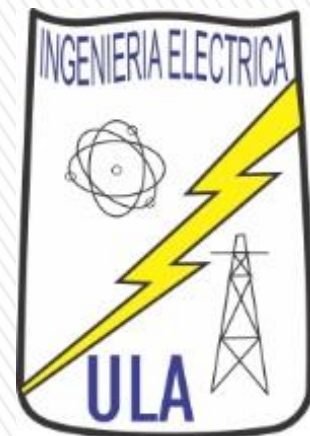




UNIVERSIDAD  
DE LOS ANDES

# CONTROLADORES O REGULADORES PID



# INTRODUCCIÓN

- PID son los más utilizados en la industria.
- Son aplicados en general a la mayoría de los procesos.
- Pueden ser analógicos o digitales.
- Pueden ser electrónicos o neumáticos.

# OBJETIVOS

Después de la clase el estudiante estará capacitado para:

- Definir los parámetros relacionados al control PID.
- Escoger el controlador de acuerdo al tipo de sistema.
- Diseñar el controlador por el LGR
- Conocer y utilizar las reglas de sintonización.

# ACCIONES DE CONTROL

- Encendido/Apagado.
- Proporcional (P).
- Integral (I).
- Derivativo (D).
- Proporcional - Integral (PI).
- Proporcional - Derivativo (PD).
- Proporcional - Integral - Derivativo (PID).

# ENCENDIDO APAGADO

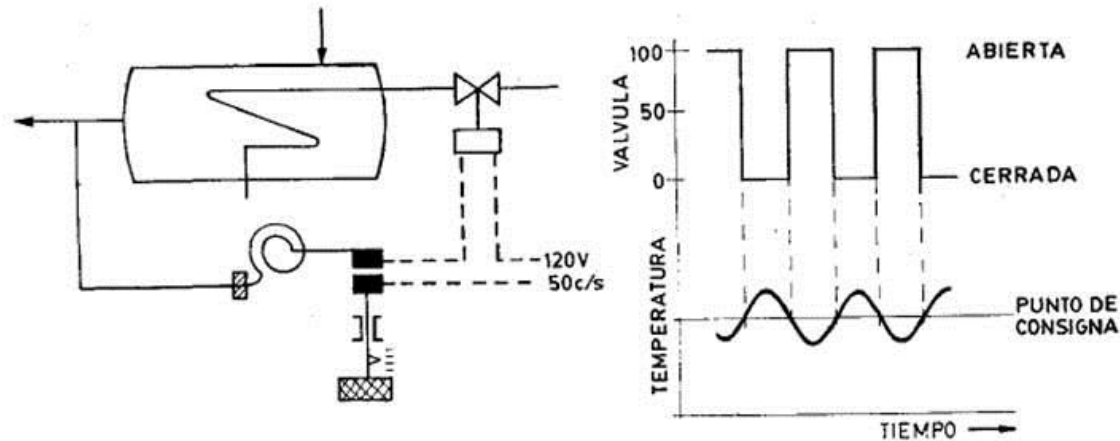


Fig. 1. Control Todo - Nada

Fig. 1. Control Todo - Nada

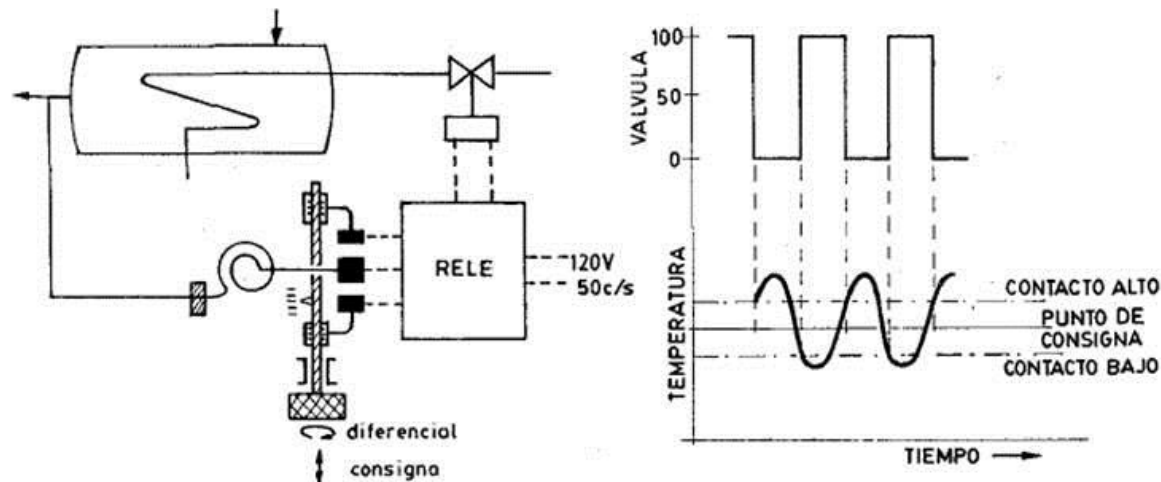


Fig. 2. Control Todo – Nada, con banda diferencial o zona muerta

# CONTROL PROPORCIONAL

En el controlador proporcional, se regula la variable controlada de manera lineal con la posición del elemento final de control.

“En esencia, un controlador proporcional es un amplificador con una ganancia ajustable.”

$$u(t) = K_p e(t)$$

# CONTROL PROPORCIONAL

Para ajustar el controlador proporcional se debe definir:

**Ganancia:** Es la relación entre la variación de la señal de salida y la variación de la señal de entrada del controlador.

**Banda Proporcional:** Es la inversa de la ganancia, y se define como el porcentaje del campo de medida de la variable que el actuador necesita para efectuar una carrera completa.



# CONTROL PROPORCIONAL

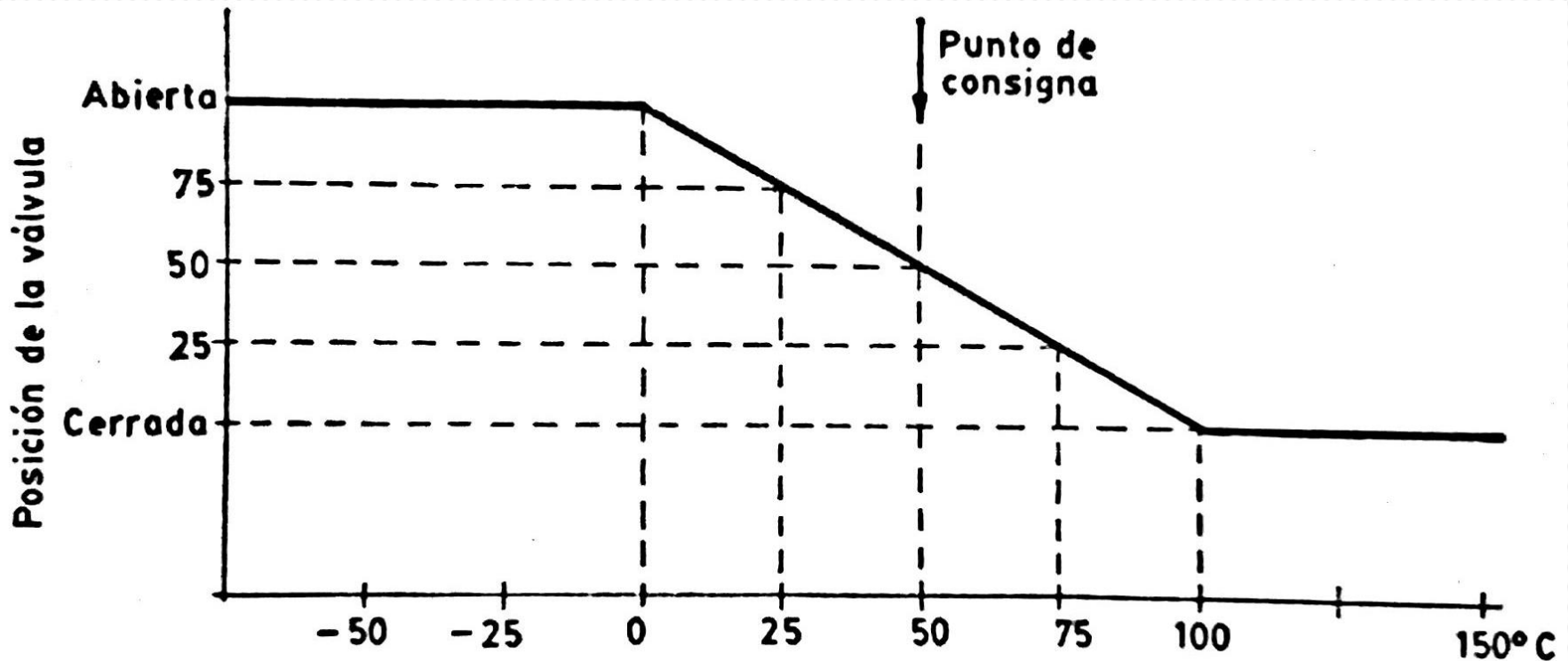


Fig. 3. Control Proporcional

# CONTROL PROPORCIONAL

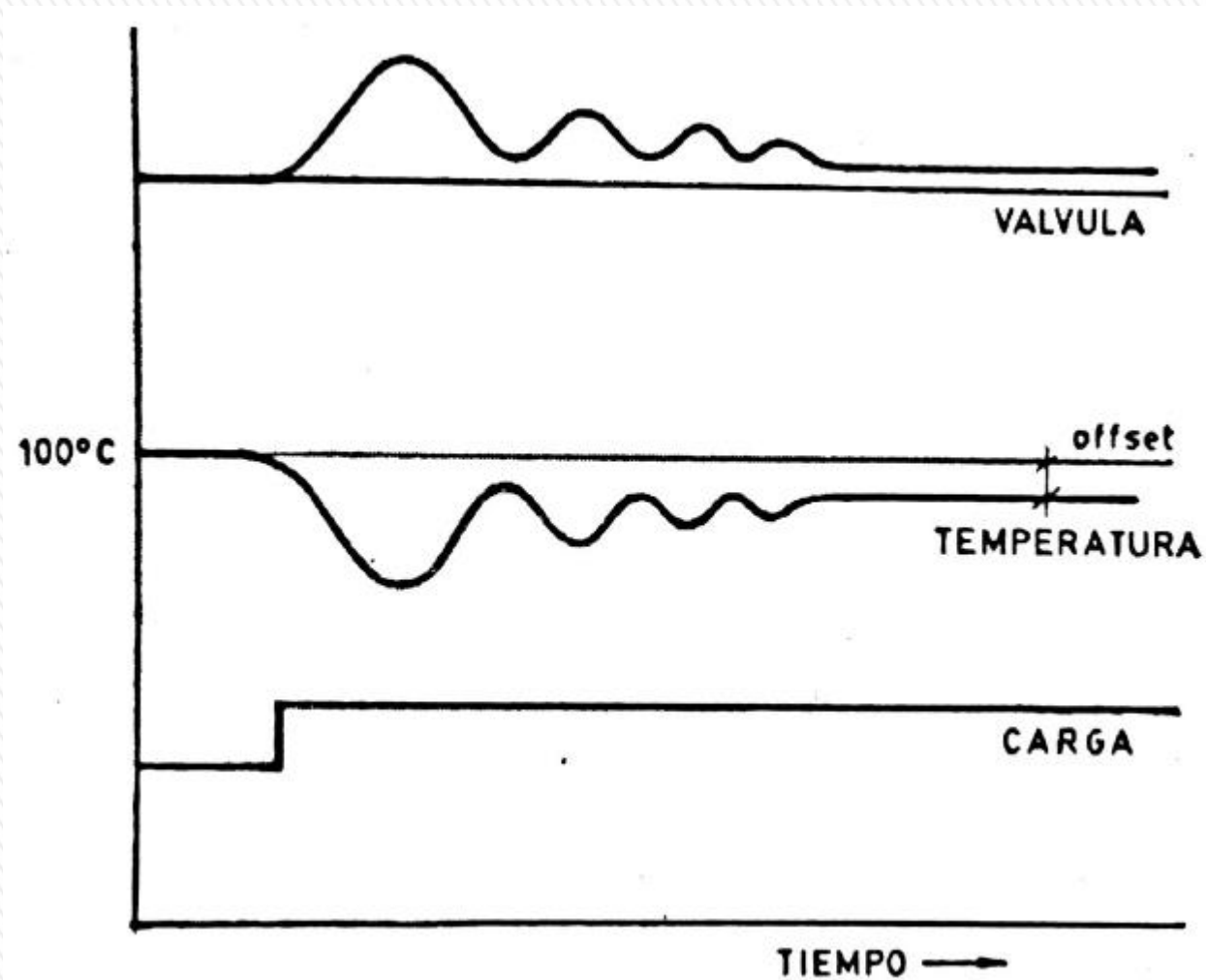


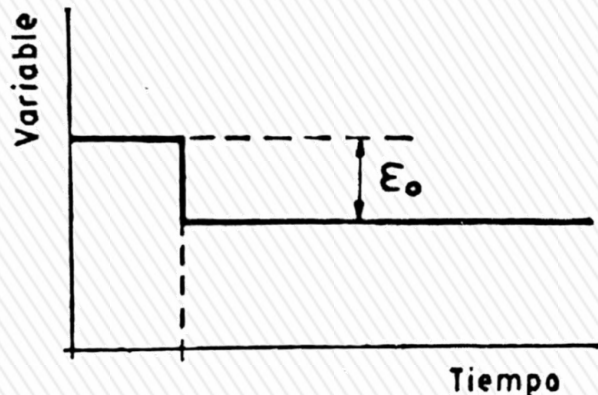
Fig. 4. Ejemplo de Offset con Control Proporcional

# CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL

Actúa cuando existe una diferencia entre la variable controlada y el setpoint, el controlador integra la diferencia y la suma a la acción proporcional.

**Tiempo de Integración:** Es el tiempo en que, ante una entrada escalón, el actuador repite el mismo movimiento correspondiente a la acción proporcional.

# CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL



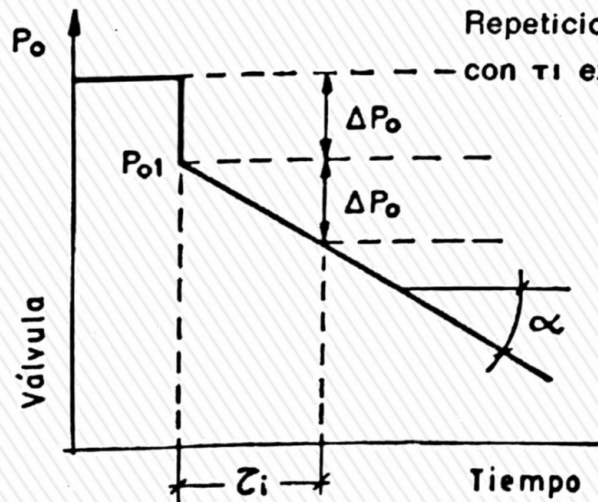
$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_{t_0}^t e(t) dt$$

$$PI(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$$

Tiempo de acción Integral =  
=  $\tau_I$  (minutos = minutos por repetición)

Repeticiones por minuto =  $\frac{1}{\tau_I}$   
con  $\tau_I$  expresado en minutos

$$K_I = \frac{K_P}{T_I}$$



- + Elimina el error en estado estacionario.
- Genera una respuesta oscilatoria.

Fig. 5. Respuesta a un escalón del controlador PI

# CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL

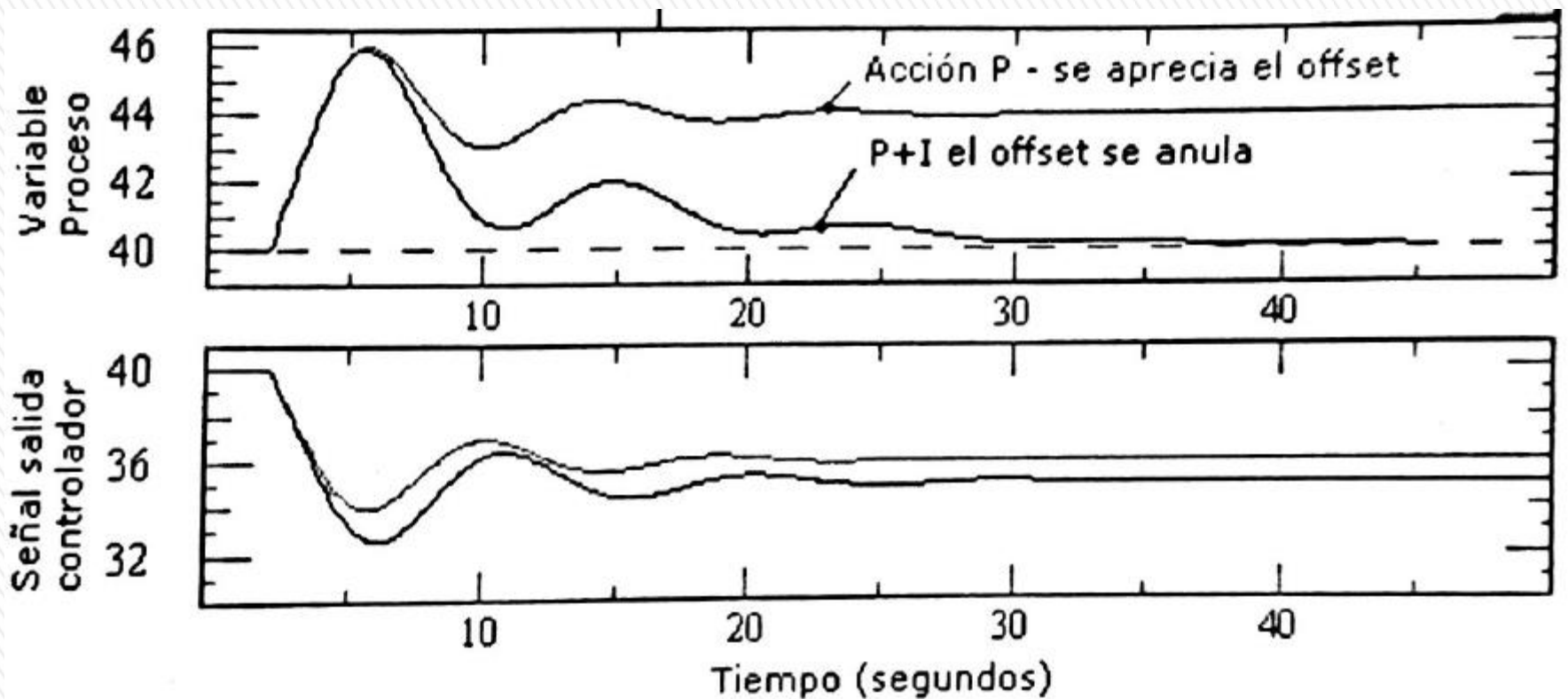


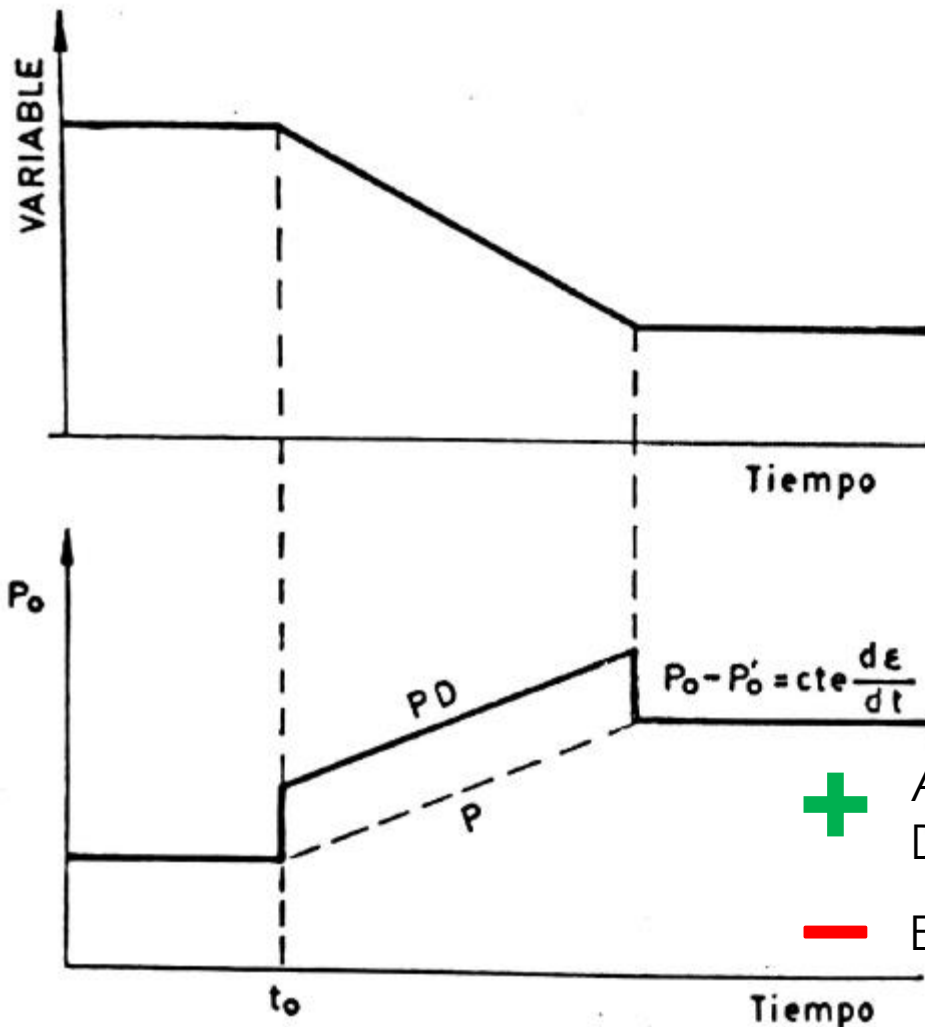
Fig. 6. Respuesta del controlador P y un controlador PI a un cambio de carga

# CONTROL PROPORCIONAL + DERIVADO

El control derivativo actúa cuando existen cambios sobre la variable, y es proporcional a la derivada del error.

**Tiempo de Derivación:** Es el intervalo durante el cual, la variación de la señal de salida del controlador, debida a la acción proporcional, iguala a la parte de variación de la señal debida a la acción derivativa, cuando se aplica al instrumento una señal en rampa.

# CONTROL PROPORCIONAL + DERIVADO



$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

$$PD(s) = K_P + K_D s$$

$$K_D = K_p T_d$$



Aumenta la ganancia del controlador Durante los cambios de la variable.



Es sensible a altas frecuencias.

Fig. 7. Respuesta a un escalón del controlador PI

# CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL + DERIVADO

Es la unión de las tres acciones: Proporcional, Integral y Derivativa.

**Acción Proporcional:** La señal proporcional cambia la salida del actuador siguiendo los cambios de la variable controlada multiplicada por la ganancia.

# CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL + DERIVADO

**Acción Integral:** La señal Integral va sumando las áreas de diferencia entre la variable controlada y el setpoint repitiendo la señal proporcional según su  $T_I$ .

**Acción Derivativa:** La señal derivativa corrige la posición del actuador proporcionalmente a la velocidad de cambio de la variable controlada.

# CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL + DERIVADO

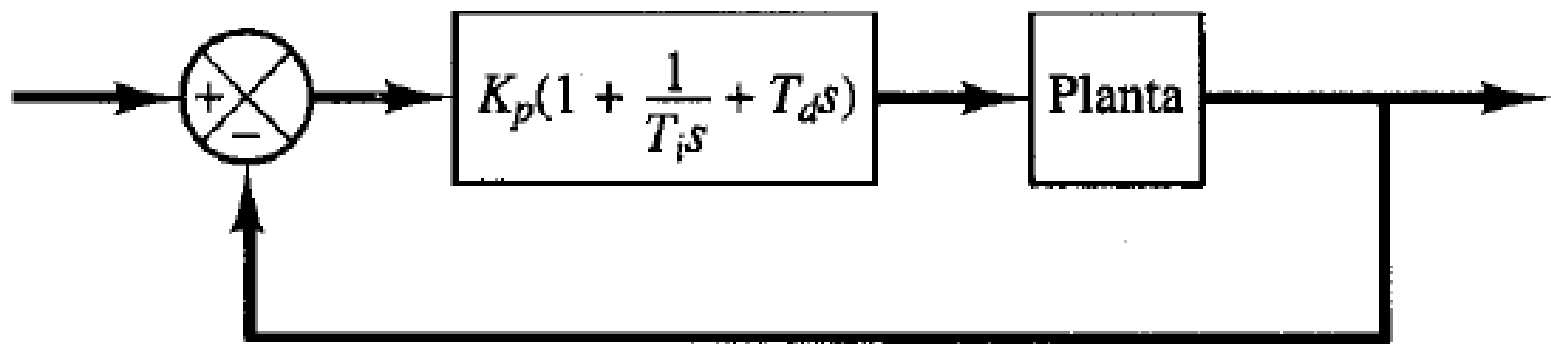


Fig. 8. Control PID de un sistema

# GUÍA DE SELECCIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

LAZO DE CONTROL	CAPACITANCIA DEL PROCESO	RESISTENCIA DEL PROCESO	CAMBIO DE CARGA DEL PROCESO	APLICACIONES
Todo-nada	Grande	Cualquiera	Cualquiera	Control de nivel y temperatura en procesos de gran capacidad.
Flotante	Media	Cualquiera	Cualquiera	Procesos con pequeños tiempos de retardo.
Proporcional	Pequeña a media	Pequeña	Moderada	Presión, temperatura y nivel donde el offset no es inconveniente.
Proporcional + Integral	Cualquiera	Pequeña	Cualquiera	La mayor parte de aplicaciones incluyendo el caudal.
Proporcional + Derivada	Media	Pequeña	Cualquiera	Cuando es necesaria una gran estabilidad con un offset mínimo y sin necesidad de acción integral.
Proporcional + Integral + Derivada	Cualquiera	Grande	Rápido	Procesos con cambios rápidos y retardos apreciables (control de temperatura en intercambiador de calor).

Tabla 1. Guía de selección de sistemas de control.

# **MÉTODO DE ZIEGLER & NICHOLS**

## **(MÉTODO DE CURVA DE REACCIÓN)**

Se utiliza cuando no se tiene el modelo matemático de la planta, por esta razón, se procede a experimentos para sintonizar el controlador

Ziegler & Nichols proponen dos métodos para determinar los valores de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de manera que se mantenga estable el sistema.

# MÉTODO DE ZIEGLER & NICHOLS (MÉTODO DE CURVA DE REACCIÓN)

**Método 1.** Consiste en ingresar un cambio rápido de tipo escalón en el proceso de entrada con el controlador en modo manual, registrando la respuesta con la mejor exactitud posible.

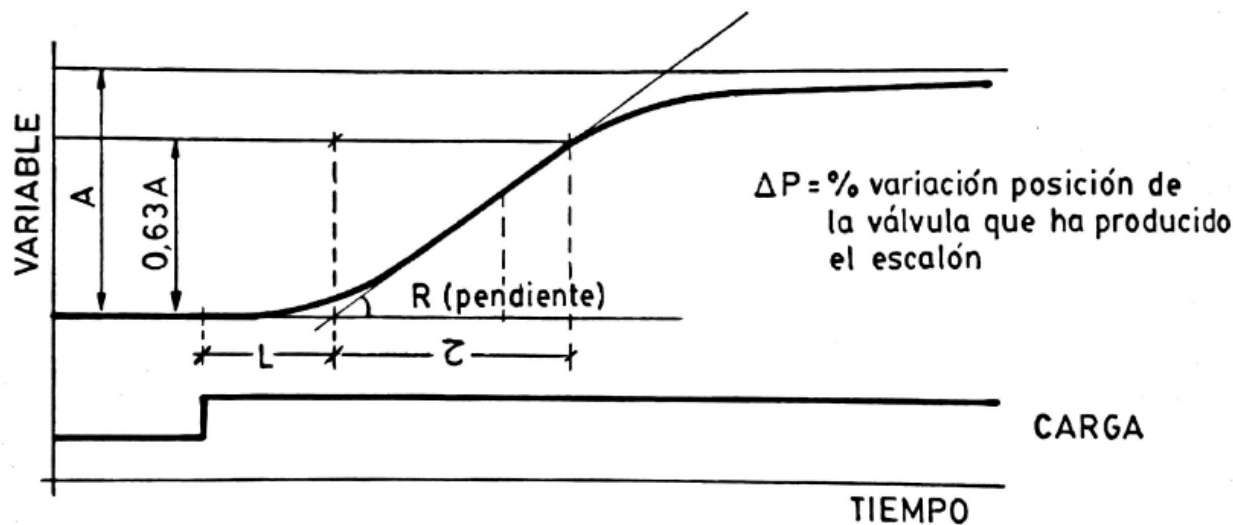


Fig. 9. Método 1 de Ziegler & Nichols

**Debe tener forma S**

∴ no debe tener integradores ni polos complejos conjugados dominantes.

# MÉTODO DE ZIEGLER & NICHOLS

## (MÉTODO DE CURVA DE REACCIÓN)

TIPO DE CONTROLADOR	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0,9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2 \frac{T}{L}$	$2 L$	$0,5 L$

Tabla 2. Tabla de Sintonía, Método 1 de Ziegler & Nichols

# MÉTODO DE ZIEGLER & NICHOLS (MÉTODO DE CURVA DE REACCIÓN)

**Método 2.** Consiste en fijar  $T_I = \infty$  y  $T_D = 0$  en el controlador, luego se ajusta  $K_P$  hasta hallar el valor crítico.

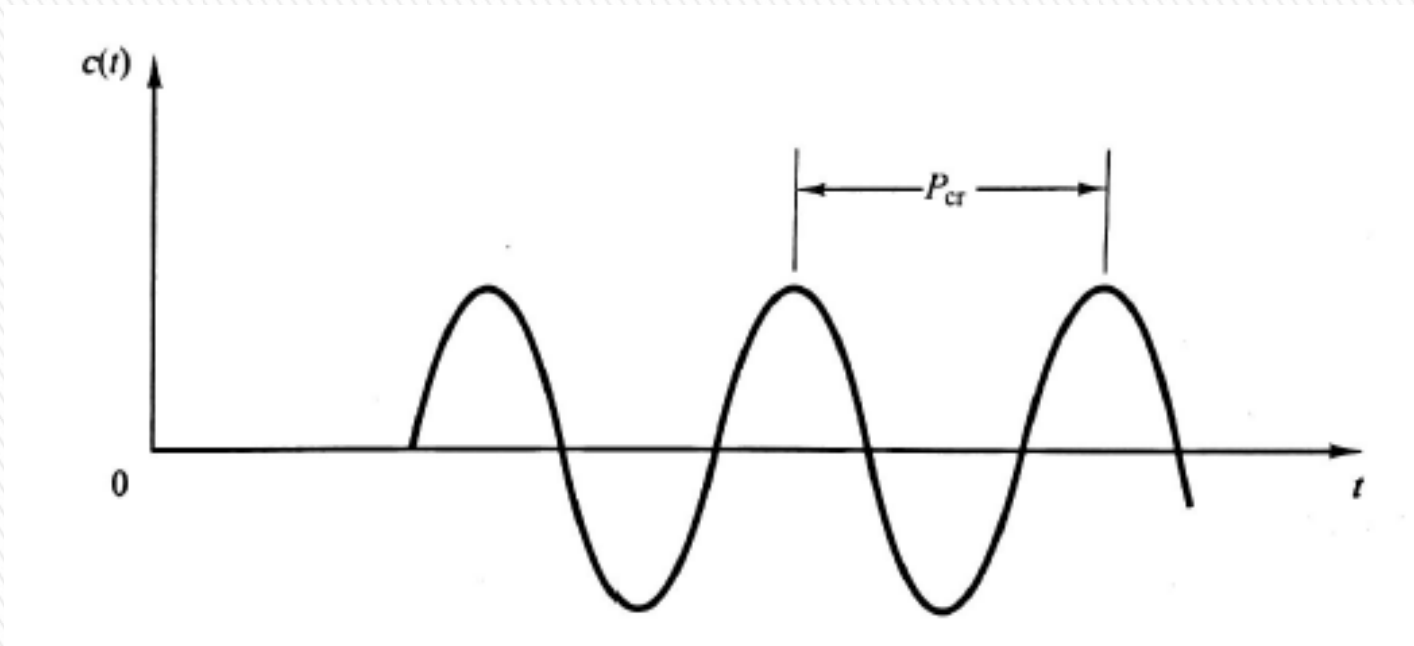


Fig. 10. Oscilación sostenida con  $P_{cr}$

# MÉTODO DE ZIEGLER & NICHOLS

## (MÉTODO DE CURVA DE REACCIÓN)

TIPO DE CONTROLADOR	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0,5 K_{cr}$	$\infty$	0
PI	$0,45 K_{cr}$	$\frac{1}{1,2} P_{cr}$	0
PID	$0,6 K_{cr}$	$0,5 P_{cr}$	$0,125 P_{cr}$

Tabla 3. Tabla de Sintonía, Método 2 de Ziegler & Nichols

# EJERCICIO 1

Sintonice el regulador PID que controla el sistema de la figura 11, verifique que el sobrepaso máximo sea igual o menor que el 25%, de lo contrario realice una sintonización fina.

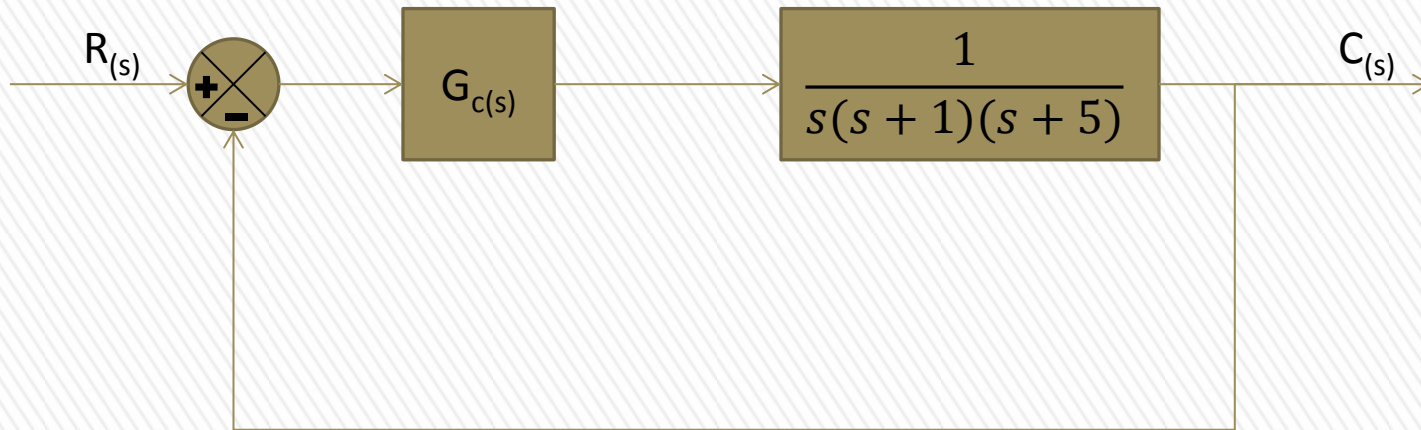


Fig. 11. Sistema de control PID

# EJERCICIO 1

El método de Ruth nos arroja que  $K_{cr}$  es igual a 30, luego utilizando  $K_P = K_{cr}$  en la ecuación característica nos da como resultado  $\omega = \sqrt{5}$ ,  $\therefore P_{cr} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2,8099$

$$K_P = 0,6K_{cr} = 18$$

$$T_I = 0,5P_{cr} = 1,405$$

$$T_D = 0,125P_{cr} = 0,35124$$

$$G_{c(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_{IS}} + T_{Ds} \right) = \frac{6,3223(s + 1,4235)^2}{s}$$

# EJERCICIO 1

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{6,3223s^2 + 18s + 12,811}{s^2 + 6s^3 + 11,3223s^2 + 18s + 12,811}$$

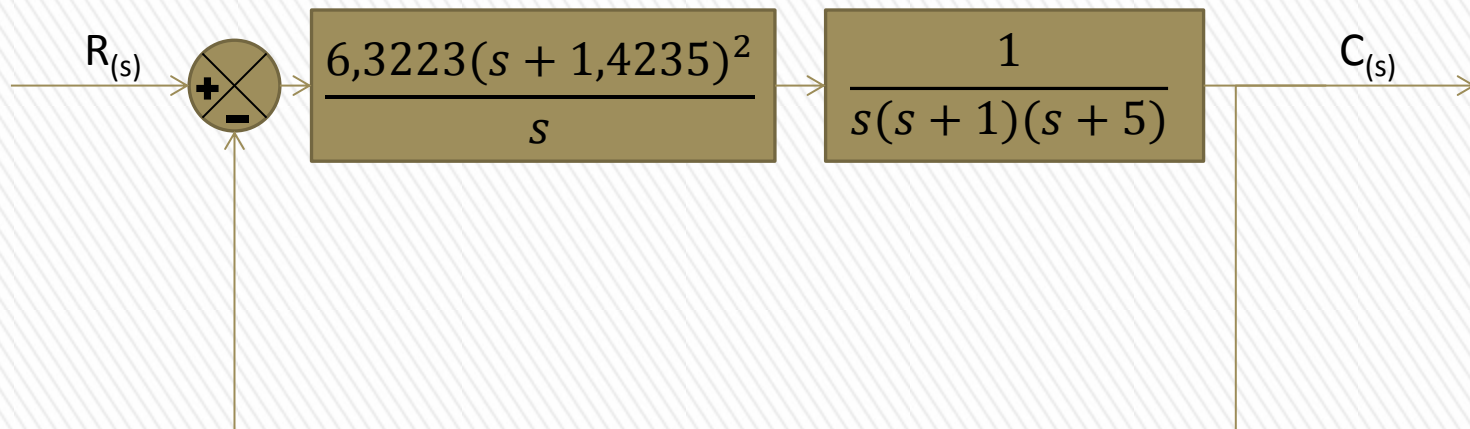


Fig. 12. Diagrama de bloques con el controlador.

## EJERCICIO 2

El control de posición de un robot sujetador de objetos se muestra en la figura 13 y su respectivo diagrama de bloques en la figura 14. Usando el método de Z-N determine los parámetros de el controlador PID.

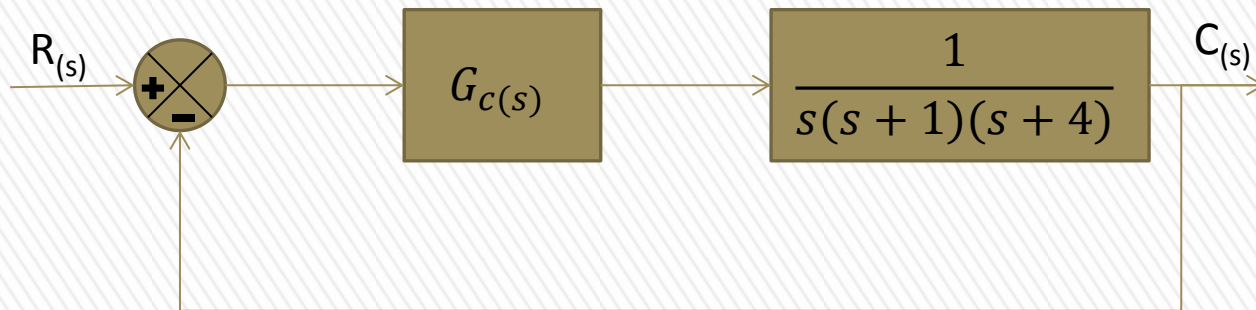


Fig. 14. Diagrama de Bloques de Control de posición de robot sujetador de objetos.

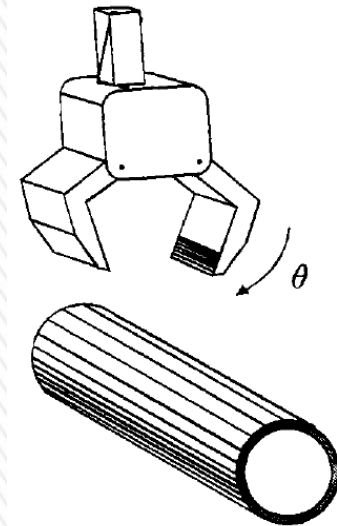


Fig. 13. Control de posición de robot sujetador de objetos.

## EJERCICIO 2

$$K_P = 0,6K_{cr} = (0,6)(20) = 12$$

$$T_I = 0,5P_{cr} = (0,5)(3,14) = 1,57$$

$$T_D = 0,125P_{cr} = (0,125)(3,14) = 0,3925$$

$$G_{c(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_{IS}} + T_{DS} \right) = \frac{4,71(s + 1,27389)^2}{s}$$



## EJERCICIO 3

En la figura 15 se muestra el registro de la respuesta de una planta ante una entrada escalón. Determinar  $K_P$ ,  $K_I$  y  $K_D$  de un controlador PID.

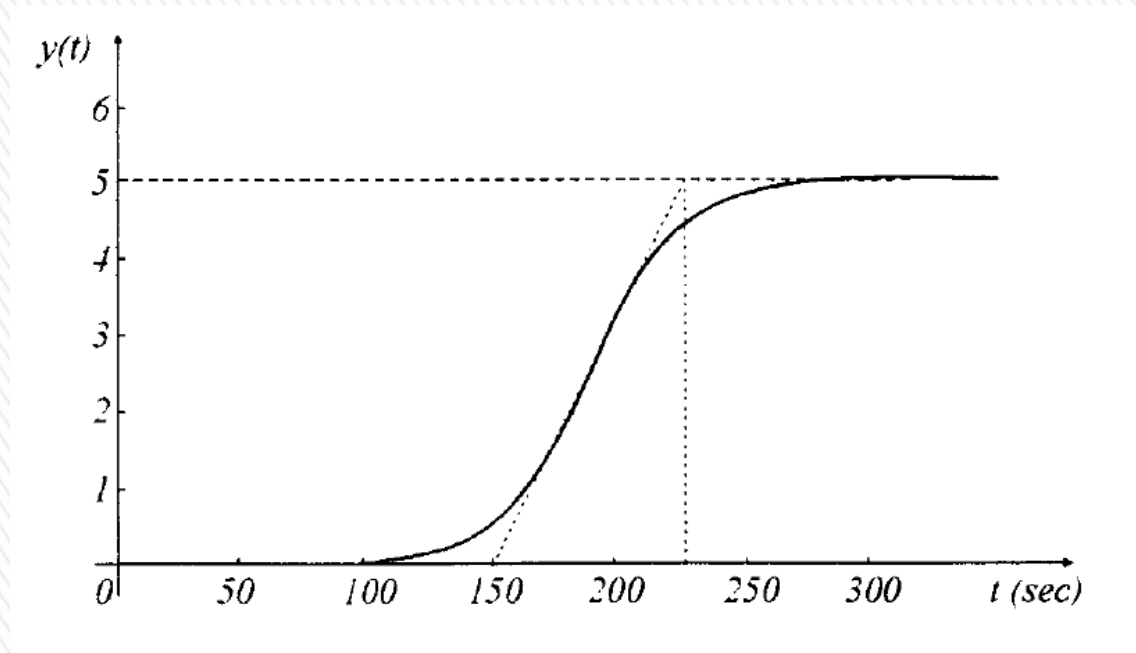


Fig. 15. Respuesta de una planta ante una entrada escalón.

## EJERCICIO 3

$$K_P = 1,2 \frac{T}{L} = (1,2) \left( \frac{50}{150} \right) = 0,4$$

$$T_I = 2L = (2)(150) = 300 \text{ s}$$

$$T_D = 0,5L = (0,5)(150) = 75$$

$$G_{c(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_{IS}} + T_{Ds} \right) = 0,4 \left( 1 + \frac{1}{300s} + 75s \right)$$

# MÉTODO DE DAHLIN

Es un método que también se utiliza cuando no se tiene el modelo matemático de la planta, de igual manera, se procede a experimentos para sintonizar el controlador.

Se utiliza un segundo método de registro de curva de reacción en lazo abierto, el cual, se muestra a continuación.

# MÉTODO DE DAHLIN

## Método de Curva de Reacción de los dos puntos

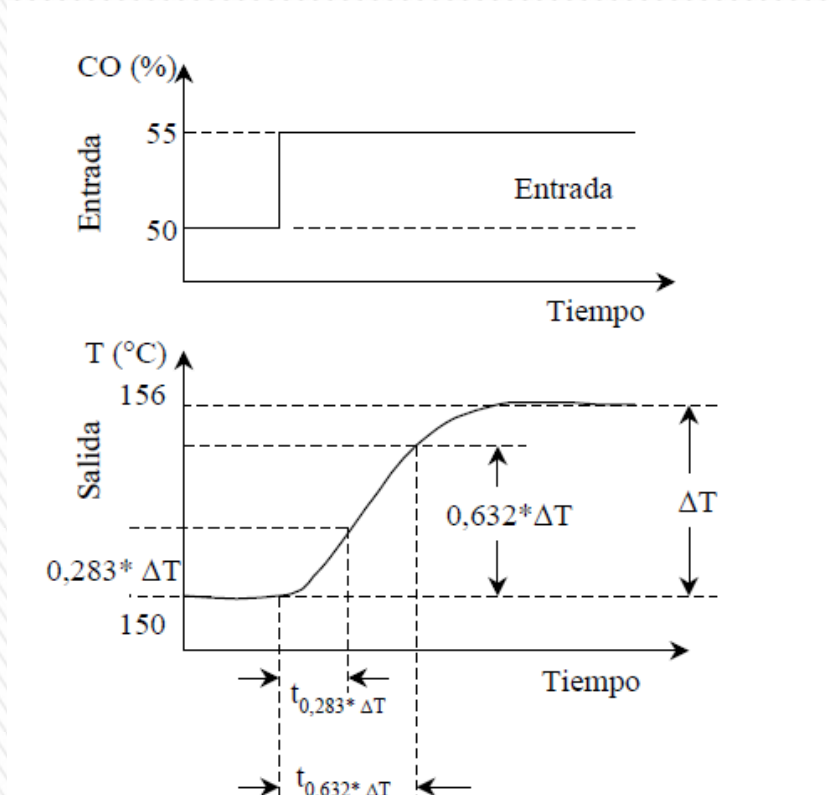


Fig. 16. Respuesta de una planta ante una entrada escalón.

$$\tau = 1,5(t|_{0,632\Delta_0} - t|_{0,283\Delta_0})$$

$$t_0 = (t|_{0,632\Delta_0} - \tau)$$

K debe estar expresado en  $\frac{\%}{\%}$

# MÉTODO DE DAHLIN

TIPO DE CONTROLADOR	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PID	$\frac{1,2}{2K} \frac{\tau}{t_0}$	$\tau$	$\frac{t_0}{2}$

Tabla 4. Parámetros de sintonización de un controlador por el Método de Dahlin

# MÉTODO DE DAHLIN

Este método nos permite aproximar un proceso a un sistema de 1er orden utilizando el método de curva de reacción de los dos puntos.

$$\frac{Y_{(s)}}{U_{(s)}} = \frac{K e^{-t_0 s}}{\tau s + 1}$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$PD \Rightarrow (K_P + K_D s)$$

$$PI \Rightarrow \left( \frac{K_P s + K_I}{s} \right) = \left( K_P + \frac{K_I}{s} \right)$$

$$PID \Rightarrow \left( K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) = \left( \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \right)$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$\text{Si } \theta_C < \theta_P \Rightarrow P_D \Rightarrow P_I$$

$$\text{Si } \theta_P < \theta_C < 2\theta_P \Rightarrow P_{PID} \Rightarrow \text{dos ceros } \frac{\theta_C}{2}$$

$$Z = \zeta w_n + \frac{w_n \sqrt{1 - \zeta^2}}{\tan \theta_C}$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

**Ejercicio1:** Dado el sistema representado por su función de transferencia  $G_{(s)}$ , se desea que los polos en lazo cerrado estén ubicados en  $-4 \pm j2$  y  $e_{rp} = 0$ .

$$G_{(s)} = \frac{(s + 10)}{(s + 1)(s + 4)}$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

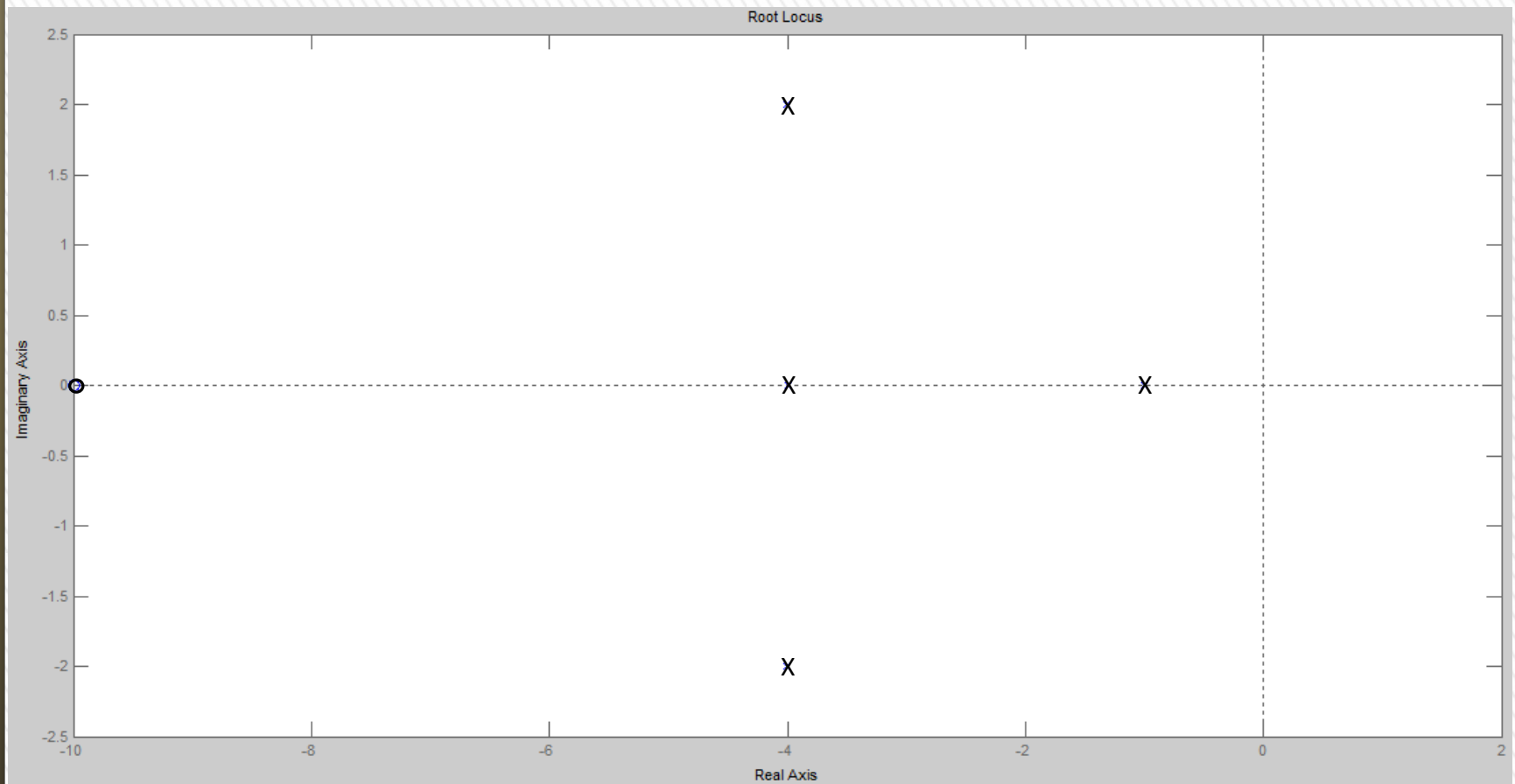


Fig. 17. Ubicación de polos y ceros del sistema en estudio.

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$\theta_1 = 146,31^\circ$$

$$\theta_2 = 90^\circ$$

$$\theta_3 = 18,43^\circ$$

$$\theta_C = 180^\circ + \sum \angle P - \sum \angle Z$$

$$\theta_C = 37,88^\circ$$

$$\theta_P = 153,43^\circ$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$P_D = K_{C1}(s + Z) = K_{P1} + K_{D1}s$$

$$Z = 6,57$$

$$\left| \frac{K_{C1}(s + 6,57)(s + 10)}{(s + 1)(s + 4)} \right|_{s=-4+j2} = 1$$

$$K_{C1} = 0,35$$

$$K_{P1} = 2,3$$

$$K_{D1} = 0,35$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$PI_s = \frac{K_{C2} \left( s + \frac{Sd_{real}}{10} \right)}{s} = K_{P2} + \frac{K_{I2}}{s}$$

$$K_{C2} \frac{(s + 0,4)}{s}$$

$$\left| \frac{K_{C2}(s + 0,4)}{s} \right|_{s=-4+j2} = 1$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$K_{C2} = 1,087$$

$$K_P = 2,66$$

$$K_I = 1,003$$

$$K_D = 0,382$$

$$PID_{(s)} = 2,66 + \frac{1,003}{s} + 0,382s$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

**Ejercicio 2:** Dado el sistema representado por su función de transferencia  $G_{(s)}$ , se desea que los polos en lazo cerrado estén ubicados en  $-4 \pm j2$  y  $e_{rp} = 0$ .

$$G_{(s)} = \frac{1}{(s + 1)(s + 3)(s + 4)}$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

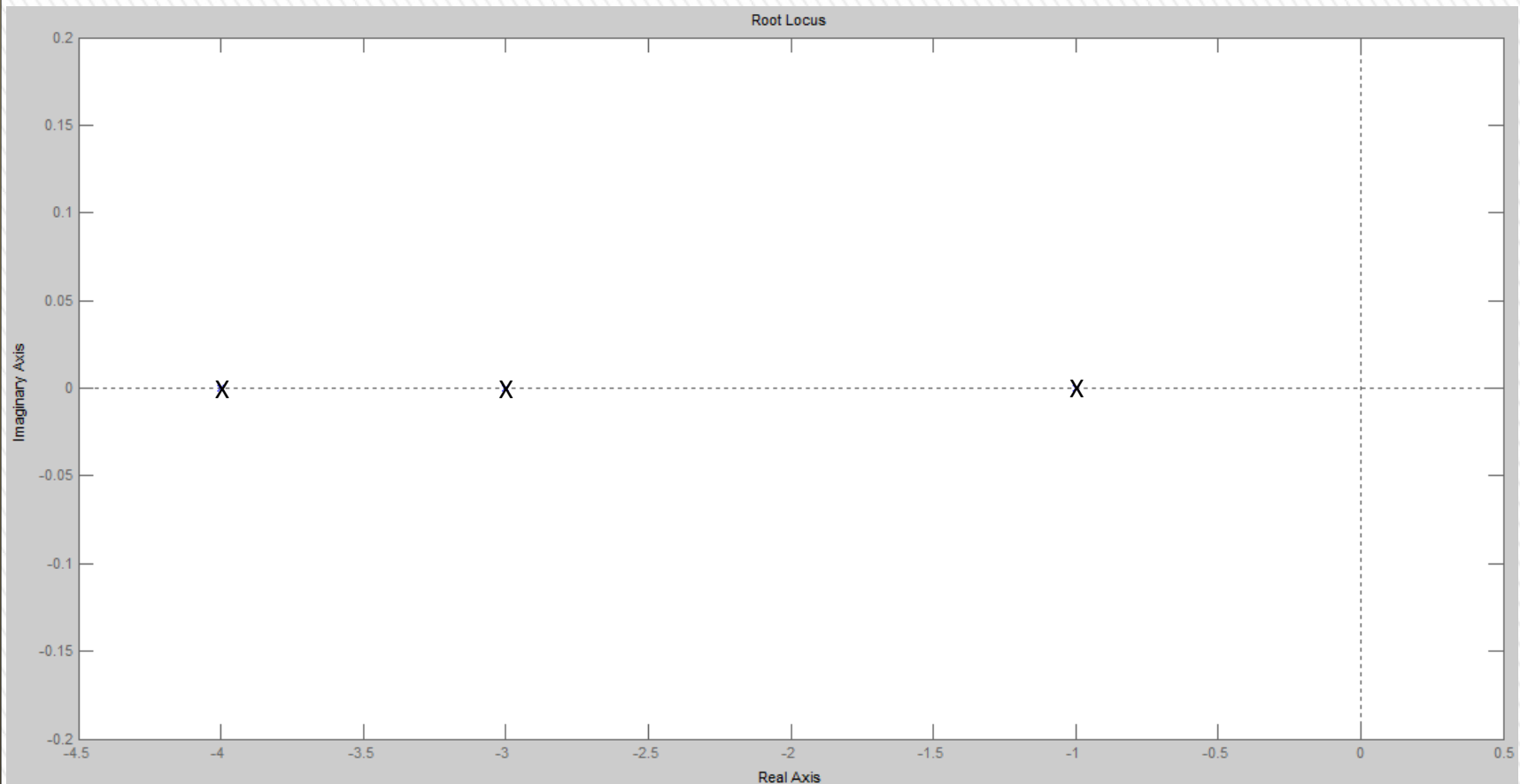


Fig. 18. Ubicación de polos y ceros del sistema en estudio.

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$\theta_1 = 146,31^\circ$$

$$\theta_2 = 90^\circ$$

$$\theta_3 = 116,56^\circ$$

$$\theta_C = 180^\circ + \sum \angle P - \sum \angle Z$$

$$\theta_C = 172,86^\circ$$

$$\theta_P = 153,43^\circ$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$X = \frac{2}{\tan(86,43^\circ)} = -0,1248$$

$$Z = 4 + 0,1248 = 4,1248$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$PID_{(s)} = \frac{K_C(s + Z)^2}{s}$$

$$\left| \frac{K_C(s + 4,1248)^2}{s(s + 1)(s + 3)(s + 4)} \right|_{s=-4+j2} = 1$$

$$K_C = 17,95$$

$$K_P = 148,08$$

$$K_I = 305,39$$

$$K_D = 17,95$$

$$PID_{(s)} = 148,08 + \frac{305,39}{s} + 17,95s$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

**Ejercicio 3:** Dado el sistema representado por su función de transferencia  $G_{(s)}$ , se desea que presente en lazo cerrado un sobre disparo de 10% y un error en régimen permanente igual a cero.

$$G_{(s)} = \frac{K}{(s + 1)(s + 3)}$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$M_p = \frac{e^{-\pi\zeta}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \zeta = 0,59 \quad \zeta = \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{w_n \sqrt{1-\zeta^2}}{\sigma_c} \quad w_n = 3,39$$

$$S_d = -2 \pm j2,74$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$\left| \frac{K}{(s+1)(s+3)} \right|_{s=-2+j2,74} = 1$$

$$K = 8,5$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

$$PI_{(s)} = \frac{K_C(s + 0,2)}{s}$$

$$\left| \frac{K_C(s + 0,2)}{s} \right|_{s=-2+j2,74} = 1$$

$$K_C = 1,03$$

$$K_P = 1,03$$

$$K_I = 0,206$$

$$PI_{(s)} = 1,03 + \frac{0,206}{s}$$

# DISEÑO DE CONTROLADORES USANDO LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

**Ejercicio 4:** Dado el sistema del ejercicio anterior, se desea un  $s_d = -2,5 \pm j2$  y  $e_{rp}=0$ .

$$G_{(s)} = \frac{K}{(s + 1)(s + 3)}$$

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

Un problema común en los sistemas de control es encontrar las constantes óptimas en la sintonización de los controladores.

La función esencial de un sistema de control realimentado es reducir el error al mínimo valor posible.

Por ésta razón se muestra a continuación los cuatro métodos más usados, para optimizar los sistemas de control.

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

(Integral of absolute error)  $IAE = \int_0^t |e_{(t)}| dt$

(Integral of square error)  $ISE = \int_0^t e_{(t)}^2 dt$

(Integral of time multiplied by the absolute error)  $ITAE = \int_0^t t |e_{(t)}| dt$

(Integral of time multiplied by the square error)  $ITSE = \int_0^t t e_{(t)}^2 dt$

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

**ISE** penalizará más a los grandes errores con respecto a los pequeños, ya que el cuadrado de los errores grandes los hará más grandes. Al escoger el sistema de control basado en éste criterio obtendremos respuestas más lentas pero con bajo sobre disparo.

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

**IAE** es menos sensible a los grandes errores con respecto al **ISE**, pero es más sensible a los pequeños errores, por lo que, al escoger este criterio nos producirá una oscilación tolerable y un error en régimen permanente bajo.

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

**ITAE** penaliza a los errores que transcurren en el tiempo,

**ITSE** penaliza a los errores que transcurren en el tiempo y es más sensible a los errores grandes en el inicio.

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

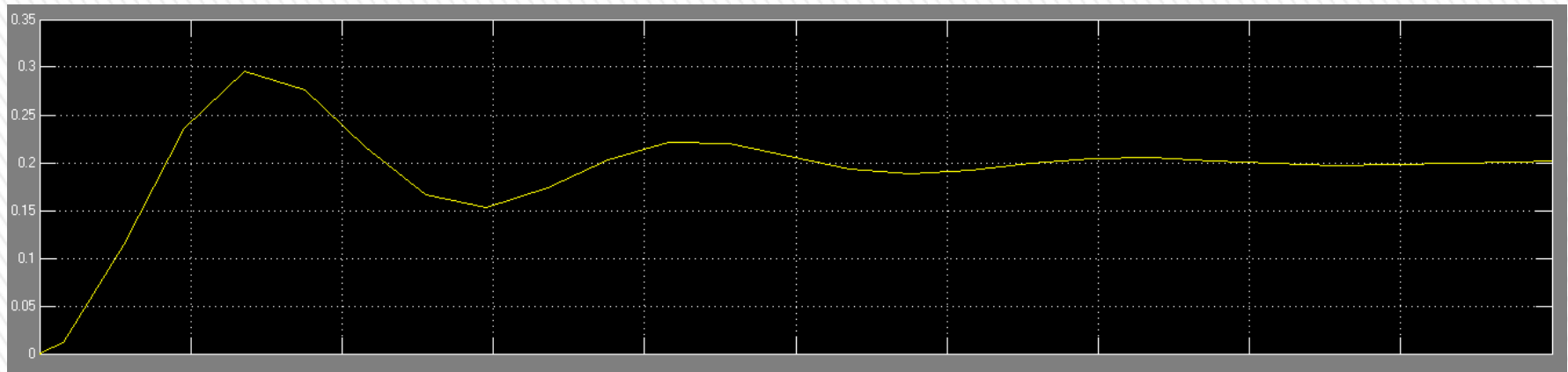


Fig. 19. Respuesta de una planta ante una entrada escalón.

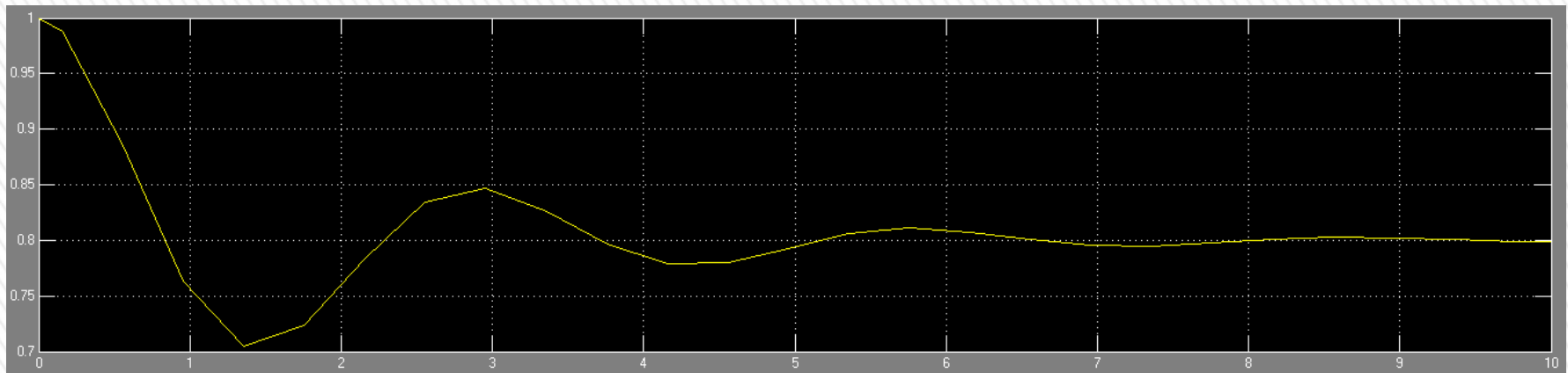


Fig. 20. Valor Absoluto de el error.

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

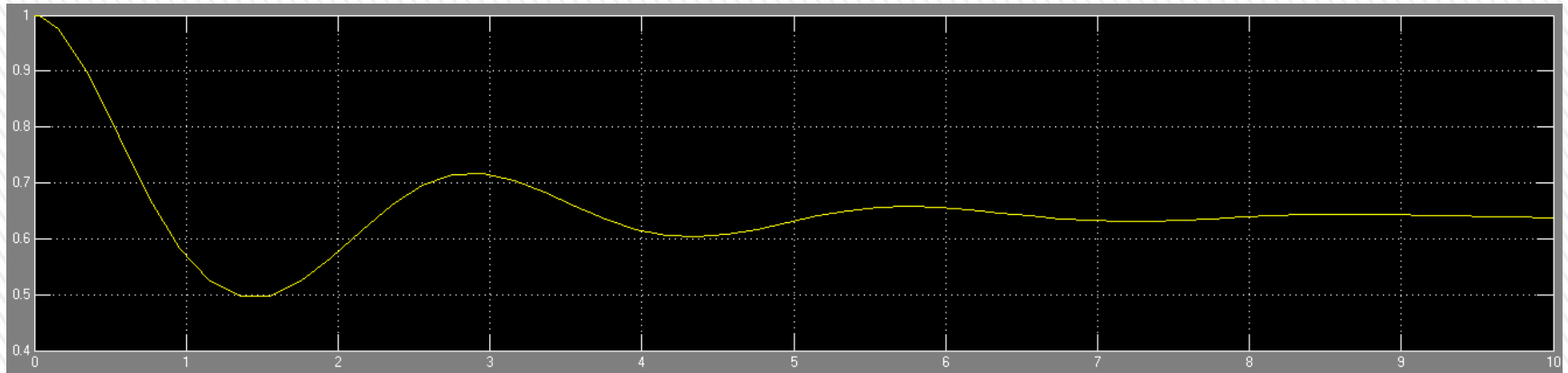


Fig. 21. Error al cuadrado.

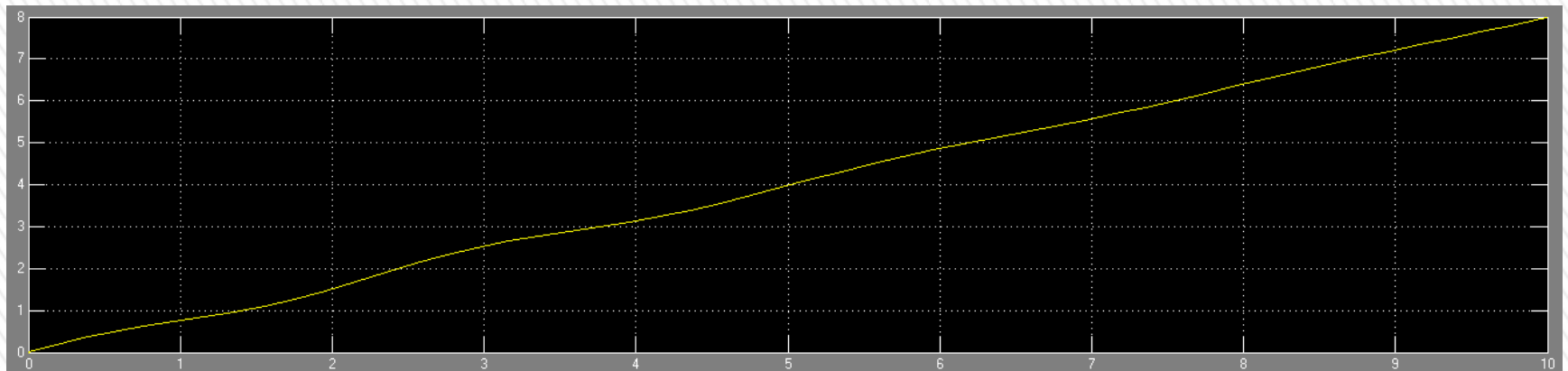


Fig. 21. Valor absoluto del Error por el tiempo.

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

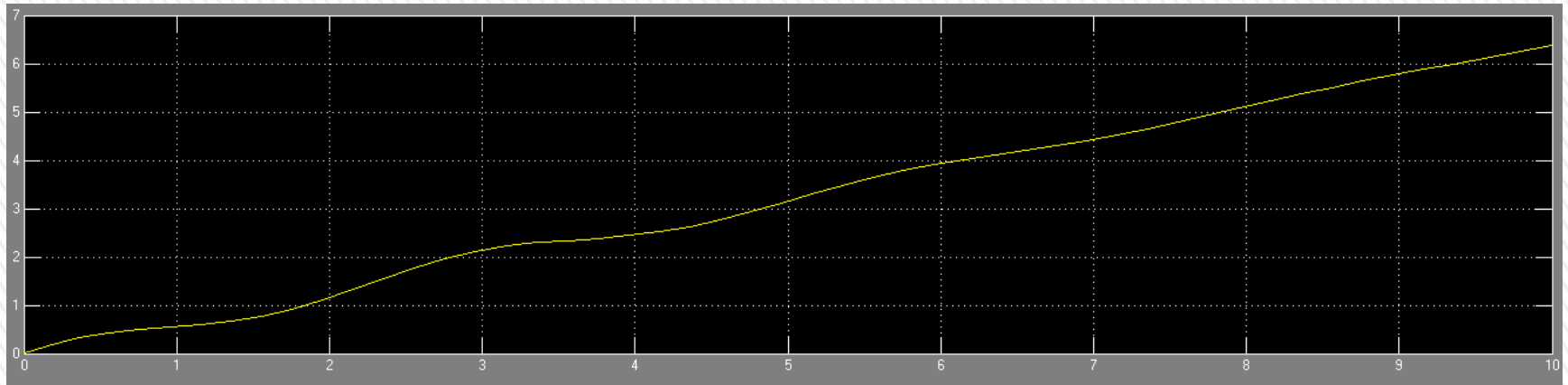


Fig. 22. Error al cuadrado por el tiempo.

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

**Ejercicio 1:** Para regular la respuesta de un sistema de control se utilizó un controlador PID el cual fue sintonizado por dos métodos (**M1** y **M2**) al evaluar el desempeño del controlador para estos ajustes se obtuvo la siguiente Tabla para los índices de funcionamiento:

Método	IAE	ICE	ITAE	ITCE
M1	3.74	2.37	6.55	3.93
M2	3.95	2.22	7.71	3.85

# OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

- *Si deseo un desempeño con poco sobre disparo y mínimo error en régimen permanente, que ajuste de parámetros debo escoger. ¿Explique por qué?*
- *Si deseo un desempeño equilibrado en régimen transitorio, que ajuste de parámetros debo escoger. ¿Explique por qué?*

# BIBLIOGRAFÍA

El texto y las imágenes fueron obtenidas de la siguiente bibliografía.

- **Fundamentos de control automático**, 3ra Edicion; *Paolo Bolzern, Riccardo Scattolini y Nicola Schiavoni*. **MacGraw-Hill**.
- **Instrumentación Industrial**, 7ma Edición; *Antonio Creus Sole*. **Marcombo**.
- **Ingeniería de control moderna**, 4ta Edición; *Katsuhico Ogata*. **Prentice Hall**.