

## Tema 7: Extensiones de la Máquina de Turing y Propiedades de los Lenguajes Recursivamente enumerables

### Ejercicios

1. Diseñe una Máquina de Turing (MT) que **reconozca** los siguientes lenguajes (se recomienda usar cualquiera combinación de extensiones de MT):
  - a)  $\{ ww \mid w \in (a+b)^* \}$
  - b)  $\{ 0^n 1^n 0^n \mid n \geq 0 \}$
  - c)  $\{ w \mid w \in (0+1+2)^* \text{ con igual número de ceros, unos y dos, es decir } |w|_0 = |w|_1 = |w|_2 \}$
  - d)  $\{ a^i b^j c^k \mid k = \min(i, j) \}$
  - e)  $\{ a^i b^{i+k} c^k \mid k \neq i \}$
  - f)  $\{ a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ó } j = k \text{ ó } i = k \}$
  - g)  $\{ a^* a b b^* b a a^* \}$
2. Diseñe una Máquina de Turing (MT) que **calcule** las siguientes funciones:
  - a.  $f(n) = n^2$
  - b.  $f(n) = n!$
  - c.  $f(m, n) = \max(m, n)$
  - d.  $f(n) = \log_2(n)$
3. Diseñe una MT que **enumere** todos los lenguajes de la pregunta 1.
4. Imagine una MT que opere sobre una cinta 2-dimensional, infinita hacia la derecha y hacia arriba. Se decide que la entrada y el resultado quedarán escritos en la primera fila. La máquina puede moverse en las cuatro direcciones. Simule esta máquina para mostrar que no es más potente que una tradicional.

5. Imagine una MT que posea  $k$  cabezales pero sobre una misma cinta. En un paso lee los  $k$  caracteres, y para cada uno decide qué escribir y adónde moverse. Descríbala formalmente y muestre cómo simularla con un sólo cabezal.
6. Diseñar una MT que decida si la entrada es de longitud par, para palabras en  $\{a, b\}^*$
7. Conteste las siguientes preguntas, justificando la respuesta:
  - a) ¿El complemento de un lenguaje Turing-decidible es también Turing-decidible?
  - b) ¿El complemento de un lenguaje Turing-decidible es Turing-aceptable?
  - c) ¿Todo lenguaje Turing-decidible será subconjunto de algún lenguaje libre de contexto?
  - d) ¿La intersección de un Turing-aceptable con un libre de contexto será libre de contexto?