

## **Geoposicionamiento**

Por posicionamiento ([www.gisdevelopment.net/tutorials/tuman004.htm](http://www.gisdevelopment.net/tutorials/tuman004.htm)) se entiende la determinación en el espacio de objetos móviles o estacionarios. Estos objetos pueden ser determinados de las formas siguientes:

- 1.- En relación a un sistema de coordenadas, generalmente tridimensional.
- 2.- En relación a otro punto, tomando uno como origen de un sistema de coordenadas locales.

El primer modo de posicionamiento se conoce como posicionamiento absoluto, el segundo como posicionamiento relativo. Si el objeto es estacionario, se usa el término posicionamiento estático. Cuando el objeto es móvil, se denomina posicionamiento cinemático. Generalmente, el posicionamiento estático se usa en topografía y el cinemático en navegación.

Generalmente, los objetos espaciales hacen referencia a un área de la Tierra y sus características. Sin embargo, pueden también hacer referencia a otros sujetos, como por ejemplo, cuerpos celestiales, temas médicos, máquinas industriales, temas arqueológicos, y muchos otros más. Todos los objetos a ser registrados deben ser localizados en forma exacta con respecto al marco de referencia adoptado. Esto es particularmente importante cuando data espacial proveniente de varias fuentes deben ser integradas en una o combinadas en formas diferentes entre ellas..

## **Sistemas de coordenadas.**

Para la determinación de la posición del punto se utilizan los denominados *sistemas de coordenadas*, los cuales estandarizan la forma de realizar las mediciones desde la referencia al punto. Los sistemas de coordenadas constituyen un concepto fundamental asociado a los datos espaciales, debido a su importancia para determinar la posición de puntos en topografía, fotogrametría, gis, gps, etc.

Según la forma de ubicar un punto en el espacio, estos sistemas se pueden clasificar en:

Coordenadas rectangulares

Coordenadas curvilíneas

Coordenadas polares

Las coordenadas rectangulares pueden ser bidimensionales o tridimensionales.

Cuando son tridimensionales, corresponden a coordenadas cartesianas geocéntricas, relativas a un sistema de referencia de tres ejes cuyo origen es el centro de masa de la Tierra.

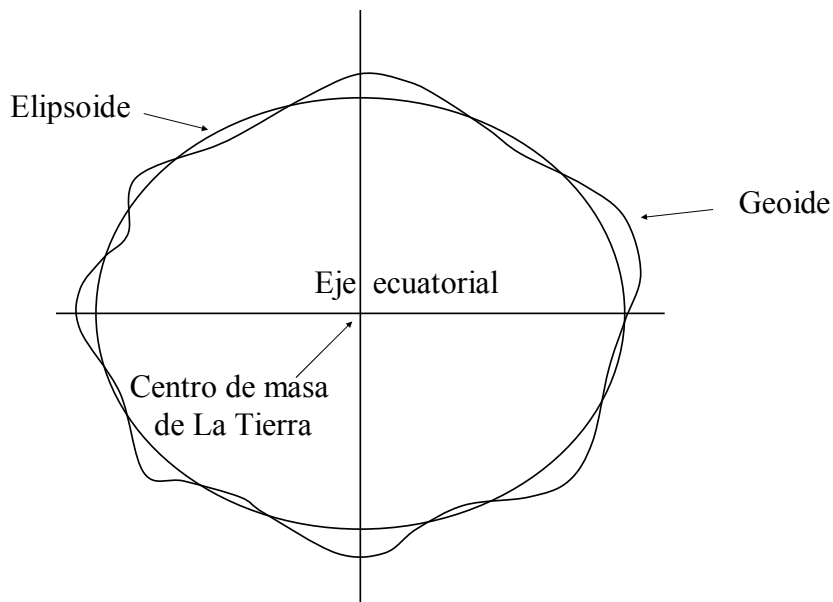
Las coordenadas bidimensionales se utilizan en levantamientos topográficos rutinarios y su origen puede ser arbitrario, aunque algunas veces el levantamiento puede apoyarse en puntos UTM existentes.

Las coordenadas curvilíneas definen un punto sobre el elipsoide y pueden clasificarse como astronómicas, cuando la normal es la dirección de la gravedad en el punto y geográficas, estas últimas se pueden clasificar en geodésicas y geocéntricas.

**La forma de La Tierra: La Tierra y superficies de referencia.**

La verdadera forma de La Tierra es el geoide, definido por vez primera en 1828 por Carl Gauss, el cual es la superficie equipotencial de los océanos en estado de reposo, prolongada en forma continúa por debajo de los continentes. En cada uno de sus puntos, el vector gravedad es perpendicular a su superficie. (Datum vertical). Como esta dirección de la gravedad no tiene una distribución uniforme, se prefiere sustituirla por figuras que puedan ser expresadas en forma matemática, como la esfera y el elipsoide. el elipsoide de revolución, que gira alrededor de su eje menor:

- Esfera: primera aproximación matemática a la forma de la esfera.  $R = 6370$  km.
- Elipsoide (también llamado esferoide): superficie de referencia imaginaria, resultante de la rotación de una elipse alrededor de su eje menor, conveniente para proyectar detalles de la superficie terrestre. Tiene una ecuación bien definida, basada en su definición geométrica (Datum Horizontal).

**Figura 1.**

$$\text{Achatamiento} = \frac{a - b}{a}$$

## Principales elipsoides usados en el mundo

Tipo de Elipsoide	Abreviación	Semi-eje mayor (a)	Achatamiento
Airy 1830	AA	6377563.396	299.3249646
Bessel 1841	BR	6377397.155	299.1528128
Clarke 1866	CC	6378206.4	294.9786982
Clarke 1880	CD	6378249.145	293.465
Everest 1830	EA	6377276.345	300.8017
Everest 1956 (India Nepal)	EC	6377301.243	300.8017
Everest (Pakistan)	EF	6377309.613	300.8017
GRS 80 (Geodetic Reference System 1980)	RF	6378137	298.257222101
International 1924	IN	6378388	297
Krassovsky 1940	KA	6378245	298.3
Modified Airy	AM	6377340.189	299.3249646
South American 1969	SA	6378160	298.25
WGS 72	WD	6378135	298.26
WGS 84 (World Geodetic System 1984)	WE	6378137	298.257223563

## Elipsoides usados en Venezuela

Elipsoide de referencia	Semi-eje mayor (a)	Semi-eje menor (b)	Achatamiento
Hayford 1909 ó Internacional 1924	6.378.388 m.	6.356.911,9 m.	1:297
Elipsoide GRS 80 (Global Reference System 1980)	6.378.137,0 m.	6.356.752,3 m.	1:298,26

El elipsoide de Hayford fue creado por el ingeniero civil y geodesta John Fillmore Hayford (1868-1925) en 1909 y fue adoptado como elipsoide internacional en la conferencia de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica que tuvo lugar en Madrid en 1924.

Comparación de los elipsoides GRS – 80 y WGS – 84 y valores que se pueden usar indistintamente en los elipsoides.

Elipsoide de referencia	Semi-eje mayor (a)	Semi-eje menor (b)	Achatamiento
GRS - 80	6.378.137,0 m.	6.356.752,314140 m	298,257222101
WGS - 84	6.378.137,0 m.	6.356.752,314245 m	298,257223563
“WGRS – 80/84”	6.378.137,0 m.	6.356.752,3 m	298,257

## COORDENADAS DEL VERTICE LA CANOA

		COORDENADAS GEOGRÁFICAS		COORDENADAS UTM	
VERTICE	DATUM	LATITUD	LONGITUD	NORTE	ESTE
LA CANOA	LA CANOA	8° 34' 17",170	63°51' 34",880	947.588,28	405.392,42

h La Canoa = 178,87 m

### El Datum

El datum geodésico es una representación matemática simplificada del tamaño y la forma de la Tierra, y del origen y orientación del sistema de coordenadas que se adopte para realizar el levantamiento de la superficie terrestre.

### Coordenadas Geográficas

Ya que el planeta Tierra es un cuerpo que posee una rotación alrededor de su eje, resulta obvio usar su eje de rotación como datum para definir su geometría. Este eje intersecta la superficie del globo en dos puntos, los cuales son los polos de un gran círculo primario cuyo plano es perpendicular al eje. El gran círculo primario es el ecuador y sus polos geográficos son el polo norte y el polo sur. Los círculos secundarios al ecuador están conformados por dos semicírculos, uno de los cuales recibe el nombre de meridiano, y su complementario el de antimeridiano.

Para medir distancias sobre la superficie de la esfera, se utiliza un sistema de coordenadas polares tridimensionales cuyo origen se encuentra en el centro de la esfera.

Meridianos: secciones elípticas producidas por la intersección del elipsoide por cualquier plano que contiene el eje de revolución de La Tierra.

Paralelos: secciones circulares producidas por la intersección del elipsoide con planos perpendiculares al eje de revolución.

Latitud ( $\varphi$ ): valor angular que forma el plano del Ecuador con la normal del elipsoide en el punto considerado.

Longitud ( $\lambda$ ): valor angular entre dos planos meridianos (Greenwich). Las longitudes se miden de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  a uno y otro lado del meridiano origen, añadiendo la denominación Este o positiva u Oeste o negativa, según se cuente en uno u otro sentido.

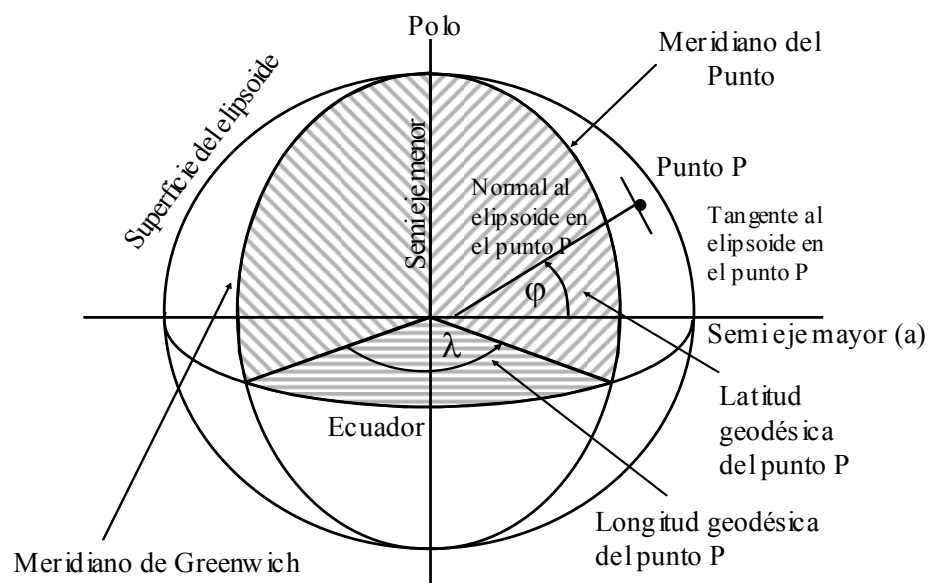


Figura 2.

## SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICOS

**Cuadrículas**

Para simplificar el uso de mapas, los cartógrafos superponen sobre el mapa una cuadrícula rectangular consistente en dos tipos de líneas rectas, paralelas y uniformemente espaciadas, cada tipo de línea perpendicular al otro. Esta cuadrícula permite que cualquier punto sobre el mapa pueda ser identificado por sus coordenadas geográficas o por sus coordenadas de cuadrícula, de modo de tener doble sistema de referencia. En estos mapas se identifica el sistema de proyección utilizado en su construcción.

**Que es un mapa topográfico**

Bien sea sobre un papel o sobre un monitor de un computador, un mapa es la mejor herramienta disponible para catalogar y observar la distribución de los diferentes elementos que conforman la superficie terrestre. Mapas de diferentes tipos carreteras, políticos, uso de la tierra etc, sirven para propósitos diferentes.

Uno de los tipos de mapas mas utilizados es el mapa topográfico o mapa base. La característica que distingue a estos mapas es el uso de curvas de nivel, las cuales permiten determinar el relieve y las elevaciones del terreno, mediante la representación tridimensional sobre una superficie plana.

Generalmente, los mapas topográficos representan características tanto naturales como de construcción humana. Ellos representan y nombran accidentes naturales tales como montañas, valles, llanuras, lagos, ríos y vegetación. También identifican objetos hechos por el hombre tales como carreteras, límites, líneas de transmisión y otras obras importantes.

El ancho rango de información que contienen los mapas topográficos los hacen indispensables para aplicaciones tanto profesionales como recreativas. En el primer caso tenemos las aplicaciones en ingeniería, explotación energética, conservación de recursos naturales, manejo ambiental, proyectos de obras públicas, comerciales y residenciales etc. En el caso de recreación, tenemos su uso en montañismo, pesca etc.

La forma mas conveniente para identificar puntos sobre la superficie terrestre es mediante un sistema de coordenadas curvilíneas formada por líneas de referencia llamadas paralelos de latitud y meridianos de longitud. De esta forma un punto sobre la superficie terrestre queda determinado por su latitud  $\phi$  y su longitud  $\lambda$ .

Cuando se debe representar una superficie de la Tierra que sobrepase una determinada extensión, la proyección topográfica resulta inadecuada para su representación, debido a los errores que ocasiona la esfericidad de la Tierra. En estos casos, es preciso recurrir a la cartografía.

El término “proyección” proviene de la noción de colocar una fuente de luz dentro de un globo transparente y proyectar las sombras de los meridianos, paralelos y otras características geográficas sobre una superficie plana tangente al globo, y cuyo punto de tangencia se ubica en forma ortogonal al centro de la proyección. Estas proyecciones se denominan proyecciones perspectivas.

Diferentes tipos de proyección pueden ser producidos según la posición de la fuente de luz. Las proyecciones Gnomónicas poseen la luz en el centro de la esfera, las proyecciones Estereográficas colocan la luz en el punto opuesto al punto de tangencia del plano y las proyecciones Ortográficas poseen la luz en un punto ubicado en el infinito respecto al punto de tangencia, dando como resultado rayos de luz paralelos.

Las proyecciones cartográficas son transformaciones sistemáticas que permiten la representación metódica de la retícula esférica de la Tierra sobre un plano. Desde un punto de vista matemático, las proyecciones cartográficas son transformaciones de coordenadas geográficas (latitud, longitud) al sistema de coordenadas cartesiano (x, y) según la forma:

$$x = f_1(\varphi, \lambda), \quad y = f_2(\varphi, \lambda)$$

Donde:

$\varphi$  es la latitud geográfica,  $\lambda$  la longitud geográfica

x y y son las coordenadas rectangulares en el plano de proyección.

Algunas proyecciones pueden ser construidas geométricamente, pero todas las proyecciones pueden ser representadas por ecuaciones matemáticas que convierten las coordenadas geográficas en cartesianas. Sin embargo, no se puede realizar la representación de la geometría esférica sobre un plano sin que aparezca algún tipo de distorsión.

La retícula de la Tierra, expresada en paralelos y meridianos, posee las propiedades siguientes:

Todos los paralelos son paralelos entre sí.

Los paralelos están igualmente espaciados a lo largo de los meridianos.

Los meridianos están espaciados igualmente a lo largo los paralelos.

Los meridianos de longitud son la mitad de grandes círculos y convergen en los polos.

Los meridianos y paralelos se intersectan en ángulo recto.

Los cuadriláteros que estén formados por los mismos dos paralelos y que tengan las mismas dimensiones longitudinales tienen la misma área.

La escala del área es uniforme.

La escala de la distancia es uniforme.

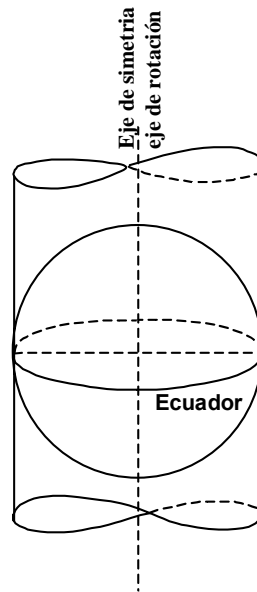
Estas propiedades pueden ser representadas en un plano, algunas en mejor forma que otras, dependiendo del tipo de proyección utilizado. La proyección utilizada para la realización el plano dependerá entonces de cuales propiedades deben ser representadas correctamente en el plano, y cuales pueden presentar distorsión.

## **TRANSFORMACION DE COORDENADAS GEODESICAS – UTM**

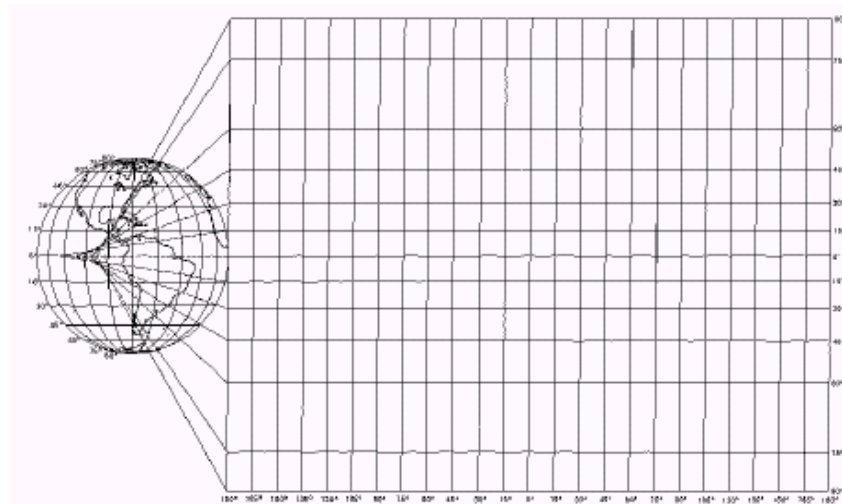
La proyección Mercator

La proyección Mercator recibe su nombre de su creador, el cartógrafo flamenco Gerhard Kremer, cuyo nombre en latín era Gerhardus Mercator.

La ventaja de esta proyección, cuyo primer mapa fue publicado en 1569, y por la cual se hizo popular entre los navegantes, radica en su condición de conformidad, por lo que se pueden definir rumbos sobre el mapa, directamente con el compás.



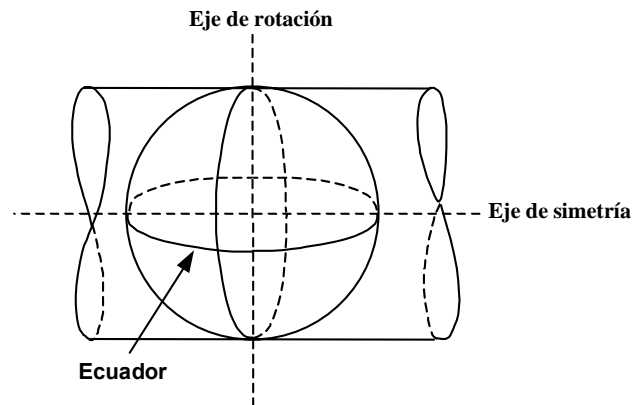
**Figura 3. Esquema de la proyección Mercator.**



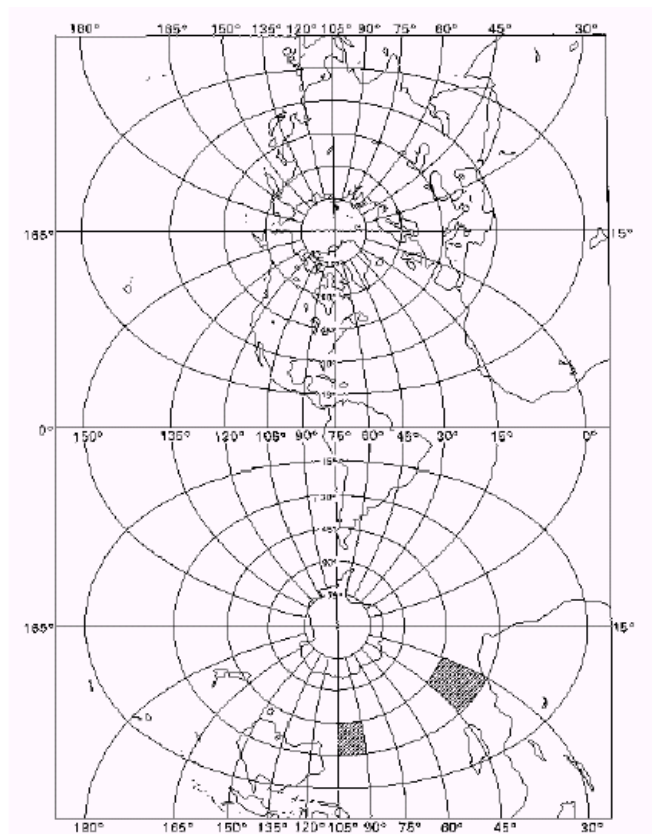
**Figura 4. Proyección Mercator. (tomado de DMA Technical Manual 8358.2)**

La proyección Mercator Transversal

La proyección UTM fue desarrollada por Johann H. Lambert en 1772 y derivada analíticamente por Carl F. Gauss 50 años después; en 1912, L. Krüger desarrolló fórmulas mejor adaptadas al cálculo. La proyección transversal mercator es la proyección mercator rotada 90°,



**Figura 5. Esquema de la proyección Mercator Transversal.**



**Figura 6. proyección Mercator Transversal. (tomado de DMA Technical Manual 8358.2)**

### **La proyección UTM (Proyección Mercator Transversal Universal)**

La proyección UTM es en principio idéntica a la Mercator transversal, pero en este caso la proyección se realiza en zonas estrechas (cada 6° de longitud), para minimizar la distorsión.

Esta proyección, establecida en 1936 por la IUGG (Internacional Union of Geodesy and Geophysics), fue introducida por el ejército estadounidense en 1947 y adoptada rápidamente por la mayoría de los países. La proyección UTM emplea cinco diferentes tipos de elipsoides, para diferentes zonas del planeta. El elipsoide internacional o de

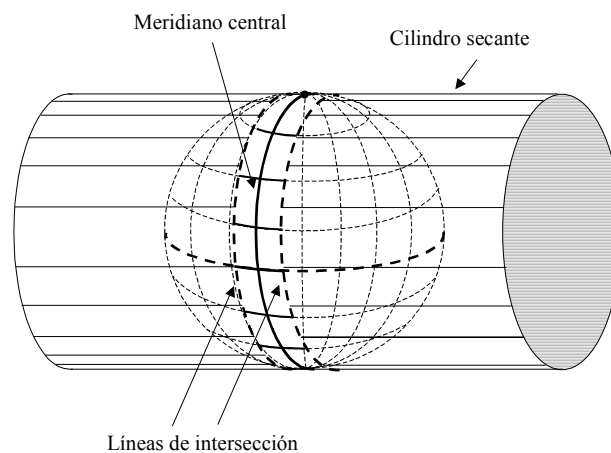


Hayford es usado por la mayoría de los países del globo. El elipsoide de Clarke 1866 se aplica en Africa. El Clarke 1880 se utiliza en América del Norte y los elipsoides Everest y Bessel se emplean en algunos países del sur y el sureste de Asia.

La proyección UTM es la versión de Gauss-Krüger de la proyección transversal de Mercator, hecha para cubrir al planeta desde los 84' de latitud norte hasta los 80' de latitud sur.

Sus principal ventaja radica en el hecho de que es una proyección que provee una georreferenciación precisa y que es usada en la mayoría de países del mundo.

Como desventaja se tiene la diferencia de coordenadas en el área de superposición entre dos zonas o husos adyacentes, lo que obliga a conocer a que huso pertenecen las coordenadas del mapa.



**Figura 7. Esquema de la proyección UTM.**

Las características mas importantes de este sistema son las siguientes:

Cada zona tiene una extensión de  $6^\circ$  en longitud lo que da un total de 60 zonas; la primera zona se ubica en el meridiano  $180^\circ$ , y las sucesivas zonas (para un total de 60), se van desplazando hacia el este, siendo el meridiano central de la zona uno el  $177^\circ\text{W}$ . Venezuela está cubierta por las zonas: 18 (meridiano central  $75^\circ\text{W}$ ), 19 (meridiano central  $69^\circ\text{W}$ ) y 20 (meridiano central  $63^\circ\text{W}$ ).

Cada zona se extiende desde los  $84^\circ$  latitud norte hasta los  $80^\circ$  grados de latitud sur. Inicialmente estos valores iban desde los  $80^\circ\text{N}$  hasta los  $80^\circ\text{S}$ , pero el hecho de contar con una superficie importante por encima de los  $80^\circ$ , determinó su extensión en 4 grados mas.

La coordenada Y coincide con el meridiano central de la zona.

Cada columna se divide en cuadriláteros de  $8^\circ$  de latitud. A estas bandas se les asigna las letras C a X, en forma ascendente desde los  $80^\circ$  de latitud sur.

Cada cuadrilátero queda identificado por el número de la zona y la letra de la banda.

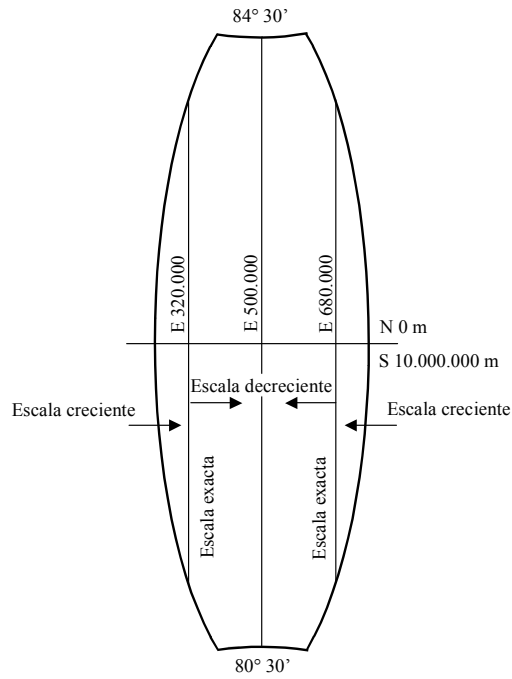
Las coordenadas norte tienen su origen en el ecuador; sin embargo, para evitar valores negativos para los nortes del hemisferio sur, se les suma el valor de 10.000.000.

El origen de la coordenada norte de cada zona es el punto sobre el ecuador donde su meridiano central lo interseca.

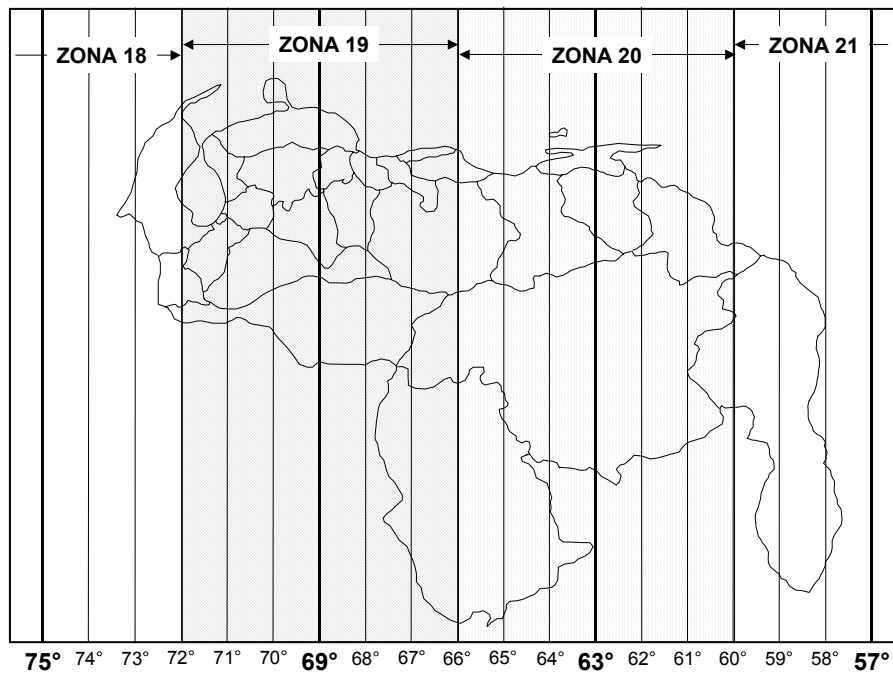
Se asigna un valor de 500.000 para el este de cada meridiano central.

El factor de escala del meridiano central tiene un valor de 0,9996.

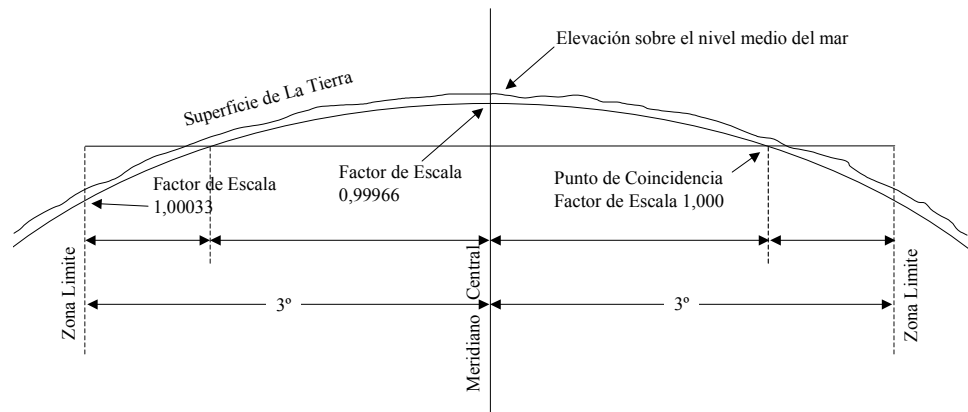
Es un sistema métrico, por lo que la unidad de medida es el metro.



**Figura 8. Esquema de zona UTM.**



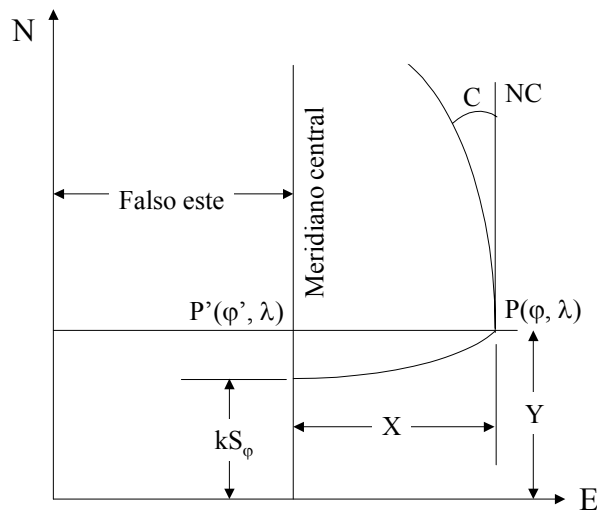
**Figura 9. Zonas UTM en Venezuela.**



**Figura 10. Corte por un paralelo de la proyección UTM**

Para determinar el huso en el que se encuentra una determinada longitud, se usa la fórmula:

$$Zona = entero\left(\frac{180 - \lambda}{6}\right) + 1$$



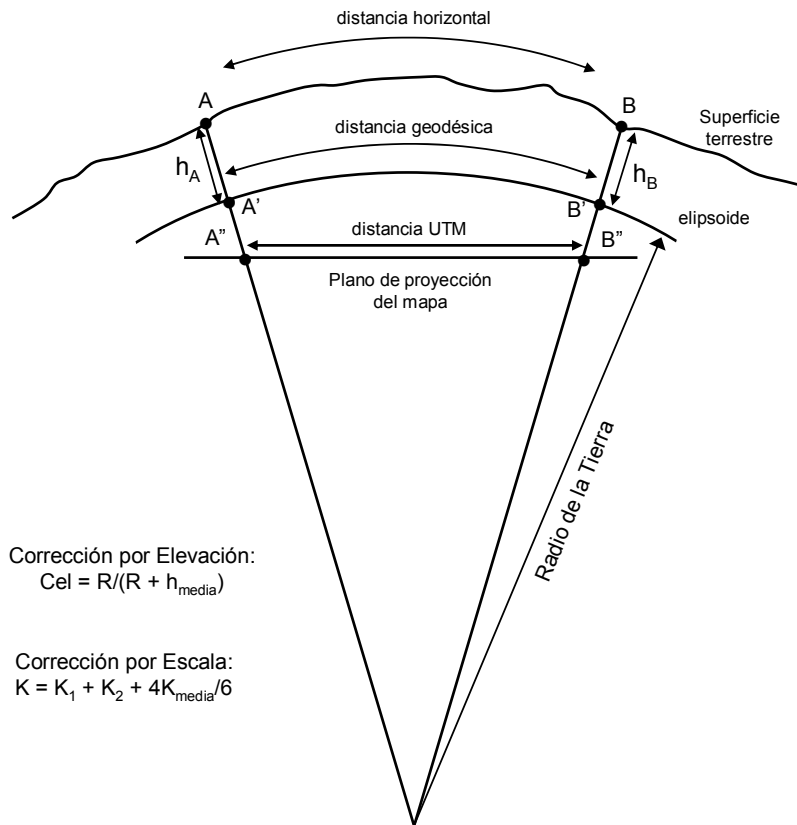
**Figura 11. Coordenadas de la proyección UTM.**

La forma de expresar una coordenada UTM es:

- Este =
- Norte =
- Huso 19 Zona P
- Datum La Canoa

Una variación de la proyección UTM es la proyección MTM (Modified Transversal Mercator), donde la proyección se realiza en bandas de 3°, en lugar de 6°. Esto permite mejorar el factor de escala de 0,9996 (1/2.500) a 0,9999 (1/10.000).

### Reducción de alturas



**Figura 12. Relación entre distancias horizontales, geodésicas y UTM.**

### Transformación de coordenadas $\varphi, \lambda$ a $X, Y, Z$

$$X = (N + h)\cos\varphi \cos\lambda$$

$$Y = (N + h)\cos\varphi \sen\lambda$$

$$Z = \left( \frac{b^2}{a^2} \times N + h \right) \sen\varphi \quad \text{o también,} \quad Z = [N(1 - e^2) + h] \sen\varphi$$

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sen^2\varphi}} \quad \text{o también,} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sen^2\varphi}}$$

$$\text{Donde } e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

**Transformación de coordenadas X, Y, Z a  $\varphi$ ,  $\lambda$** 

1.- Se calcula  $p = \sqrt{X^2 + Y^2}$ .

2.- Se calcula un valor aproximado de  $\varphi_0$  según la fórmula :

$$\tan \varphi_0 = \frac{Z}{p} (1 - e^2)^{-1}$$

3.- Se calcula un valor aproximado de  $N_0$  según la fórmula :

$$N_0 = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi_0 + b^2 \sin^2 \varphi_0}}$$

4.- Se calcula la altura elipsoidal por la fórmula:

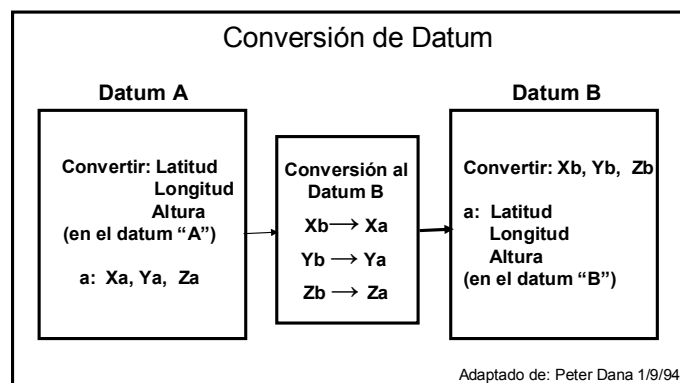
$$h = \frac{p}{\cos \varphi_0} - N_0$$

5.- Se calcula un valor mejorado de la latitud por la fórmula:

$$\tan \varphi = \frac{Z}{p} \left( 1 - e^2 \frac{N_0}{N_0 + h} \right)^{-1}$$

6.- Si  $\varphi = \varphi_0$  se tiene la solución. En caso contrario, se hace  $\varphi_0 = \varphi$  y se continua el cálculo a partir del paso 3.

7.- La longitud se obtiene directamente de la fórmula:  $\lambda = \arctan \frac{Y}{X}$

**TRANSFORMACIÓN DE DATA**

**Figura 13. Esquema de transformación entre data.**

Por resolución del Ministerio del Ambiente y de los Recursos Naturales Renovables (N° 10, del 22 de enero de 1999), publicada el 3 de marzo de 1999 en la gaceta oficial N° 36.653, el nuevo datum oficial para Venezuela es el Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur (SIRGAS), del cual forma parte la Red Geodésica Venezolana (REGVEN). Este nuevo Datum se denomina SIRGAS – REGVEN y utiliza el elipsoide Geodetic Reference System 1980. El datum anterior para Venezuela fue La Canoa – Hayford (PSAD – 56).

SIRGAS: este sistema se inició en octubre de 1993, durante una conferencia internacional en Asunción, Paraguay, auspiciado por International Association of Geodesy (IAG), la Panamerican Institute of Geodesy and History y la U.S. Defence Mapping Agency (DMA).

Los objetivos de este proyecto, definidos en este congreso fueron:

Definir un sistema de referencia para Sur América.

Establecer y mantener un marco de referencia.

Definir y establecer el datum geocéntrico para todos los países de América del Sur.

En el propio congreso se definió el primer objeto, decidiéndose lo siguiente:

El sistema de referencia SIRGAS debe coincidir con los estándares del IERS y estar referido al IERS Terrestrial Reference Frame (ITRF).

El datum geocéntrico debe estar basado en el sistema de referencia SIRGAS y los parámetros del elipsoide deben ser los del GRS 80

Para lograr los objetivos, un total de 58 puntos en América del Sur fueron seleccionados para formar parte del sistema de referencia SIRGAS.

Para transformar las coordenadas de un punto de un datum a otro, se pueden usar varios tipos de transformación de datum, destacándose en nuestro país la transformación Molodensky-Badekas. Otro tipo de transformación muy usada en los programas SIG y en los GPS navegadores, es la transformación Molodensky Standard. A continuación se describen ambas transformaciones.

### **Modelo Molodensky Standard**

Esta transformación permite transformar coordenadas geodésicas en el datum Canoa al datum REGVEN directamente, sin necesidad de transformar las coordenadas geodésicas  $\varphi, \lambda$  a coordenadas geocéntricas X, Y, Z..

$$\begin{aligned} \Delta\varphi'' = & \{-\Delta X \times \sin(\varphi) \times \cos(\lambda) - \Delta Y \times \sin(\varphi) \times \sin(\lambda) + \Delta Z \times \cos(\varphi) \\ & + \Delta a(R_N \times e^2 \times \sin(\varphi) \times \cos(\varphi))/a \\ & + \Delta f[R_M \times (a/b) + R_N \times (b/a)] \times \sin(\varphi) \times \cos(\lambda)\} \times [(R_M + h) \times \sin(1'')]^{-1} \end{aligned}$$

$$\Delta\lambda'' = [-\Delta X \times \sin(\lambda) + \Delta Y \times \cos(\lambda)] \times [(R_N + h) \times \cos(\varphi) \times \sin(1'')]^{-1}$$

$$\begin{aligned} \Delta h = & \Delta X \times \cos(\varphi) \times \cos(\lambda) + \Delta Y \times \cos(\varphi) \times \sin(\lambda) + \Delta Z \times \sin(\varphi) \\ & - \Delta a \times (a/R_N) + \Delta f(b/a) \times R_N \times \sin^2(\varphi) \end{aligned}$$

**Donde:**

$R_M$  = radio de curvatura en el meridiano.  $R_M = a(1 - e^2)/(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}$

$R_N$  = radio de curvatura en la vertical primaria.  $R_N = a/(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}$

$$e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$$

Parámetros de transformación para Molodensky Standard. PSAD56 a GRS-80 (desde un punto de vista práctico, WGS-84).

Nombre	Codigo	Elipsoide	$\Delta a$ (m)	$\Delta f \times 10^4$	$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)
PSAD56	PRP-M	Int. 1924	-251	-0,14192702	-288	175	-376
PSAD56	PRP-H	Int. 1924	-251	-0,14192702	-295	173	-371

PRP-M es el Datum medio para América del Sur.

PRP-H es el Datum para Venezuela.

$\Delta a$  corresponde a la diferencia entre el semieje mayor en el elipsoide GRS-80 (ó WGS-84 para este caso), y el semieje mayor en el elipsoide Hayford.

$$\Delta a = 6.378.137 - 6.378.388 = -251 \text{ m.}$$

$\Delta f$  corresponde a la diferencia entre el aplanamiento en el elipsoide GRS-80 (ó WGS-84 para este caso), y el aplanamiento en el elipsoide Hayford.

$$\Delta f = 1/298,257 - 1/297 = -0,14192702 \times 10^4$$

Ejemplo:

Tomemos un punto con latitud norte =  $8^\circ 36' 46'',63$  y longitud oeste =  $71^\circ 8' 15'',74$

**Nota: la longitud oeste tiene un valor negativo para realizar los cálculos.**

Aplicando las fórmulas tenemos:

$$R_M = 6.336.941,3188$$

$$R_N = 6.378.868,9024$$

$$\Delta \varphi'' = -354,9885/30.7223 = -11'',55$$

$$\Delta \lambda'' = 223,2280/30.5769 = -7'',30$$

Sumando algebraicamente las cantidades tenemos:

$$\varphi = 8^\circ 36' 46'',63 + (-11'',55) = 8^\circ 36' 35'',08$$

$$\lambda = -(71^\circ 8' 15'',74) + (-7'',30) = -(71^\circ 8' 23'',04)$$

### Modelo Molodensky-Badekas

Esta transformación de 10 parámetros utiliza las coordenadas geocéntricas del datum CANOA para transformarlas a geocéntricas en el sistema REGVEN.

Parámetros oficiales PATVEN 98 para transformar Datum La Canoa (PSAD 56) a REGVEN (GRS-80) usando la transformación Molodensky-Badekas. (Hoyer et al, 2001).

$\Delta X$ (m)	$-270,933 \pm 0,499$
----------------	----------------------

$\Delta Y$ (m)	$115,599 \pm 0,499$
$\Delta Z$ (m)	$-360,226 \pm 0,499$
$R_X$ (")	$-5,266 \pm 0,743$
$R_Y$ (")	$-1,238 \pm 0,340$
$R_Z$ (")	$-2,381 \pm 0,379$
$\Delta M$ (PPM)	$-5,109 \pm 1,088$
$X_M$ (m)	$2.464.351,594$
$Y_M$ (m)	$-5.783.466,613$
$Z_M$ (m)	$974.809,808$

Parámetros para transformar Datum La Canoa (PSAD 56) a REGVEN (GRS-80 )

Las rotaciones se expresan en segundos, y debe ser convertidos a radianes para realizar el cálculo, según la forma: radianes = segundos  $\times 4,8481368111 \times 10^{-6}$ .

$\Delta M$  se expresa en partes por millón:  $-5,109 = 0,000005109$ .

Ejemplos:

Cuando se mide un punto GPS, se obtienen las siguientes coordenadas geocéntricas en el datum La Canoa:

$X = 2038354,431$  m.

$Y = -5970098,859$  m.

$Z = 951153,394$  m.

Al hacer uso de la ecuación Molodensky-Badekas (parámetros PATVEN 98):

$$\begin{bmatrix} X_{GPS} \\ Y_{GPS} \\ Z_{GPS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & -R_Z & R_Y \\ R_Z & M & -R_X \\ -R_Y & R_X & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{La\ Canoa} - X_M \\ Y_{La\ Canoa} - Y_M \\ Z_{La\ Canoa} - Z_M \end{bmatrix}$$

Y reemplazar los valores:

$$\begin{bmatrix} X_{GPS} \\ Y_{GPS} \\ Z_{GPS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -270,933 \\ 115,599 \\ -360,226 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.464.351,594 \\ -5.783.466,613 \\ 974.809,808 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - 5,109 \times 10^{-6} & -(-5,266) & R_Y \\ R_Z & 1 - 5,109 \times 10^{-6} & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 - 5,109 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.038.354,431 - 2.464.351,594 \\ -5.970.098,859 - (-5.783.466,613) \\ 951.153,394 - 974.809,808 \end{bmatrix}$$

Se obtienen los valores en GRS 80:

$X = 2038085,675$  m.

$Y = -5969982,306$  m.

$Z = 950793,289$  m.



## Bibliografía

National Imagery and Mapping Agency. 2000. Department of Defense World Geodetic System 1984. Technical Manual 8350.2. NIMA, St. Louis, Missouri.

Defense Mapping Agency. 1989. Defense Mapping Agency Technical Manual 8358.2 The Universal Grids: Universal Transverse Mercator (UTM) and Universal Polar Sterographic (UPS). Defense Mapping Agency, Fairfax, Virginia.

<http://earth-info.nga.mil/GandG/publications>

