

CAPITULO 5

PARALAJE

5.1 La visión humana.

El conocimiento del mundo circundante, la percepción de los objetos y la estimación de distancias, actividades básicas para el ser humano, está dado principalmente por el sentido de la vista, considerado en conjunto como la visión. El fenómeno de la visión es un proceso complejo, que consiste, a grandes rasgos, en captar mediante los ojos la energía procedente de una fuente emisora, transmisora o reflectora de radiaciones luminosas. La energía puede ser cuantificada en esta etapa mediante el uso de la óptica y la fotometría. Esta energía luminosa es convertida en señales neurobiológicas desde la retina hasta el cortex, mas allá del cual es puramente cervical. El proceso termina con la interpretación y la comprensión de la señal inicial, es decir, la percepción del mundo que nos rodea.

5.1.1 Descripción del ojo.

El ojo humano presenta una gran similitud con la cámara fotográfica, en cuanto al sistema óptico se refiere. La cornea y el cristalino enfocan la imagen sobre la superficie fotosensible que constituye la retina. La longitud focal del cristalino es de 17 mm, lo cual da un ángulo de 180° , libre de distorsión por proyectar sobre una superficie esférica, adaptada completamente a la proyección central. La reducida distancia focal del ojo ofrece la ventaja de su gran profundidad de campo, lo que permite tener enfocado al mismo tiempo una distancia nítida por delante y por detrás del sujeto enfocado. La cantidad de luz que penetra en el ojo está controlada por el iris, el cual es un diafragma controlado por músculos que lo cierran y abren desde un diámetro de 2mm, cuando existe iluminación fuerte, hasta 8 mm, cuando existe iluminación tenue; estas aperturas límites equivalen a los valores $f/8$ y $f/2$, respectivamente.

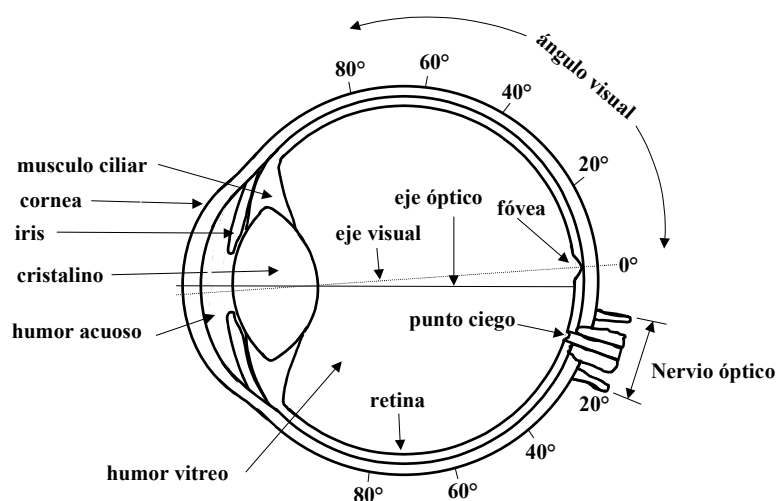


Figura 5.1. Sección transversal del ojo humano. (Adaptado de Drury, 1993)

La retina es la parte del ojo que se encarga de registrar la imagen proyectada sobre ella. Posee aproximadamente 130 millones de fotorreceptores, de dos diferentes tipos: conos y bastoncitos. Estos fotorreceptores se encuentran en la última capa de las tres que conforman la retina, lo que implica que el nervio óptico debe pasar a través de la retina en un punto denominado punto ciego, el cual, debido a la función que realiza, no posee fotorreceptores.



Figura 5.2. Determinación del punto ciego: cierre el ojo izquierdo y mirando la cruz, acérquese a la misma hasta que el punto negro desaparezca.

Los conos son de tres tipos diferentes, según sean sensibles al color rojo, al verde o al azul. Su número es de siete millones aproximadamente, y se concentran en orden decreciente desde a fovea hasta la periferia de la retina.

Los bastoncitos, cuyo número en la retina es de 120 millones aproximadamente, son receptores básicamente sensibles a la iluminación, e intervienen en la visión periférica, en la detección de movimiento y en la visión nocturna. Su máxima sensibilidad se ubica en aquella parte del espectro visible que corresponde a la longitud de onda del color azul, producida por la máxima difusión atmosférica. Por ello, los bastoncitos están optimizados a las condiciones de iluminación proveniente de la atmósfera.

Otra característica de los bastoncitos, es su adaptación a las bajas condiciones de iluminación, mediante un mecanismo llamado visión escotópica, el cual nos da la forma de los objetos mas no su color, ya que los conos no intervienen en la misma. En condiciones normales de iluminación, la visión funciona mediante el mecanismo de visión fotópica, donde intervienen conos y bastoncitos.

La resolución del ojo humano está ligada al tamaño medio de los conos y de la distancia focal del mismo, ya que esto determina el valor angular que puede resolver, y que está en los cinco minutos de arco para el ojo promedio.

5.2 La percepción del relieve

El sistema visual humano posee la capacidad de percibir el relieve mediante el uso de mecanismos tanto psicológicos como fisiológicos, según la visión sea monocular o binocular, respectivamente. Así pues, la percepción del relieve presenta un doble aspecto: en primer lugar monocular, ya que estamos en capacidad de reconstituir el espacio a partir de la visión obtenida a través de un solo ojo, y siguiente y con especial relevancia binocular, ya que al mirar simultáneamente con ambos ojos se obtiene la visión

estereoscopia o esteropsis, la cual nos permite apreciar realmente el relieve, en forma independiente de la visión monocular.

5.2.1 Visión Monocular

La simple visión monocular nos da la visión de relieve; cuando se observa un cuadro, una fotografía una pantalla de cine o de televisión, no se tiene ninguna dificultad a ubicar los objetos, unos respecto a otros. No existe en general ninguna ambigüedad en darles sus posiciones relativas. Para ello, se hace uso de mecanismos psicológicos, que tienen su origen en las numerosas informaciones que el sentido de la visión posee, producto de la experiencia. Entre estos tenemos:

- El tamaño relativo de los objetos: si un objeto A que posee las mismas dimensiones que un objeto B, se ve de tamaño mayor, entonces el objeto A está mas cerca; por supuesto, es necesario previamente conocer el tamaño que tienen estos objetos. Esta propiedad es muy utilizada en la industria del cine, en la creación de maquetas.
- El grado de detalles o nitidez que posee un objeto: se asocia la cercanía con un mayor grado de detalle.
- El desplazamiento relativo de los objetos: cuando estamos desplazándonos los objetos mas cercanos se mueven con mayor velocidad que los mas alejados. Esta propiedad es vital para los animales depredadores.
- La perspectiva: es el origen esencial de la reconstrucción del relieve, a partir de una vista monocular. Se conoce por la experiencia visual, que el espacio se representa en el plano mediante ciertas reglas geométricas, que constituyen las reglas que crean la ilusión de la perspectiva.
- Decoloración de los objetos. Asociada a la perspectiva está la decoloración de los objetos, que ocurre en forma directamente proporcional a la distancia.
- El recubrimiento de un objeto por el otro: si el objeto A recubre el objeto B, entonces el A está mas cercano.
- Las sombras: determinan principalmente el relieve de elementos verticales. Cuando la sombra de un objeto está por debajo del mismo, es porque sobresale del plano vertical en el que está contenido. Cuando la sombra se encuentra por encima, entonces el plano está por delante del objeto. También, y a semejanza del recubrimiento parcial de un objeto por otro, aquellos elementos de la imagen monocular cubiertos parcial o totalmente por la sombra de otro elemento, estarán por detrás de éste.
- Diferencias en el enfoque del ojo, que son un factor fisiológico complementario en la determinación de la cercanía de los objetos.

5.2.2 Visión Binocular.

En la visión binocular ambos ojos observan la misma escena, pero desde un punto de vista ligeramente diferente, ya que están separados por una distancia que es, en promedio, de 65 mm, denominada *distancia interpupilar*. Esta diferencia de posición hace que cada ojo posea una vista ligeramente diferente de la escena visada; estas diferencias son procesadas por el sentido de la visión y el resultado del mismo es la sensación de relieve, la cual puede variar ligeramente entre los individuos, dependiendo de su distancia interpupilar y de las características propias de su visión. Eventualmente, algunos individuos no tienen capacidad

de visión estereoscópica, aunque pueden ver por ambos ojos. La razón de ello estriba en defectos de la visión, como por ejemplo, el estrabismo.

5.3 La visión estereoscópica.

Tal como se afirmó anteriormente, el aspecto más relevante de la visión humana es su capacidad de percibir el relieve o profundidad. Esta visión estereoscópica se logra mediante mecanismos fisiológicos siendo éstos los siguientes:

5.3.1 Acomodación.

Es la tensión del músculo que cambia la curvatura del cristalino, y por ende, la distancia focal del mismo. Como la tensión se hace mayor y por lo tanto notable, para enfocar objetos cercanos, este mecanismo sólo es útil para cortas distancias.

5.3.2 Convergencia.

Es el ángulo formado por la intersección de los ejes ópticos de los ojos. Este mecanismo es efectivo a cortas distancias por las mismas razones del mecanismo anterior.

5.3.3 Paralaje.

Si un lápiz es mantenido a 30 cm de distancia de los ojos, frente a un determinado objeto ubicado en el fondo, y haciendo énfasis en éste, se cierran y abren alternativamente ambos ojos, en rápida sucesión, se tiene la sensación de que el lápiz se desplaza con respecto al objeto. Si se enfoca ahora alternativamente al lápiz y al objeto, se tiene la impresión de que los objetos se encuentran a distancias diferentes (de hecho, cuando se enfoca el objeto, el lápiz se ve doble). Un esquema semejante al de la situación aquí descrita se puede observar en la figura 5.3, donde el objeto "A" se encuentra más cercano que el objeto "B".

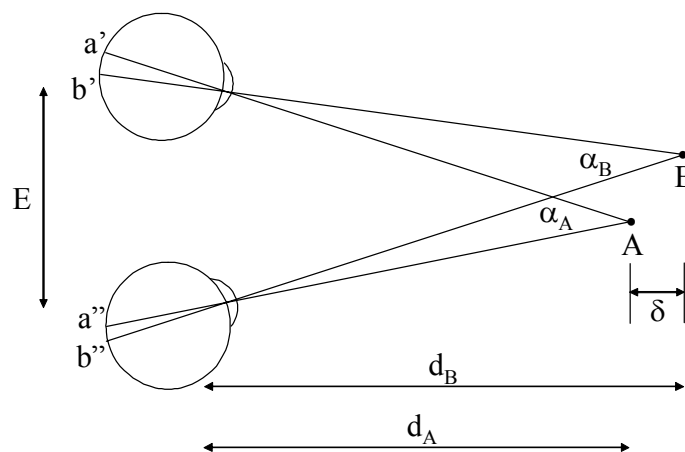


Figura 5.3. Esquema de las trayectorias visuales y su proyección en la retina.

La diferencia en la retina, de los dos ángulos de convergencia, es el paralaje relativo entre los dos objetos, es decir $a'-a''$ y $b'-b''$. Esta diferencia en paralaje es el factor más importante para la percepción del relieve. Al igual que para la estimación de distancia, su límite está en un minuto de arco. Esto significa que la visión estereoscópica puede apreciar diferencias en profundidad de hasta 0,075 mm. Este valor proviene no del ángulo en sí, sino del espaciamiento entre los bastoncitos en la retina. El ángulo de convergencia es leído en la retina mediante las distancias entre la posición de la imagen del objeto con respecto a la posición de la fovea, que es el origen de coordenadas de cada ojo.

Los límites para la visión estereoscópica se encuentran a 150 mm para el inferior, ya que a esta distancia no se consigue la fusión del objeto visado por ser el límite de la convergencia y el enfoque, y 200 m para el superior, debido límite en la resolución angular del ojo.

Cuando los rayos de luz que proceden de un punto de un objeto llegan a los ojos, están separados por un ángulo, llamado ángulo paraláctico, que decrece a medida que la distancia del objeto aumenta. Este ángulo, en radianes, puede expresarse como:

$$\alpha = \frac{E}{d}$$

Donde E es la distancia interpupilar o base de los ojos, que varía de 60 a 70 mm en los humanos, y d es la distancia desde la base de los ojos hasta el objeto visado.

Si tomamos la distancia interpupilar promedio como $E = 65$ mm, y $\alpha = 1'$, tendremos que $d = 200$ m, aproximadamente.

5.4 Visión estereoscópica artificial.

En fotogrametría se hace uso de la visión estereoscópica para la observación de los pares estereoscópicos, donde los paralajes, relativamente grandes, son producidos mediante los métodos de toma de vistas.

Ya que cada ojo observa en su retina direcciones hacia puntos, se puede reemplazar la visión tridimensional del entorno natural superponiendo delante de cada ojo una fotografía que contenga las mismas direcciones dadas por la visión natural del entorno, ya que al existir los mismos paralajes, se producirán en la visión los mismos mecanismos de percepción que dan origen a la visión estereoscópica. La observación independiente de cada ojo sobre su respectiva fotografía da origen entonces a un modelo tridimensional del terreno en la mente del observador.

Los requisitos para realizar la visión estereoscópica son los siguientes:

- A cada ojo hay que presentarle una imagen que cubra un área común y que presente paralaje con respecto a la que observa el otro ojo.
- Los rayos visuales hacia puntos homólogos deben intersectarse en el espacio de dos en dos. Esto significa que la observación debe realizarse según planos epipolares, es decir, que los rayos epipolares homólogos estén sobre la misma recta.
- Los puntos más lejanos de ambas imágenes no han de tener una separación mayor que la distancia interpupilar del observador, o a la base de visión del aparato utilizado

La relación entre la acomodación y la convergencia es muy importante en la visión estereoscópica. Cuando los ojos enfocan un objeto cercano, convergen a su vez automáticamente, de forma que las líneas de visión intersectan al objeto. Cuando enfocamos al infinito, las líneas de visión son paralelas. Cuando se observa un par de fotografías estereoscópicas a través de los estereoscopios, los ojos convergen para adaptarse a la distancia de observación, pero la visión debe realizarse con las líneas de visión paralelas, para adaptarse a los ejes ópticos del aparato. Esta contradictoria forma de relación, opuesta a lo acostumbrado por el sentido de la visión, toma algo de práctica para ser asimilado, y por lo tanto observar los pares de fotos con comodidad.

5.4.1 Formas de visión estereoscópica artificial.

Existen tres formas de crear el efecto tridimensional, en base a los ejes de convergencia de la visión, clasificándose en:

- Ejes cruzados
- Ejes paralelos
- Ejes convergentes

Ejes cruzados: este tipo de observación si bien es factible, no se utiliza en la práctica, salvo en casos contados, debido a que el tipo de dificultad que posee, lo hace accesible solamente a los más experimentados, cuando se realiza al ojo desnudo. Anteriormente se utilizó en algunos aparatos restituidores, que poseían el llamado “paralelogramo de Zeiss”, hoy día en desuso.

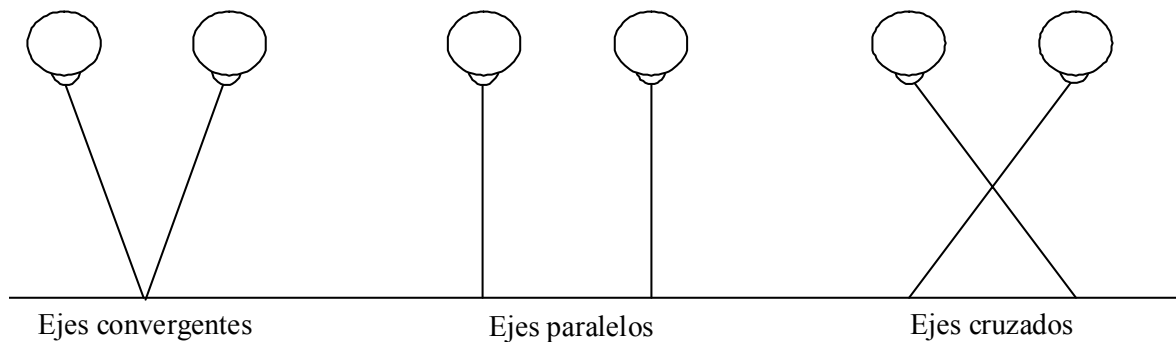


Figura 5.3. Ejes de visión binocular.

Formas de visión mediante ejes paralelos: esta modalidad es la mas utilizada actualmente, tanto en los estereoscopios como en la mayoría de los aparatos de restitución, y en la cual la óptica obliga a los ojos a mantener los ejes de la visión paralelos entre si.

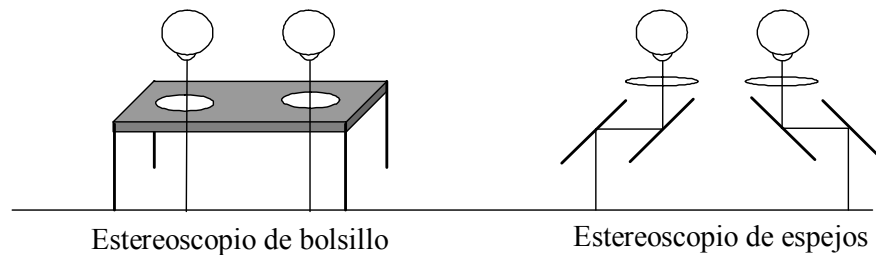


Figura 5.4. Visión por ejes paralelos en estereoscopios.

Formas de visión mediante ejes convergentes: en este caso la estereoscopia se consigue por medios que transmiten a cada ojo su respectiva imagen, impidiendo la visualización de la otra imagen.

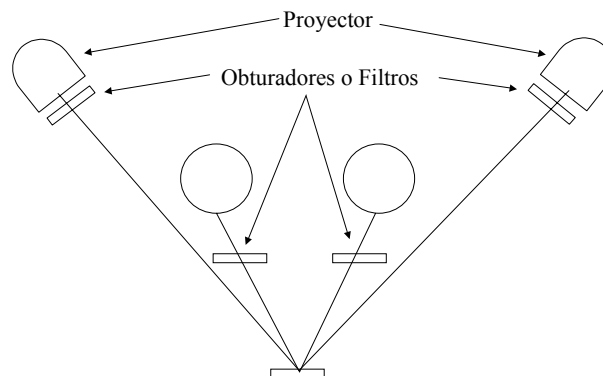


Figura 5.5. Visión por ejes convergentes.

La visión mediante ejes convergentes puede realizarse mediante tres diferentes formas posibles para controlar la visualización:

- Anaglifos: utilizan filtros de colores primarios (azul y rojo o verde y rojo), para la proyección de la diapositiva y para su observación.
- Filtros polarizados: utiliza este tipo de filtros, con una rotación de 90^{a} , entre los filtros de la izquierda y los de la derecha.
- Obturadores sincronizados: esta forma hace uso del principio de retención de una imagen en la retina durante un lapso de tiempo (alrededor de $1/30$ seg). El obturador del proyector izquierdo deja pasar la luz, al igual que el obturador de observación

izquierdo, mientras que los de la derecha permanecen cerrados; una fracción después, se abren los derechos y se cierran los izquierdos.

Requisitos para la observación de fotografías estereoscópicas:

- 1- A cada ojo hay que presentarle una fotografía tomada desde un punto de vista diferente a la del otro ojo, fotografías que deben presentar un área común.
- 2- Los rayos visuales hacia los puntos homólogos de las fotografías deben cortarse en el espacio de dos a dos. Esto implica que la observación debe realizarse según planos epipolares.
- 3- Los puntos que presenten mayor profundidad o mayor altura no han de tener una mayor separación entre las fotografías que la distancia interpupilar del observador. En el caso del uso de estereoscopio de espejos para la observación, esta condición puede omitirse.

Requisitos para la obtención de fotografías estereoscópicas:

De los requisitos para la observación de fotografías estereoscópicas, podemos deducir las condiciones para la toma de fotografías que puedan ser observadas con comodidad:

- 1- Las fotografías deben tener un área común.
- 2- Los ejes de toma deben estar en el mismo plano.
- 3- La relación base altura debe estar comprendida entre: $1/20 < B/H < 1/3$ (fotografía aérea); si la relación B/H es mayor de $1/3$, se desmejora la visión estereoscópica, y si es menor de $1/20$, se desmejora la precisión de la medición.
- 4- Las fotografías deben estar a la misma escala. En todo caso, la escala entre dos fotografías sucesivas no debe diferir en más del 5%.

5.5 Teoría Epipolar

Constituye un elemento fundamental para el estudio de la visión estereoscópica, natural o artificial, así como para la reconstrucción de haces de rayos en fotografías sucesivas, ya que aclara la comprensión de los efectos de la observación estereoscópica (Lehmann, 1975)..

En la figura 5.6, O_1 y O_2 son los centros de proyección. De la recta que une ambos centros, llamada eje epipolar, se generan los puntos K' y K'' por intersección de esta recta con los planos de los negativos. Estos puntos, que en cada fotografía son la imagen del centro de proyección de la otra foto, se llaman puntos epipolares o epipolos. Los planos que pasan por la recta O_1O_2 denominada base o eje epipolar, y los puntos P_1 , P_2 se llaman planos epipolares \mathfrak{S} y cortan los planos de ambos fotogramas según los rayos epipolares $K'P'_1$, $K'P'_2$ y $K''P''_1$, $K''P''_2$. Si se imagina un haz de planos que tenga por arista el eje epipolar O_1O_2 , se obtienen como intersecciones de este haz con los planos de las fotografías, dos haces de rayos epipolares, cuyos vértices son los respectivos puntos epipolares. Se ve en seguida que los rayos epipolares homólogos, por ejemplo $K'P'_1$ y $K''P''_1$, se cortan sobre la recta s , intersección de ambos planos imagen, lo cual, en el caso citado, se verifica en el punto G_1 .

Estas propiedades son la base de la identificación de puntos en varios fotogramas, siempre que se conozcan los puntos epipolares. La posición de los puntos epipolares y la forma de los haces de igual denominación dependen de la posición relativa de las dos fotografías.

En el caso normal, todos los rayos epipolares son paralelos. La razón doble, o armónica, de cuatro de los rayos, es la misma en las dos fotos. Finalmente se observa que en el caso de

fotografías aéreas obtenidas con ejes verticales, los puntos epipolares están muy distantes del centro de las imágenes y resultan fuera de sus límites; por tanto, no son utilizables para las construcciones explicadas (Schwidefsky, 1960).

En resumen podemos decir:

El plano epipolar está formado por los dos centros de proyección y el punto observado.

El eje epipolar queda definido por la línea O_1O_2

El eje epipolar intersecta a los planos imágenes en dos puntos K' y K'' que se denominan puntos epipolares.

La traza de los planos epipolares con los planos imágenes forman los rayos epipolares y pasan todos ellos por los puntos epipolares, formando dos haces de rayos proyectivos y que de dos a dos se cortan en la línea l o intersección de los dos planos imágenes.

Estas propiedades pueden ser usadas para la identificación o correlación de las imágenes en fotogramas consecutivos, siempre que se conozcan los puntos epipolares. El ángulo γ representa el ángulo paraláctico el cual está directamente relacionado con el alejamiento del punto P y es el responsable de las diferencias de paralaje horizontal en el ojo. Finalmente decimos que no tenemos paralajes verticales por observar en planos epipolares.

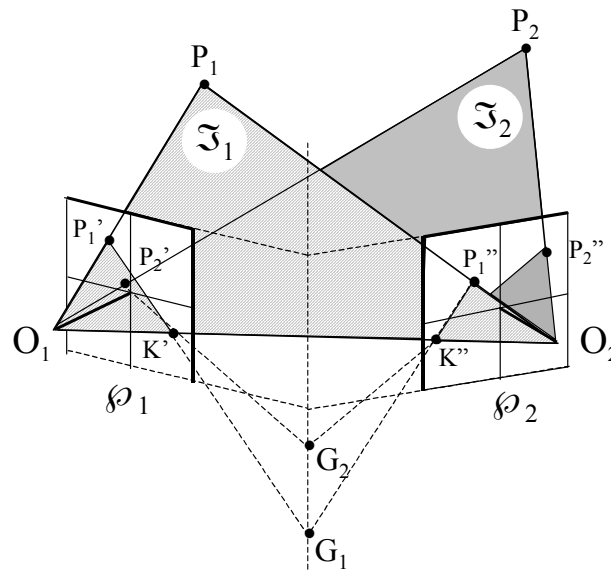


Figura 5.6. Elementos de la teoría epipolar. (Tomado de Schwidefsky, 1960).

En visión estereoscópica normal, el punto P_1 del terreno es observado según el plano epipolar $O_1O_2P_1$. En visión estereoscópica artificial, el punto P_1 del terreno ha sido reemplazado por las imágenes de P_1 en las fotografías (P'_1 y P''_1) y para hacer la observación según planos epipolares, los puntos O_1 , O_2 , P'_1 y P''_1 deben pertenecer a un plano.

Según la figura, la condición de que los puntos O_1 , O_2 , P'_1 y P''_1 pertenezcan a un plano puede sustituirse por la condición de que el eje epipolar (O_1O_2) y las líneas epipolares $K'P'_1$ y $K''P''_1$ pertenezcan a un plano.

Cuando se considera un par de fotografías verticales se observa que el eje epipolar es paralelo al plano de las fotografías, y por lo tanto los puntos epipolares son puntos impropios del plano de la fotografía, y están definidos por la dirección de la línea de vuelo. Si por P'_1 y P''_1 se trazan líneas epipolares, podrá observarse que dichas líneas forman un haz de rectas paralelas a la línea de vuelo. Por lo tanto, cuando se tienen fotografías verticales, si se colocan las líneas de vuelo $O_1 O'_2$ y $O''_1 O''_2$ sobre una misma recta, todas las líneas epipolares coincidirán sobre rectas paralelas a la de la línea de vuelo. Para la observación de fotografías verticales por medio de un estereoscopio, bastará colocar el mismo paralelo a la línea de vuelo y desplazarlo paralelo a esta línea, de forma que la base será siempre paralela a las líneas epipolares y la observación se realizará siempre según planos epipolares.

5.6 El paralaje estereoscópico.

Paralaje es el cambio de posición de la imagen de un punto en dos fotografías sucesivas, debido al cambio de posición de la cámara en el momento de la toma.

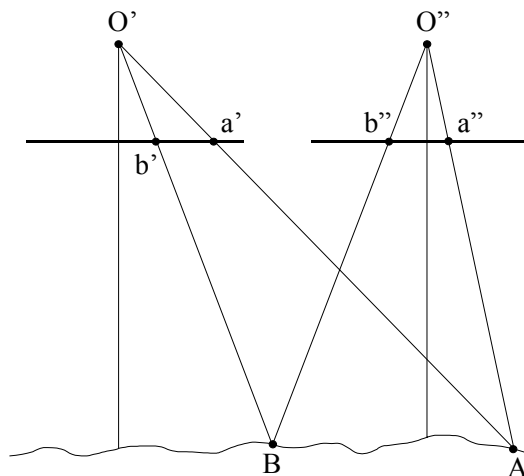


Figura 5.7. Geometría general de dos fotografías consecutivas.

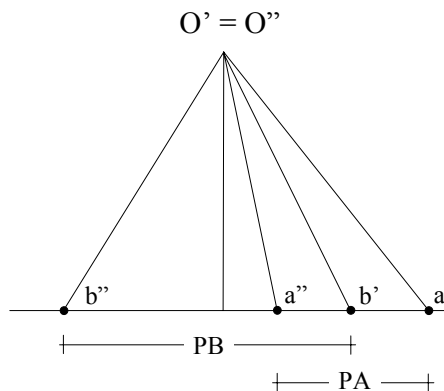


Figura 5.8. Superposición de fotografías consecutivas.
 Figura 5.9. Distancias entre puntos homólogos.

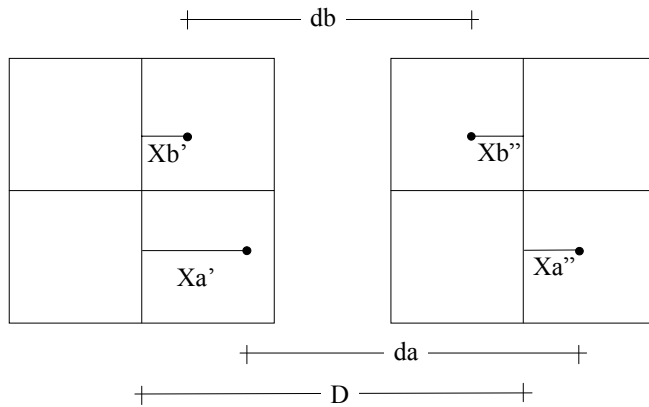
De la figura anterior podemos relacionar:

$$PA = X'a - X''a$$

$$PB = X'b - X''b$$

$$PA = D - da$$

$$PB = D - db$$



Deducción de la formula de alturas por diferencia de paralaje:

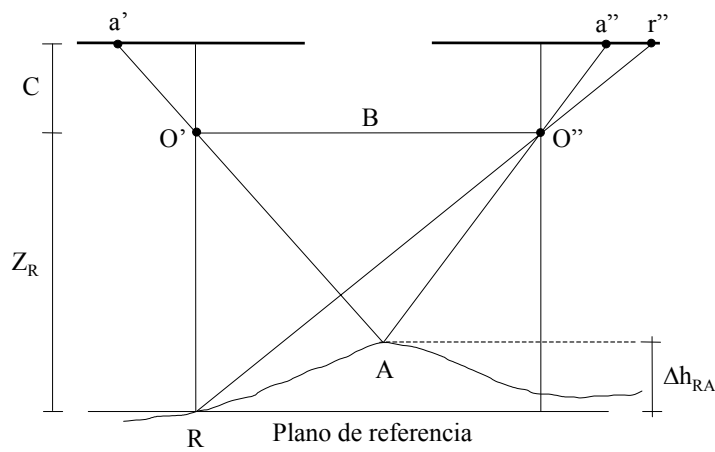


Figura 5.10. Relación paralaje-altura.

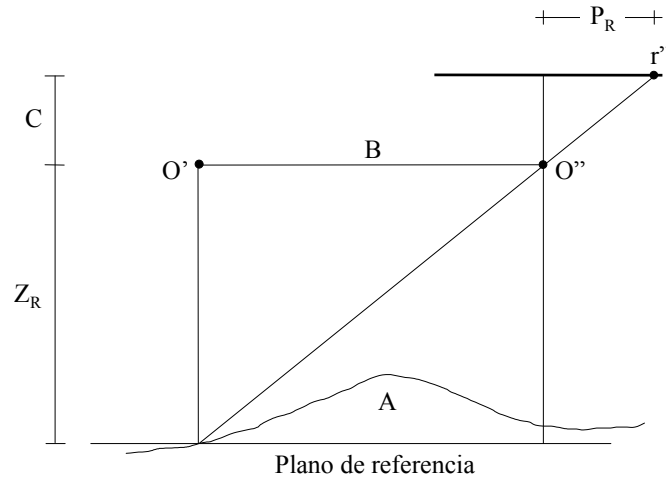


Figura 5.11. Relación paralaje-altura, punto R.

De la figura relacionamos:

$$\frac{Z_R}{B} = \frac{C}{P_R}$$

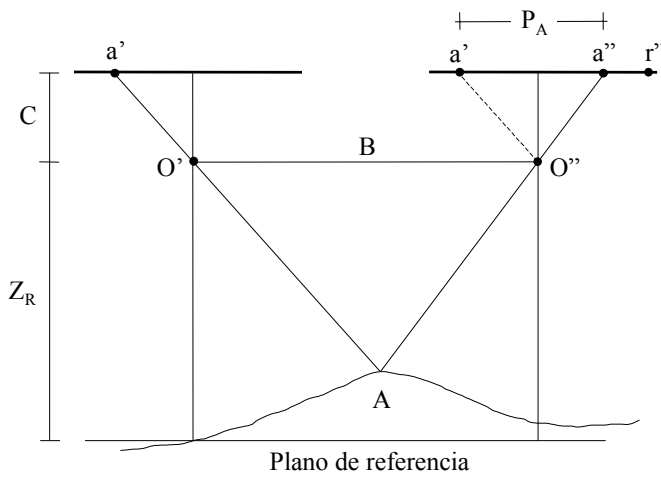


Figura 5.12. Relación paralaje-altura punto A.

De la figura relacionamos:

$$\frac{Z_A}{B} = \frac{C}{P_A}$$

Tenemos que: $\Delta Z_{RA} = Z_A - Z_R$ (negativo) y $\Delta h_{RA} = h_A - h_R$ (positivo)

Reemplazando Z_A y Z_R por su valor:

$$\frac{Z_A}{B} = \frac{C}{P_A} \quad \frac{Z_R}{B} = \frac{C}{P_R}$$

Operando:

$$\Delta Z_{RA} = \frac{B \times C}{P_A} - \frac{B \times C}{P_R}$$

Sacando factor común tenemos:

$$\Delta Z_{RA} = (B \times C) \left(\frac{1}{P_A} - \frac{1}{P_R} \right)$$

$$\Delta Z_{RA} = (B \times C) \frac{P_R - P_A}{P_A \times P_R}$$

$$\Delta Z_{RA} = \frac{B \times C}{P_R} \times \frac{P_R - P_A}{P_A}$$

$$\text{Ahora bien: } \frac{B \times C}{P_R} = Z_R$$

Por lo que:

$$\Delta Z_{RA} = Z_R \times \frac{P_R - P_A}{P_A}$$

Ahora bien, tenemos que: $\Delta P_{RA} = P_A - P_R$

Por lo tanto:

$$-\Delta P_{RA} = P_R - P_A$$

$$P_A = P_R + \Delta P_{RA}$$

$$\Delta Z_{RA} = Z_R \frac{-\Delta P_{RA}}{P_R + \Delta P_{RA}}$$

$$\Delta Z_{RA} = -\Delta h_{RA}$$

Queda entonces la fórmula definitiva:

$$\Delta h_{RA} = \frac{Z_R \times \Delta P_{RA}}{P_R + \Delta P_{RA}}$$

5.7 Principio de la marca flotante

Los paralajes de los puntos pueden ser medidos en forma estereoscópica, con la ventaja de la rapidez y de la precisión, mediante el uso de la marca flotante.

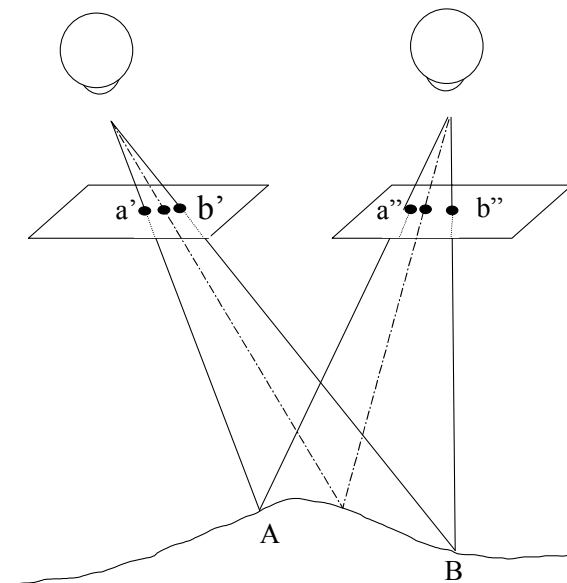


Figura 5.14. Esquema de la marca flotante.

El principio de la marca flotante consiste en colocar dos marcas idénticas, una sobre cada fotografía. Cuando cada una de ellas se encuentre sobre un punto homólogo en la respectiva fotografía, se verán entonces como un solo punto en contacto con el terreno. Si una de las marcas se acerca o se aleja respecto a la otra, se tendrá la impresión de que el punto subirá o bajará con respecto al terreno.

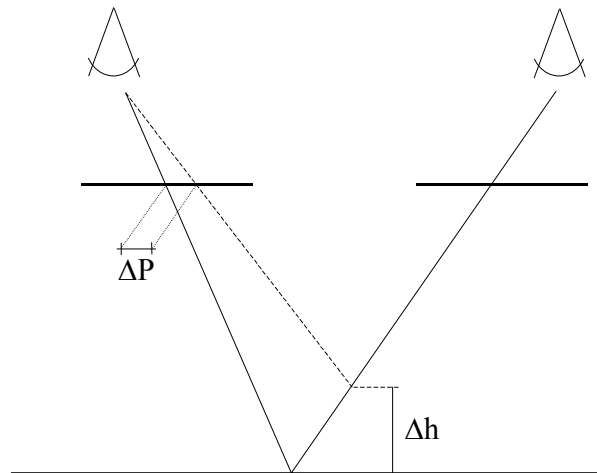


Figura 5.15. Relación entre paralaje y altura en la marca flotante

5.8 La barra de paralaje

Mediante el principio de la marca flotante, puede medirse estereoscópicamente el paralaje de puntos sobre pares de fotografías. Para ello, se emplean conjuntamente el estereoscopio de espejos y un instrumento denominado barra de paralaje o estereomicrometro.

La barra de paralaje consiste básicamente en una barra de metal a la cual se le adjuntan dos placas de vidrio con un punto grabado en cada una de ellas. Una de estas placas puede ser movida con respecto a la otra, haciendo uso de un tornillo micrométrico. Se observa el modelo a través del estereoscopio y cuando los puntos aparentan posarse sobre el punto a medir, se toma la lectura del vernier.

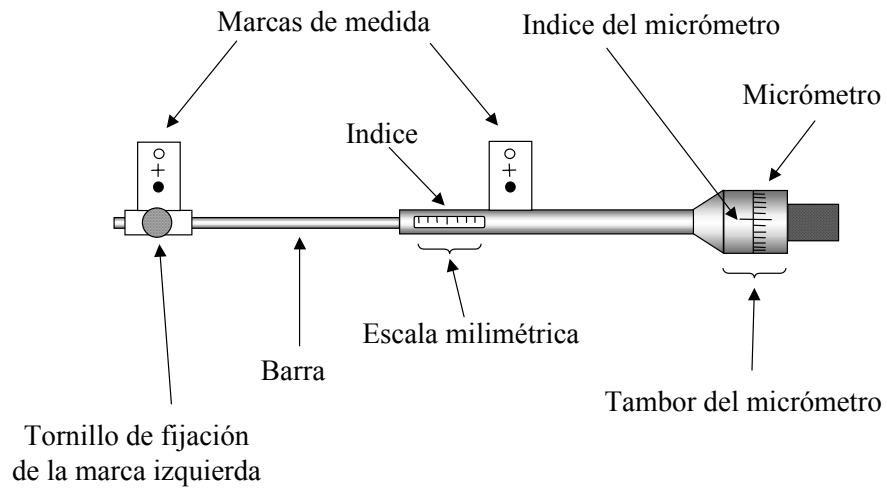


Figura 5.16. Barra de paralaje.

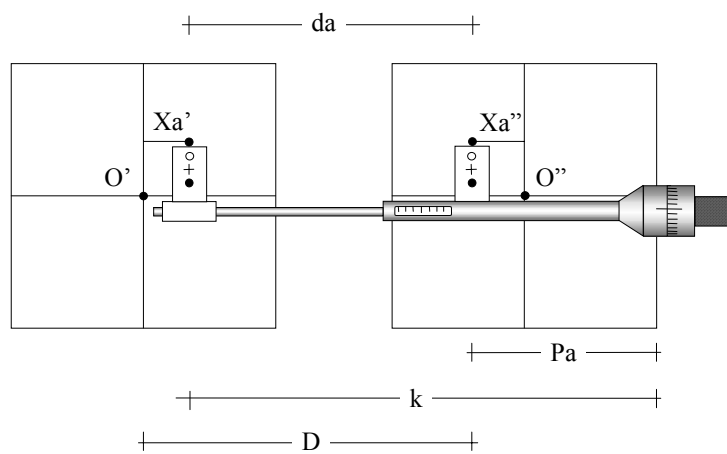


Figura 5.17. Relación de paralaje en la barra de paralaje.

El paralaje absoluto del punto A viene dado por la fórmula:

$$P_A = x_a' - x_a''$$

$$P_A = D - d_a$$

Expresando el paralaje en función de la separación entre los centros de las fotografías (D) y en función de la constante k de la barra de paralaje y su corrimiento r_a , tenemos:

$$P_A = x_a' - x_a'' = D - d_a = D - (k - r_a)$$

$$P_A = D - k + r_a$$

$$P_A = (D - k) + r_a$$

Puesto que D será constante para el par de fotografías y k es constante para la barra de paralaje usada, podemos agrupar estas constantes en una nueva, que denominamos C :

$$P_A = C + r_a$$

Ya que se dificulta la determinación de la constante C , usamos la diferencia de paralaje entre el plano medio de referencia y el punto A , la cual viene dada por la fórmula:

$$\Delta P_{RA} = P_R - P_A$$

Reemplazando P_R y P_A por su equivalencia en constante y su corrimiento:

$$\Delta P_{RA} = (C + r_r) - (C + r_a)$$

Quedando finalmente:

$$\Delta P_{RA} = r_r - r_a$$

5.8 Orientación de fotografías estereoscópicas.

Para obtener visión estereoscópica en el modelo a observar, es necesario seguir una serie de pasos, que permitirán orientar correctamente las fotografías que forman el par estereoscópico.

En primer lugar se traza sobre una cartulina, blanca o gris de preferencia, una línea que la divida longitudinalmente. Hecho esto, se traza una perpendicular a la línea, a 18 cm del borde izquierdo. Esto asegura que ambas fotos queden dentro de los límites de la cartulina.

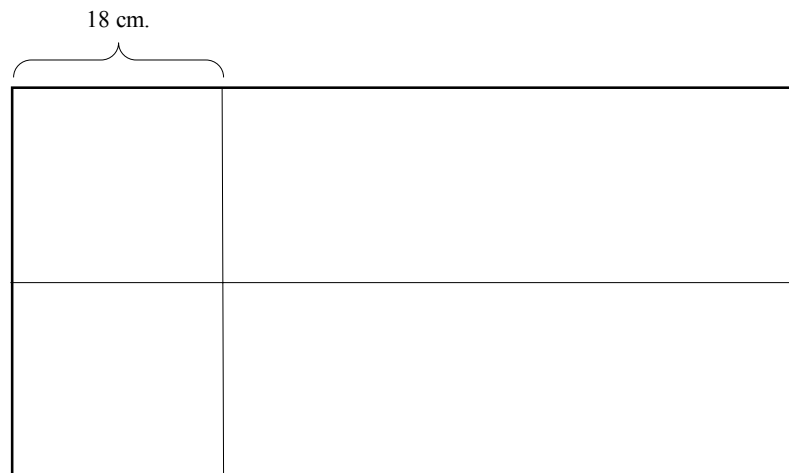


Figura 5.13. Línea longitudinal y primera perpendicular.

Ahora, colocando el punto determinado por la intersección de las dos líneas que hemos trazado, en el centro del ocular izquierdo, se procede a marcar sobre la línea longitudinal un punto en el lado derecho de la cartulina. La distancia entre el centro de la izquierda y el punto marcado en la derecha debe corresponder a la base del estereoscopio utilizado; esta distancia generalmente es de 25 cm, aunque se puede reducir a 24 cm para facilitar la observación a aquellos que se inician en el uso de los estereoscopios de espejos. Se procede a continuación a trazar una perpendicular por este punto a la línea longitudinal.

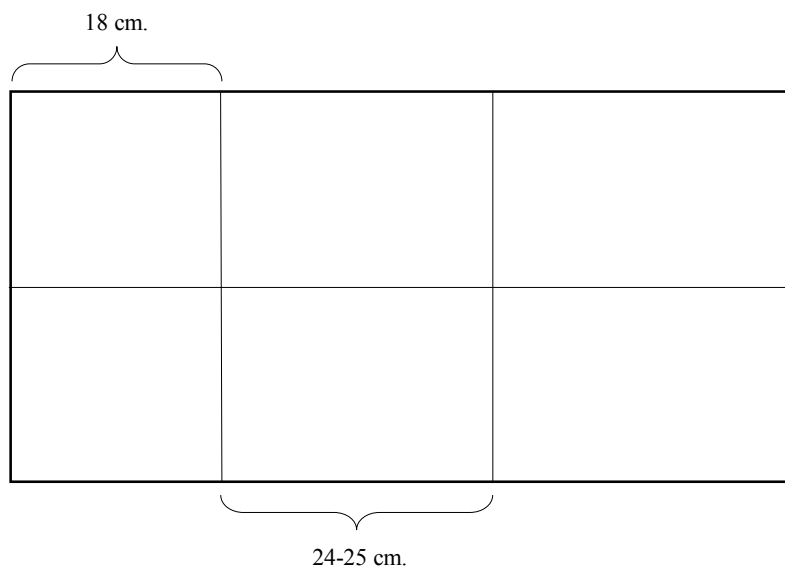


Figura 5.14. Ejes de la cartulina.

A continuación se unen las marcas fiduciales opuestas de las fotografías, y se colocan sobre la cartulina, haciendo coincidir los ejes marcados en las fotos con los respectivos ejes de la cartulina.

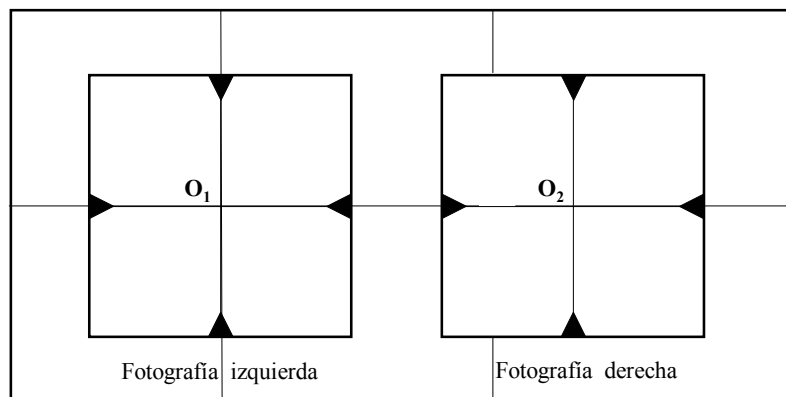


Figura 5.15. Ubicación inicial de las fotos en la cartulina.

Con los ejes de la foto y de la cartulina coincidiendo, procedemos a transferir el centro de la fotografía derecha a la fotografía izquierda y viceversa. Se unen los centros con los transferidos y se traza por el centro de la foto izquierda una perpendicular a la línea que une el centro y el centro transferido de la foto derecha, en caso de que no coincida con la línea horizontal que une las marcas fiduciales opuestas. En la fotografía de la derecha, se traza la perpendicular que une centro transferido de la foto izquierda y centro de la foto derecha, sobre el centro transferido.

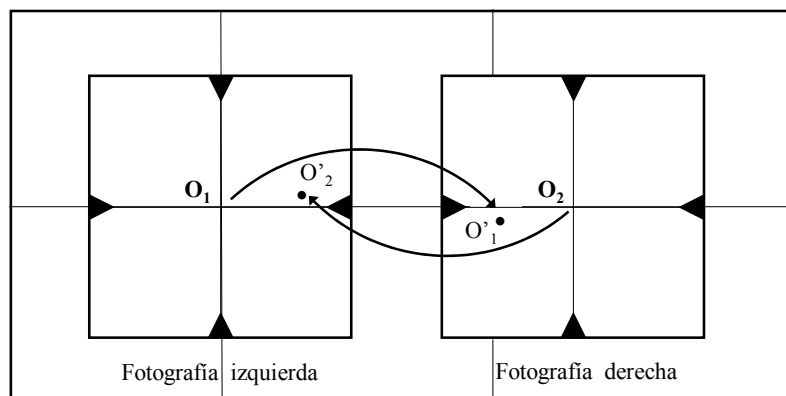


Figura 5.16. Transferencia de centros.

Se colocan y se fijan las fotos en la cartulina, haciendo coincidir los nuevos ejes con los ejes de la cartulina. Con este último paso, se completa el proceso de la orientación de fotografías estereoscópicas. La línea que contiene los puntos O_1 , O'_2 , O'_1 y O_2 , representa la línea de vuelo.

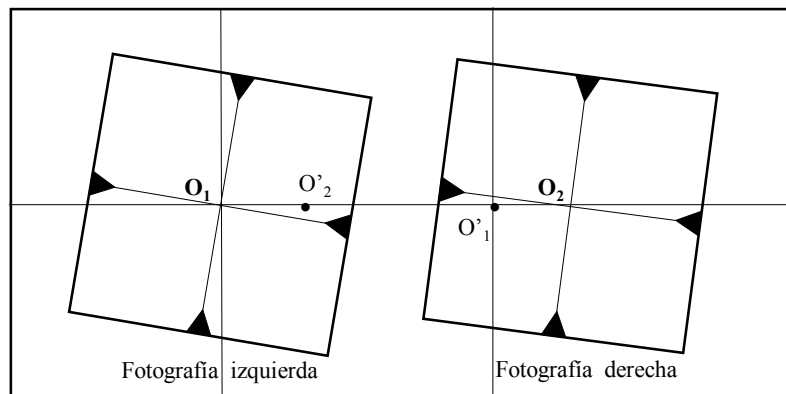


Figura 5.17. Par estereoscópico correctamente orientado.

Cuando no se utiliza cartulina para realizar la orientación, como es el caso de la mayoría de los trabajos en fotointerpretación y fotogrametría, la orientación se logra mediante la selección de un punto homólogo en las fotografías y moverlas bajo el estereoscopio hasta que dicho punto coincida. Si no se tiene mucha experiencia en la orientación de pares estereoscópicos, es conveniente hacer uso de la siguiente ayuda: se coloca el índice izquierdo al pie del objeto homólogo de la fotografía izquierda y el índice derecho al pie del objeto homólogo de la fotografía derecha; hecho esto, se irán separando o acercando las fotografías, hasta que los índices se fundan en uno sólo. En ese momento se debe tener visión estereoscópica en la zona observada. Es de hacer notar que el movimiento de las fotos lo realizan los índices, para que no se separen de los puntos homólogos.

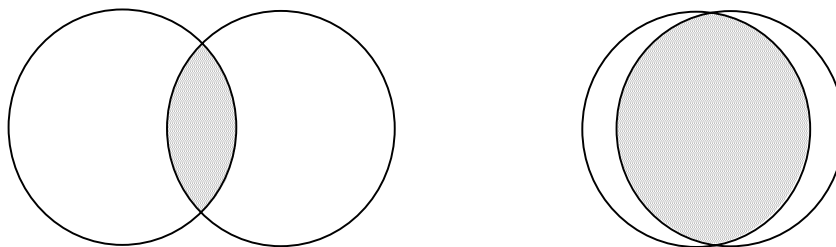


Figura 5.18. Cuando la separación entre fotografías es muy reducida, se tendrá la forma de observación de la izquierda; a medida que aumenta la separación, se llegará a la forma de observación de la derecha.

5.8.1 Visión pseudoscópica.

Cuando existen dudas sobre la ubicación tridimensional de un elemento del par estereoscópico, se puede colocar la foto izquierda a la derecha y viceversa; en este caso, al las fotos quedarán superpuestas al ser observadas con el estereoscopio de espejos, por lo

que el área tridimensional se reduce (cuando la observación se realiza sin oculares). En este caso de observación no existe método de orientación.

Notas y recomendaciones para la observación de pares estereoscópicos mediante estereoscopios de espejos.

- Para tener la visión del estereopar lo más cómoda posible, se debe ajustar el enfoque de los oculares hasta obtener una visión nítida y se debe ajustar la distancia entre los oculares a la distancia interpupilar propia. Debe verificarse también de que los oculares estén limpios.
- La línea de visión del estereoscopio y la posición de la barra de paralaje sobre las fotografías deben estar paralelas a la línea de vuelo del estereopar.
- Si el observador utiliza lentes correctivos, es aconsejable que los use para observar el par estéreo.
- La observación del relieve por largos períodos de tiempo no es recomendable para aquellos que se inician en el uso de los estereoscopios de espejos, ya que es un proceso novedoso para el sentido de la visión, y puede causar en consecuencia fatiga visual y dolor de cabeza.
- Deben evitarse reflejos sobre las fotografías, ya que molestan en la visión estereoscópica y pueden impedir la visión de la marca flotante.
- Si es posible, las sombras de la fotografía deben dirigirse hacia el observador, ya que es la dirección de sombra a la que estamos acostumbrados.
- Por último, una observación muy importante para el cuidado del estereoscopio: debe evitarse tocar los espejos del mismo, ya que la capa reflectora se encuentra en la parte anterior del espejo, y no en la posterior como ocurre en los espejos comunes. Esto se hace para evitar errores producidos por la refracción.

Notas y recomendaciones para el cuidado de fotografías estereoscópicas.

- Para fijar las fotografías a la mesa de observación debe utilizarse tirro, el cual deberá despegarse con sumo cuidado una vez finalizada la observación de las fotografías.
- Nunca debe usarse cinta teipe para fijar las fotografías, ya que esta daña los bordes de las mismas.
- Si es necesario hacer notas o calcados sobre la fotografía, éstos no deben realizarse directamente sobre la fotografía, sino sobre un acetato transparente fijo sobre la foto mediante tirro. Debe usarse un marcador de acetatos de punta fina. Es conveniente realizar marcas de referencia en el acetato en caso de que sea necesario ubicarlo sobre la misma foto en una segunda oportunidad.
- No se debe presionar el acetato con otro marcador que no sea el especial para acetatos, ya que otros tipos pueden marcar la fotografía al asentarlos con fuerza sobre el acetato.

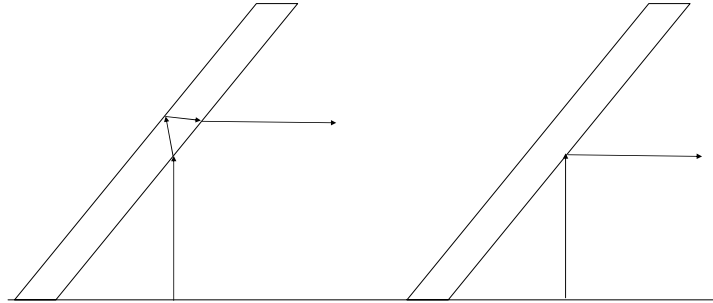


Figura 5.19. Esquema de la trayectoria de los rayos luminosos a través de un espejo normal (izquierda) y del usado en un estereoscopio (derecha).

5.9. Determinación de pendientes. Método de Stellingwerf.

Este es un método que usa la medición de alturas mediante la barra de paralaje en conjunto con la determinación de una distancia horizontal entre dos puntos, para calcular la pendiente entre ellos. Para obtener la distancia horizontal entre dos puntos, se hace uso del principio según el cual los ángulos medidos en el nadir son iguales tanto en la foto como en el terreno. Por ello, al intersectar los ángulos de dos puntos de la foto izquierda con los ángulos correspondientes de la foto derecha, se obtendrá la distancia a la escala de la foto.

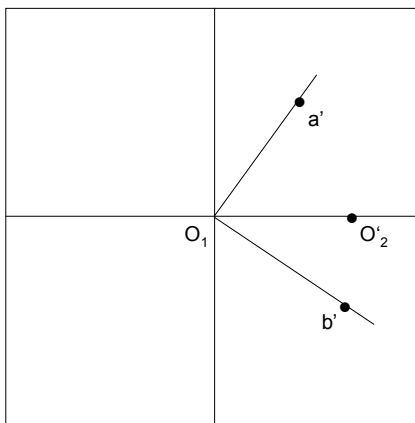


Figura 5.20 a.

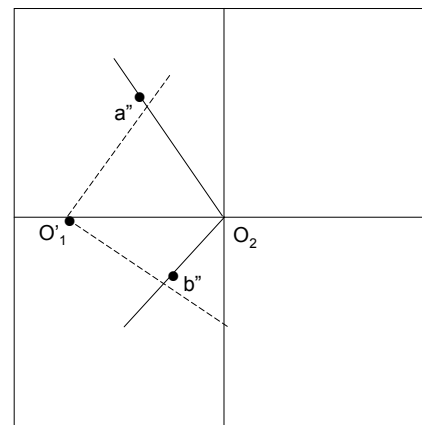


Figura 5.20 b.

Para realizar este método en la práctica, se coloca sobre cada fotografía un acetato transparente. Como se observa en la figura 5.20 a, desde el centro de la foto izquierda, se trazan líneas hacia los puntos a' y b' , y se prolongan estas líneas; por último, se marca el centro transferido de la foto derecha (O_2). Hecho esto, se levanta el acetato de la izquierda y se coloca sobre la foto derecha, haciendo coincidir el centro de la foto izquierda (O_1) sobre su centro transferido (O_1) y el centro transferido O_2 sobre el centro de la fotografía

derecha (O_2), según se indica en la figura 5.20 b. La distancia horizontal entre los puntos a y b, a la escala de la fotografía, es la existente entre las intersecciones, tal como aparece en la figura 5.21.

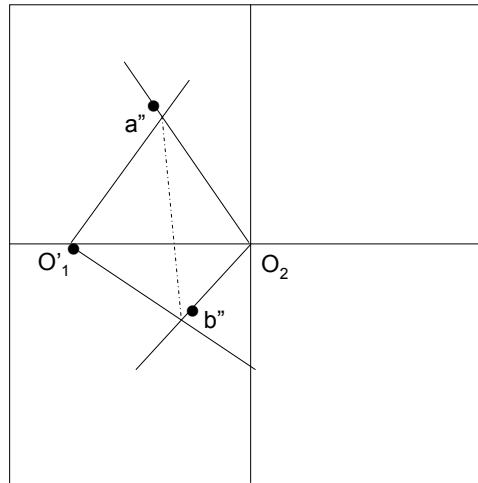


Figura 5.21. distancia horizontal entre dos puntos.

La distancia horizontal verdadera sería entonces la distancia obtenida en la foto (reducida a metros) multiplicada por la escala de la fotografía.

$$\text{la fórmula de la pendiente es : } p\% = \frac{dV}{dH} \times 100$$

donde dV = diferencia de altura entre los puntos (expresada en metros).

dH = distancia horizontal (expresada en metros).

5.10 Propagación de errores en la fórmula de paralaje.

Para aplicar la ley de propagación de varianzas en la fórmula de paralaje, se debe asumir que todas las variables tienen una distribución normal, y se debe linearizar la ecuación (Deagostini, 1984):

$$\Delta h_{RA} = \frac{Z_R \times \Delta P_{RA}}{P_R + \Delta P_{RA}}$$

Quedando de la forma:

$$d(\Delta h) = \left[\frac{d(\Delta h)}{d(Z_R)} \right] \times d(Z_R) + \left[\frac{d(\Delta h)}{d(P_R)} \right] \times d(P_R) + \left[\frac{d(\Delta h)}{d(\Delta P)} \right] \times d(\Delta P)$$

Aplicando la ley de propagación de varianzas tendremos:

$$\sigma^2 \Delta h = \left[\frac{\Delta P}{P_R + \Delta P} \right]^2 \times \sigma^2 Z_R + \left[\frac{Z_R \times \Delta P}{(P_R + \Delta P)^2} \right]^2 \times \sigma^2 P_R + \left[\frac{P_R \times Z_R}{(P_R + \Delta P)^2} \right]^2 \times \sigma^2 \Delta P$$

Ejemplo:

Datos: $Z_R = 1500 \text{ m.}$	$\sigma (Z_R) = 15 \text{ m.}$
$P_R = 92 \text{ mm.}$	$\sigma (P_R) = 0,5 \text{ mm.}$
$\Delta P = 2 \text{ mm.}$	$\sigma(L_a) = \sigma (L_r) = 0,07 \text{ mm.}$

Calcular $\sigma (\Delta h)$.

Reemplazando los valores en la fórmula tenemos:

$$\sigma^2 (\Delta h) = 0,04526 + 0,02881 + 2,39041 = 2,46448 \text{ m}^2$$

$$\sigma (\Delta h) = \pm 1,57 \text{ m.}$$

5.11 La exageración estereoscópica.

El modelo tridimensional creado por la visión al observar un par de fotografías consecutivas, rara vez es un original exacto del terreno que representa. Esto es debido a que el relieve parece más escarpado de lo que es realmente. Esta exageración de la dimensión vertical es causada por diferencias entre las condiciones de toma y las de observación.

Sin embargo, la exageración del relieve afecta favorablemente la observación estereoscópica, al poder discriminar mejor la dimensión vertical.

La exageración estereoscópica se relaciona con las variables siguientes, en la manera que se indica:

- Directamente con la base aérea de toma (B).
- Inversamente con la distancia principal (C).
- Inversamente con la altura de vuelo (Z).
- Directamente con la distancia de observación (d).
- Directamente con la separación entre fotos (s).
- Inversamente con la distancia interpupilar (E).

La relación existente entre las variables anteriores se puede indicar por la forma:

$$X = \frac{Bds}{CZE}$$

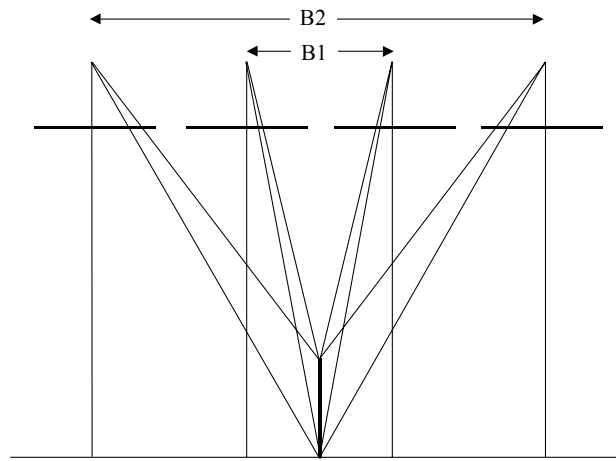


Figura 5.22. Exageración por variación de base aérea de toma.

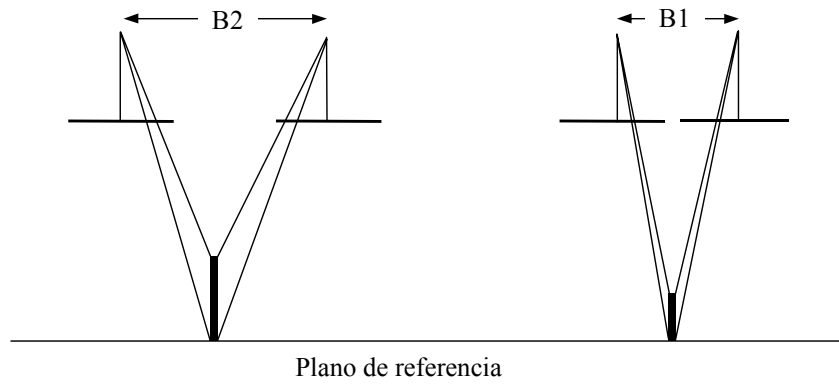


Fig. 5.23. Observación de fotos del mismo objeto con base diferente. A mayor base, mayor exageración.

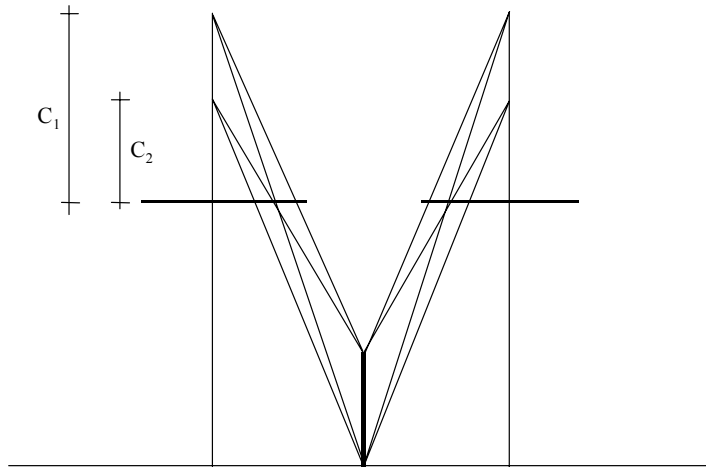


Figura 5.24. Exageración por diferencia de distancia principal.

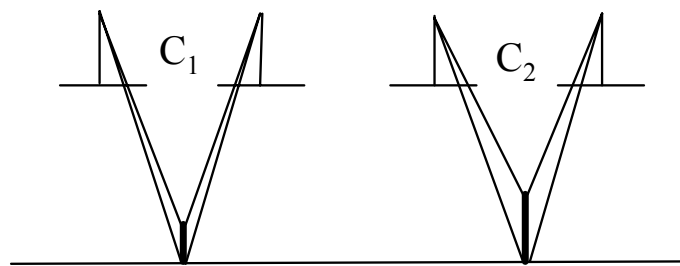


Fig. 5.25. Observación de fotos del mismo objeto con diferente distancia principal. A mayor distancia principal, menor exageración.

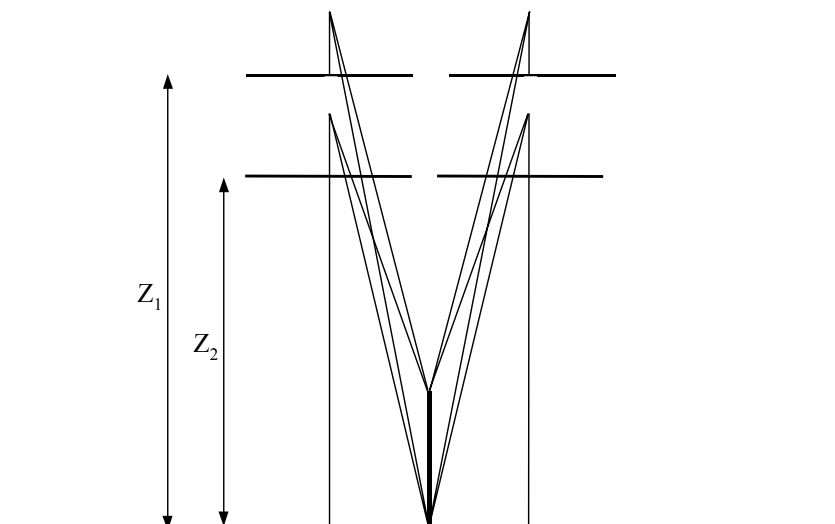


Figura 5.26. Exageración por diferencia de altura de vuelo.

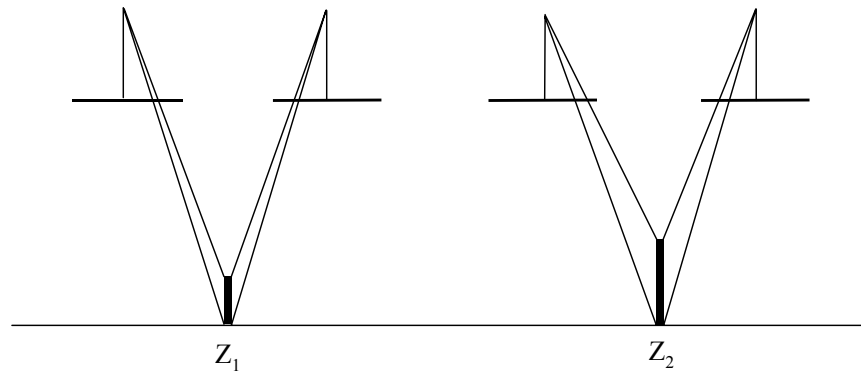


Fig. 5.27. Observación de fotos del mismo objeto con altura de vuelo diferente. A mayor altura de vuelo, menor exageración.

5.12 Ejemplos

Dados:

$$Z_R = 1.000 \text{ m.}$$

$$P_R = 90 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_{RA} = 10 \text{ mm.}$$

Calcular Δh_{RA}

Resolución:

$$\Delta h_{RA} = \frac{Z_R \times \Delta P_{RA}}{P_R + \Delta P_{RA}}$$

$$\Delta h_{RA} = \frac{1.000 \text{ m} \times 10 \text{ mm}}{90 \text{ mm} + 10 \text{ mm}} = 100 \text{ m.}$$

SOLUCION: $\Delta h_{RA} = 100 \text{ m.}$

Dados:

$$Z_R = 1.000 \text{ m.}$$

$$P_R = 90 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_{RA} = 125 \text{ m.}$$

Calcular ΔP_{RA} .

Resolución:

Para calcular ΔP_{RA} hay que despejar este valor de la fórmula:

$$\Delta h_{RA} = \frac{Z_R \times \Delta P_{RA}}{P_R + \Delta P_{RA}}$$

Multiplicando Δh_{RA} por el denominador de la fórmula:

$$\Delta h_{RA} \times (P_R + \Delta h_{RA}) = Z_R \times \Delta P_{RA}$$

Eliminando paréntesis:

$$\Delta h_{RA} \times P_R + \Delta h_{RA} \times \Delta P_{RA} = Z_R \times \Delta P_{RA}$$

Colocando a la izquierda los términos con ΔP_{RA} :

$$\Delta h_{RA} \times P_R = Z_R \times \Delta P_{RA} - \Delta h_{RA} \times \Delta P_{RA}$$

Sacando ΔP_{RA} como factor común:

$$\Delta h_{RA} \times P_R = (Z_R - \Delta h_{RA}) \times \Delta P_{RA}$$

$$\Delta P_{RA} = \frac{\Delta h_{RA} \times P_R}{Z_R - \Delta h_{RA}}$$

Aplicando la fórmula:

$$\Delta P_{RA} = \frac{125 \text{ m} \times 90 \text{ mm}}{1000 \text{ m} - 125 \text{ m}} = 12,86 \text{ mm.}$$

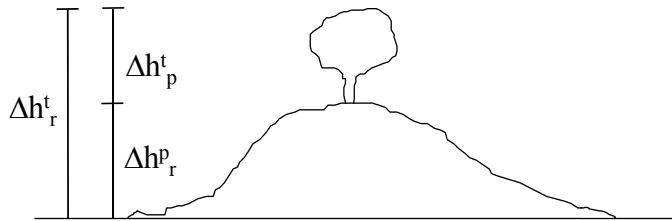
SOLUCION: $\Delta P_{RA} = 12,86 \text{ mm.}$

Calcular la altura de un árbol situado sobre una colina de 100 m de altura con respecto al plano medio de referencia, dados los datos siguientes:

$$P_R = 90 \text{ mm.}$$

$$Z_R = 1.500 \text{ m.}$$

ΔP entre el pie y el tope del árbol : 1 mm.

**Resolución:**

$$\Delta h_r^p = 100 \text{ m.}$$

$$\Delta P_p^t = \Delta P_r^t - \Delta P_r^p, \text{ luego, } \Delta P_r^t = \Delta P_p^t + \Delta P_r^p$$

$$\Delta P_p^t = \frac{\Delta h_r^p \times P_R}{Z_R - \Delta h_r^p} = \frac{100 \text{ m} \times 90 \text{ mm}}{1.500 \text{ m} - 100 \text{ m}} = 6,43 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_r^p = 6,43 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_r^t = 6,43 \text{ mm} + 1 \text{ mm} = 7,43 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t} = \frac{1.500 \text{ m} \times 7,43 \text{ mm}}{90 \text{ mm} + 7,43 \text{ mm}} = 114,39 \text{ m.}$$

$$\Delta h_r^t = 114,39 \text{ m.}$$

$$\Delta h_r^p = 100 \text{ m.}$$

$$\Delta h_p^t = 114,39 - 100 = 14,39 \text{ m.}$$

SOLUCION : Altura del árbol = 14,39 m.

FORMA APROXIMADA :

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t} = \frac{1.500 \text{ m} \times 1 \text{ mm}}{90 \text{ mm} + 1 \text{ mm}} = 16,48 \text{ m}$$

SOLUCION POR FORMA APROXIMADA : Altura del árbol = 16,48 m.

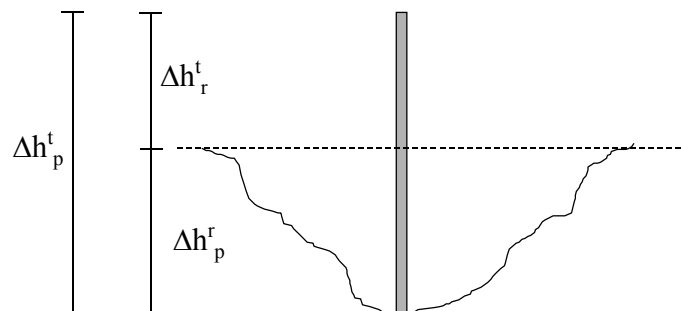
Calcular la altura de una torre, cuya base está a 20 m por debajo del plano medio de referencia, dados los datos siguientes:

$$Z_R = 1.500 \text{ m.}$$

$$P_R = 90 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_p^t = 2,1 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^p = -20 \text{ m.}$$



Resolución:

$$\Delta P_r^p = \frac{\Delta h_r^p \times P_R}{Z_R - \Delta h_p^r} = \frac{(-20 \text{ m}) \times 90 \text{ mm}}{1.500 \text{ m} - (-20 \text{ m})} = -1,18 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_p^t = \Delta P_r^t - \Delta P_r^p, \text{ luego, } \Delta P_r^t = \Delta P_p^t + \Delta P_r^p$$

$$\Delta P_r^t = \Delta P_p^t + \Delta P_r^p = 2,1 \text{ mm} + (-1,18 \text{ mm}) = 0,92 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_r^t = 0,92 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t} = \frac{1.500 \text{ m} \times 0,92 \text{ mm}}{90 \text{ mm} + 0,92 \text{ mm}} = 15,18 \text{ m.}$$

$$h_{\text{torre}} = 20 \text{ m} + 15,18 \text{ m} = 35,18 \text{ m.}$$

SOLUCION : h torre = 35,18 m.

Calcular la altura de una casa, dados los datos siguientes:

$$Z_R = 2.000 \text{ m.}$$

$$P_R' = 78 \text{ mm.}$$

$$P_R'' = 82 \text{ mm.}$$

Mediciones realizadas con la barra de paralaje :

$$P_r = 21,62 \text{ mm.}$$

$$P_p = 22,84 \text{ mm.}$$

$$P_t = 23,01 \text{ mm.}$$

Resolución:

$$P_R = \frac{P_R' + P_R''}{2} = \frac{78 \text{ mm} + 82 \text{ mm}}{2}$$

$$\Delta P_r^p = 22,84 \text{ mm} - 21,62 \text{ mm} = 1,22 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_r^t = 23,01 \text{ mm} - 21,62 \text{ mm} = 1,39 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^p = \frac{Z_R \times \Delta P_r^p}{P_R + \Delta P_r^p} = \frac{2.000 \text{ m} \times 1,22 \text{ mm}}{80 \text{ m} + 1,22 \text{ mm}} = 30,04 \text{ m.}$$

$$\Delta h_r^p = 30,04 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t} = \frac{2.000 \text{ m} \times 1,39 \text{ mm}}{80 \text{ m} + 1,39 \text{ mm}} = 34,16 \text{ m.}$$

$$\Delta h_r^t = 34,16 \text{ m.}$$

$$\Delta h_p^t = \Delta h_r^t - \Delta h_r^p = 34,16 \text{ m} - 30,04 \text{ m} = 4,12 \text{ m.}$$

$$\text{SOLUCION: } \Delta h_r^p = 4,12 \text{ m.}$$

Calcular la altura de un objeto, dados los datos siguientes:

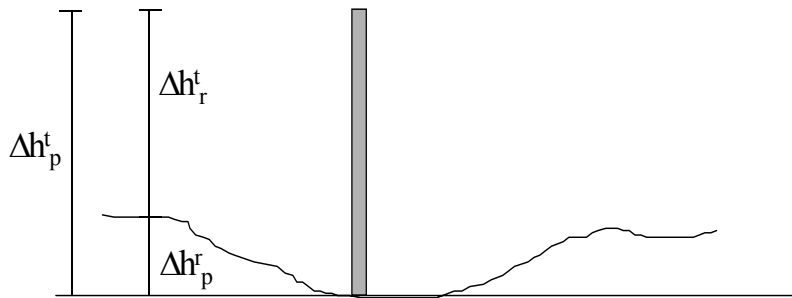
$$P_b = 10 \text{ mm.}$$

$$P_t = 11,567 \text{ mm.}$$

El plano de referencia pasa a 10 m de altura del pie de la torre.

$$P_R = 90 \text{ mm.}$$

$$Z_R = 750 \text{ m.}$$

**Resolución:**

$$\Delta h_p^t = \Delta h_r^t - \Delta h_p^r$$

$$\Delta P_r^p = \frac{\Delta h_r^p \times P_R}{Z_R - \Delta h_r^p} = \frac{(-10 \text{ m}) \times 90 \text{ mm}}{750 \text{ m} - (-10 \text{ m})} = -1,184 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_r^p = P_b - P_r \quad \text{despejando, } P_r = P_b - \Delta P_r^p$$

$$P_r = 10 \text{ mm} - (-1,184 \text{ mm}) \quad \text{luego, } P_r = 11,184 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_r^t = P_t - P_r = 11,567 \text{ mm} - 11,184 \text{ mm} = 0,383 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t} = \frac{750 \text{ m} \times 0,383 \text{ mm}}{90 \text{ mm} - 0,383 \text{ mm}} = 3,205 \text{ m.}$$

$$h \text{ torre} = 3,205 \text{ m} + 10 \text{ m} = 13,21 \text{ m.}$$

SOLUCION: h torre = 13,21 m.

3.7 Calcular la altura de un edificio dados los datos siguientes:

$$P_R = 90 \text{ mm.}$$

$$Z_R = 1.500 \text{ m.}$$

Paralajes medidos con la barra de paralaje:

$$P_r = 23,46 \text{ mm.}$$

$$P_{pie} = 24,53 \text{ mm.}$$

$$P_{tope} = 25,06 \text{ mm.}$$

Resolución:

$$\Delta P_r^p = P_p - P_r = 24,53 \text{ mm} - 23,46 \text{ mm} = 1,07 \text{ mm.}$$

$$\Delta P_r^t = P_t - P_r = 25,06 \text{ mm} - 23,46 \text{ mm} = 1,60 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t} = \frac{1.500 \text{ m} \times 1,07 \text{ mm}}{90 \text{ mm} + 1,07 \text{ mm}} = 17,62 \text{ m}$$

$$\Delta h_p^t = \frac{Z_R \times \Delta P_p^t}{P_R + \Delta P_p^t} = \frac{1.500 \text{ m} \times 1,60 \text{ mm}}{90 \text{ mm} + 1,60 \text{ mm}} = 26,20 \text{ m}$$

$$\Delta h_p^t = \Delta h_r^t - \Delta h_r^p = 26,20 \text{ m} - 17,62 \text{ m} = 8,58 \text{ m.}$$

SOLUCION: $\Delta h = 8,58 \text{ m.}$

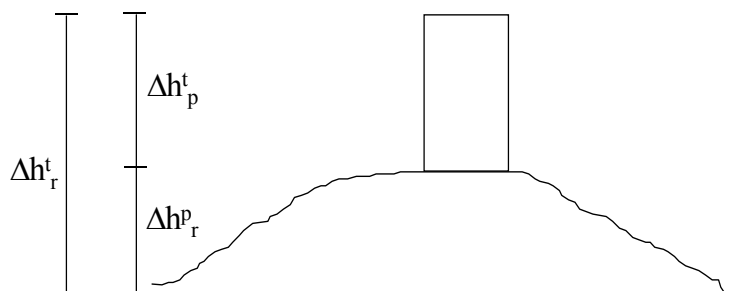
Calcular la altura de un edificio situado a 50 m por encima del plano medio de referencia, en base a los siguientes datos:

$P_R = 90 \text{ mm.}$

$C = 152 \text{ mm.}$

Escala = 1:10.000

ΔP entre el pie y el tope del edificio = 1,2 mm.

**Resolución:**

$$Z = mb \times C$$

$$Z = 10.000 \times 152 \text{ mm} = 1.520.000 \text{ mm.}$$

$$Z = 1.520 \text{ m.}$$

$$\Delta P_r^p = \frac{\Delta h_r^p \times P_R}{Z_R - \Delta h_r^p} = \frac{50 \text{ m} \times 90 \text{ mm}}{1.520 \text{ m} - 50 \text{ m}} = 3,06 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t}$$

$$\Delta P_r^t = \Delta P_p^t + \Delta P_r^p = 1,2 \text{ mm} + 3,06 \text{ mm} = 4,26 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_r^t = \frac{Z_R \times \Delta P_r^t}{P_R + \Delta P_r^t} = \frac{1.520 \text{ m} \times 4,26 \text{ mm}}{90 \text{ mm} + 4,26 \text{ mm}} = 68,70 \text{ m}$$

$$\Delta h_r^p = 50 \text{ m.}$$

$$\Delta h_p^t = \Delta h_r^t - \Delta h_r^p = 68,70 \text{ m} - 50 \text{ m} = 18,70 \text{ m.}$$

$$\text{SOLUCION: } \Delta h_p^t = 18,70 \text{ m.}$$

Bibliografía relacionada

- 1.- Deagostini, D. 1984. Introducción a la Fotogrametría. C.I.A.F., Bogotá.
- 2.- Wolf, P. R. 1974. Elements of photogrammetry. Mc Graw-Hill, New York.