3014. En la parábola $y^2 = 2x$.

3015. 1) es continua; 2) es discontinua; es continua con respecto a x e y por separado; 3) es continua; 4) es discontinua; 5) es discontinua; 6) es discontinua. Pasar a las coordenadas polares.

3016. Son las circunferencias cuyos centros se hallan en el origen de coordenadas y cuyos radios son 1, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{1}{2}$, respectivamente.

3017. Son las circunferencias que pasan por los puntos A y B.

3025. Son las rectas $y = ax + b$, donde $a = \ln b$.

3026. Son las esferas concéntricas cuyo centro se halla en el punto A y cuyos radios son iguales a 1, 2, 3, 4.

3027. Son los elipsoides de revolución cuyos focos se hallan en los puntos A y B:

$$\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}+$$
$$+\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2}=\text{const.}$$

3028. Son las esferas $x^2+y^2+z^2=\left(\frac{c-1}{c+1}\right)^2$, donde $c=e^u$.

3029. Son los paraboloides de revolución $x^2 + y^2 = cz$.

3030. 1) Son los planos $2x + 3y - z = C$; 2) son los hiperboloides de revolución o el cono $x^2 + y^2 - 2z^2 = C$.

3032. $\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}$ para $T=T_0$.

3033. $\frac{\partial\theta}{\partial t}$ es la velocidad del cambio de la temperatura en el punto dado; $\frac{\partial\theta}{\partial x}$ es la velocidad del cambio de la temperatura en el momento dado del tiempo a lo largo de la barra.

3034. $\frac{\partial S}{\partial h}=b$ es la velocidad de variación del área en función de la altura; $\frac{\partial S}{\partial b}=h$ es la velocidad de variación del área en función de la base del rectángulo.

3036. $\frac{\partial z}{\partial x}=1, \quad \frac{\partial z}{\partial y}=-1.$

3037. $\frac{\partial z}{\partial x}=3x^2y-y^3; \quad \frac{\partial z}{\partial y}=x^3-3y^2x.$

3038. $\frac{\partial\theta}{\partial x}=ae^{-t}; \quad \frac{\partial\theta}{\partial t}=-axe^{-t}+b.$

3039. $\frac{\partial z}{\partial u}=\frac{1}{v}-\frac{v}{u^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial v}=-\frac{u}{v^2}+\frac{1}{u}.$

3040. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{x^4+3x^2y^2-2xy^3}{(x^2+y^2)^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{y^4+3x^2y^2-2x^3y}{(x^2+y^2)^2}.$

3041. $\frac{\partial z}{\partial x}=30xy(5x^2y-y^3+7)^2;$

$\frac{\partial z}{\partial y}=3(5x^2y-y^3+7)^2(5x^2-3y^2).$

3042. $\frac{\partial z}{\partial x}=\sqrt{y}-\frac{y}{3\sqrt[3]{x^4}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x}{2\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

3043. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{y}{x^2+y^2+x\sqrt{x^2+y^2}}$.

3044. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{x}{x^2+y^2}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{x}{x^2+y^2}$.

3045. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{y}{(x^2+y^2)\left(\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\right)^2}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{x}{(x^2+y^2)\left(\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\right)^2}$.

3046. $\frac{\partial z}{\partial x}=yx^{y-1}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=x^y\ln x$.

3047. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{2x}{x^2+y^2}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2y}{x^2+y^2}$.

3048. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2x}{y\sqrt{x^2+y^2}}$.

3049. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{xy\sqrt{2}}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2-y^2}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{x^2\sqrt{2}}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2-y^2}}$.

3050. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{2}{y\operatorname{sen}\frac{2x}{y}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{2x}{y^2\operatorname{sen}\frac{2x}{y}}$.

3051. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{1}{y}e^{-\frac{x}{y}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x}{y^2}e^{-\frac{x}{y}}$.

3052. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{1}{x+\ln y}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{1}{y(x+\ln y)}$.

3053. $\frac{\partial u}{\partial v}=-\frac{w}{v^2+w^2}$; $\frac{\partial u}{\partial w}=\frac{v}{v^2+w^2}$.

3054. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{1}{y}\cos\frac{x}{y}\cos\frac{y}{x}+\frac{y}{x^2}\operatorname{sen}\frac{x}{y}\operatorname{sen}\frac{y}{x}$;

$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{x}{y^2}\cos\frac{x}{y}\cos\frac{y}{x}-\frac{1}{x}\operatorname{sen}\frac{x}{y}\operatorname{sen}\frac{y}{x}$.

3055. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{y}{x^2}3^{-\frac{y}{x}}\ln 3$; $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{1}{x}3^{-\frac{y}{x}}\ln 3$.

3056. $\frac{\partial z}{\partial x}=y^2(1+xy)^{y-1}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=xy(1+xy)^{y-1}+(1+xy)^y\ln(1+xy)$.

3057. $\frac{\partial z}{\partial x}=y\ln(x+y)+\frac{xy}{x+y}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=x\ln(x+y)+\frac{xy}{x+y}$.

3058. $\frac{\partial z}{\partial x}=x^{x^y}x^{y-1}(y\ln x+1)$; $\frac{\partial z}{\partial y}=x^yx^{x^y}\ln^2 x$.

3059. $\frac{\partial u}{\partial x}=yz$; $\frac{\partial u}{\partial y}=xz$; $\frac{\partial u}{\partial z}=xy$.

3060. $\frac{\partial u}{\partial x}=y+z$; $\frac{\partial u}{\partial y}=x+z$; $\frac{\partial u}{\partial z}=x+y$.

3061. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$; $\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$;

$\dfrac{\partial u}{\partial z}=\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.

3062. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=3x^2+3y-1$; $\dfrac{\partial u}{\partial y}=z^2+3x$; $\dfrac{\partial u}{\partial z}=2yz+1$.

3063. $\dfrac{\partial w}{\partial x}=yz+vz+vy$; $\dfrac{\partial w}{\partial y}=xz+zv+vx$.

$\dfrac{\partial w}{\partial z}=xy+yv+vx$; $\dfrac{\partial w}{\partial v}=yz+xz+xy$.

3064. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=(3x^2+y^2+z^2)\,e^{x(x^2+y^2+z^2)}$;

$\dfrac{\partial u}{\partial y}=2xye^{x(x^2+y^2+z^2)}$; $\dfrac{\partial u}{\partial z}=2xze^{x(x^2+y^2+z^2)}$.

3065. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=2x\cos(x^2+y^2+z^2)$; $\dfrac{\partial u}{\partial y}=2y\cos(x^2+y^2+z^2)$;

$\dfrac{\partial u}{\partial z}=2z\cos(x^2+y^2+z^2)$.

3066. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{\partial u}{\partial z}=\dfrac{1}{x+y+z}$.

3067. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{y}{z}\,x^{\frac{y}{z}-1}$; $\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{1}{z}\,x^{\frac{y}{z}}\ln x$; $\dfrac{\partial u}{\partial z}=-\dfrac{y}{z^2}\,x^{\frac{y}{z}}\ln x$.

3068. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=y^zx^{y^z-1}$; $\dfrac{\partial u}{\partial y}\;zy^{z-1}x^{y^z}\ln x$; $\dfrac{\partial u}{\partial z}=y^zx^{y^z}\ln x\ln y$.

3069. $\dfrac{2}{5}$, $\dfrac{1}{5}$. 3070. 0, $\dfrac{1}{4}$.

3071. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=2\,(2x+y)^{2x+y}\,[1+\ln(2x+y)]$;

$\dfrac{\partial z}{\partial y}=(2x+y)^{2x+y}\,[1+\ln(2x+y)]$.

3072. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{3}{x\ln y}\left(1+\dfrac{\ln x}{\ln y}\right)^2$; $\dfrac{\partial z}{\partial y}=-\dfrac{3\ln x}{y\ln^2 y}\left(1+\dfrac{\ln x}{\ln y}\right)^2$.

3073. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=ye^{\operatorname{sen}\pi xy}(1+\pi xy\cos\pi xy)$; $\dfrac{\partial z}{\partial y}=xe^{\operatorname{sen}\pi xy}(1+\pi xy\cos\pi xy)$.

3074. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{1-x^2-y^2-\sqrt{x^2+y^2}}{(1+\sqrt{x^2+y^2})^2}\,2x$;

$\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{1-x^2-y^2-\sqrt{x^2+y^2}}{(1+\sqrt{x^2+y^2})^2}\,2y$.

3075. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{y\sqrt{x^y}}{2x\,(1-x^y)}$; $\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{\sqrt{x^y}\ln x}{2\,(1+x^y)}$.

3076. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{y}{(1+\sqrt{xy})\sqrt{xy-x^2y^2}}$;

$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{x}{(1+\sqrt{xy})\sqrt{xy-x^2y^2}}$.

3077. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{y^2+2xy}{\sqrt{1+(xy^2+yx^2)^2}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x^2+2xy}{\sqrt{1+(xy^2+yx^2)^2}}$.

3078. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{1}{x^2}\sqrt{\frac{xy-x-y}{xy+x+y}}$; $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{1}{y^2}\sqrt{\frac{xy-x-y}{xy+x+y}}$.

3079. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{y\left[\left(1+\operatorname{arctg}^2\frac{y}{x}\right)^2+2\operatorname{arctg}^3\frac{y}{x}\right]}{(x^2+y^2)\left(1+\operatorname{arctg}^2\frac{y}{x}\right)\left(1+\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\right)^2}$;

$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x\left[\left(1+\operatorname{arctg}^2\frac{y}{x}\right)^2+\operatorname{arctg}^3\frac{y}{x}\right]}{(x^2+y^2)\left(1+\operatorname{arctg}^2\frac{y}{x}\right)\left(1+\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\right)^2}$.

3080. $\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{4kx}{(x^2+y^2+z^2)^3}$; $\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{4ky}{(x^2+y^2+z^2)^3}$;

$\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{4kz}{(x^2+y^2+z^2)^3}$.

3081. $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{z(x-y)^{z-1}}{1+(x-y)^{2z}}$; $\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{z(x-y)^{z-1}}{1+(x-y)^{2z}}$;

$\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{(x-y)^z\ln(x-y)}{1+(x-y)^{2z}}$.

3082. $\frac{\partial u}{\partial x}=yz(\operatorname{sen}x)^{yz-1}\cos x$; $\frac{\partial u}{\partial y}=z(\operatorname{sen}x)^{yz}\ln\operatorname{sen}x$;

$\frac{\partial u}{\partial z}=y(\operatorname{sen}x)^{yz}\ln\operatorname{sen}x$.

3083. $\frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{x}=\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{y}=\frac{\frac{\partial u}{\partial z}}{z}=\frac{2}{r(r^2-1)}$, donde $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

3084. $\frac{\partial w}{\partial x}=(2xy^2-yzv)\operatorname{tg}^3\alpha$; $\frac{\partial w}{\partial y}=(2x^2y-xzv)\operatorname{tg}^3\alpha$;

$\frac{\partial w}{\partial z}=(2zv^2-xyv)\operatorname{tg}^3\alpha$; $\frac{\partial w}{\partial v}=(2z^2v-xyz)\operatorname{tg}^3\alpha$,

donde $\alpha=x^2y^2+z^2v^2-xyzv$.

3085. 4.

3086. $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{\substack{z=b\\t=a}}=\frac{3b}{2}\sqrt{\frac{ab}{b^2-a^2}}$; $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{\substack{z=b\\t=a}}=-\frac{3a}{2}\sqrt{\frac{ab}{b^2-a^2}}$.

3087. 1 y -1. 3088. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 3089. $\frac{3}{2}$. 3090. $-\frac{13}{22}$. 3091. 45°.

3092. 30°. 3093. $\operatorname{arctg}\frac{4}{7}$.

3094. $d_xz=(y^3-6xy^2)\,dx$; $d_yz=(3xy^2-6x^2y+8y^3)\,dy$.

3095. $d_xz=\dfrac{x\,dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $d_yz=\dfrac{y\,dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

3096. $d_xz=\dfrac{y(y^2-x^2)\,dx}{(x^2+y^2)^2}$; $d_yz=\dfrac{x(x^2-y^2)\,dy}{(x^2+y^2)^2}$.

3097. $d_xu=\dfrac{3x^2\,dx}{x^3+2y^3-z^3}$; $d_yu=\dfrac{6y^2\,dy}{x^3+2y^3-z^3}$; $d_zu=\dfrac{-3z^2\,dz}{x^3+2y^3-z^3}$.

3098. $\dfrac{1}{270}$. 3099. $\approx 0{,}0187$. 3100. $\dfrac{97}{600}$.

3101. $xy\,[(2y^3-3xy^2+4x^2y)\,dx+(4y^2x-3yx^2+2x^3)\,dy]$.

3102. $\dfrac{x\,dx+y\,dy}{x^2+y^2}$. 3103. $\dfrac{2(x\,dy-y\,dx)}{(x-y)^2}$. 3104. $\dfrac{y\,dx-x\,dy}{y\sqrt{y^2-x^2}}$.

3105. $(x\,dy+y\,dx)\cos(xy)$. 3106. $\dfrac{dx}{1+x^2}+\dfrac{dy}{1+y^2}$.

3107. $\dfrac{4xy(x\,dy-y\,dx)}{(x^2-y^2)^2}$. 3108. $\dfrac{x\,dy+y\,dx}{1+x^2y^2}$.

3109. $x^{zy-1}(yz\,dx+zx\ln x\,dy+xy\ln x\,dz)$. 3110. 0,08. 3111. $0{,}25e$.

3112. $\dfrac{1}{36}$. 3113. $\approx 7{,}5$. 3114. $\approx 0{,}005$. 3115. $\approx 1{,}08$.

3116. 5. 3117. $1{,}8\pm 0{,}2$. 3118. 4730 ± 100.

3119. $2\delta_a+\dfrac{\delta_B B\,\text{sen}\,C}{\text{sen}\,B\,\text{sen}\,(B+C)}+\dfrac{\delta_C C\,\text{sen}\,B}{\text{sen}\,C\,\text{sen}\,(B+C)}$.

3120. Crece con la velocidad igual a 444 cm^2/s. 3121. En ≈ 2575 cm^3.

3123. $dr=\dfrac{s}{p}\,ds+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{s^2}{2p^2}\right)dp=0{,}16$ cm, es decir, cerca de 1%.

3124. $e^{\text{sen}\,t-2t^3}(\cos t-6t^2)$. 3125. $\text{sen}\,2t+2e^{2t}+e^t(\text{sen}\,t+\cos t)$.

3126. $\dfrac{3-12t^2}{\sqrt{1-(3t-4t^3)^2}}$.

3127. $\dfrac{\partial z}{\partial u}=3u^3\,\text{sen}\,v\cos v(\cos v-\text{sen}\,v)$;

$\dfrac{\partial z}{\partial v}=u^3(\text{sen}\,v+\cos v)(1-3\,\text{sen}\,v\cos v)$.

3128. $\dfrac{\partial z}{\partial u}=2\dfrac{u}{v^2}\ln(3u-2v)+\dfrac{3u^2}{v^2(3u-2v)}$;

$\dfrac{\partial z}{\partial v}=-\dfrac{2u^2}{v^3}\ln(3u-2v)-\dfrac{2u^2}{v^2(3u-2v)}$.

3129. $\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{e^x}{e^x+e^y}$; $\dfrac{du}{dx}=\dfrac{e^x+3e^{x^3}x^2}{e^x+e^{x^3}}$.

3130. $\dfrac{dz}{dx}=\dfrac{e^x(x+1)}{1+x^2e^{2x}}$. 3131. $\dfrac{du}{dx}=\dfrac{1}{1+x^2}$.

3132. $\dfrac{dz}{dt}=\left(3-\dfrac{4}{t^3}-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}\right)\sec^2\left(3t+\dfrac{2}{t^2}-\sqrt{t}\right)$.

3133. $\dfrac{du}{dx}=e^{ax}\,\text{sen}\,x$.

3134. $dz=\frac{y^2\,dx+x^2\,dy}{(x+y)^2}\operatorname{arctg}(xy+x+y)+\frac{xy\,[(y+1)\,dx+(x+1)\,dy]}{(x+y)\,[1+(xy+x+y)^2]}$.

3135. $\frac{e^{\frac{x^2+y^2}{xy}}}{x^2y^2}\,[(y^4-x^4+2xy^3)\,x\,dy+(x^4-y^4+2x^3y)\,y\,dx]$.

3136. $\left.\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial x}&=2x\,\frac{\partial f}{\partial u}+ye^{xy}\,\frac{\partial f}{\partial v};\\ \frac{\partial z}{\partial y}&=-2y\,\frac{\partial f}{\partial u}+xe^{xy}\,\frac{\partial f}{\partial v}\end{aligned}\right\}\quad \begin{aligned}u&=x^2-y^2;\\ v&=e^{xy}.\end{aligned}$

3145. $\frac{3x^2y-y^3}{3xy^2-x^3}$. 3146. $\frac{x\,(y^2-2x^2)}{y\,(2y^2-x^2)}$. 3147. $\frac{ye^{xy}-ye^{x}-e^{y}}{xe^{y}+e^{x}-xe^{xy}}$.

3148. $-\frac{x}{y}\cdot\frac{2\,(x^2+y^2)-a^2}{2\,(x^2+y^2)+a^2}$. 3149. $\frac{y}{x}\cdot\frac{2x+e^{xy}-\cos xy}{\cos xy-e^{xy}-x}$.

3150. $-\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$. 3151. $\frac{y^2}{1-xy}$. 3152. $\frac{a^2}{(x+y)^2}$. 3153. $\frac{2y}{x\,(y-1)}$.

3154. $\frac{y}{y-1}$. 3155. $\frac{y^2\ln x-1}{x^2\ln y-1}$.

3157. $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\substack{x=6\\y=2}}=\frac{4}{3};\quad\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\substack{x=6\\y=8}}=-\frac{4}{3}$.

3158. -1. 3161. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{c^2x}{a^2z};\quad\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{c^2y}{b^2z}$.

3162. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{2-x}{z+1};\quad\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2y}{z+1}$.

3163. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{yz}{xy+z^2};\quad\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{xz}{xy+z^2}$

3164. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{z}{x\,(z-1)};\quad\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{z}{y\,(z-1)}$.

3167. $dz=-\frac{\operatorname{sen}2x\,dx+\operatorname{sen}2y\,dy}{\operatorname{sen}2z}$. 3168. $z=\frac{x^2-y^2}{4}$.

3169. $z=\frac{3xy-x^3}{2}$. 3170. $z=k\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$. 3171. $dz=\frac{x\,dx}{z}-\frac{y\,dy}{z}$.

3172. $dz=\frac{x\,dx}{a}+\frac{y\,dy}{a}$. 3173. $dz=\sqrt{z}\,(x\,dx-y\,dy)$.

3174. $2\,(x\,dx+y\,dy)$.
3175. $2\,(x\,dx+y\,dy)$.
3176. $dz=e^{-u}\,[(v\cos v-u\operatorname{sen}v)\,dx+(u\cos v+v\operatorname{sen}v)\,dy]$.

3185. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{2x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}};\quad\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{x^2+2y^2}{\sqrt{x^2+y^2}};\quad\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}=\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

3186. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=-\frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}};\quad\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{x^3+(x^2-y^2)\sqrt{x^2+y^2}}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\,(x+\sqrt{x^2+y^2})^2};$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}=-\frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

3187. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{2y}{(1+y^2)^2}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = 0$.

3188. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2a^2 \cos 2(ax+by)$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2b^2 \cos 2(ax+by)$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} =$
$= 2ab \cos 2(ax+by)$.

3189. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = e^{xe^y+2y}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x(1+xe^y)\, e^{xe^y+y}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = (1+xe^y)\, e^{xe^y+y}$.

3190. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{4y}{(x+y)^3}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{4x}{(x+y)^3}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = \frac{2(x-y)}{(x+y)^3}$.

3191. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\ln y(\ln y+1)}{x^2}\, e^{\ln x \ln y}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\ln x(\ln x-1)}{y^2}\, e^{\ln x \ln y}$;
$\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = \frac{\ln x \ln y + 1}{xy}\, e^{\ln x \ln y}$.

3192. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{xy^3}{\sqrt{(1-x^2y^2)^3}}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{x^3 y}{\sqrt{(1-x^2y^2)^3}}$;
$\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2y^2)^3}}$.

3193. $\frac{(x-z)\,y}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2-2xz)^3}}$. 3194. $2y^3(2+xy^2)\, e^{xy^2}$.

3195. $\frac{4x(3y^2-x^2)}{(x^2+y^2)^3}$. 3196. $-x(2 \operatorname{sen} xy + xy \cos xy)$.

3197. $(x^2y^2z^2 + 3xyz + 1)\, e^{xyz}$.

3198. $mn(n-1)(n-2)\, p(p-1)\, x^{m-1} y^{n-3} z^{p-2}$. 3204. $a = -3$.

3209. $$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 - 2\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^3} =$$

$$= \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{vmatrix}.$$

3219. $-2y\, dx^2 + 4(y-x)\, dx\, dy + 2x\, dy^2$. 3220. $-\frac{(dx-dy)^2}{(x-y)^2}$.

3221. $\frac{(3x^2-y^2)\, dx^2 + 8xy\, dx\, dy + (3y^2-x^2)\, dy^2}{(x^2+y^2)^3}$.

3222. $2 \operatorname{sen} 2y\, dx\, dy + 2x \cos 2y\, dy^2$. 3223. $e^{xy}[(y\, dx + x\, dy)^2 + 2dx\, dy]$.

3224. $2(z\, dx\, dy + y\, dx\, dz + x\, dy\, dz)$.

3225. $-\cos(2x+y)(2\, dx + dy)^3$; $(2\, dx + dy)^3$; 0.

3226. $-\operatorname{sen}(x+y+z)(dx+dy+dz)^2$.

3227. $-\frac{c^4}{z^3}\left[\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)\frac{dx^2}{a^2} + \frac{2xy}{a^2b^2}\, dx\, dy + \left(\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)\frac{dy^2}{b^2}\right]$.

3228. $-\frac{2z\,[xy^3\, dx^2 + (x^2y^2 + 2xyz^2 - z^4)\, dx\, dy + x^3 y\, dy^2]}{(z^2-xy)^3}$.

3229. $-31{,}5\,dx^2+206\,dx\,dy-306\,dy^2$. 3230. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+y$.

3231. $y''-5y'+y$. 3232. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+ay$. 3233. $y-x''$. 3234. $-\dfrac{x'''}{x'^5}$.

3235. $-\dfrac{v''+2v}{v^3}$. 3236. $\dfrac{d\rho}{d\varphi}=\rho$. 3237. $\dfrac{2\rho'^2-\rho\rho''+\rho^2}{(\rho'^2+\rho^2)^{\frac{3}{2}}}$.

3238. $-\dfrac{\partial z}{\partial v}$. 3239. $\dfrac{\partial^2u}{\partial\rho^2}+\dfrac{1}{\rho^2}\dfrac{\partial^2u}{\partial\varphi^2}+\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial u}{\partial\rho}$.

3240. $\omega''(\rho)+\dfrac{1}{\rho}\omega'(\rho)+k\omega(\rho)$. 3241. $-4\dfrac{\partial^2w}{\partial u^2}+2$.

Al capítulo XI

3242. $x^3+2y^3-xy+h(3x^2-y)+k(6y^2-x)+3xh^2-hk+$
$+6yk^2+h^3+2k^3$.

3243. $\Delta z=15h^2-6hk+k^2+h^3$.

3244. $\Delta z=-2h+7k-4h^2+4hk+2k^2-2h^3-$

$$-h^2k+\frac{5}{2}hk^2+\frac{1}{4}k^3-h^3k+\frac{1}{2}h^2k^2+\frac{1}{4}hk^3;$$

$$f(1{,}02;\ 2{,}03)\approx 2{,}1726.$$

3245. $Ax^2+By^2+Cz^2+Dxy+Eyz+Fzx+$
$+(2Ax+Dy+Fz)h+(2By+Dx+Ez)k+$
$+(2Cz+Ey+Fx)l+Ah^2+Bk^2+Cl^2+Dhk+Ekl+Fhl$.

3246. $z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+\dfrac{1}{2}\left(y-\dfrac{\pi}{4}\right)-$

$$-\frac{1}{4}\left[\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^2-2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\left(y-\frac{\pi}{4}\right)+\left(y-\frac{\pi}{4}\right)^2\right]-$$

$$-\frac{1}{6}\left[\cos\xi\cos\eta\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^3+3\operatorname{sen}\xi\cos\eta\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^2\left(y-\frac{\pi}{4}\right)+\right.$$

$$\left.+3\cos\xi\operatorname{sen}\eta\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\left(y-\frac{\pi}{4}\right)^2+\operatorname{sen}\xi\cos\eta\left(y-\frac{\pi}{4}\right)^3\right].$$

3247. $z=1+(x-1)+(x-1)(y-1)+\dfrac{1}{2}(x-1)^2(y-1)+\ldots;\ z_1\approx 1{,}1021$.

3248. $e^x\left[\operatorname{sen}y+h\operatorname{sen}y+k\cos y+\dfrac{1}{2}(h^2\operatorname{sen}y+2hk\cos y-k^2\operatorname{sen}y)+\right.$

$$\left.+\frac{1}{6}(h^3\operatorname{sen}y+3h^2k\cos y-3hk^2\operatorname{sen}y-k^3\cos y)\right]+\ldots;\ z_1\approx 1{,}1051.$$

3249. $y+xy+\dfrac{1}{2}x^2y-\dfrac{1}{6}y^3+\ldots$

3250. $y+\dfrac{1}{2!}(2xy-y^2)+\dfrac{1}{3!}(3x^2y-3xy^2+2y^3)+\ldots$

3251. $1+(x+y)+\ldots+\dfrac{x^{n+1}-y^{n+1}}{x-y}+\ldots$

3252*. $x-y-\frac{1}{3}(x^3-y^3)+\frac{1}{5}(x^5-y^5)-\ldots+\frac{(-1)^n}{2n+1}(x^{2n+1}-y^{2n+1})+\ldots$

Fijarse en que $\operatorname{arctg}\frac{x-y}{1+xy}=\operatorname{arctg} x-\operatorname{arctg} y$.

3253. $\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}\right)\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{y^n}{n}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{x^n y^m}{nm}$.

3254. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(x+y)^n-x^n-y^n}{n}$. 3255. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{(x^2+y^2)^{2n+1}}{(2n+1)!}$.

3256. $\sum_{m=0}^{\infty}\frac{x^m}{m!}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{y^{2n}}{(2n)!}=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^m y^{2n}}{m!\,(2n)!}$.

3257. $z=1+(x-1)+\frac{1}{4}(y-1)-\frac{1}{8}(x-1)(y-1)+\frac{9}{64}(y-1)^2+\ldots$

3259. $(0, 0)$, $(-5/3, 0)$, $(-1, 2)$, $(-1, -2)$.
3260. $(1/2, -1)$.
3261. $(0, 0)$, $(0, a)$, $(a, 0)$, $(a/3, a/3)$.
3262. $(0, 0)$, $(0, 2b)$, (a, b), $(2a, 0)$, $(2a, 2b)$.
3263. $(\pi/6, \pi/6)$.
3264. $(b/a, c/a)$. 3265. $(-2/3, -2/3)$.
3266. $(2, 1, 7)$. 3267. $(6, 4, 10)$.

3268. A y C son los máximos, B es el mínimo; en el entorno de D la superficie ofrece la forma de ensilladura, a lo largo de EF la función conserva su valor constante.

3269. $(-2, 0)$, $(16/7, 0)$, cada uno de los puntos es estacionario para una de las ramas de la función.

3270. $(1, 1)$, $(-1, -1)$.

3271*. $(0, 0)$. Para comprobar que el punto hallado es el del máximo basta presentar la función en la forma $z=10-(x-y)^2-2x^2-y^2$.

3272. $(2, -2)$.

3273. $(-1, 1)$.

3277. En el punto $(6, 4)$ se halla el máximo.

3278. En el punto $(0, 0)$ no existe el extremo. En el punto $(1, 1)$ se halla el mínimo.

3279. Los valores máximos y mínimos se hallan en la frontera del dominio; el máximo es $z=4$ y se halla en los puntos $(2, 0)$ y $(-2, 0)$; el mínimo es $z=-4$ y se halla en los puntos $(0, 2)$ y $(0, -2)$. El punto estacionario $(0, 0)$ no da extremo.

3280. El valor máximo $z=17$ se halla en el punto $(1, 2)$; el valor mínimo $z=-3$ se halla en el punto $(1, 0)$; el punto estacionario $(-4, 6)$ se encuentra fuera del dominio dado.

3281. El valor máximo $z=4$ se halla en el punto estacionario $(2, 1)$ (de este modo este punto resulta el punto del máximo). El valor mínimo $z=-64$ se halla en el punto $(4, 2)$, en la frontera.

3282. El valor mínimo de la función es $z=0$ y se halla en el punto $(0, 0)$. El valor máximo es $z=3/e$ y se halla en los puntos $(0, \pm 1)$.

3283. $z_{\text{máx}}=\frac{3}{2}\sqrt{3}$ en el punto $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ (máximo),

$z_{\text{mín}}=0$ en el punto $(0, 0)$ (en la frontera).

3284. Todos los sumandos son iguales entre sí.

3285. Todos los factores son iguales entre sí.

3286. $\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right)$. 3287. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=3$.

3288. $x=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{n}$, $y=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i}{n}$. 3289. $(3, \sqrt{39}, 0)$; $(3, -\sqrt{39}, 0)$.

3290. El cubo. 3291. En el punto $(1, 1)$ está el mínimo, $z=2$.

3292. (a, a) ó $(-a, -a)$, $z=a^2$ (el máximo), $(a, -a)$ ó $(-a, a)$, $z=-a^2$ (el mínimo).

3293. $(-a\sqrt{2}, -a\sqrt{2})$, $z=-\sqrt{2}/a$ (el mínimo), $(a\sqrt{2}, a\sqrt{2})$, $z=\sqrt{2}/a$ (el máximo).

3294. Los puntos estacionarios son $x=-\frac{1}{2}\operatorname{Arctg}\frac{b}{a}$, $y=\frac{1}{2}\operatorname{Arctg}\frac{a}{b}$.

3295. $(3, 3, 3)$, $u=9$ (el mínimo).

3296. Cada una de dos de las variables es igual a 2, la tercera es igual a 1 (el mínimo igual a 4); cada una de dos de las variables es igual a $\frac{4}{3}$, la tercera es igual a $\frac{7}{3}$ $\left(\text{el máximo igual a } \frac{112}{27}\right)$.

3297*. Analizar si la función $\frac{x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2}{n}$ tiene el mínimo cuando $x_1+x_2+\ldots+x_n=A$. En general, es válida la relación $\frac{\sum x_i^k}{n} \geqslant \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^k$, si $k \geqslant 1$ y $x_i \geqslant 0$.

3299. $u_{\text{mín}}=\frac{abc}{bc+ca+ab}$ para $x=\frac{bc}{bc+ca+ab}$; $y=\frac{ac}{bc+ac+ab}$;

$$z=\frac{ab}{bc+ac+ab}.$$

3300. $u_{\text{máx}}=1$, $u_{\text{mín}}=-\frac{1}{2}$. 3301. $\left(\frac{21}{13}, 2, \frac{63}{26}\right)$.

3302. $(3, -1, 1)$. 3303. a) $(-2, 0, 0)$; b) $(2, 0, 0)$.

3304. El cubo. 3305. El cubo. 3306. $\frac{8abc}{3\sqrt{3}}$.

3307. Si R es el radio de la base de la tienda de campaña; H, la altura de la parte cónica; h, la altura de la cúspide cónica, deben verificarse las siguientes relaciones:

$$R=\frac{h\sqrt{5}}{2}, \qquad H=\frac{h}{2}.$$

3308. Si l es el lado del trapecio, b, la base y α, el ángulo de inclinación del lado, deben verificarse las siguientes relaciones:
$l=b=\frac{2\sqrt{A}}{\sqrt[4]{3^3}}$, $\alpha=\frac{\pi}{3}$, donde A es el área dada de la sección. La superficie lavada es $u=2\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt{A}\approx 2{,}632\sqrt{A}$.

3309. El cubo.

3310. Cada uno de los lados de la base es igual a $2\alpha+\sqrt[3]{2v}$, la altura es dos veces menor: $\left(\alpha+\frac{1}{2}\sqrt[3]{2v}\right)$. 3311. a^3 (el cubo).

3312. El área mínima es igual a $3\sqrt{3}\,ab$.

3313. $\left(\frac{4}{\sqrt{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$ y $\left(-\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{3}{\sqrt{5}}\right)$.

3314. $\left(-\frac{5}{9}, -\frac{1}{9}\right)$. 3315. (3, 5). 3316. $z_{\text{máx}}=2$.

3317. Los lados del triángulo son $\sqrt{2S}$, $\sqrt{2S}$ y $2\sqrt{S}$.

3318. La altura es $\frac{H}{3}$, los lados de la base son $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ y $\frac{2b\sqrt{2}}{3}$, el volumen es $V=\frac{8}{27}abH$.

3319. Es el tetraedro.

3320. La normal a la elipse en el punto buscado debe ser perpendicular a la línea que une los puntos dados.

3321. La normal debe ser trazada en el punto cuyas coordenadas son

$$\left(\pm a\sqrt{\frac{a}{a+b}}, \pm b\sqrt{\frac{b}{a+b}}\right).$$

3322. $\left(9, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}\right)$; $\left(-9, -\frac{1}{8}, -\frac{3}{8}\right)$. 3323. $2\sqrt{2}$.

3324. $x+y=2$; $y=x$. 3325. $x-y+a=0$; $x+y-3a=0$.
3326. $x+2y-1=0$; $2x-y-2=0$.
3327. $x-y+2=0$; $x+y-2=0$. 3328. (0, 0). 3329. (0,0). 3330. (0, 0).
3331. $(a, 0)$. 3332. $(0, a)$, $(0, -a)$, $(a, 0)$, $(-a, 0)$.
3333. (2, 0), (−2, 0). 3334. (0, 3), (−3, 0), (−6, 3).
3335. (0, 0) es el punto doble. 3336. (0, 0) es el punto aislado.
3337. (0, 0) es el punto terminal.
3338. $k\pi$; $k=0, 1, 2, \ldots$ son los puntos de retroceso.
3339. $(a, 0)$ es el punto de retroceso. 3340. (0, 0).
3341. $x=-f'(a)$, $y=f(a)-af'(a)$; $y=x\arcsen x+\sqrt{1-x^2}$.
3342. $16y^3+27x^4=0$. 3342. $y^2=4ax$. 3344. $y=x/2$ e $y=-x/2$.
3345. $y=-x^4/4$. 3346. $y=0$ y $16y=x^4$.
3347. $y=x$ e $y=x-4/27$. La primera ecuación es el lugar geométrico de los puntos singulares; la segunda, la envolvente.

3348. $x^2+\frac{2}{3\sqrt{3}}y^2=0$ y $x^2-\frac{2}{3\sqrt{3}}y^3=0$. 3349. $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=d^{\frac{2}{3}}$.

3350. 4 rectas $x\pm y=\pm R$. 3351. $2by(x^2+y^2)+x^3=0$.

3352. Parábola $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$.

3353. Cicloide $x=\frac{R}{2}(t-\operatorname{sen} t)$, $y=\frac{R}{2}(1-\cos t)$.

3354. Elipse $x^2+\frac{y^2}{2}=R^2$. 3355. Hipérbola $xy=\frac{a}{4}$.

3357. Evoluta de la parábola $y^2=\frac{8}{27p}(x-p)^3$.

3359. Hipérbolas $xy=\frac{1}{2}$ y $xy=-\frac{1}{2}$.

3361. a) $2\boldsymbol{r}\cdot\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=2\,|\boldsymbol{r}|\cdot\dfrac{d\,|\boldsymbol{r}|}{dt}$;

b) $\left(\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right)^2+\boldsymbol{r}\,\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$; c) $\boldsymbol{r}\times\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$;

d) $\left(\boldsymbol{r}\,\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}\,\dfrac{d^3\boldsymbol{r}}{dt^3}\right)$.

3362. De la igualdad $\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\alpha(t)\,\boldsymbol{r}$ se deduce

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}=\frac{d\alpha}{dt}\,\boldsymbol{r}+\alpha\,\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\left(\frac{d\alpha}{dt}+\alpha^2\right)\boldsymbol{r}=\beta(t)\cdot\boldsymbol{r},\ \text{etc.}$$

3363. Derivando la igualdad $\boldsymbol{r}^2=$ const (véase el ejercicio 3361) obtenemos $\boldsymbol{r}\cdot\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=0$. La tangente a la línea esférica (o sea, a la línea situada en la esfera) es perpendicular al radio de la esfera trazado al punto de contacto. También se verifica el teorema inverso.

3368. $\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dx}=\dfrac{d\boldsymbol{r}}{du}\,\varphi'$; $\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dx^2}=\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{du^2}\,\varphi'^2+\dfrac{d\boldsymbol{r}}{du}\,\varphi''$;

$$\frac{d^3\boldsymbol{r}}{dx^3}=\frac{d^3\boldsymbol{r}}{du^3}\,\varphi'^3+3\,\frac{d^2\boldsymbol{r}}{du^2}\,\varphi'\varphi''+\frac{d\boldsymbol{r}}{du}\,\varphi'''.$$

3370. De la igualdad $\boldsymbol{a}\,\dfrac{d\boldsymbol{r}(\tau)}{dt}=0$, donde $t_1<\tau<t_2$, se deduce que en la línea cerrada (debido a la igualdad $\boldsymbol{r}(t_1)=\boldsymbol{r}(t_2)$) habrá un punto en el cual la tangente sea perpendicular a cualquier dirección previamente dada.

3371. La hodógrafa de la velocidad $\boldsymbol{v}\{a\cos t,\ a\operatorname{sen} t,\ 2bt\}$ es una hélice, la hodógrafa de la aceleración $\boldsymbol{w}\{-a\operatorname{sen} t,\ a\cos t,\ 2b\}$ es una circunferencia.

3372. La multiplicación escalar por $\boldsymbol{a}$ y por $\boldsymbol{r}$ da: $\boldsymbol{a}\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=0$, $\boldsymbol{r}\,\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=0$. De donde $\boldsymbol{a}\boldsymbol{r}=$ const, es la ecuación del plano, $\boldsymbol{r}^2=$ const, es la ecuación de la esfera. La trayectoria buscada es una circunferencia cuyo plano es perpendicular al vector $\boldsymbol{a}$.

3374. Elipse. La velocidad es máxima en el momento en que el punto material se halle al final del semieje menor, y es mínima en el momento en que el punto se halle al final del semieje mayor. La aceleración es máxima (mínima) en el momento en que la velocidad es mínima (máxima).

3375. Componentes de la velocidad $\dfrac{d\rho}{dt}$; $\rho\,\dfrac{d\varphi}{dt}$; $\rho\operatorname{sen}\varphi\,\dfrac{d\theta}{dt}$. *Indicación.* Hallar los productos escalares $\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}\,\boldsymbol{e}_\rho$; $\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}\,\boldsymbol{e}_\varphi$; $\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}\,\boldsymbol{e}_\theta$.

3376. $\dfrac{x-\dfrac{t^4}{4}}{t^2}=\dfrac{y-\dfrac{t^3}{3}}{t}=\dfrac{z-\dfrac{t^2}{2}}{1}$; $t^2x+ty+z=\dfrac{t^6}{4}+\dfrac{t^4}{3}+\dfrac{t^2}{2}$.

3377. $\dfrac{x-\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{-a\sqrt{2}}=\dfrac{y-\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}}=\dfrac{z-\dfrac{k}{8}}{\dfrac{k}{\pi}}$; $-x+y+\dfrac{k}{\pi a\sqrt{2}}z=\dfrac{k^2}{8\pi a\sqrt{2}}$.

3378. $x-6a=\frac{y-18a}{6}=\frac{z-72a}{36}$; $\quad x+6x+36z=2706a$.

3379. $\frac{x-\frac{\pi}{2}+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$; $\quad x+y+\sqrt{2}\cdot z=\frac{\pi}{2}+4$.

3380. $\frac{x-1}{12}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-4}{3}$; $\quad 12x-4y+3z-12=0$.

3381. $\frac{x+2}{27}=\frac{y-1}{28}=\frac{z-6}{4}$; $\quad 27x+28y+4z+2=0$.

3382. $\frac{x-x_0}{z_0}=\frac{y-y_0}{z_0}=\frac{z-z_0}{y_0+x_0}$; $\frac{x+y}{x_0+y_0}+\frac{z}{z_0}=2$.

3383. $\frac{x-x_0}{y_0^2z_0^2}=\frac{y-y_0}{x_0^2z_0^2}=\frac{z-z_0}{-x_0^2y_0^2}$; $\frac{x-x_0}{x_0^2}+\frac{y-y_0}{y_0^2}-\frac{z-z_0}{z_0^2}=0$.

3384. $r_0\left\{\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2},\ e^{\frac{\pi}{6}}\right\}$.

3385. $6x-8y-z+3=0$; $\frac{x-1}{6}=\frac{y-1}{-8}=\frac{z-1}{-1}$; $\frac{x-1}{31}=\frac{y-1}{26}=\frac{z-1}{-22}$.

3386. $\sqrt{b}\,(x-x_0)-\sqrt{a}\,(y-y_0)=0$; $\frac{x-x_0}{\sqrt{b}}=\frac{y-y_0}{-\sqrt{a}}=\frac{z-z_0}{0}$; $\frac{x-x_0}{\sqrt{2az_0}}=$

$$=\frac{y-y_0}{\sqrt{2bz_0}}=\frac{z-z_0}{-(a+b)}.$$

3387. $\frac{1}{e}\,x-ey-\sqrt{2}z+2=0$; $\frac{x-e}{-\frac{1}{e}}=\frac{y-\frac{1}{e}}{e}=\frac{z-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$;

$$\frac{x-e}{1}=\frac{y-\frac{1}{e}}{1}=\frac{z-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}\,\mathrm{sh}\,1}.$$

3389. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{3}$; $\quad 2x-y+3z-5=0$;

$\frac{x-1}{3}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$; $\quad 3x+3y-z-2=0$; $\frac{x-1}{8}=\frac{y}{-11}=\frac{z-1}{-9}$; $8x-11y-9z+1=0$.

3390. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{0}$; $\quad x-y=0$; $\frac{x-1}{0}=\frac{y-1}{0}=\frac{z-1}{1}$;

$z=1$; $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{0}$; $\quad x+y-2=0$.

3391. $\frac{x-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}}=\frac{y-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\sqrt{2}}=\frac{z-1}{4}$; $\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+4z=4$;

$\frac{x-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}}=\frac{y-\frac{\sqrt{2}}{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{z-1}{1}$; $\quad \sqrt{2}x+3\sqrt{2}y+z-5=0$;

$$\frac{x-\frac{\sqrt{2}}{2}}{13}=\frac{y-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-3}=\frac{z-1}{-4\sqrt{2}}; \quad -13x+3y+4\sqrt{2}z+\sqrt{2}=0.$$

3392. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-13}{3}=\frac{z}{6}; \quad 2x+3y+6z=37;$

$\frac{x+1}{6}=\frac{y-13}{2}=\frac{z}{-3}; \quad 6x+2y-3z=20;$

$\frac{x+1}{3}=\frac{y-13}{-6}=\frac{z}{2}; \quad 3x-6y+2z=-81.$

3393. Para cualquier punto de la línea la ecuación del plano osculador es $3x-2y-11=0$, o sea, toda la línea pertenece a este plano.

3394. El plano osculador es el mismo para todos los puntos de la línea. Su ecuación es

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3395. $\frac{\operatorname{ch}^2 t}{\operatorname{sh} t}$. 3396. $R=\sqrt{2}\operatorname{cosec} 2t$.

3398. $k=\sqrt{\frac{(y'z''-z'y'')^2+y''^2+z''^2}{(1+y'^2+z'^2)^3}}$.

3399. $\boldsymbol{\tau}_1=\frac{\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}'|}, \quad \boldsymbol{\beta}_1=\frac{\boldsymbol{r}'\times\boldsymbol{r}''}{|\boldsymbol{r}'\times\boldsymbol{r}''|}, \quad \boldsymbol{\nu}_1=\frac{(\boldsymbol{r}'\times\boldsymbol{r}'')\times\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}'|\cdot|\boldsymbol{r}'\times\boldsymbol{r}''|}$.

3400. $\boldsymbol{\tau}_1=\boldsymbol{\nu}_1\times\boldsymbol{\beta}_1$; $\boldsymbol{\nu}_1=\boldsymbol{\beta}_1\times\boldsymbol{\tau}_1$; $\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\tau}_1\times\boldsymbol{\nu}_1$.

3401. El vector buscado $\boldsymbol{\omega}$ (si es que existe) es susceptible de ser presentado en la forma

$$\boldsymbol{\omega}=(\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\tau}_1)\,\boldsymbol{\tau}_1+(\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\nu}_1)\,\boldsymbol{\nu}_1+(\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\beta}_1)\,\boldsymbol{\beta}_1. \tag{1}$$

De todos los datos expuestos en el ejercicio (teniendo en cuenta las fórmulas de Frénet) se deduce que

$$\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\tau}_1=k\boldsymbol{\nu}_1; \quad \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\nu}_1=-k\boldsymbol{\tau}_1+T\boldsymbol{\beta}_1; \quad \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\beta}_1=-T\boldsymbol{\nu}_1. \tag{2}$$

Multiplicando estas igualdades de manera escalar por $\boldsymbol{\nu}_1$, $\boldsymbol{\beta}_1$, $\boldsymbol{\tau}_1$, respectivamente, obtenemos $\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\tau}_1=T$, $\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\nu}_1=0$, $\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\beta}_1=k$ y, por consiguiente, $\boldsymbol{\omega}=T\boldsymbol{\tau}_1+k\boldsymbol{\beta}_1$. La sustitución en las fórmulas (2) muestra que este vector satisface los datos expuestos en el ejercicio.

3402. $99+\ln 10\approx 101{,}43$. 3403. $a\ln(1+\sqrt{2})=a\ln\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8}$.

3404. $\sqrt{3}\,(e^t-1)$. 3405. 5. 3406. $4a$. 3407. $z\sqrt{2}$.

3408. $a\ln\frac{\sqrt{2a}+\sqrt{x}}{\sqrt{2a}-\sqrt{x}}$. 3409. $\frac{a}{2}\left(1+\frac{1}{2}\ln 3\right)$.

3410. $8x-8y-z=4$; $\frac{x-2}{8}=\frac{y-1}{-8}=\frac{z-4}{-1}$.

3411. $x+y-z-1=0$; $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. 3412. $z+a=0$, $x=a$, $y=a$.

3413. $17x+11y+5z=60$; $\frac{x-3}{17}=\frac{y-4}{11}=\frac{z+7}{5}$.

3414. $x-y+2z-\frac{\pi}{2}=0$; $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-\frac{\pi}{2}}{2}$.

3415. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=\sqrt{3}$;

$$a\left(x-\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)=b\left(y-\frac{b\sqrt{3}}{3}\right)=c\left(z-\frac{c\sqrt{3}}{3}\right).$$

3416. $x+11y+5z-18=0$; $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{11}=\frac{z+1}{5}$.

3417. $3x-2y-2z+1=0$; $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-2}$.

3418. $2x+y+11z-25=0$; $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{11}$.

3419. $5x+4y+z-28=0$; $\frac{x-2}{5}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-6}{1}$.

3421. $x-y+2z=\sqrt{\frac{11}{2}}$ y $x-y+2z=-\sqrt{\frac{11}{2}}$.

3422. $x+y+z=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

3424. Todos los planos pasan por el origen de coordenadas.

3425. $x_0x+y_0y+z_0z=a^2$; $\frac{x}{x_0}=\frac{y}{y_0}=\frac{z}{z_0}$.

3426. $\frac{xx_0}{a^2}-\frac{yy_0}{b^2}=2(z+z_0)$; $\frac{a(x-x_0)}{bx_0}=-\frac{b(y-y_0)}{ay_0}=\frac{z-z_0}{-2ab}$.

3428. $\frac{9}{2}a^2$. **3430.** $2x+y-z=2$. **3434.** $4x-2y-3z+3$.

3435. Es paralelo al plano xOy en los puntos $(0, 3, 3)$ y $(0, 3, -7)$; al plano yOz en los puntos $(5, 3, -2)$ y $(-5, 3, -2)$; al plano xOz en los puntos $(0, -2, -2)$ y $(0, 8, -2)$.

3436. a) $6u_0v_0x-3(u_0+v_0)y+2z+(u_0+v_0)(u_0^2-4u_0v_0+v_0^2)=0$;

b) $3(x_0^2-y_0)x-3x_0(y+y_0)+2z+4z_0=0$.

3437. $2z(x^2+y^2+z^2)+p(x^2+y^2)=0$.

3438. $(x^2+y^2+z^2)^3=27a^2xyz$.

3439. 1) $\{-2, 1\}$; 2) $\{10xy-3y^3, 5x^2-9xy^2+4y^3\}$.

3440. 1) $6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$; 2) $\frac{1}{3}(2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})$; 3) $\frac{-y_0\boldsymbol{i}+x_0\boldsymbol{j}}{x_0^2+y_0^2}$.

3441. 1) $\operatorname{tg}\varphi\approx 0{,}342$, $\varphi\approx 18°\,52'$; 2) $\operatorname{tg}\varphi\approx 4{,}87$, $\varphi\approx 78°\,24'$.

3442. El semieje negativo y.

3443. 1) $\cos\alpha\approx 0{,}99$, $\alpha=8°$; 2) $\cos\alpha\approx -0{,}199$, $\alpha\approx 101°\,30'$.

3444. 1) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right)$; $\left(\frac{7}{3}; -\frac{3}{4}\right)$; 2) Los puntos situados en la circunferencia $x^2+y^2=\frac{2}{3}$.

3447. 1) $\{3x_0^2y_0^2z_0,\ 2x_0^3y_0z_0,\ x_0^3y_0^2\}$; 2) $\frac{x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=\frac{\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|}$, donde $\boldsymbol{r}$ es el radio vector.

3450. 1) $2r$; 2) $2\frac{r}{|r|}$; 3) $2F'(r^2)\,r$; 4) $a(br)+b(ar)$; 5) $a\times b$.

3451. 1) 0; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $-\sqrt{5}$; 4) $\frac{\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha}{2}$. **3452.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

3453. $\frac{1}{2}$. **3455.** 1) 5; 2) $\frac{98}{13}$. **3456.** -22. **3459.** $\frac{1}{r^2}$.

Al capítulo XII

3460. $M=\iint\limits_D \gamma(x, y)\,d\sigma$. **3461.** $E=\iint\limits_D \sigma(x, y)\,d\sigma$.

3462. $T=\frac{1}{2}\omega^2\iint\limits_D y^2\gamma(x, y)\,d\sigma$.

3463. $Q=(t_2-t_1)\iint\limits_D c(x, y)\,\gamma(x, y)\,d\sigma$.

3464. $M=\iiint\limits_\Omega \gamma(x, y, z)\,dv$. **3465.** $E=\iiint\limits_\Omega \delta(x, y, z)\,dv$.

3466. $8\pi(5-\sqrt{2})<I<8\pi(5+\sqrt{2})$. **3467.** $36\pi<I<100\pi$.

3468. $2<I<8$. **3469.** $-8<I<\frac{2}{3}$. **3470.** $0<I<64$.

3471. $4<I<36$. **3472.** $4<I<8(5-2\sqrt{2})$. **3473.** $4\pi<I<22\pi$.

3474. $0<I<\frac{4}{3}\pi R^5$. **3475.** $24<I<72$.

3476. $28\pi\sqrt{3}<I<52\pi\sqrt{3}$. **3477.** 1. **3478.** $(e-1)^2$.

3479. $\frac{\pi}{12}$. **3480.** $\ln\frac{4}{3}$. **3481.** $\ln\frac{2-\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$.

3482. $\pi-2$. **3483.** 2. **3484.** $-\frac{\pi}{16}$.

3485. $\int\limits_3^5 dx \int\limits_{\frac{3x+1}{2}}^{\frac{3x+4}{2}} f(x, y)\,dy$. **3486.** $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{2-x} f(x, y)\,dy$.

3487. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y)\,dy$. **3488.** $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x-1}^{1-x} f(x, y)\,dy$.

3489. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{x^2}^{4-x^2} f(x, y)\,dy$. **3490.** $\int\limits_{-2}^{2} dx \int\limits_{-\frac{3}{2}\sqrt{4-x^2}}^{\frac{3}{2}\sqrt{4-x^2}} f(x, y)\,dy$.

3491. $\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{4x-x^2}}^{3+\sqrt{4x-x^2}} f(x, y)\,dy.$ 3492. $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x, y)\,dy.$

3493. $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y)\,dy + \int_2^3 dx \int_x^{6-x} f(x, y)\,dy.$

3494. $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{1}{3}} dx \int_{1-2x}^{x+3} f(x, y)\,dy + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} dx \int_x^{x+3} f(x, y)\,dy + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}} dx \int_x^{5-2x} f(x, y)\,dy.$

3495. $\int_0^1 dx \int_{\frac{x}{2}}^{2x} f(x, y)\,dy + \int_1^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{2}{x}} f(x, y)\,dy.$

3496. $\int_0^2 dx \int_{-2\sqrt{2x}}^{2x} f(x, y)\,dy + \int_2^{\frac{9}{2}} dx \int_{-2\sqrt{2x}}^{2\sqrt{2x}} f(x, y)\,dy +$

$+ \int_{\frac{9}{2}}^{8} dx \int_{-2\sqrt{2x}}^{24-4x} f(x, y)\,dy.$

3497. $\int_{-3}^{-2} dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} f(x, y)\,dy + \int_{-2}^{2} dx \int_{-\sqrt{1+x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} f(x, y)\,dy +$

$+ \int_2^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} f(x, y)\,dy.$

3498. $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{x} f(x, y)\,dy.$ 3499. $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y)\,dx.$

3500. $\int_0^r dy \int_{r-\sqrt{r^2-y^2}}^{y} f(x, y)\,dx.$ 3501. $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{4-2y^2}}^{\sqrt{4-2y^2}} f(x, y)\,dx.$

3502. $\int_1^2 dy \int_1^y f(x, y)\,dx + \int_2^4 dy \int_{\frac{y}{2}}^{2} f(x, y)\,dx.$

3503. $\int_0^4 dy \int_0^{\frac{y}{2}} f(x, y)\,dx + \int_4^6 dy \int_0^{6-y} f(x, y)\,dx.$

3504. 1) $\int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x, y)\,dx$; 2) $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x, y)\,dx$;

3) $\int_0^1 dy \int_{y^{\frac{3}{2}}}^{2-\sqrt{2y-y^2}} f(x, y)\,dx.$

3505. 1) $\int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^{2y} f(x, y)\,dx + \int_2^4 dy \int_{2y-3}^{\frac{y+6}{2}} f(x, y)\,dx$;

2) $\int_1^3 dy \int_{\frac{y+1}{2}}^{\frac{9-y}{2}} f(x, y)\,dx$; 3) $\int_{-1}^3 dx \int_0^{1+\sqrt{3+2x-x^2}} f(x, y)\,dy$;

4) $\int_0^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{3+\sqrt{1-y^2}} f(x, y)\,dx + \int_1^2 dy \int_{2-\sqrt{2y-y^2}}^{2+\sqrt{2y-y^2}} f(x, y)\,dx.$

3506. 1) $\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$; 2) 9; 3) $\frac{1}{2}$. **3507.** 0. **3508.** $\frac{33}{140}$. **3509.** $\frac{9}{4}$.
3510. -2. **3511.** $\frac{\pi}{6}$. **3512.** $\frac{4}{135}$. **3513.** 4. **3514.** 3. **3515.** $12\frac{2}{3}$.
3516. $\frac{2}{3}R$. **3517.** 6. **3518.** $\frac{abc\,(a+b+c)}{2}$. **3519.** $\frac{a^6}{48}$. **3520.** $\frac{a^{11}}{110}$.
3521. $2e-5$. **3522.** $\frac{1}{2}\left(\ln 2-\frac{5}{8}\right)$. **3523.** $\frac{1}{180}$. **3524.** $\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{2}$.

3525. 1) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R f(\rho\cos\varphi,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi)\,\rho\,d\rho$;

2) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{a\cos\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi)\,\rho\,d\rho$;

3) $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{b\,\mathrm{sen}\,\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3526. $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\operatorname{arctg} 2} d\varphi \int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3527. $\int\limits_{0}^{\operatorname{arctg}\frac{a}{b}} d\varphi \int\limits^{b\operatorname{sen}\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho +$

$$+\int\limits_{\operatorname{arctg}\frac{a}{b}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{a\cos\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\rho)\,\rho\,d\rho.$$

3528. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int\limits_{0}^{\sec\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3529. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{\sqrt{2}\sec\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right)}^{2} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3530. $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int\limits_{0}^{a\sqrt{\cos 2\varphi}} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3531. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{a\operatorname{sen}2\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3532. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{R} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3533. $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{\frac{R}{2\operatorname{sen}\varphi}}^{2R\operatorname{sen}\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3534. $\frac{\pi}{2}\int\limits_{0}^{R} f(\rho^2)\,\rho\,d\rho.$ 3535. $\frac{R^2}{2}\int\limits_{0}^{\operatorname{arctg} R} f(\operatorname{tg}\varphi)\,d\varphi.$

3536. $\frac{\pi}{4}\left[(1+R^2)\ln(1+R^2)-R^2\right].$

3537. $\frac{\pi(\pi-2)}{8}$. 3538. $\pi R^2 h$. 3539. $\frac{R^3}{3}\left(\pi-\frac{4}{3}\right)$. 3540. $\frac{\pi^2}{6}$.

3542. $x=2\rho\cos\varphi,\ y=3\rho\,\mathrm{sen}\,\varphi;\ I=6\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1 f(2\rho\cos\varphi,\ 3\rho\,\mathrm{sen}\,\varphi)\,\rho\,d\rho.$

3543. $x=\rho\cos\varphi,\ y=\sqrt{3}\,\rho\,\mathrm{sen}\,\varphi;$

$$I=\sqrt{3}\int\limits_0^{\pi}d\varphi\int\limits_0^{\sqrt{3}\cos^2\varphi\,\mathrm{sen}\,\varphi} f(\rho\cos\varphi,\ \sqrt{3}\,\rho\,\mathrm{sen}\,\varphi)\,\rho\,d\rho.$$

3544. $x=a\rho\cos\varphi,\ y=b\rho\,\mathrm{sen}\,\varphi;\ I=ab\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_1^2 f\left(\sqrt{4-\rho^2}\right)\rho\,d\rho.$

3545. $\frac{a^2b^2}{8}$. 3546. $\frac{1}{\sqrt[4]{6}}$. 3547. $\int\limits_0^1 dz\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}d\varphi\int\limits_0^R f(\rho\cos\varphi,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi,\ z)\,\rho\,d\rho.$

3548. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_0^{2\cos\varphi}\rho\,d\rho\int\limits_0^{\rho^2} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi,\ z)\,dz.$

3549. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_0^R f(\rho\cos\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta,\ \rho\cos\theta)\,\rho^2\,d\rho.$

3550. $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}d\varphi\int\limits_0^{R\sqrt{\cos 2\varphi}}\rho\,d\rho\int\limits_{-\sqrt{R^2-\rho^2}}^{\sqrt{R^2-\rho^2}} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi,\ z)\,dz.$

3551. $\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^{\frac{R\sqrt{3}}{2}}\rho\,d\rho\int\limits_{R-\sqrt{R^2-\rho^2}}^{\sqrt{R^2-\rho^2}} f(\rho\cos\varphi,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi,\ z)\,dz$ ó

$$\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta\int\limits_0^R f(\rho\cos\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta,\ \rho\cos\theta)\,\rho^2\,d\rho+$$

$$+\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta\int\limits_0^{2R\cos\theta} f(\rho\cos\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta,\ \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta,\ \rho\cos\theta)\,\rho^2\,d\rho.$$

3552. $\frac{\pi a}{2}$. 3553. $\frac{8}{9}a^2$. 3554. $\frac{4}{15}\pi R^5$. 3555. $\frac{\pi}{8}$.

3556. $\frac{4}{15}\pi(R^5-r^5)$. 3557. $\frac{2\pi}{3}$. 3558. $\pi\left[3\sqrt{10}+\ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{10}-3}-\sqrt{2}-8\right]$.

3559. $186\frac{2}{3}$. 3560. $\frac{ab}{6}\left(\frac{a^2}{p}+\frac{b^2}{q}\right)$. 3561. $\frac{abc}{6}$. 3562. 12. 3563. $\frac{1}{6}$.

3564. $78\frac{15}{32}$. 3565. $\frac{48}{5}\sqrt{6}$. 3566. 16. 3567. 45.

3568. $13\frac{1}{3}$. 3569. $16\frac{1}{5}$. 3570. $ar^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{3}\right)$. 3571. 22π.

3572. $\frac{16}{3}R^3$. 3573. $12\frac{4}{21}$. 3574. $\frac{4R^5}{15a^2}$. 3575. 27. 3576. $\frac{3}{8}$.

3577. $\frac{88}{105}$. 3578. $\frac{1}{3}abc$. 3579. $\frac{\pi a^3}{4}$. 3580. $2\left(e^2-\frac{2e^3+1}{9}\right)$.

3581. $3e-8$. 3582*. $4e-e^2-1$. El cuerpo es simétrico respecto al plano $y=x$. 3583. $2\left(\pi^2-\frac{35}{9}\right)$. 3584. $\frac{1}{45}$. 3585. $\frac{16}{9}$. 3586. $\frac{\pi}{4}$.

3587. 40π. 3588. 2π. 3589. $\frac{5}{2}\pi R^3$. 3590. $\frac{3}{2}\pi a^3$.

3591. $\frac{4}{3}a^2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}\right)$. 3592. $\frac{a^3}{24}$. 3593. $\frac{15}{8}\left(\frac{3\pi}{8}+1\right)$.

3594. $\frac{3}{2}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$. 3595. $\frac{\pi\sqrt{2}}{24}$. 3596. $\frac{\pi^2R^2h}{16}$. 3597. $\frac{1}{2}$.

3598. 2. 3599. πab. 3600. $\frac{ab}{6}$. 3601. $\frac{16}{3}$.

3602*. $\frac{5}{8}\pi a^2$. Pasar a las coordenadas polares. 3603. $\frac{3}{4}\pi$.

3604. $2a^2$. 3605. $\frac{2}{3}$. 3606. $\frac{1}{60}$. 3607. $\frac{1}{1260}$.

3608*. 1) $\frac{a^2b^2}{2c^2}$; 2) $\frac{39}{25}\pi$. Valerse del resultado del ejercicio 3541.

3609. 8. 3610. $\frac{7}{12}$. 3611. $\frac{3}{35}$. 3612. $4(4-3\ln 3)$.

3613*. $\frac{\pi}{2}$. La proyección del cuerpo al plano Oxy es un círculo.

3614. $\frac{\pi}{8}$. Pasar el origen de coordenadas al punto $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$.

3615*. $\frac{19}{6}\pi$ y $\frac{15}{2}\pi$. Pasar a las coordenadas cilíndricas.

3616. $\frac{5}{12}\pi R^3$. 3617. $\frac{\pi}{96}$. 3618. $\frac{92}{75}\pi R^3$.

3619*. $\frac{1}{3}\pi a^3$. Pasar a las coordenadas esféricas. 3620. $\frac{a^3}{360}$.

3621. $\frac{4}{21}\pi a^3$. 3622. $\frac{4}{3}\pi a^3$. 3623. $\frac{64}{105}\pi a^3$. 3624. $\frac{\pi^2a^3}{6}$.

3625. $\frac{21(2-\sqrt{2})}{4}\pi$. 3626. 14. 3627. 36. 3628. 8π.

3629. $2\sqrt{2}\,\pi p^2$. 3630*. $2\pi R^2$. Proyectar la superficie sobre el plano Oyz.

3631. $8\sqrt{2}\,ab$. 3632. $\frac{16}{3}(\sqrt{8}-1)$. 3633. $\frac{2\pi}{3}\{(1+R^2)^{\frac{3}{2}}-1\}$.

3634. $\frac{2\pi}{3}(\sqrt{8}-1)$. 3635. $4\pi a\,(a-\sqrt{a^2-R^2})$.

3636. $2R^2(\pi-2)$. 3637. $2R^2(\pi+4-4\sqrt{2})$.

3638. $\frac{\pi}{4}\left\{3\sqrt{2}-\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}\ln 2+\sqrt{2}\ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right\}$. 3639. $\frac{2a^2}{\operatorname{sen} 2\alpha}$.

3640*. $\frac{\pi R^2}{12}(\sqrt{3}-\sqrt{2})\approx 3.42\cdot 10^6 km^2$. Pasar a las coordenadas esféricas.

3641. $\frac{16}{3}\pi a^2$. 3642. $8R^2$. 3643. $\frac{ab^2}{2}$. 3644. $\frac{2}{3}R^3$. 3645. πR^3.

3646. $\frac{9}{4}a^3$. 3647. El momento estático es igual a $\frac{ah^2}{6}$.

3648. El centro de gravedad se halla en el eje menor, a la distancia igual a $\frac{4b}{3\pi}$ del eje mayor (b es el eje menor).

3649. $\xi=\left(1-\frac{\pi}{4}\right)(\sqrt{2}+1)$, $\eta=\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)(2+\sqrt{2})$.

3650. El centro de gravedad se halla en la bisectriz del ángulo α, a la distancia igual a $\frac{4}{3}R\frac{\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}}{\alpha}$ del centro del círculo.

3651. El centro de gravedad se halla en la bisectriz del ángulo α, a la distancia igual a $\frac{4}{3}R\frac{\operatorname{sen}^3\frac{\alpha}{2}}{\alpha-\operatorname{sen}\alpha}$ del centro del círculo.

3652. $\xi=\frac{3\pi}{16}$, $\eta=0$. 3653. $\frac{5}{4}\pi R^4$. 3654. $\frac{2}{3}a^4$. 3655. $\frac{\pi ab}{4}(a^2+b^2)$.

3656. $\frac{ab(a^2+b^2)}{12}$. 3657. $\frac{ah}{48}(a^2+12h^2)$. 3658. $\frac{3\pi R^4}{2}$. 3659. $ah\left(\frac{2h^2}{7}+\frac{a^2}{30}\right)$.

3660*. Seleccionar el sistema de coordenadas de tal modo que el origen de coordenadas coincida con el centro de gravedad de la figura y que uno de los ejes de coordenadas sea paralelo al eje respecto al cual se busca el momento de inercia.

3663. $\frac{a^2bc}{2}$, $\frac{ab^2c}{2}$ y $\frac{abc^2}{2}$. 3664. $\frac{\pi R^2H^2}{4}$. 3665. $\frac{\pi abc^2}{4}$.

3666. $\xi=\frac{14}{15}$, $\eta=\frac{26}{15}$, $\zeta=\frac{8}{3}$. 3667. $\xi=\frac{3}{8}a$, $\eta=\frac{3}{8}b$, $\zeta=\frac{3}{8}c$.

3668. $\xi=\frac{6}{5}$, $\eta=\frac{12}{5}$, $\zeta=\frac{8}{5}$. 3669. $\xi=\frac{18}{7}$, $\eta=\frac{15}{16}\sqrt{6}$, $\zeta=\frac{12}{7}$.

3670. $\xi=0$, $\eta=0$, $\zeta=\frac{5a}{83}(6\sqrt{3}+5)$.

3671. $\xi=0$, $\eta=0$, $\zeta=\frac{3R}{8}(1+\cos\alpha)$.

3672. $\xi=0,\ \eta=0,\ \zeta=\frac{9a}{20}$. 3673. $\xi=\frac{R}{2},\ \eta=\frac{R}{2},\ \zeta=\frac{R}{2}$.

3674. $\xi=0,\ \eta=0,\ \zeta=\frac{55+9\sqrt{3}}{130}$.

3675. $\frac{1}{3}M(b^2+c^2)$, $\frac{1}{3}M(c^2+a^2)$, $\frac{1}{3}M(a^2+b^2)$ y $\frac{1}{12}M(a^2+b^2+c^2)$.

3676. $\frac{7}{5}MR^2$. 3677. $\frac{1}{5}M(b^2+c^2)$, $\frac{1}{5}M(c^2+a^2)$, $\frac{1}{5}M(a^2+b^2)$.

3678. $M\left(\frac{R^2}{4}+\frac{H^2}{3}\right)$ y $\frac{M}{12}(H^2+3R^2)$. 3679. $\frac{2}{5}M\frac{R^5-r^5}{R^3-r^3}$.

3680. $\frac{1}{36}\pi R^2H(3R^2+H^2)$. 3681. $\frac{1}{2}M\left(R^2+\frac{1}{6}H^2\right)$. 3682. $\frac{55+9\sqrt{3}}{65}Mc^2$.

3683. $\frac{M}{2}(R^2+r^2)$. 3684. $\frac{4}{3}a^2$. 3685. $2\pi r(R-r)$.

3686. $\frac{4}{3}\gamma ab^2$. 3687. $2\pi\gamma(R^2-r^2)$. 3688. $\frac{\pi R^2H}{6}(3R^2+2H^2)$.

3689*. $\frac{\pi\gamma h^{n+3}\operatorname{tg}^2\alpha}{n+3}$. Si el eje Oz se toma por el del cono y el origen de coordenadas, por su vértice, la ecuación del cono es $x^2+y^2-z^2\operatorname{tg}^2\alpha=0$.

3690. $\frac{2}{3}\pi\gamma R^6$. 3691. $\frac{\pi a^5}{5}\left(18\sqrt{3}-\frac{97}{6}\right)$.

3692*. $\xi=0,\ \eta=0,\ \zeta=\frac{5}{4}R$. Pasar a las coordenadas cilíndricas.

3693*. $\frac{59}{480}\pi R^5$. Véase la indicación al ejercicio anterior.

3694*. Seleccionar el sistema de coordenadas de tal modo que el origen de coordenadas coincida con el centro de gravedad del cuerpo y uno de los ejes de coordenadas sea paralelo al eje respecto al cual se busca el momento de inercia.

3695. $\frac{Mkm}{a^2}$, donde M es la masa de la esfera, y k es la constante gravitacional.

3696*. Valerse del resultado del ejercicio anterior.

3697. $\frac{17}{56}\frac{kM}{R^2}$, k es la constante gravitacional.

3699. El centro de presión se halla en el eje de simetría del rectángulo perpendicular al lado a, a la distancia igual a $\frac{2}{3}b$ del lado situado en la superficie. En el segundo caso (el lado a situado a la profundidad igual a h), la distancia que medie entre el centro de presión y el lado superior será igual a $\frac{2b}{3}\frac{b+\frac{3}{2}l}{b+2l}$, donde $l=\frac{h}{\operatorname{sen}\alpha}$. (Para $l\gg b$ el centro de presión casi coincide con el del rectángulo.)

3700. a) $\frac{h}{2}\operatorname{sen}\alpha$; b) $\frac{3}{4}h\operatorname{sen}\alpha$.

3701. El centro de presión se halla en el eje mayor de la elipse, a la distancia igual a $a+\frac{a^2}{4(a+h)}$ de su extremo superior.

3702*. Seleccionar el sistema de coordenadas de tal modo que uno de los planos de coordenadas coincida con el de la placa y uno de los ejes, con la línea de intersección de la superficie del líquido con el plano de la placa.

3703. Diverge. **3704.** 2π.

3705. $\frac{\pi}{4a^2}$. **3706.** 4. **3707.** 2. **3708.** $\frac{1}{4}$.

3709*. $\frac{\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha}$. Pasar a las coordenadas polares.

3710*. $\frac{1}{2}$. Cambiar el orden de integración.

3711. $\frac{1}{16}$. Véase la indicación al ejercicio anterior.

3712. Converge. **3713.** Diverge. **3714.** Converge.
3715. Diverge. **3716.** No.

3717. $\frac{8}{15}$. **3718.** $\frac{\pi}{16}$. **3719***. $\pi\sqrt{\pi}$; valerse de la integral de Poisson $\int\limits_0^\infty e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

3720. Diverge. **3721.** Converge. **3722.** Diverge.

3723. $\frac{8}{3}\pi R^3\left(\ln R-\frac{1}{3}\right)$. **3724***. π. (Véase la indicación al ejercicio 3719.) **3725.** $\frac{\pi}{4}$. **3726.** $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$. **3727.** $2\pi km\gamma\,(R+H-\sqrt{R^2+H^2})$. La fuerza está dirigida a lo largo del eje del cilindro, k es la constante gravitacional.

3728. $\frac{2\pi km\gamma H}{l}(l-H)$, donde l es la generatriz del cono. La fuerza está dirigida a lo largo del eje del cono.

3729. a) $a=4\gamma_C-3\gamma_0$, $b=\frac{4}{R}(\gamma_C-\gamma_0)$; b) $\frac{4}{3}\pi kR\gamma_C=\frac{kMm}{R^2}$.

3730. Está definida por todas partes excepto $x=0$. **3731.** 3π.

3733. $\frac{b}{8a^4}\left\{\frac{5a^2+3b^2}{(a^2+b^2)^2}+\frac{3}{ab}\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\right\}$.

3734. $\frac{1\cdot 3\cdot 5\ \dots\ (2n-3)}{2\cdot 4\cdot 6\ \dots\ (2n-2)}\,\frac{\pi}{2a^{2n-1}}\ (n>1)$.

3735. $\frac{(n-1)!}{a^n}$. **3736***. $\frac{\pi(a^2+b^2)}{4\,|ab|^3}$. Derivar respecto a a y b y sumar los resultados.

3737. $\ln(1+a)$. **3738.** $\frac{1}{2}\ln(1+a)$.

3739. $\frac{\pi}{2}\ln(a+\sqrt{1+a^2})$. **3740.** $\pi(\sqrt{1-a^2}-1)$.

3741. $\frac{\pi}{2}\ln(1+a)$, si $a\geqslant 0$; $-\frac{\pi}{2}\ln(1-a)$, si $a\leqslant 0$.

3742. $\pi\ln\frac{1+\sqrt{1-a^2}}{2}$.

3743. $\pi\operatorname{arcsen}a$. **3744.** $\pi\operatorname{arcsen}a$. **3745.** $\sqrt{\pi a}$.

3746*. $\sqrt{\pi}(\sqrt{b}-\sqrt{a})$. Derivar respecto a a o respecto a b.

3747*. $\operatorname{arctg}\frac{b}{a}-\operatorname{arctg}\frac{c}{a}=\operatorname{arctg}\frac{a(b-c)}{a^2+bc}$. Derivar respecto a b o c.

3748. $\frac{1}{2}\ln\frac{a^2+b^2}{a^2+c^2}$. 3749*. $\pi\ln\frac{a+b}{2}$. Derivar respecto a a o b.

3750. $\frac{\pi}{2}\ln(1+a)$, si $a>0$; $-\frac{\pi}{2}\ln(1-a)$, si $a<0$;

$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{x}{\operatorname{tg}x}dx=\frac{\pi}{2}\ln 2$. 3751*. $\ln\frac{1+\beta}{1+\alpha}$. Efectuar la integración respecto al parámetro n deste α hasta β.

3752. $\sqrt{\pi}(b-a)$. 3753. $\int\limits_0^\infty\frac{\cos x\,dx}{\sqrt{x}}=\int\limits_0^\infty\frac{\operatorname{sen}x\,dx}{\sqrt{x}}\sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

3755. $\frac{\pi}{2}\ln\frac{a}{b}$. 3756. $\frac{1}{n}\ln\frac{b}{a}$.

3757*. $I=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\left[\int\limits_\varepsilon^\infty\frac{f(ax)-f(bx)}{\sqrt{x}}dx\right]=$

$$=\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\int\limits_\varepsilon^\infty\frac{f(ax)}{x}dx-\int\limits_\varepsilon^\infty\frac{f(bx)}{x}dx\right]=\lim_{\varepsilon\to 0}\int\limits_{a\varepsilon}^{b\varepsilon}\frac{f(x)}{x}dx.$$

Evaluamos la última integral sustituyendo $f(x)$ por sus valores máximo y mínimo en el intervalo $(a\varepsilon,\ b\varepsilon)$, y pasamos al límite.

3758. $\ln\frac{b}{a}$. 3759. $\ln\frac{b}{a}$. 3760. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{a+b}{a-b}\right|$. 3761. $ab\ln\frac{b}{a}$.

3762*. $\frac{3}{4}\ln 3$. Presentando $\operatorname{sen}^3 x$ en forma de la diferencia de los senos de los arcos múltiples, reducimos el problema de este ejercicio al del ejercicio anterior (seleccionando convenientemente a y b).

3763*. Para demostrar las relaciones se puede valerse de dos métodos, a saber: 1) efectuando la integración por partes; 2) cambiando el orden de integración en la integral doble que se obtiene después de sustituir $\Phi(az)$ por la integral.

3764*. Véase la indicación al ejercicio 3763.

3765*. Valerse del segundo método de la resolución del №3763. Para demostrar la segunda relación es necesario analizar la integral

$$\int\limits_0^\infty\frac{\operatorname{sen}ax\cos(x\operatorname{sen}\theta)}{x}dx$$

para $|a|>1$ y $|a|\leqslant 1$. Para ello transformar la expresión del numerador, y tener en cuenta que $\int\limits_0^\infty\frac{\operatorname{sen}x}{x}dx=\frac{\pi}{2}$ (integral de Dirichlet).

3767*. En el primer miembro de la igualdad sometida a prueba, poner las expresiones para y' o y'' que se obtienen derivando la integral y respecto al parámetro. Efectuar la integración por partes de uno de los sumandos obtenidos.
3768*. Véase la indicación al ejercicio 3767.
3769*. Véase la indicación al ejercicio 3767.

Al capítulo XIII

3770. $\sqrt{5}\ln 2$. 3771. 24. 3772. $\frac{p^2}{3}(5\sqrt{5}-1)$. 3773. $2\pi a^{2n+1}$.

3774. $\frac{ab(a^2+ab+b^2)}{3(a+b)}$. 3775. $4\pi a\sqrt{a}$.

3776. $\int\limits_{\varphi_2}^{\varphi_1} F(\rho\cos\varphi,\ \rho\operatorname{sen}\varphi)\sqrt{\rho^2+\rho'^2}\,d\varphi$.

3777*. $\frac{\pi a^2}{2}$. Pasar a las coordenadas polares.

3778. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. 3779. $\frac{1}{12}[(R^2+4)^{\frac{3}{2}}-8]$. 3780. $\frac{8a\pi^3\sqrt{2}}{3}$.

3781. $\frac{R^4\sqrt{3}}{32}$. 3782. $\frac{2\sqrt{2}}{3}[(1+2\pi^2)^{\frac{3}{2}}-1]$. 3783. $R^2\sqrt{2}$.

3784. $\frac{1}{3}\{(x_2^2+1)^{\frac{3}{2}}-(x_1^2+1)^{\frac{3}{2}}\}$. 3785. $8a$.

3786. $\frac{b^2}{2}+\frac{ab}{2\varepsilon}\arcsen\varepsilon$, donde ε es la excentricidad de la elipse.

3787. $\left(2\pi a^2+\frac{8\pi^3b^2}{3}\right)\sqrt{a^2+b^2}$. 3788. $(1-e^{-t})\sqrt{3}$.

3789. $\left(0,\ \frac{2a}{\pi},\ \frac{b\pi}{2}\right)$. 3790. $\frac{8k\sqrt{2}}{15}[(3\pi^2-1)(2\pi^2+1)^{\frac{3}{2}}+1]$.

3791. $I_x=I_y=\left(\frac{a^2}{2}+\frac{h^2}{3}\right)\sqrt{4\pi^2a^2+h^2}$, $I_z=a^2\sqrt{4\pi^2a^2+h^2}$.

3792. $3\pi R^2$. 3793. $\frac{\pi p^2}{4}$. 3794. $\frac{11}{3}$. 3795. R^2.

3796. $ka\left(a+\frac{b^2}{2c}\ln\frac{a+c}{a-c}\right)$, donde $c=\sqrt{a^2-b^2}$. Para $a=b$ $S=2ka^2$.

3797. $\frac{98}{81}p^2$. 3798. $8R^2$. 3799. $4R^2$. 3800. $\frac{2Im}{a}$.

3801. $\frac{8mI\sqrt{2}}{a}$. 3803. $\frac{2\pi mIa}{b^2}$, donde a y b son los semiejes de la elipse. 3804. $\frac{2\pi mI}{p}$. 3805. $\frac{2\pi mIR^2}{(h^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$. Para $R=h\sqrt{2}$.

3806. 3. 3807. $\frac{ab}{2}$. 3808. $-\frac{56}{15}$. 3809. $37\frac{1}{3}$. 3810. 4π.

3811. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{17}{30}$; 4) $-\frac{1}{20}$.

3812. En los cuatro casos la integral es igual a 1.

3813. 0. 3814. $-2\pi ab$. 3815. $-\frac{4}{3}a$. 3816. πa^2.

3817. $\frac{3}{16}\pi R\sqrt[3]{R}$. 3818. 13. 3819. 0. 3820. $3\sqrt{3}$. 3821. $-\frac{\pi R^3}{4}$.

3822. $\iint\limits_D (x^2+y^2)\,dx\,dy$. 3823. $\iint\limits_D (y-x)\,e^{xy}\,dx\,dy$.

3824. $\frac{\pi R^4}{2}$. 3825. 1) 0; 2) $-\frac{\pi a^3}{8}$. 3827. $\frac{1}{3}$.

3836*. Aplicar la fórmula de Green al dominio doblemente conexo limitado por el contorno L y y cualquier circunferencia cuyo centro se halle en el origen de coordenadas y que no se corte con el contorno L.

3837. π. 3838. 8. 3839. 4. 3840. $\ln\frac{13}{5}$. 3841. R_2-R_1. 3842. $\frac{10}{3}$.

3843. 0. 3844. $-\frac{9}{2}$. 3845. $u=\frac{x^3+y^3}{3}+C$.

3846. $u=(x^2-y^2)^2+C$. 3847. $u=\ln|x+y|-\frac{y}{x+y}+C$.

3848. $u=\frac{\sqrt{x^2+y^2}+1}{y}+C$.

3849. $u=\ln|x-y|+\frac{y}{x-y}+\frac{x^2}{2}-\frac{y^3}{3}+C$.

3850. $u=x^2\cos y+y^2\cos x+C$.

3851. $u=\frac{e^y-1}{1+x^2}+y+C$. 3852. $u=\frac{x-y}{(x+y)^2}+C$.

3853. $n=1$, $u=\frac{1}{2}\ln(x^2+y^2)+\operatorname{arctg}\frac{y}{x}+C$.

3854. $a=b=-1$, $u=\frac{x-y}{x^2+y^2}+C$.

3855. $u=\ln|x+y+z|+C$. 3856. $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}+C$.

3857. $\operatorname{arctg} xyz+C$. 3858. $u=\frac{2x}{x-yz}+C$.

3859. $u=\frac{x-3y}{z}+\frac{z^2}{2}+C$. 3860. $u=e^{\frac{y}{z}}(x+1)+e^{yz}-e^{-z}$.

3861. πab. 3862. $\frac{3}{8}\pi a^2$. 3863. $6\pi a^2$.

3864*. $\frac{3}{2}a^2$. Poner $y=tx$ al pasar al parámetro.

3865. $\frac{1}{60}$. 3866. $\frac{1}{210}$. 3867*. $2a^2$. Poner $y=x\operatorname{tg}t$.

3868*. $\frac{1}{30}$. Poner $y=xt^2$. 3869. FR.

3870. 1) $\frac{4}{3}$; 2) $\frac{17}{12}$; 3) $\frac{3}{2}$ y 1. 3871. a) $\frac{a^2-b^2}{2}$; b) 0. 3872. 0.

3873. $\frac{k\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{c}\ln 2$ donde k es el coeficiente de proporcionalidad.

3874. $0{,}5\,k\ln 2$, donde k es el coeficiente de proporcionalidad.

3876. $4\sqrt{61}$. 3877. $\frac{\sqrt{3}}{120}$. 3878. $\frac{\pi R^3}{4}$. 3879. 0.

3880. πR^3. 3881. $\frac{2\pi R^6}{15}$. 3882. $2\pi\,\mathrm{arctg}\,\frac{H}{R}$.

3883. $\frac{2\pi R}{c(n-2)}\left[\frac{1}{(c-R)^{n-2}}-\frac{1}{(c+R)^{n-2}}\right]$ para $n\neq 2$;
$\frac{2\pi R}{c}\ln\frac{c+R}{c-R}$ para $n=2$.

3884. $\pi\,[R\sqrt{R^2+1}+\ln(R+\sqrt{R^2+1})]$.

3885*. π^2R^3. Valerse de las coordenadas esféricas.

3886. $\frac{8}{3}\pi R^4$. 3887. 3. 3888. $\frac{2\pi R^7}{105}$. 3889. $\frac{4}{3}\pi abc$. 3890. 0.

3891. $\frac{1}{8}$. 3892. $R^2H\left(\frac{2R}{3}+\frac{\pi H}{8}\right)$. 3893. $\frac{\pi}{8}$.

3894. $2\iint\limits_S (x-y)\,dx\,dy+(y-z)\,dy\,dz+(z-x)\,dx\,dz$.

3895. $-\frac{\pi R^6}{8}$. 3896. $2\iiint\limits_\Omega (x+y+z)\,dx\,dy\,dz$.

3897. $\iiint\limits_\Omega \frac{x+y+z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,dx\,dy\,dz$. 3898. 0. 3899. $\frac{12}{5}\pi R^5$.

Al capítulo XIII

3901. $1+y^2=C(1-x^2)$. 3902. $x^2+y^2=\ln Cx^2$.

3903. $y=\sqrt[3]{C+3x-3x^2}$. 3904. $y=C\,\mathrm{sen}\,x-a$. 3905. $Cx=\frac{y-1}{y}$.

3906. $x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}=C$. 3907. $\sqrt{1-y^2}=\mathrm{arcsen}\,x+C$.

3908. $e^t=C(1-e^{-S})$. 3909. $10^x+10^{-y}=C$.

3910. $\ln\left|\mathrm{tg}\,\frac{y}{4}\right|=C-2\,\mathrm{sen}\,\frac{x}{2}$. 3911. $t=\frac{1}{a}\left(l+\frac{b\cdot l^{1-n}}{1-n}\right)$.

3912. $t=\frac{v^2}{2\sqrt{k_1k_2}}\ln\frac{\sqrt{k_1}(1-x)+x\sqrt{k_2}}{\sqrt{k_1}(1-x)-x\sqrt{k_2}}$.

3913. $y=e^{\mathrm{tg}\frac{x}{2}}$. 3914. $y=\frac{1+x}{1-x}$. 3915. $\cos x=\sqrt{2}\cos y$.

3916. $y=\frac{b+x}{1+bx}$. 3917. Hipérbola $xy=6$.

3918. Tractriz $y=\sqrt{4-x^2}+2\ln\left|\frac{2-\sqrt{4-x^2}}{x}\right|$.

3919. Parábolas $y^2=Cx$. 3920. $y^k=Cx$. 3921. $y=e^{\frac{x-a}{a}}$.

3922. $(x-C)^2+y^2=a^2$. 3923. $y=\frac{1}{k}\ln|C(k^2x^2-1)|$. 3924. $x=y^n$.

3925. $\approx 2,7\ \frac{m}{s}$. 3927. $0,467\ \frac{km}{hora}$; 85,2 m.

3928. $H=\left[\sqrt{h}-\frac{\sqrt{2g}}{4S}qT\right]^2$. 3929. $\ln\left|\frac{\theta_0-\theta_1}{\theta-\theta_1}\right|=\frac{k_0}{2}(2t+\alpha t^2)$.

3930*. Si t es el tiempo calculado a partir de la medianoche y expresado en horas, la ecuación diferencial ofrece la siguiente forma

$$\frac{dS}{S\sqrt{S}}=k\cos\frac{\pi(t-12)}{12}dt;\ \text{de donde}\ S=\frac{160\,000}{\left[9-\operatorname{sen}\frac{\pi(t-12)}{12}\right]^2}.$$

La función $S(t)$ está definida para $6\leqslant t\leqslant 18$.

3931. $x+\operatorname{ctg}\frac{x-y}{2}=C$. 3932. $4y-8x-7=Ce^{-2x}$.

3933. $x+C=2u+\frac{2}{3}\ln|u-1|-\frac{8}{3}\ln(u+2)$, donde $u=\sqrt{1+x+y}$.

3934. $y-2x=Cx^3(y+x)$. 3935. $\operatorname{arctg}\frac{y}{x}=\ln C\sqrt{x^2+y^2}$.

3936. $\ln|y|+\frac{x}{y}=C$. 3937. $x^2+y^2=Cy$. 3938. $y=\pm x\sqrt{2\ln|Cx|}$.

3939. $x^2=C^2+2Cy$. 3940. $e^{\frac{y}{x}}=Cy$. 3941. $\ln|Cx|=-e^{-\frac{y}{x}}$.

3942. $y=xe^{1+Cx}$. 3943. $(x+y)^2=Cx^3e^{-\frac{x}{x+y}}$.

3944. $Cx=\varphi\left(\frac{y}{x}\right)$. 3945. $\sqrt{x^2+y^2}=e^{\frac{y}{x}\operatorname{arctg}\frac{y}{x}}$.

3946. $y^3=y^2-x^2$. 3947. $y=-x$. 3948. $y^2=5\pm 2\sqrt{5}\,x$.

3949. Si $\frac{y}{x}=u$, ó $\ln|x|=\int\frac{du}{\varphi\left(\frac{1}{u}\right)}$; $\varphi(u)=-\frac{1}{u^2}$ ó $\varphi\left(\frac{x}{y}\right)=$ $=-\frac{y^2}{x^2}$. 3950. $x=Ce^{\pm 2\sqrt{\frac{y}{x}}}$. 3951. $x=y\ln|Cy|$. 3952. $x^2=2Cy+C^2$.

3953*. Presenta la forma del paraboloide de revolución. Sea el plano Oxy el plano meridiano de la superficie del espejo. La línea buscada pertenece a este plano. La ecuación diferencial se obtiene si igualamos los tangentes de los ángulos de incidencia y de reflexión expresados mediante x, y, y'.

3954. $y=Ce^{-2x}+2x-1$. 3955. $y=e^{-x^2}\left(C+\frac{x^2}{2}\right)$.

3956. $y=Cx^2e^{\frac{1}{x}}+x^2$. 3957. $y=(x+C)(1+x^2)$.

3958. $y=Ce^{-x}+\frac{1}{2}(\cos x+\operatorname{sen} x)$.

3959. Si $m\neq -a$, se tiene $y=Ce^{-ax}+\frac{e^{mx}}{m+a}$; si $m=-a$, se tiene $y=$ $=(C+x)e^{mx}$.

3960. $y^2-2x=Cy^3$. 3961. $x=Ce^{2y}+\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}$.

3962. $x=y\ln y+\frac{C}{y}$. 3963. $y=e^x\left(\ln|x|+\frac{x^2}{2}\right)+Ce^x$.

3964. $y=Ce^{-\Phi(x)}+\Phi(x)-1$. 3965. $y=\frac{x}{\cos x}$.

3966. $y=\frac{e^x+ab-e^a}{x}$. 3967. $y=\frac{x}{x+1}(x-1+\ln|x|)$.

3968. $x=-t\operatorname{arctg} t$. 3969. b) $\alpha+\beta=1$. 3971. $y=Cx-x\ln|x|-2$.

3972*. $y=Cx\pm\frac{a^2}{2x}$. La ecuación diferencial del ejercicio es $|xy-x^2y'|=a^2$.

3973*. $x=Cy\pm\frac{a^2}{y}$. La ecuación diferencial del ejercicio es $\left|xy-y^2\frac{dx}{dy}\right|=2a^2$.

3974. $v=\frac{k_1}{k}\left(t-\frac{m}{k}+\frac{m}{k}e^{-\frac{ht}{m}}\right)$.

3975. $v=(v_0+b)e^{-at^2}+b(at^2-1)$, donde $a=\frac{k_1}{2m}$; $b=\frac{2km}{k_1^2}$.

3976. $\theta-\theta_0=e^{-kt}\int_0^t\varphi(t)e^{kt}\,dt$. 3977. 9,03 a.

3978. $I=\frac{E_0}{R^2+\omega^2L^2}$. $[\omega Le^{-\frac{Rt}{L}}+R\operatorname{sen}\omega t-\omega L\cos\omega t]$.

3979. $x=Ce^{\operatorname{arctg}\frac{y}{x}}$. 3980. $y=Cx^2+\frac{1}{x}$.

3981. $y=\frac{C}{x}\sqrt{x^2+1}+\frac{(1+x^2)^2}{3x}$. 3982. $y=Cx-1$.

3983. $(1+x^2)(1+y^2)=Cx^2$. 3984. $(x+y)^2(2x+y)^3=C$.

3985. $x=Ce^{-\frac{x^2}{2y^2}}$. 3986. $\operatorname{sen}\frac{y}{x}=Cx$.

3987. $\operatorname{sen}\frac{y}{x}+\ln|x|=C$. 3988. $y=Ce^{-e^x}+e^x-1$.

3989. $y(y-2x)^3=C(y-x)^2$. 3990. $y=Ce^{\operatorname{sen}y}-2(1+\operatorname{sen}y)$.

3991. $x=y^2(1+Ce^{\frac{1}{y}})$. 3992. $y=Ce^{-\operatorname{sen}x}+\operatorname{sen}x-1$.

3993. $y=(C+e^x)(1+x)^n$. 3994. $y^4=4xy+C$.

3995. $y=C\cdot e^x$ e $y=C+\frac{x^2}{2}$.

3996*. $y^2=\frac{2}{3}\operatorname{sen}x+\frac{C}{\operatorname{sen}^2x}$. Reducir a la ecuación lineal respecto a $z=y^2$.

3997. $\operatorname{arctg}(x+y)=x+C$. 3999. $\operatorname{arctg}\frac{y}{x}+\ln(x^2+y^2)=\frac{\pi}{4}+\ln 2$.

4000. $y=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\,[2+x\sqrt{1-x^2}+\operatorname{arcsen} x]$.

4001. $(1+y)\,e^{-y}=\ln\frac{1+e^x}{2}+1-x$. 4002. $y=\frac{5}{3}\,e^{x^2}-\frac{1}{3}\,(2+x^3)$.

4004. $y=\frac{1}{2k}\,[e^{kx+C}+e^{-(kx+C)}]$. 4005. $x^2+y^2=Cx$.

4006. $(y-x)^2\,(x+2y)=1$. 4007. Parábolas $y=x+Cx^2$.
4008. $(2y^2-x^2)^3=Cx^2$. 4009. Catenaria. 4010. $y=Cx^2$.
4011*. Haz de rectas $y-y_0=C\,(x-x_0)$. La ecuación diferencial es $y-y_0=y'\,(x-x_0)$.
4012. Circunferencia cuyo centro se halla en el punto $(x_0,\ y_0)$: $x^2+y^2=2\,(xx_0+yy_0)$.
4013. Cualquier circunferencia cuyo centro se halle en el eje Oy y que toque el eje Ox.

4014. Si el trayecto es S y el tiempo t, se tiene $S=S_0+Ce^{-k_2t}-\frac{k_1}{k_2^2}\,t+\frac{k_1}{2k_2}\,t^2$, donde S_0 es el trayecto inicial, y k_1 y k_2 son coeficientes de proporcionalidad.

4016. 1) $\frac{8}{9}$ vueltas por segundo; 2) al cabo de 6 *min* 18 *s*. 4017. 0,00082 *s*.

4018*. $v=v_0\left(1-\frac{m}{M_0}\,t\right)^{-1}e^{-\frac{3f_0}{mv_0}\left(1-\sqrt[3]{1-\frac{m}{M_0}t}\right)}$.

La fuerza efectiva F es igual a $\frac{d\,(m\cdot v)}{dt}$. Para resolver el problema de este ejercicio y los dos siguientes es necesario tener en cuenta que la masa m es una magnitud variable que depende del tiempo t. La velocidad v es la función buscada.

4019*. $v=\frac{g}{2m-k}\,(M_0-mt)\left[\left(1-\frac{m}{M_0}\,t\right)^{\frac{k}{m}-2}-1\right]$. Véase la indicación al ejercicio 4018.

4020*. $v=\frac{g}{\mu}\,e^{k_1\mu^{2/3}}\int\limits_0^1\mu e^{-k_1\mu^{2/3}}dt$, donde $\mu=M_0-mt$, $k_1=\frac{3k}{m}\times\sqrt[3]{\frac{9\pi}{2\gamma^2}}$. Véase la indicación al ejercicio 4018.

4021*. $y=m_0+\frac{m_0}{k_1-k_2}\,(k_2e^{-k_1t}-k_1e^{-k_2t})$, donde t es el tiempo, y es la cantidad del segundo producto. Si x es la cantidad del primer producto formado al cabo de t unidades del tiempo, se tiene $\frac{dx}{dt}=k_1\,(m_0-x)$. De donde hallamos $x=x\,(t)$. La velocidad $\frac{dy}{dt}$ de la formación del segundo producto es proporcional a la magnitud $x-y$.

4022. 2,97 *kg* de la sal. El máximo se obtiene para $t=33\frac{1}{3}$ *min* y es igual a 3,68 *kg*.