I PARCIAL CA-30 10-2001

1) Encontrar la ec. del plano q contiene la recta $L: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$ y q' es perpendicular al plano $2x + y - 3z + 4 = 0$. (5p)

2) Encontrar la ec. del plano q' contiene la recta $L_1: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}$ y q' es paralelo a la recta $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$. (5p)

3) Encontrar $w'(t)$ si $w(t) = U(t) \times V(t)$ donde

$$U(t) = (t+3)\vec{i} + t^2\vec{j} + (t^3-1)\vec{k}$$ (3p)

$$V(t) = 2t\vec{i} + (t^4-1)\vec{j} + (2t+3)\vec{k}$$

4) Encontrar la ecuación de la recta q' pasa por $P_1(3,-1,2)$ q' intersecta y es perpendicular a la línea $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$. (5p)

5) Dibujar la superficie $x^2 + y^2 - z^2 = -1$. (2p)

Examen Sustitutivo de Calculo 30.

Nombre y Apellido: CI: opción:

1) Una esfera tiene el centro en la recta $L: \begin{cases} 2x+4y-z-7=0 \\ 4x+5y+z-14=0 \end{cases}$

y es tangente a los planos $\pi_1: x+2y-2z-2=0$, $\pi_2: x+2y-2z+4=0$.
Hallar su ecuación.

2) Demostrar que los planos tangentes a la superficie $z = x f(y/x)$ pasan por un punto en común.

3) Determinar los semiejes de la elipse que se obtiene al intersectar el cilindro $x^2+y^2=1$ con el plano $x+y+z=0$.

4) Estudiar la diferenciabilidad de la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^2y}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5) Hallar el volumen de la región $\sqrt{x} + \sqrt{2y} + \sqrt{3z} \leq 1$.

(4 Ptos c/u)

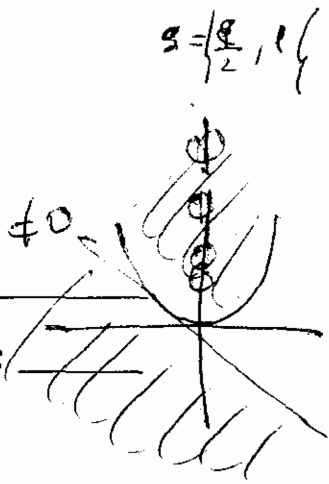
$f_y =$

$f_x = 4xy\,[x^2+y^2-x^2] =$

$\frac{x+4}{\cos x-2} \geq 0$

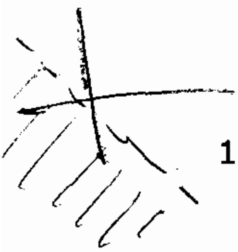
ESCUELA BÁSICA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CÁLCULO
SEGUNDO PARCIAL DE CÁLCULO 30

$y-4 \neq 0$



NOMBRE:____

CÉDULA: ________________ OPCION:_______ SECCIÓN:_______



1. Representar gráficamente el dominio y el dominio de continuidad de la función

$$f(x,y) = sen\left(\frac{1}{xy}\right) + \frac{1}{\sqrt{y-x^2}} + \sqrt{\frac{x+y}{\cos x - 2}}$$ (6 ptos)

2. Representar gráficamente las curvas de nivel de la función $z = e^{xy}$ (3 ptos)

3. Demostrar, haciendo uso de la definición, que $\lim_{(x,y)\to(1,2)} \left(x^2 - 3y\right) = -5$

$x^2 \frac{(3x^2-y^3)}{x^2+y^2}$

(3 ptos) /2

4. Analizar la existencia del límite $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(\frac{x^3y^2}{x^6+y^4}\right)$ (4 ptos)

5. Encontrar el valor de k para que la función sea continua en el origen

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^4 - y^3x^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ k & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$ (4 ptos) /3

$x^2(3x^2-y^3)$

$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x^2(3x^2-y^3)}{x^2+y^2}$ $\frac{x^2 \cdot 0}{x^2} = 0$ $= 0$

18 Ptos

$y = \sqrt{3}\,x$

$y = x^{3/2}$ $\frac{x^3 \cdot x^3}{x^6 + x^6} = \frac{x^6}{2x^6} = \frac{1}{2}$

1) Dada la region $\mathcal{R}$, acotada por las rectas $V = U$, $V = U-2$, $V = -U$ y $V = -U+2$, hacer un cambio de variable, de tal manera q el area sea hallada mediante una integral doble con ambos limites de las integrales constantes.

2) Hallar $\iint_{\mathcal{R}} \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) dx\, dy$ donde $\mathcal{R}$ esta acotado por $y = x$, $x = 1$ e $y = 0$.

3) Hallar el volumen acotado por las superficies dadas en coord. cilindricas $\theta = \pi/4$, $\theta = \pi/2$, $z = 5 - r^2$ y $z = 0$. Transformar a coord. cartesianas y deje indicada la I

4 Interprete geometricamente las siguientes ec. en coord. esfericas.

i) $\operatorname{Tg}(\theta) = 1$ ii) $\rho \cos\phi = 1$ iii) $\rho = \cos\phi$

5) Cuanto sera el volumen acotado inferiormente por la superf. $z = x^2 + (y-10)^2$ y superiormente por $x^2 + (y-10)^2 + z^2 = 2$

6) Dejar indicada la integral para hallar el volumen acotado por las superf. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y $x^2 + (y-1)^2 = z$

CA-30 II PARCIAL 11-2001.

1) La Temperatura T en un punto (X,Y) de una placa de metal colocada en el plano OXY es inversamente proporcional a la distancia al origen. La Temperatura en el punto P (3,4) es 100°c. Calcular la razón de cambio de T en P en la dirección i+j

¿En q́ dirección aumenta más rápidamente T en P?

¿ " disminuye " ?

¿En q́ direccion no sufre cambios T en P?

2) Una lata cilíndrica de hojalata, sin Tapa, tiene un diámetro de 3 pulg. y altura 4 pulg. Usar diferenciales para estimar aprox. la cantidad de material q́ hay en la lata si esta tiene un grosor de 0.015 pulg.

) Demostrar q́ cualquier recta normal a una esfera pasa por el centro de esta.

53. Cuando una chimenea de h metros de altura arroja humo que contiene un contaminante, como el óxido nítrico, a la larga, la concentración $C(x, z)$ (en $\mu g/m^3$) del contaminante en un punto a x kilómetros de la chimenea y a z metros de altura (véase la figura) se puede representar por

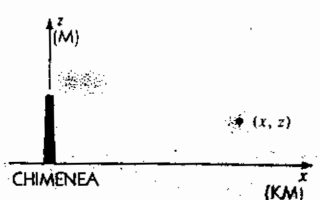
$$C(x, z) = \frac{a}{x^2}\left[e^{-b(z-h)^2/x^2} + e^{-b(z+h)^2/x^2}\right]$$

donde a y b son constantes positivas que dependen de las condiciones atmosféricas y de la tasa de emisión del contaminante. Suponga que

$$C(x, z) = \frac{200}{x^2}\left[e^{-0.02(z-10)^2/x^2} + e^{-0.02(z+10)^2/x^2}\right].$$

Calcule e interprete $\partial C/\partial x$ y $\partial C/\partial z$ en el punto (2, 5).

EJERCICIO 53



35. Según la ley de la gravitación universal de Newton, una partícula de masa M que está en el origen de un sistema de coordenadas rectangulares ejerce una fuerza F sobre una partícula de masa m localizada en el punto (x, y, z), dada por

$$F = \frac{GMm}{x^2 + y^2 + z^2}$$

donde G es la constante de la gravitación. ¿Cuántas variables independientes hay en esta expresión? Tomando M y m como constantes, describa las superficies de nivel de la función resultante de x, y, z. ¿Cuál es el significado físico de estas superficies de nivel?

Profesor Gilberto.

TERCER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO 30

Nombre: Judy Mariana Angulo Guerrero **Opción:** IQ

1. Diga, justificando su respuesta, si es cierto o falso que

$$\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x}}^{\sqrt{1-x}} \frac{dy}{xy^2+yx^2} = 2\int_{0}^{\sqrt{2}} dy \int_{-1}^{1-y^2} \frac{dx}{xy^2+yx^2}$$

2. Para enviar un paquete por servicio postal especializado, la suma de la longitud y el perímetro de una sección transversal no debe ser mayor a 180 cm. Encontrar las dimensiones del paquete que tenga el máximo volumen posible que pueda ser enviado por ese servicio de paquetes postales y compruebe que dichas dimensionen corresponden efectivamente a un máximo.

3. La siguiente integral expresa el volumen de un sólido, dibuje ese sólido y calcule el volumen, evaluando la integral

$$\int_{0}^{2\pi} d\theta \int_{a}^{2a} r\sqrt{r^2-a^2}\, dr + \int_{0}^{2\pi} d\theta \int_{2a}^{\sqrt{7}\,a} r\sqrt{7a^2-r^2}\, dr$$

4. Determinar los extremos relativos de de $f(x,y,z)=\left(x^2+y^2+z^2\right)e^{-xyz}$

Segundo Parcial. Cálculo 3O.

1) Un ingeniero desea construir un ferrocarril que suba una montaña dada por la ecuación $z = 1 - x^2 - y^2$. Subir directo la montaña es demasiado empinado para la fuerza de las maquinas. En el punto $(1,1)$, ¿en qué direcciones se puede colocar la vía de modo que suba un 3% (esto es, un ángulo cuya tangente sea 0.03).

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{1}{2}$

2) Considere las expresiones

$$uv - 3x + 2y = 0, \quad u^4 - v^4 = x^2 - y^2$$

Habiendo verificado que éstas definen funciones $u = u(x,y)$; $v = v(x,y)$ en los alrededores del punto $(u,v,x,y) = (1,1,1,1)$, determine las ecuaciones de los planos tangentes a las superficies $u = u(x,y)$, $v = v(x,y)$.

) El área de un triángulo es $(1/2)ab\,\mathrm{Sen}(\alpha)$, donde a y b son las longitudes de dos lados del triángulo y α es la medida del ángulo incluido. Al levantar topográficamente un terreno triángular, usted ha medido a, b y α y ha obtenido los valores 150 m, 200 m y 60° respectivamente. ¿Qué error podría tener su cálculo del área si sus valores de a y b tienen errores de medio metro cada uno y su medida de α tiene un error de 2°?

Muestre que la función $z = f(x-2y, 2x+y)$ satisface la ecuación de Laplace $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

CALCULO 30 EX. REP — G. G.

① DEMOSTRAR QUE TODO PLANO TANGENTE A LA SUPERFICIE $z^2 = x^2 + y^2$ PASA POR EL PUNTO $(0,0,0)$. (3 PTOS)

② HALLAR EL PARALELEPIPEDO RECTANGULAR DE AREA IGUAL A 24 m^2 Y QUE TENGA VOLUMEN MAXIMO. (m^3) (3.5 P)

③ Si $z = e^{(y/x)}$, hallar $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ Y COMPROBAR VALOR DE $\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} + x\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = ?$ (2 PTOS)

④ CALCULAR $\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} \cos(x^2+y^2)\, dy\, dx$. (2 PTOS)

⑤ CALCULAR $\iiint_\Omega \frac{dx\, dy\, dz}{(x+y+z+1)^3}$ donde Ω es un dominio limitado por los planos $x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$. (3 PTOS)

⑥ Si $z = x^{xy}$ hallar $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ (2 PTOS)

⑦ Calcular el Volumen del sólido comprendido dentro de la esfera $x^2+y^2+z^2 = 2az$, encima del cono $z^2 = x^2+y^2$. (3.5 ptos)

⑧ Cuales y cuantos vectores existen que sean perpendiculares al plano YZ. (1 PTO)

I PARCIAL CA-30

① ¿Dónde corta la recta $\frac{x-x_0}{d_1} = \frac{y-y_0}{d_2} = \frac{z-z_0}{d_3}$ (2 PTOS) al plano XY?

② Sea l la recta $x+1 = y+2 = z+1$ y sea P el (4 PTOS) punto $(3,1,-2)$. Hallar el punto Q de l tal que $\overrightarrow{PQ} \perp l$

③ Dibujar e identificar $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (2 PTOS)

④ Dibujar la superficie $x^2 + y^2 - z^2 = -1$ (3 ptos)

⑤ Hallar la intersección de las rectas l_1: $x = 1+t$, $y = 1+2t$ (2 PTOS) $z = 1-3t$. l_2: $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{3}$

⑥ Dado el plano $x+y+z-1=0$ y el pto. $(1,1,1)$. Hallar otro punto q' se encuentre a la misma distancia del plano pero en el espacio contrario a donde se encuentra el punto $(1,1,1)$ (5 PTOS)

⑦ Hallar la longitud de la curva $r(t) = 2\cos t\,\vec{i} + 2\operatorname{sen} t\,\vec{j} + t^2$ desde $t=0$ hasta $t=1$. (2 PTOS)

(1) La superficie de cierto lago se representa por una región D de tal manera q' la profundidad debajo del punto correspondiente a (x,y) está dada por $f(x,y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$. ¿Si un niño se encuentra en el agua en el punto $(4,9)$, en q' dirección debe nadar para q' la profundidad debajo de él disminuya lo más rápidamente posible? ¿En qué dirección no cambia la profundidad? (4)

(2) Dada $v = \operatorname{sen} x + F(\operatorname{sen} y - \operatorname{sen} x)$ mostrar q' (4)

$$\frac{\partial v}{\partial y}\cos x + \frac{\partial v}{\partial x}\cos y = \cos x \cos y.$$

(3) Hallar el Dominio de $z = f(x,y) = \ln(x \ln(y-x))$ (3)

(4) Mostrar q' las superficies $x + 2y - \ln z + 4 = 0$ y $x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0$ son tangentes en $(2,-3,1)$ (3)

(5) Hallar las derivadas parciales si (3)

$$z = xy\,e^{\operatorname{sen} \pi xy}$$

(6) Dibujar las líneas de nivel para $(z = 1, 2, 3, 4)$ si (2)

$$z = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

(7) Superficie aproximada de Vzla? (1)

Ptos	Cálculo 30 . Sección 01
3	1.- Sea la recta $\ell: \begin{cases} 2X+2Y+Z-6=0 \\ 5X-2Y+3Z+8=0, \end{cases}$ el plano $\Pi: 4X-3Y+7Z-7=0$, y el punto $M=(2,3,-4)$. $M\in\ell$? Cual es la posición de ℓ respecto a Π?
3	2.- La temperatura T, en un punto de una bola metálica, es inversamente proporcional a su distancia al centro $C=(0,0,0)$. Si T evaluada en $P=(1,2,2)$ es $120°$ y $Q=(2,1,3)$ a) Dé la razón de cambio de T en P en dirección $\vec{PQ}$. Interprete su respuesta.- b) Hacia donde señala el vector que proporciona la dirección de crecimiento máximo de T?
3	3.- Halle el paralelepípedo rectangular de área $24\,cm^2$ que tenga el mayor volumen posible.
2	4.- Halle y represente graficamente el dominio de $f(x,Y)=\arcsen X+\arcsen Y+\sqrt{Y-X^2}$
3	5.- La parte de un árbol aprovechable como madera se puede considerar como un cilindro recto. Si la altura del árbol se incrementa 24 cm al año y el diametro 4 cm al año. Con qué rapidez se incrementa el volumen de madera aprovechable si el árbol mide 240 cm y su diametro es 40 cm?_

① Evaluar $\int_1^{2} \int_{x^3}^{x} e^{y/x}\, dy\, dx$

② Invierta el orden de integracion y evaluar

$$\int_0^1 \int_x^1 \frac{1}{y} \operatorname{Sen} y \operatorname{Cos}\left(\frac{x}{y}\right) dy\, dx$$

③ Calcular el volumen acotado por

$z = x^2,\ z = x^3,\ y = z^2,\ y = 0.$

④ Evaluar haciendo el cambio de variable indicado

$\iint_R (x^2 + 2y^2)\, dx\, dy$; R es la región del I cuadrante acotada por las gráficas $xy = 1,\ xy = 2,\ y = x,\ y = 2x.$

$x = u/v \quad y = v$

⑤ Calcular el volumen del sólido q se halla fuera del cono $z^2 = x^2 + y^2$ y dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

IV PARCIAL CA-20 SUERTE!

PRIMER PARCIAL DE CÁLCULO 30

Nombre: MARIA DE LOS ANGELES RAMIREZ A **Opción:** GEOLOGICA
C.T. 14. 917 789

1. Hallar el dominio de la función $f(x,y)=\ln(y.\ln(1+x+y))$ (4 puntos)

2. Estudiar la existencia del siguiente límite $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{8x^3y^2}{x^9+y^3}$ (4 puntos)

3. Comprobar que la función $u=\dfrac{1}{2a\sqrt{\pi t}}e^{(-)\frac{(x-b)^2}{4a^2t}}$ (con a y b constantes), satisface a la ecuación del calor $\dfrac{\partial u}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

   x,t

   (4 puntos)

4. Dada la función

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ k & si\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

   Encontrar, de ser posible, el valor de k que hace que la función sea continua en todo $\mathbb{R}^2$. (4 puntos)

5. La temperatura en cada punto (x,y) de una barra, viene dada por $T(x,y)=100-e^{-\sqrt{1+2x^2+y^2}}$, en grados centígrados (4 puntos)

   a. ¿Existen puntos con temperatura de 100°C?. Identificar aquellos puntos que mantienen temperatura de 36°.

   b. Describir todas las curvas isotérmicas.

   c. ¿Es posible que $2x^2+3y^2=1$ sea una curva isotérmica?