Teoría de la Computación y Lenguajes Formales

Prof. Hilda Y. Contreras
Departamento de Computación
hyelitza@ula.ve
hildac.teoriadelacomputacion@gmail.com

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Contenido

Tema 2: Autómatas con salidas y aplicaciones:

- Máquina de Moore
- Máquina de Mealy
- Autómatas estocásticos
- Autómata Celulares de McCulloch-Pitts
- Paradigma de programación orientado a autómata
- Ejemplos de aplicación

¿Por qué con Salidas?

- Autómatas finitos (Determinista, No Determinista y con transiciones nulas) → Problemas de decisión
- Otros autómatas → otros problemas
- Ejemplos de problemas:
  - Cálculo matemático
  - Transformación, traducción
  - Contador, etc.

AF sin salida

Un AF M esta definido como:

$$M = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$$

- Q es el conjunto de estados
- Σ es el alfabeto del lenguaje
- q_0 es el estado inicial
- δ es la función de transición
- F es el conjunto de estados de aceptación.

AF con salida

Un AF S con salida esta definido como:

$$S = (Q, \Sigma, \mathbf{\Delta}, q_0, \delta, \gamma)$$

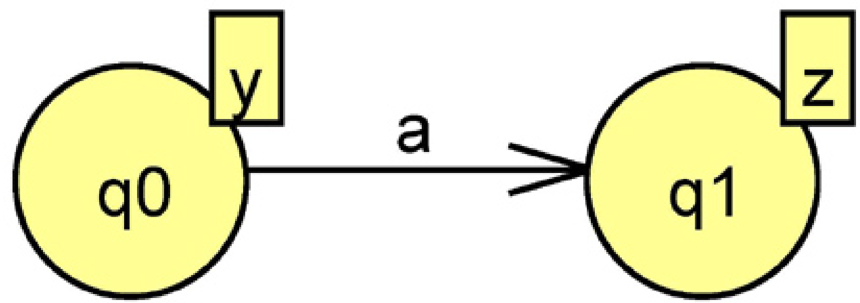
- Q es el conjunto de estados
- Σ es el alfabeto del lenguaje
- **Δ es el alfabeto de salida**
- q_0 es el estado inicial
- δ es la función de transición
- γ **es la función de salida** (estado o transición)

AF con salida

- $\Sigma = \{a,b\}$ y $\Delta = \{y,z\}$

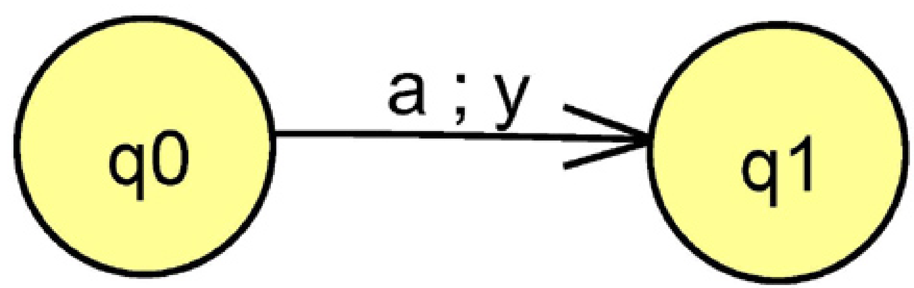
Moore:

γ **: Q → Δ**



Mealy:

γ **: Q x Σ → Δ**



Máquina de Moore

Salida – Estado γ **: Q → Δ**

- El nombre “Máquina de Moore” viene de su promotor: Edward F. Moore, pionero en el estudios de Autómatas, 1956.
- La mayoría de los componentes electrónicos están diseñadas como sistemas secuenciales síncronos (forma restringida de máquinas de Moore)
- p.e. Un Autómata para calcular el residuo de la división por 3 de un número binario, máquina expendedora de café, etc.

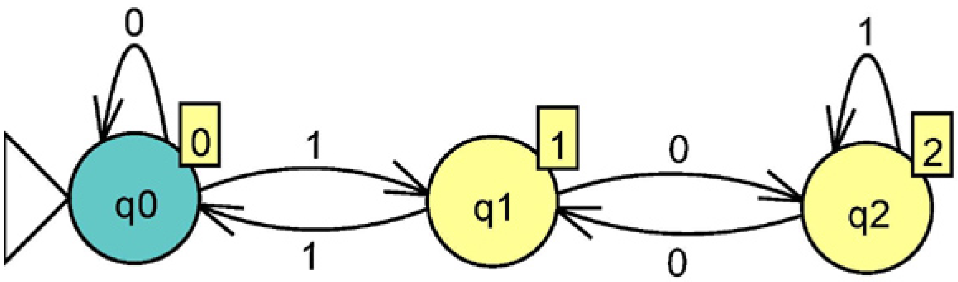
Máquina de Moore

Si **m** se divide entre 3 y su resultado es **x** y su residuo es **p**, entonces **x * 3 + p = m**

Decimal de **m**	Binario de **m**	Decimal de **p**
0	0	0
1	1	1
2	10	2
3	11	0
4	100	1
5	101	2
6	110	0
7	111	1

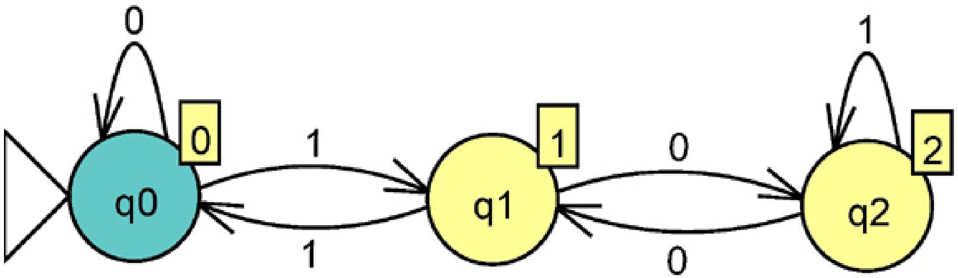
Posibles valores de p

$\Delta = \{0,1,2\}$



JFALP: [moore.jff]

Máquina de Moore

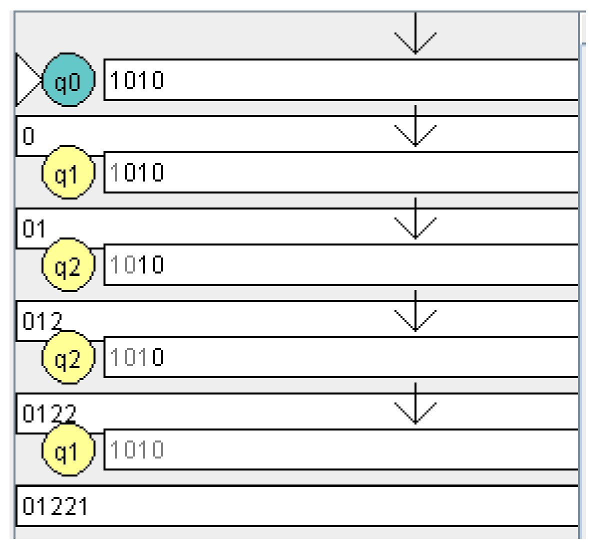


Entrada w = 1010

Salida s = 0122**1**

|s| = |w| + 1

δ	**0**	**1**
$q_0/0$	q_0	q_1
$q_1/1$	q_2	q_0
$q_2/2$	q_1	q_2



JFLAP

moore.jff

Máquina de Mealy

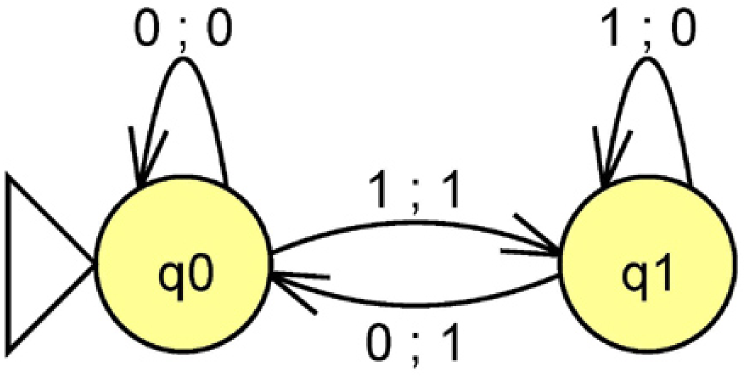
Salida – Transiciones γ **: $\mathbf{Q \times \Sigma \rightarrow \Delta}$**

- El nombre "Máquina de Mealy" viene dado por G. H. Mealy, un pionero de las máquinas de estados, quien escribió un Método para sintetizar Circuitos Secuenciales, 1955.
- Modelo matemático rudimentario para las máquinas de cifrado.
- p.e. Un autómata para aplicar un homomorfismo sobre un lenguaje, filtrar un prefijo específico sobre las palabras, etc.

Máquina de Mealy

El alfabeto de entrada es {0,1} *y el de salida* {0,1}*. La traducción viene dada por las siguientes reglas:*

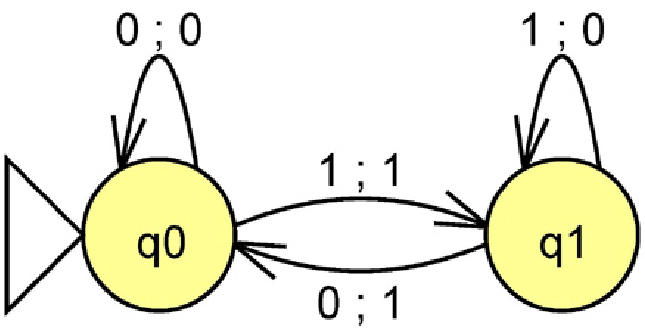
- *Primer símbolo* 0 →0 y 1→1
- *Siguientes símbolos*
  - *Si el anterior es un 0:* 0 → 0 y 1 → 1
  - *Si el anterior es un 1:* 0 → 1 y 1 → 0



JFLAP

mealy.jff

Máquina de Mealy

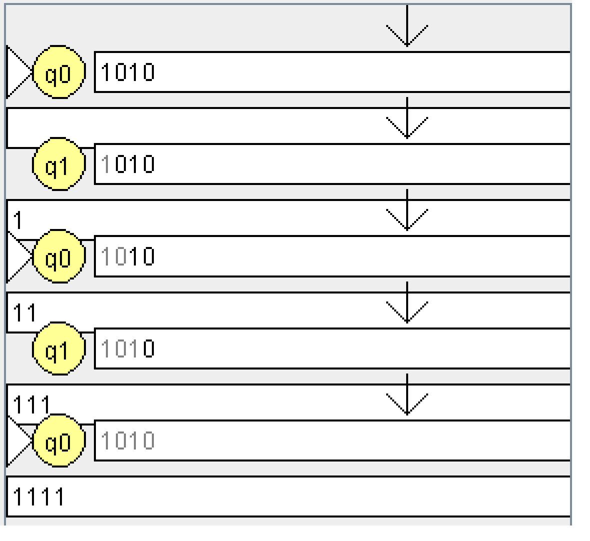


Entrada w = 1010

Salida s = 1111

|s| = |w|

δ	**0**	**1**
q_0	$q_0/0$	$q_1/1$
q_1	$q_0/1$	$q_1/0$



JFLAP

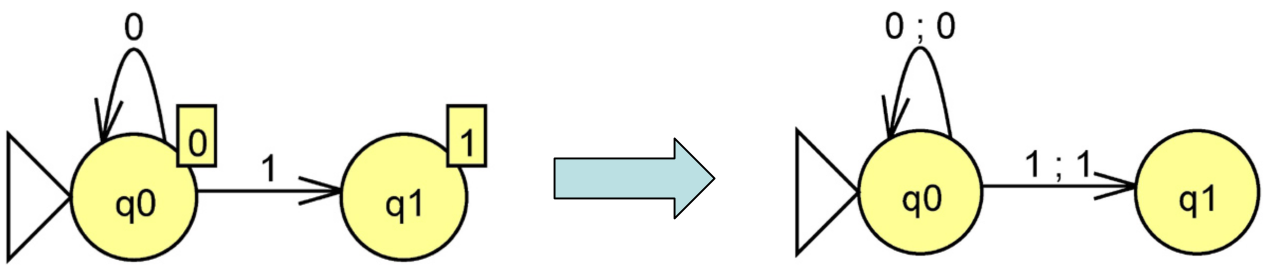
mealy.jff

Equivalencia Moore-Mealy

Sea M una máquina de Moore: $M_O=(Q, \Sigma, \Delta, \delta, \gamma, q_0)$ construimos una de Mealy equivalente $M_E=(Q, \Sigma, \Delta, \delta, \gamma', q_0)$ en la que sólo hay que redefinir la función de salida.

Sea: $\delta(p,a)=q$, entonces $\gamma'(p, a)= \gamma(\delta(p,a))= \gamma(q)$

La salida correspondiente a un transición es la salida del estado al que se llega con esa transición.



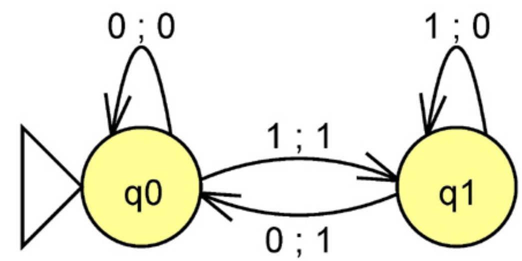
Equivalencia Mealy-Moore

Sea M una máquina de Mealy M_E=(Q, Σ, Δ, δ, γ, q_0) construimos una de Moore equivalente M_O=(Q', Σ, Δ, δ', γ', q'_0)

Donde:

- Q'= {todos los pares formados por un estado en *Q* y un símbolo en Δ}
- q_0= uno de los pares (q_0, A) con A en Δ
- δ'([p,A], a) = [δ(p,a), γ(p,a)]
- γ'([p,A)] = A

Equivalencia Mealy-Moore

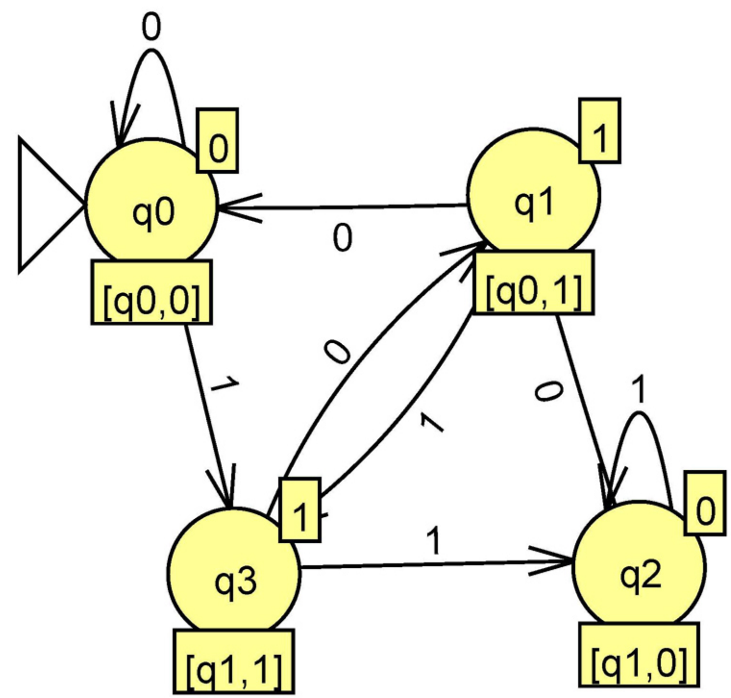


- $\Delta = \{0,1\}$
- $Q' = \{[q_0,0],[q_0,1],[q_1,0],[q_1,1]\}$
- q_0= uno de los pares (q_0, A) con A en Δ

$\delta'([q_0,0], 0) = [q_0,0]$
$\delta'([q_0,0], 1) = [q_1,1]$
$\delta'([q_0,1], 0) = [q_0,0]$
$\delta'([q_0,1], 1) = [q_1,1]$
$\delta'([q_1,0], 0) = [q_0,1]$
$\delta'([q_1,0], 1) = [q_1,0]$
$\delta'([q_1,1], 0) = [q_0,1]$
$\delta'([q_1,1], 1) = [q_1,0]$

$\gamma'([q_0,0]) = 0$
$\gamma'([q_0,1]) = 1$
$\gamma'([q_1,0]) = 0$
$\gamma'([q_1,1]) = 1$

$[q_0,0] = q_0$
$[q_0,1] = q_1$
$[q_1,0] = q_2$
$[q_1,1] = q_3$



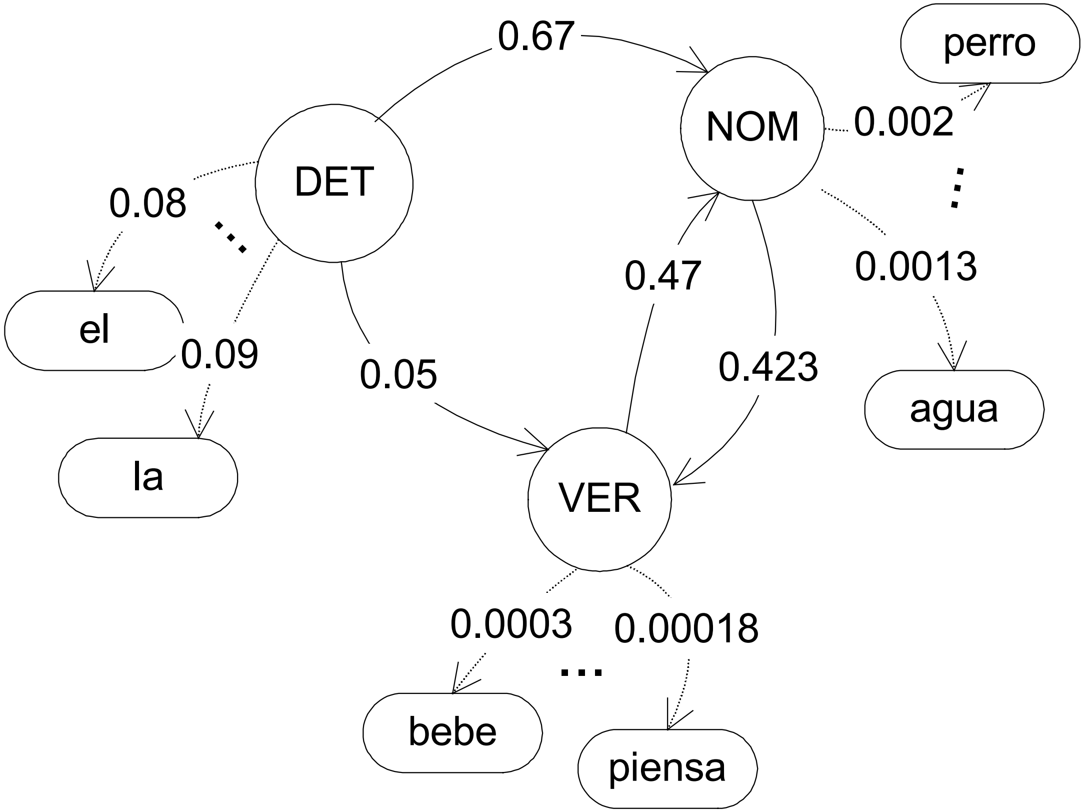
Autómatas Estocásticos

- Autómata finito con probabilidades (transiciones)
- Cadena de Markov, 1907, matemático ruso Andrei Markov
- Usado en modelos de negocios, modelar patrones de procesos, Procesamiento del Lenguaje Natural, etc.

Modelo de Markov

- p.e. Un autómata para etiquetar textos en lenguaje natural. [lectura3_JoseTroyano.pdf]

Salida	El	perro	bebe	agua
Estado	DET	NOM	VER	NOM



Autómatas de células

- Origen de la redes neuronales
- Década de los 50, dos neurofisiólogos, Warren S. McCulloch y Walter Pitts
- Características:
  - Varias entradas generan una salida
  - Estados activos e inactivos
  - Función de transición depende del tiempo
- Leer: lectura2_CesarGarcia_otros-af.pdf

Programación Orientada a Autómata

- Paradigma basado en estados y cambios de estados. http://is.ifmo.ru/english/
- Similar a OxO: Estado, función de transición de estado (tabla de transición)
- Ejemplo: Automata-basedprogramming-Wikipedia.pdf http://en.wikipedia.org/wiki/Automata-Based_Programming
- Lenguajes de programación: Refal *(**Re**cursive **f**unctions **a**lgorithmic **l**anguage)* http://www.refal.net/ , STATE (*State Transition Analysis Technique*) 2000_eckmann_vigna_kemmerer_statl.pdf, Método Vienna basado en autómata para especificación semántica de L. de programación (Ollongren, 1974).

Ejemplo de Aplicación de AF

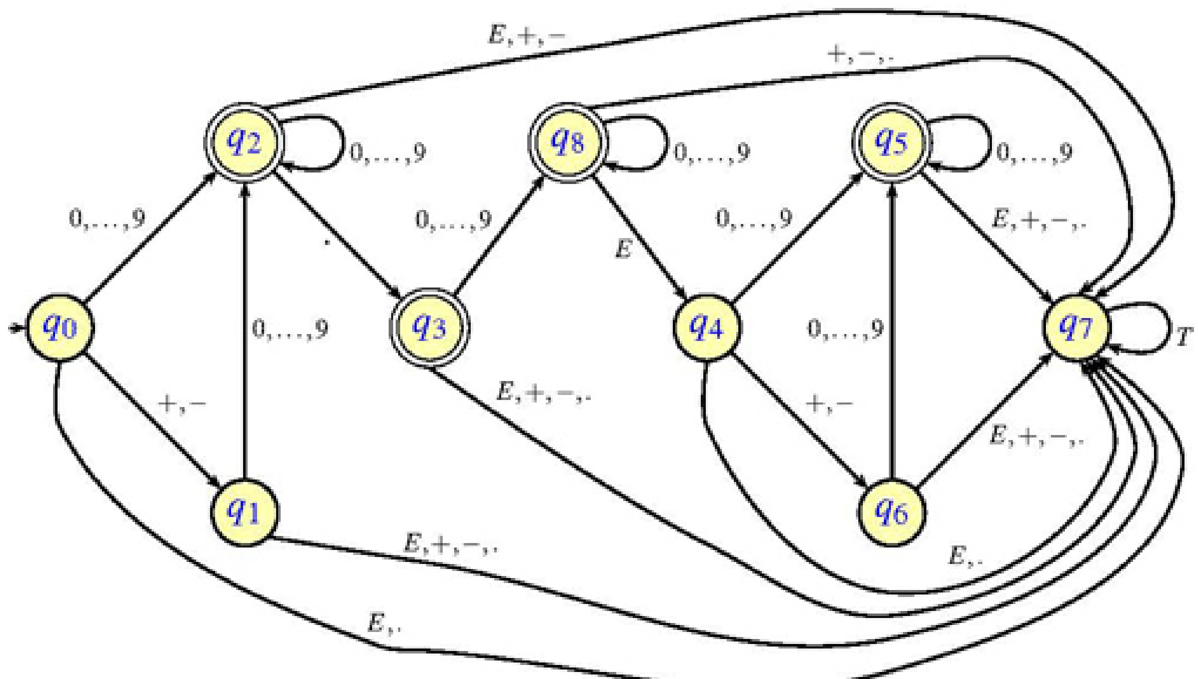
Reconocimiento de patrones: constantes reales

p.e. +0.5E-3

-1248.6171E+2

982

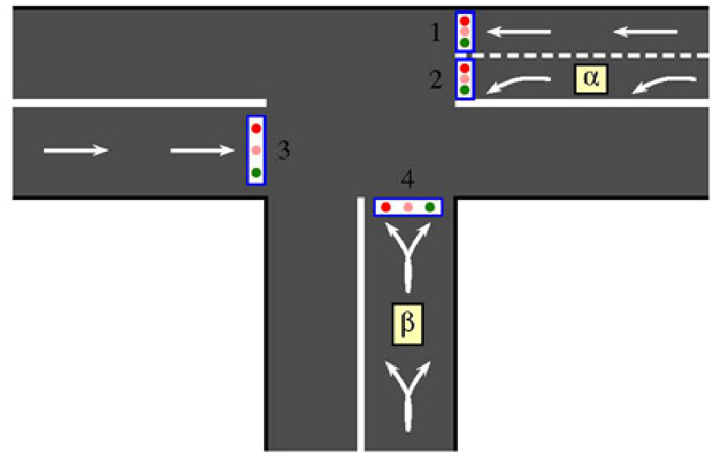
.132E-1

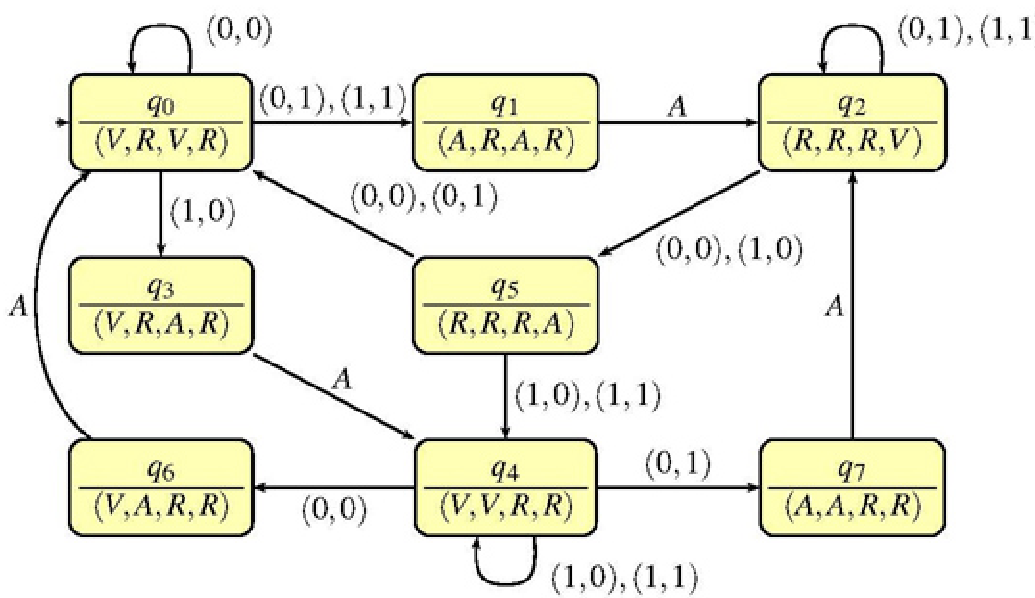


Ejemplo de Aplicación de AF

Semáforo:

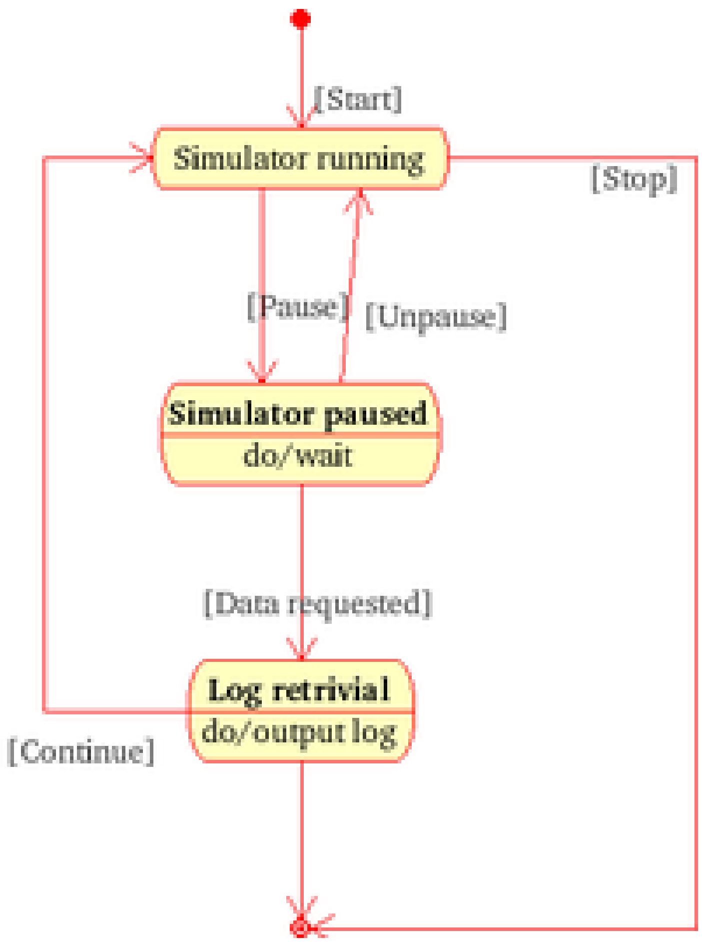
- *Sensores* α y β indican si hay autos *en cola semáforos 2 y 4:1 si hay autos y 0 si no hay*
- *Entrada* (α,β)
- *Las salidas* (a_1;a_2;a_3;a_4) *donde* a_i *esta en {R;A;V}*





Ejemplo de Aplicación de AF

- Especificación formal de arquitectura de software UML ➔ Diagrama de estados



Ejemplo de Aplicación de AF

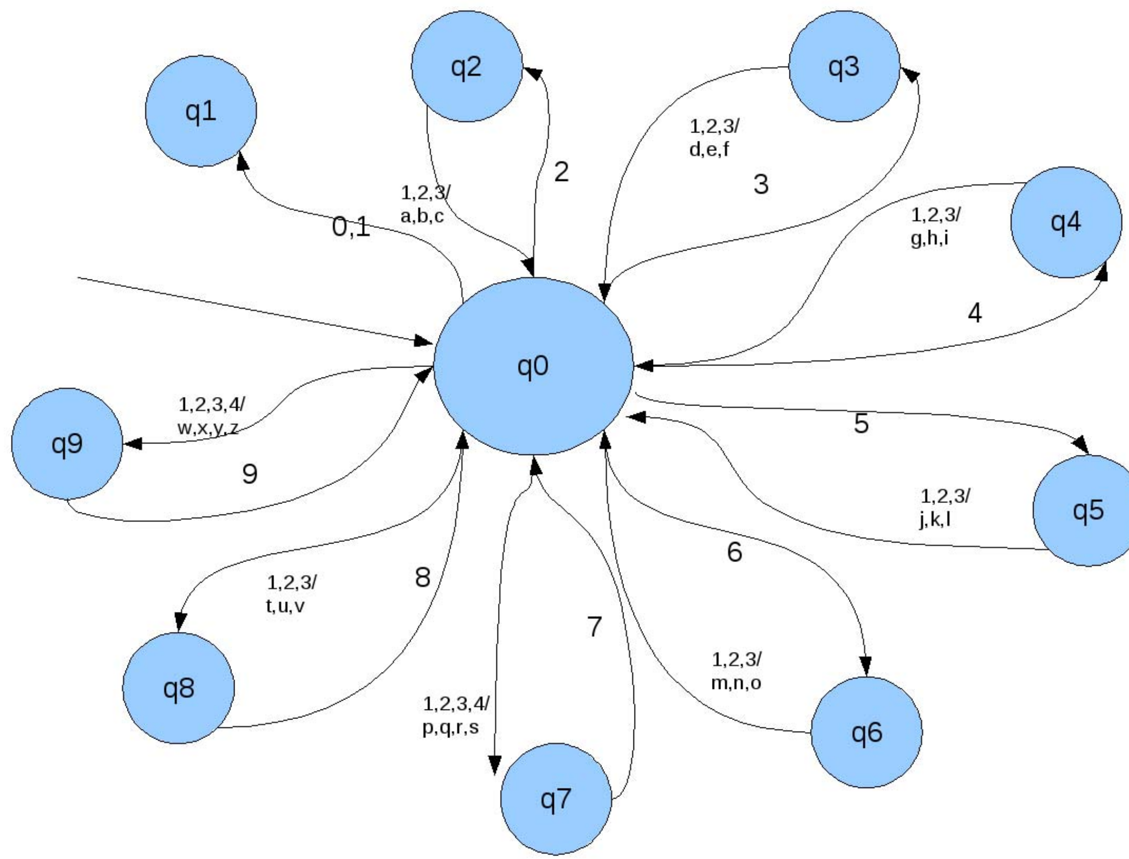
Teclado del Celular

- Considere el envío de mensajes de texto en un celular. Se usarán dos dígitos para codificar cada letra: el primero es la tecla que contiene la letra y el segundo es el índice 1, 2, 3 ó 4 de la letra en la tecla. Por ejemplo, la secuencia 42635321 representa el mensaje "hola".

Ejemplo de Aplicación de AF

Teclado del Celular: [Automata_Salida_celular.cpp]

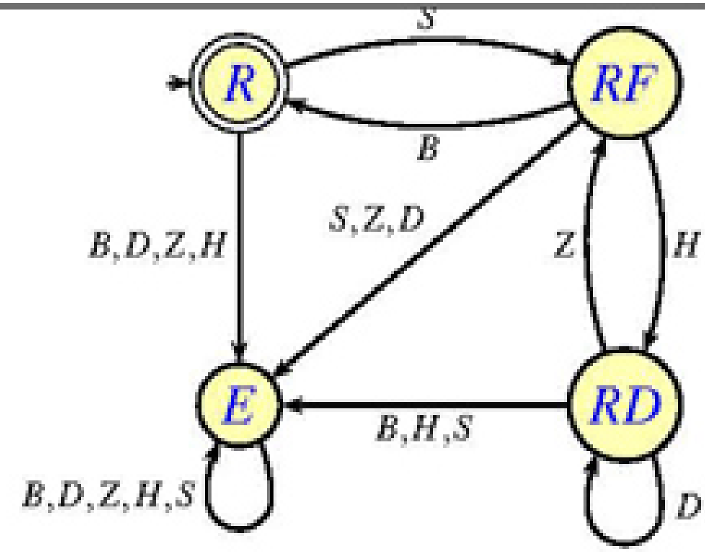
1	2 abc	3 def
4 ghi	5 jkl	6 mno
7 pqrs	8 tuv	9 wxyz
*	0	#



Ejemplo de Aplicación de AF

Especificación de Protocolo Kermit

- *Estados:*
  - R: espera
  - RF: archivo
  - RD: datos
  - E: error

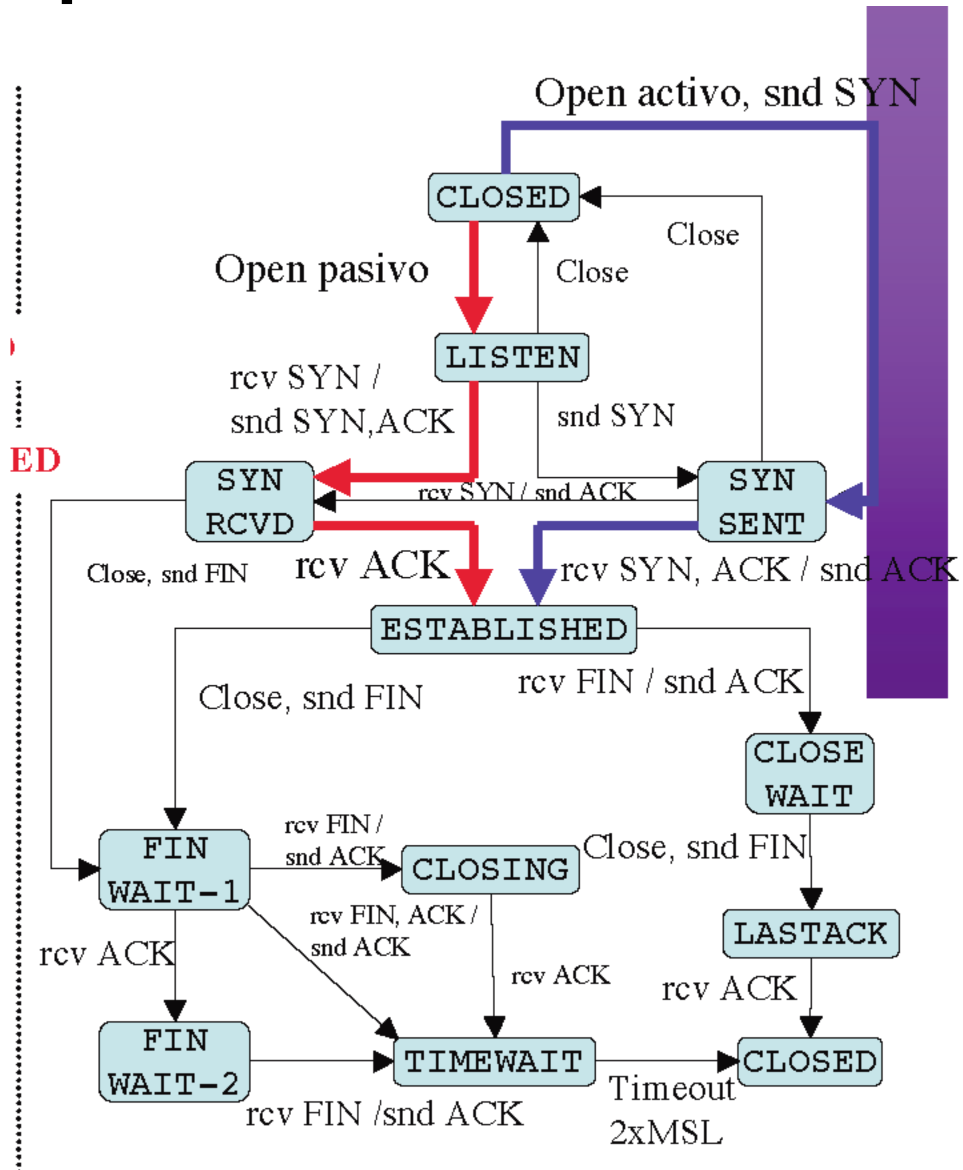


Entradas:

- S: cabecera inicio de transmisión
- B: trama de fin de transmisión
- H: cabecera de archivo
- D: Datos
- Z: fin de archivo

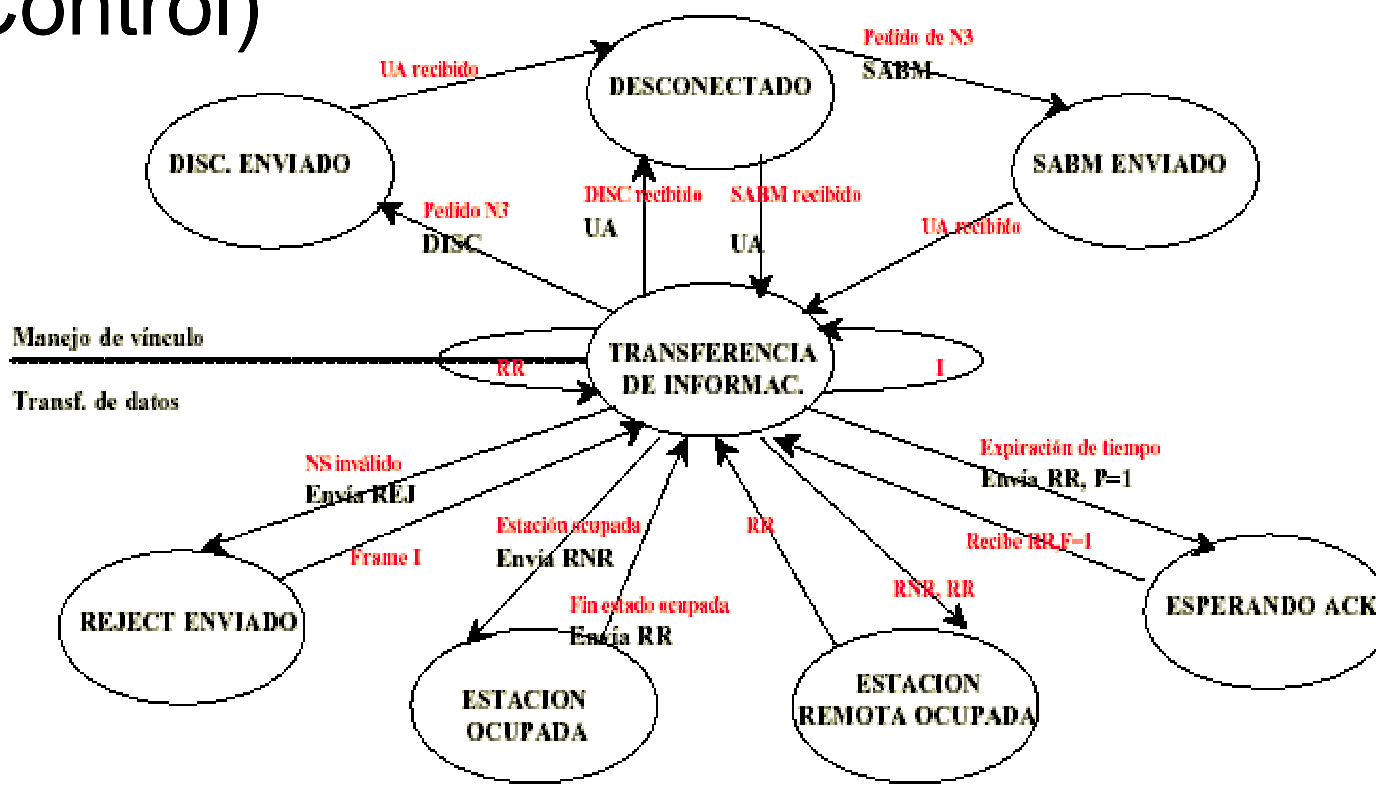
Ejemplo de Aplicación de AF

- Especificación de protocolos de comunicación [rfc0793-es.pdf](rfc0793-es.pdf) ➔ Diagrama de estados de una conexión TCP pag. 25



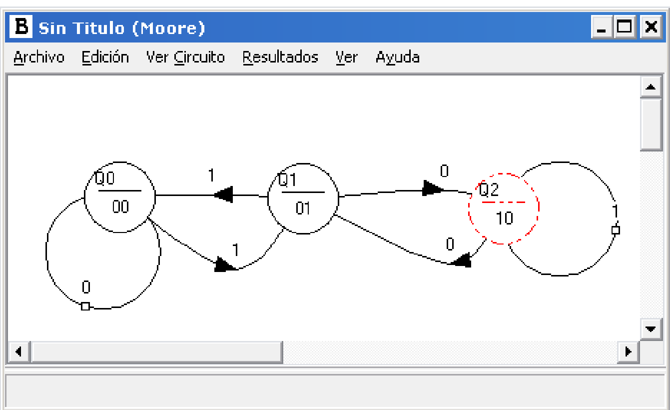
Ejemplo de Aplicación de AF

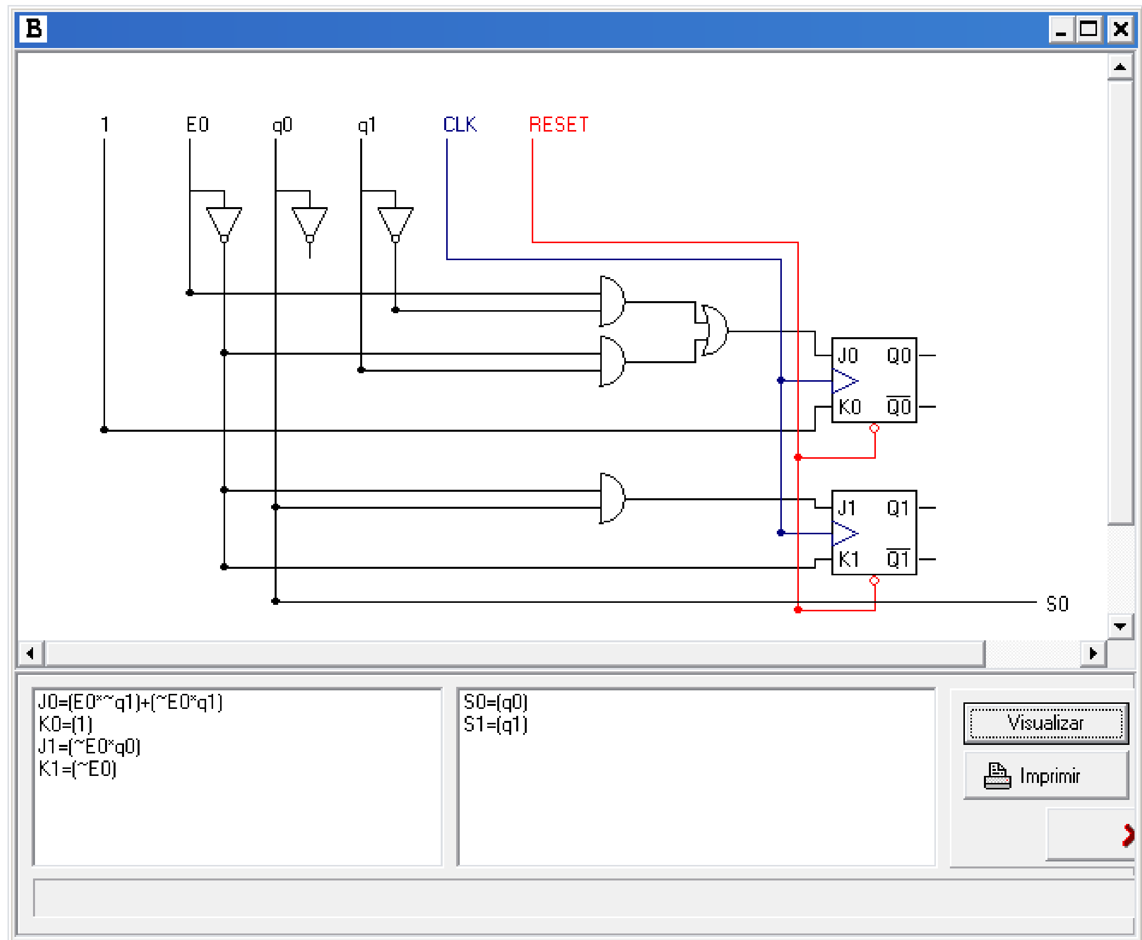
- Especificación de protocolos de comunicación ➔ HDLC (High-Level Data Link Control)



Ejemplo de Aplicación de AF

- Circuitos secuenciales





Programa de captura de sistemas digitales “Boole-Deusto”: Obtener un circuito flip-flops JK a partir de un diagrama de Moore automáticamente.