¿qué dimensiones de la página serían las más ventajosas? (4p)

G.G.

* Probar q' $\frac{(b-a)}{1+b^2} < \operatorname{Arctg}(b)-\operatorname{Arctg}(a) < \frac{b-a}{1+a^2}$ (3p)

utilizando el T. del Valor medio para derivadas y $(b>a)$.

* Hallar el $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}\right)^x$ (3p)

* Si $F(x)=\left(e^{3x}-5x\right)^{1/x}$ hallar a) $\lim_{x\to\infty} F(x)$ (3p)

y b) $\lim_{x\to 0} F(x)$.

* Que significados tiene $\frac{dy}{dx}$ o $y'$ ? (2p)

* Dada $f(x)=|7-x|+9x+3$ hallar $f'(x)$ en $x_0=7$. (2p)

* ESCRIBIR LA FORMULA DE TAYLOR de n-ésimo orden para $y=xe^x$ con $x_0=0$. (3p)

* Dada la ec. (diferencial) $xy'+1=e^y$, (3p)
demostrar q' si $y=\ln\left(\frac{1}{1+x}\right)$ entonces
se satisface la ec.

* Dada $y=2^{x/\ln x}$ hallar $y'$. (2p)

(21p) G.G.

* Probar q' $\frac{(b-a)}{(1+b^2)} < \operatorname{Arctg}(b) - \operatorname{Arctg}(a) < \frac{b-a}{1+a^2}$ , (3P)

utilizando el T. del Valor medio. ①

* ~~Hallar~~ Si $F(x) = (e^{3x} - 5x)^{1/x}$ ②

hallar a) $\lim_{x \to \infty} F(x)$ y b) $\lim_{x \to 0} F(x)$ (3P)

---

Hallar $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{2}\right)^{1/x}$ ③ (3P)

Que significado tiene $\frac{dy}{dx}$ o $y'$ ? ④ 2P

Dada $f(x) = ~~1~~ |7-x| + 9x + 3$ hallar $f'(x)$ ⑤ 2P

en $x_0 = 7$

Escribir la formula de Taylor de n-ésimo orden para ⑥

$y = xe^x$ con $x_0 = 0$. $y' = xe^x + e^x$ 3P

$y'' \; xe^x + e^x + e^x$

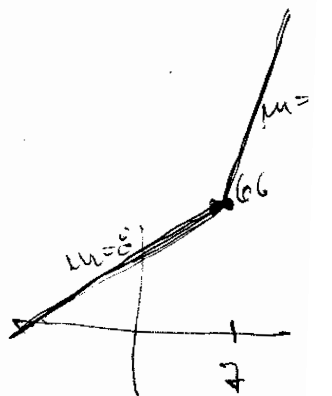
Dada la ec(diferencial) $xy' + 1 = e^y$, demostrar 3P ⑦

q si $y = \ln\left(\frac{1}{1+x}\right)$ entonces se satisface la ec.

$y = 2^{x/\ln x}$ $y'$ 3P

$y = x^{1/x}$

$\begin{cases} 10x - 4 & x > 7 \\ 10 - 8x & x < 7 \end{cases}$



# I Parcial Cálculo 20

① Halle $dy/dx$ si :

$$\operatorname{sen}^3(xy) + \cos(x+y) + x = 1$$

② Halle $d^2y/dx^2$ si:

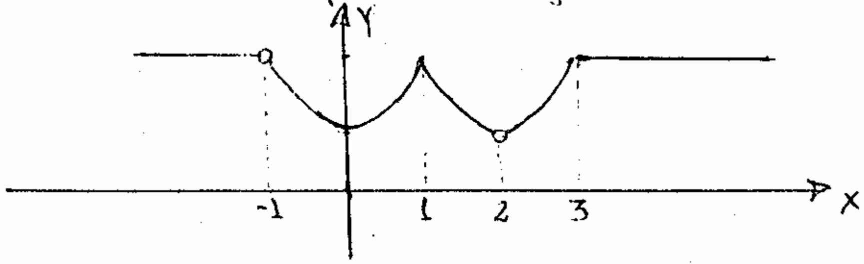
$$x = 1 + \ln t$$
$$y = t \ln t$$

③ Demuestre que $\operatorname{arctg} x < x$ para $x > 0$

④ Calcular

$$\lim_{x \to 0} \left( \frac{1}{1 - \cos x} - \frac{2}{x^2} \right)$$

⑤ Responder las siguientes preguntas para la función hipotética dada por la gráfica




ⓐ Para cuáles números $a$ existe $\lim_{x \to a} f(x)$, pero $f$ no es continua en $a$? Explique

ⓑ Para cuáles numeros $a$, $f$ es continua en $a$, pero no diferenciable en $a$? Explique

⑥ Demuestre que. $x^2 \operatorname{tg} x \geq x^3 + \frac{1}{3} x^5$

⑦ Unas maquinas escavadoras acumulan tierra a razón de 1000 yardas cúbicas por hora, y forman un cono de altura igual a su radio. ¿ Cuál es la razón de cambio de su altura en el instante en que ella mide 20 yardas?

11-07-96