

TEMA 1

INTRODUCCIÓN A LA TOPOGRAFÍA

1.1 Introducción.

La Topografía, nombre derivado de la palabra griega “**τοπογραφία**”, que significa descripción del terreno, es una disciplina cuya aplicación está presente en la mayoría de las actividades humanas que requieren tener conocimiento de la superficie del terreno donde tendrá lugar el desenvolvimiento de esta actividad.

En la realización de obras civiles, tales como acueductos, canales, vías de comunicación, embalses etc, en la elaboración de urbanismos, en el catastro, en el campo militar, así como en la arqueología, y en muchos otros campos, la topografía constituye un elemento indispensable.

Podemos suponer que la Topografía tuvo su inicio desde el momento en que la especie humana dejó de ser nómada para convertirse en sedentaria. La necesidad de establecer límites precisos e invariables en el tiempo entre las propiedades seguramente hizo surgir los primeros métodos e instrumentos topográficos elementales. Las primeras referencias por escrito sobre el uso de la topografía se remontan a la época del imperio egipcio, hacia el 1.400 a.C., donde fue utilizada para determinar linderos entre propiedades en los valles fértiles del Nilo. Los instrumentos y métodos que los egipcios utilizaban en la topografía fueron adoptados por los romanos, tras su ocupación de Egipto, y completados con la trigonometría, desarrollada por los griegos. Los romanos usaron en forma extensa esta disciplina en sus obras civiles, tales como acueductos y caminos. Un ingeniero y topógrafo romano, Sextus Julius Frontinus, escribió entre otras obras el primer tratado de topografía, del cual se han conservado algunas copias de sus partes, ya que el original se perdió. La modernización de la topografía se inicia a principios del siglo XVII, con el desarrollo del anteojo astronómico, ideado por el astrónomo alemán Johannes Kepler y con la cadena desarrollada por el matemático inglés Edmund Gunter, la cual introdujo el primer estándar en la medición de distancias. A partir de este siglo los aportes en métodos topográficos, calculos numéricos e instrumentos fueron constantes, hasta alcanzar su madurez a principios del siglo XIX. En el siglo XX, la topografía se enriqueció con el aporte de la Fotogrametría, para realizar el levantamiento de zonas extensas, así como con instrumentos tales como el computador, el distanciómetro electrónico y los niveles láser, así como con el Sistema de Posicionamiento Global.

1.1.1 Definición de Topografía.

Es la ciencia y la técnica de realizar mediciones de ángulos y distancias en extensiones de terreno lo suficientemente reducidas como para poder despreciar el efecto de la curvatura terrestre, para después procesarlas y obtener así coordenadas de puntos, direcciones, elevaciones, áreas o volúmenes, en forma gráfica y/o numérica, según los requerimientos del trabajo.

Dentro de la Topografía se incluye el estudio de los instrumentos usados por ella, sus principios de funcionamiento, sus componentes y su operación. También se estudia teoría de errores, ya que en muchos trabajos topográficos se exigen determinados valores de

exactitud en los resultados, valores que a su vez determinarán los métodos y la precisión de los instrumentos a utilizar en el proyecto.

1.1.2 División de la Topografía.

Los diversos componentes que integran la topografía se agrupan en tres grandes grupos bien diferenciados:

Teoría de errores y calculo de compensación: constituye la agrupación de los métodos matemáticos que permiten la minimización de los inevitables errores cometidos en las mediciones, y que permiten también establecer los métodos y los instrumentos idóneos a utilizar en los diversos trabajos topográficos, para obtener la máxima calidad en los mismos.

Instrumentación: en esta división se estudian los diferentes tipos de equipos usados en topografía para llevar a cabo las mediciones, angulares o de distancias, para establecer sus principios de funcionamiento, llevar a cabo su mantenimiento y lograr su óptima utilización,

Métodos topográficos: es el conjunto de operaciones necesarias para obtener la proyección horizontal y las cotas de los puntos medidos en el terreno. Generalmente las proyecciones horizontales se calculan en forma independiente de las cotas de los puntos, diferenciándose entonces en dos grandes grupos: Métodos planimétricos.

Métodos altimétricos.

La planimetría, que engloba los métodos planimétricos, sólo toma en cuenta la proyección del terreno sobre un plano horizontal imaginario que se supone es la superficie media de La Tierra.

La altimetría, que agrupa los métodos altimétricos, tiene en cuenta las diferencias de nivel existentes entre los diferentes puntos del terreno [Torres, A., Villate E. 2001.].

Para la elaboración de un plano topográfico, es necesario conocer tanto la planimetría como la altimetría para poder determinar la posición y elevación de cada punto del terreno que será representado.

1.1.3 Relación de la Topografía con otras ciencias.

Actualmente, la topografía está englobada dentro de la Geodesia, donde se le conoce también con el nombre de geodesia común [Wahl, 1964]. Dentro de aquella ciencia general, conformada por diversas disciplinas, la topografía interactúa con las mismas, principalmente con:

- Cartografía: para levantamientos topográficos requeridos en la producción y actualización cartográfica con diferentes fines.
- Fotogrametría: como base para el control de fotografías y modelos aerofotogramétricos.
- Geodesia: para la densificación de redes geodésicas con fines de control en levantamientos catastrales, localizaciones petroleras etc.
- Astronomía Geodésica.

Es importante destacar que la topografía es un valiosa herramienta desde el punto de vista del Derecho, ya que se utiliza para determinar límites entre propiedades y entre distintas zonas administrativas de la Nación.

1.1.4 Diferencia entre topografía y geodesia.

Es necesario hacer una pequeña aclaración para desligar dos ciencias que tienen más o menos la misma finalidad: medir extensiones de tierra. Estas dos ciencias difieren entre sí en cuanto a las magnitudes consideradas en cada una de ellas y por consiguiente en los métodos empleados.

La topografía opera sobre porciones pequeñas de terreno, no teniendo en cuenta la verdadera forma de La Tierra, sino considerando la superficie terrestre como un plano.

En error cometido con esta hipótesis es despreciable, cuando se trata de extensiones que no sean excesivamente grandes, si se considera un arco en la superficie terrestre de 18 km de longitud es tan sólo 1,5 cm más largo que la cuerda subtendida, y que sólo se comete un error de 1" de exceso esférico en un triángulo que tenga un área de 190 km².

Cuando se trata de medir grandes extensiones de tierra, como por ejemplo, para confeccionar la carta de un país, de un estado o de una ciudad grande, no se puede aceptar la aproximación que da la topografía, teniéndose entonces que considerar la verdadera forma de La Tierra y por consiguiente su superficie ya no se considera un plano sino se toma como parte de la superficie de un elipsoide y tendremos que acudir a la geodesia.

1.2 Levantamientos.

Son el conjunto de operaciones necesarias para determinar posiciones sobre la superficie de la Tierra, de las características naturales y/o artificiales de una zona determinada y establecer la configuración del terreno. El procedimiento a seguir en los levantamientos topográficos comprende dos etapas fundamentales:

- El trabajo de campo, que es la recopilación de los datos. Esta recopilación fundamentalmente consiste en medir ángulos horizontales y/o verticales y distancias horizontales o verticales.
- El trabajo de gabinete o de oficina, que consiste en el cálculo de las posiciones de los puntos medidos y el dibujo de los mismos sobre un plano.

La mayor parte de los levantamientos, tienen como objeto el cálculo de superficies y volúmenes, y la representación de las medidas tomadas en el campo mediante perfiles y planos, por lo cual estos trabajos también se consideran dentro de la topografía, donde reciben el nombre de topometría.

1.2.1 Clases de levantamientos[Miguel Montes de Oca. 1970].

Topográficos (Topografía común). Se realizan en áreas pequeñas, no se considera la curvatura terrestre, lo que genera la representación sobre un plano horizontal, el cual es normal a la dirección de la gravedad y tangente a la superficie en un punto.

Geodésicos (Geodesia). Se realizan en grandes áreas de la superficie terrestre y se toma en cuenta la curvatura terrestre. Además de las características anteriores, se distinguen de los topográficos por la técnica y el uso que se les da. Entre estos tenemos:

- Redes de mediciones de ángulos y distancias, para controlar todo el levantamiento de una gran área (por ejemplo, un país completo).
- Técnicas de medición de alta precisión.
- Modelos matemáticos que consideran la curvatura terrestre.

Dentro de los levantamientos topográficos se encuentran:

Levantamiento de terrenos en general. Tienen por objeto marcar linderos o localizarlos, medir y dividir superficies, ubicar terrenos en planos generales ligando con levantamientos anteriores o proyectar obras y construcciones.

Topografía de vías de comunicación. Es la que sirve para estudiar y construir caminos, ferrocarriles, canales, líneas de transmisión, acueductos, etc.

Topografía de minas. Tiene por objeto fijar y controlar la posición de trabajos subterráneos y relacionarlos con las obras superficiales.

Levantamientos catastrales. Son los que se hacen en ciudades, zonas urbanas y municipios, para fijar linderos o estudiar las obras urbanas.

Levantamientos aéreos. Son los que se hacen por medio de la fotografía, generalmente desde aviones, y se usan como auxiliares muy valiosos de todas las otras clases de levantamientos. La fotogrametría se dedica especialmente al estudio de estos trabajos [Miguel Montes de Oca. 1970].

1.2.2 Productos generados por los levantamientos.

Los productos finales de la topografía son, en su gran mayoría, de carácter gráfico, es decir, dibujos a escala de los detalles resaltantes del levantamiento, sobre un determinado tipo de papel, o bien dibujos realizados mediante un programa adecuado, generalmente un CADD (de las siglas en inglés Computer-Aided Design and Drafting). A continuación se definen tres de los productos gráficos más importantes.

-El Mapa

El mapa es una representación convencional, generalmente plana, de fenómenos concretos o abstractos localizables en el espacio, que se efectúa mediante diversos sistemas de proyección, los cuales son sistemas convencionales para realizar la transposición sobre una superficie plana de una parte del globo terrestre (elipsoide) y de su topografía (relieve), y según diferentes escalas, las cuales son la relación de reducción del elipsoide sobre la superficie plana. Por su naturaleza, son producto de levantamientos geodésicos.

-Mapas base o mapas topográficos:

Tienen la finalidad de representar los elementos del terreno necesarios para la referenciación (X, Y, Z). Estos son documentos cartográficos de base, donde se representan, según normas y convenciones: las vías de comunicación y sus respectivas variaciones e importancia, las construcciones, la red hidrográfica, la naturaleza del relieve (curvas de nivel), los nombres de los lugares, ríos y centros poblados (toponimia), así como todos los elementos del terreno que tengan interés en ser representados. En ellos también se realiza la reducción del elipsoide sobre una superficie plana. Generalmente son realizados mediante fotogrametría aérea.

-Planos topográficos:

Se da el nombre de plano a la representación gráfica que por la escasa extensión de superficie a que se refiere no exige hacer uso de los sistemas cartográficos, se apoyen o no los trabajos en la geodesia.

1.3 La forma de la Tierra: la Tierra y superficies de referencia.

La superficie de la Tierra es irregular, por lo que no es posible tomarla como una superficie de referencia. Por ello se adoptan las siguientes figuras aproximadas a la superficie terrestre:

- 1.- Esfera: primera aproximación matemática a la forma de la esfera. $R = 6370$ km.
- 2.- Esferoide: superficie de referencia imaginaria, conveniente para proyectar detalles de la superficie terrestre. Tiene una ecuación bien definida, basada en su definición geométrica (Datum Horizontal).
- 3.- Geoide: definido por vez primera en 1828 por Carl Gauss, es la superficie equipotencial de los océanos en estado de reposo, prolongada en forma continua por debajo de los continentes, por lo cual define el datum vertical. El geoide constituye la verdadera forma de la Tierra, donde en cada uno de sus puntos, el vector gravedad es perpendicular a su superficie. Como la dirección de la gravedad no tiene una distribución uniforme, se prefiere sustituirla por el elipsoide de revolución, que gira alrededor de su eje menor, ya que esta figura puede ser expresada matemáticamente.

Tipo de Elipsoide	Semi-eje mayor (a)	Semi-eje menor (b)
Elipsoide de Hayford	6.378.388 m.	6.356.911,2 m.
Elipsoide WGS 84	6.378.137,0 m.	6.356.752,3 m.

COORDENADAS DE LOS VERTICES LA CANOA Y LOMA QUINTANA

VERTICE	DATUM	COORDENADAS GEOGRÁFICAS		COORDENADAS UTM	
		LATITUD	LONGITUD	NORTE	ESTE
LA CANOA	LA CANOA	8° 34' 17",170	63° 51' 34",880	947.588,28	405.392,42
	LOMA QUINTANA	8° 34' 17",674	63° 51' 36",471	847.603,87	405.343,82
	DIFERENCIA	- 0",504	- 1",591	- 15,59	+ 48,60
LOMA QUINTANA	LA CANOA	10° 30' 24",274	66° 56' 1",076	1.162.197,70	762.160,02
	LOMA QUINTANA	10° 30' 24",680	66° 56' 2",515	1.162.209,90	762.116,28
	DIFERENCIA	- 0",406	- 1",436	- 12,20	+ 43,74

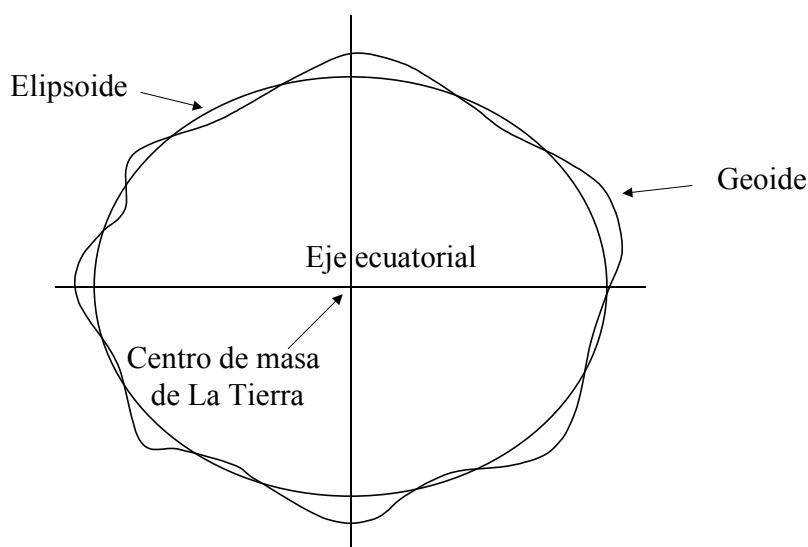


Figura 1.1

Coordenadas Geográficas:

Sobre el elipsoide se define un sistema de coordenadas para establecer la posición de un punto sobre la superficie terrestre. La situación de un punto sobre el elipsoide terrestre queda determinada por la intersección de un meridiano y un paralelo, constituyendo sus coordenadas geográficas **Longitud y Latitud**.

- Meridianos: secciones elípticas producidas por la intersección del elipsoide por cualquier plano que contiene el eje de revolución de La Tierra.
- Paralelos: secciones circulares producidas por la intersección del elipsoide con planos perpendiculares al eje de revolución.
- Latitud (ϕ): valor angular que forma el plano del Ecuador con la normal del elipsoide en el punto considerado.

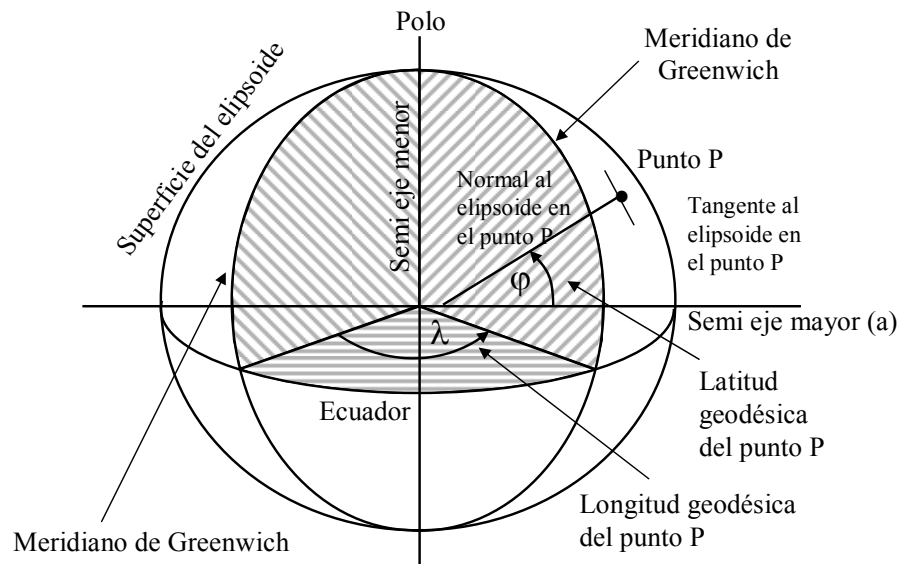


Figura 1.2.

- Longitud (λ): valor angular entre dos planos meridianos (Greenwich). Las longitudes se miden de 0° a 180° a uno y otro lado del meridiano origen, añadiendo la denominación Este o positiva u Oeste o negativa, según se cuente en uno u otro sentido.

Coordenadas Geográficas

Ya que el planeta Tierra es un cuerpo que posee una rotación alrededor de su eje, resulta obvio usar su eje de rotación como datum para definir su geometría. Este eje intersecta la superficie del globo en dos puntos, los cuales son los polos de un gran círculo primario cuyo plano es perpendicular al eje. El gran círculo primario es el ecuador y sus polos geográficos son el polo norte y el polo sur. Los círculos secundarios al ecuador están

conformados por dos semicírculos, uno de los cuales recibe el nombre de meridiano, y su complementario el de antimeridiano.

Para medir distancias sobre la superficie de la esfera, se utiliza un sistema de coordenadas polares tridimensionales cuyo origen se encuentra en el centro de la esfera.

Latitud

La latitud de un punto es el ángulo medido desde centro de La Tierra, entre el plano del ecuador y el radio trazado por dicho punto. Se denota con la letra griega φ .

Longitud

La longitud de un punto es el ángulo medido en el plano del ecuador entre el plano del meridiano que contiene el punto y otro meridiano tomado como datum. Generalmente este meridiano de referencia es el meridiano de Greenwich. Se denota con la letra griega λ .

1.4 Límites del campo topográfico.

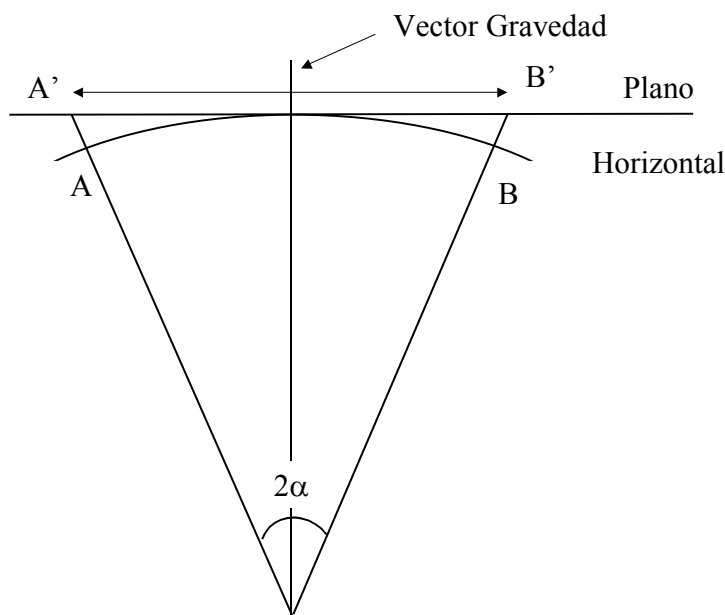


Figura 1.3

$$\text{Error} = \overline{A'B'} - AB$$

Suponiendo $AB = 30 \text{ km}$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\overline{A'B'}}{R} \quad \text{luego,} \quad \overline{A'B'} = 2 \times \tan \frac{\alpha}{2} \times R \quad (\text{ec.1})$$

$$\text{Por otra parte,} \quad \overline{AB} = \alpha \times R^2 \quad (\text{ec.2})$$

El radio promedio de la Tierra se halla igualando el área de la elipse y el área del círculo :

$$\pi \times a \times b = \pi \times R^2 \quad (\text{ec.3})$$

$$\text{Luego, } R = \sqrt{a \times b} \quad R = \sqrt{6378 \times 6356} \quad (\text{en km}) \quad R = 6367 \text{ km.}$$

$$\alpha'' = \frac{30}{6367} \times 206264'' ,8062 = 971'' ,8775 \text{ luego, } \alpha = 0^\circ 16',1980$$

Usando el α calculado en la ecuación 1, obtenemos $\overline{AB} = 30.000,132 \text{ m.}$

Luego, el error cometido por la esfericidad es de 0,132 m en 30 km.

$$\text{error relativo} = \frac{13,2}{3000000} = \frac{1}{227272} \cong \frac{1}{200000}$$

En un triángulo esférico, la suma de los ángulos internos es mayor de 180° , en una cantidad que llamamos exceso esférico (EE). $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ + \text{EE}$

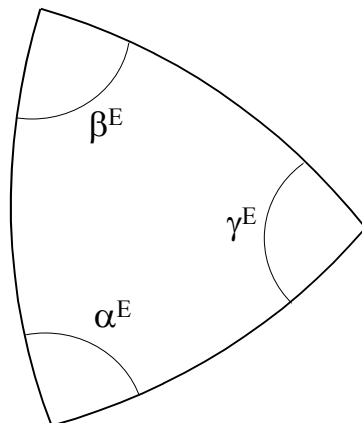


Figura 1.4 Triángulo esférico.

El error del exceso esférico está dado por la expresión:

$$EE'' = \frac{206.265'' \times S^E}{R^2}$$

Donde

S^E = superficie del triángulo esférico.

$R = 6.367$ km (promedio de los dos semiejes).

Según el teorema de Legendre, un triángulo esférico cuyos lados no superan los 120 km, puede ser sustituido por un triángulo plano cuyos lados tengan la misma longitud que los del triángulo esférico y cuyos ángulos se obtienen disminuyendo cada ángulo del triángulo esférico de un tercio del exceso esférico.

Según el teorema de Legendre, un triángulo esférico cuyos lados no superan los 120 km, puede ser sustituido por un triángulo plano cuyos lados tengan la misma longitud que los del triángulo esférico y cuyos ángulos se obtienen disminuyendo cada ángulo del triángulo esférico de un tercio del exceso esférico.

$$S^E = S^P$$

$$EA = \frac{EE''}{3}$$

$$EA = \frac{206.265'' \times S^P}{3R^2}$$

Para 35 km $H = 30,31$ $SP = 530,44$ km^2 $EA = 0,90''$

Para 40 km $H = 34,64$ $SP = 692,80$ km^2 $EA = 1,18''$

1.5 Sistemas de medidas

Se denomina medir una magnitud al resultado de compararla con otra de su misma especie, que se toma por unidad. Todas las operaciones topográficas se reducen, en último extremo, a la medida de ángulos y distancias, por lo tanto, las magnitudes que han de medirse en topografía son las lineales, las superficiales, las volumétricas y las angulares.

1.5.1 Unidades de longitud.

La unidad de longitud es el metro m, entendiéndose por tal la que adquiere a cero grados centígrados una regla de platino e iridio, denominada *metro de los archivos*, que se conserva en la *Oficina Internacional de Pesas y Medidas* de Breteuil, en París.

La determinación de adoptar un sistema único de pesas y medidas, al que se denominó *sistema métrico decimal*, nació en la Revolución Francesa, y con objeto de determinar la unidad fundamental se midió un arco de meridiano entre Dunkerque y Barcelona, bajo la dirección de Delambre y de Mechain, construyéndose entonces por Lenoir y Fortin el metro

de los archivos, igual a la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre, según resultaba de la medición efectuada.

Los trabajos geodésicos realizados durante el siglo XIX, pusieron de manifiesto que el prototipo es ligeramente más corto (0,2 mm) que la magnitud que se le pretendió darle. Sin embargo, en la asamblea celebrada en París en 1872 por la Comisión Internacional del Metro, se tomó el acuerdo de no modificar el prototipo, que difiere aproximadamente en una décima de milímetro de la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París. (Dominguez,).

En 1927 se definió el metro en forma mas precisa, definiéndolo como la distancia entre los ejes de dos líneas centrales marcadas sobre la barra de platino-iridio que fue declarada como prototipo de metro por la primera conferencia general de pesos y medidas en 1889; esta barra está sometida a la atmósfera estándar y soportada por dos cilindros de un centímetro de diámetro, ubicadas simétricamente en el mismo plano horizontal a una distancia de 571 mm uno de otro.

En 1960 se adoptó la definición del metro como 1.650.764,73 longitudes de onda en el vacío de la luz rojo-anaranjada emitida por el Kriptón 86.

(Mather, P. 1991. Computer Processing of remotely-Sensed Images. An Introduction. John Wiley & Sons, Chichester. England.)

Finalmente, a partir de 1983 se define el metro como la longitud recorrida por la luz en el vacío en el intervalo de tiempo correspondiente a $1/299.792.458$ segundos. (Bureau International des poids et mesures)

Aunque el sistema adoptado es el sistema métrico o SI, conviene recordar algunas medidas lineales y superficiales, que pueden aparecer esporádicamente en antiguos registros de propiedad y descripción de ciudades.

Antiguas unidades de medida españolas

(Wahl, 1964)

1 m = 1,196308 varas

1 vara castellana = 3 pies = 4 cuartas = 36 pulgadas = 0,835905 m.

1 estadal = 4 varas

1 legua española = 6.666,66 varas = 5.572.704 m.

1 milla española = 2.222,22 varas = 1/3 legua española.

1 legua kilometrica oficial = 5000 m.

Unidades de superficie

1 vara cuadratica = 0,698737 m² = 9 pies cuadrados

1 ventana = 16 varas

1 cuadra o fanegada pequeña

1 cuadra venezolana = 1 cuadra colombiana = 625 ventanas = 10 varas²

1 yugada = 50 fanegadas

1 estancia = 12 cuadras = 600 varas x 200 varas = 120.000 varas²

1.5.2 Sistemas de medidas relativas a ángulos

Angulo es la figura formada por dos semirrectas llamadas lados, o por dos semiplanos, llamados caras, que se cortan en un punto llamado vértice.

Según la forma de división de la circunferencia y de las subdivisiones de la misma, se presentan los siguientes sistemas de medición de ángulos:

Sistema Sexagesimal

Sistema Sexadecimal

Sistema Centesimal

Sistema Analítico.

Sistema Sexagesimal

- La circunferencia está dividida en 360 partes iguales, o grados sexagesimales.
- Cada grado está dividido en 60 partes iguales o minutos sexagesimales.
- Cada minuto está dividido en 60 partes iguales o segundos sexagesimales. Los segundos se dividen en fracciones decimales.

Por ejemplo, un valor de 27 grados y medio sexagesimales se expresa como $27^{\circ} 30'$

El origen del sistema sexagesimal se remonta al tercer milenio antes de cristo, cuando los Babilonios, tomando en cuenta que un año tenía por aproximación 360 días, por simple similitud geométrica del año (una vuelta) con la circunferencia, la dividieron en 360 partes iguales. Ellos dividieron también la circunferencia en 6 porciones de 60 partes, derivando de allí el sistema sexagesimal (nombre latino).

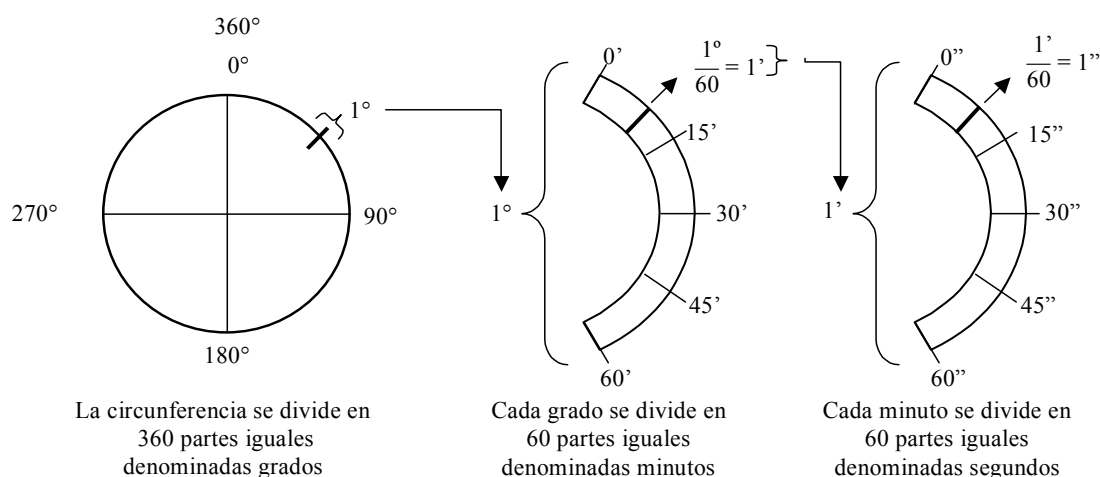


Figura 1.5

Sistema Sexadecimal

En este sistema, al igual que en el sexagesimal, la circunferencia está dividida en 360 grados, pero las fracciones de grados se expresan en forma decimal.

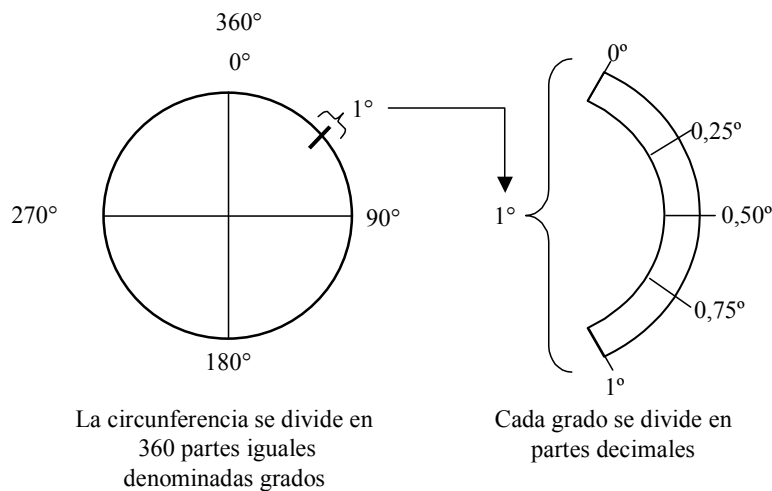


Figura 1.6

Sistema Centesimal

En este sistema, la circunferencia está dividida en 400 partes iguales. De esta manera, cada cuadrante queda dividido en 100 grados centesimales. Los grados centesimales también reciben el nombre de *Gons* (de gonio, grado en griego). Las fracciones de grado se expresan en forma decimal, pero adoptan dos formas de expresión, según sean usadas para el cálculo, en cuyo caso se usa la forma normal, por ejemplo, $104^G,325712$ o según sean usadas en instrumentos de medición, por ejemplo $104^G32^C57^{CC},12$.

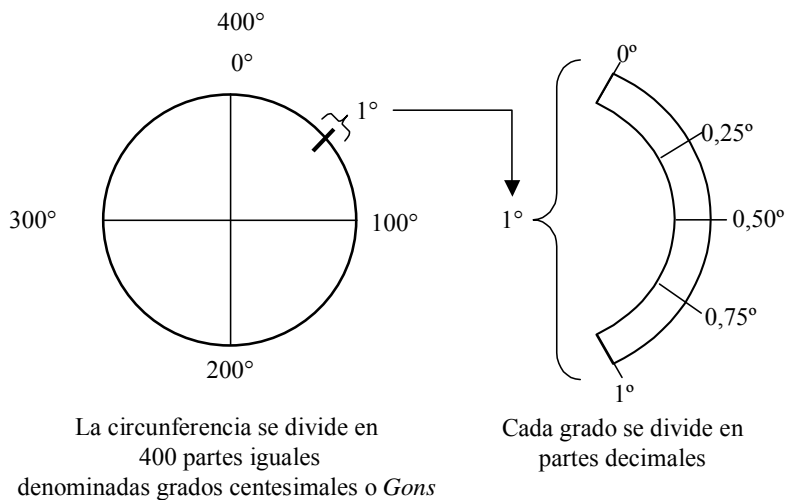


Figura 1.7

Sistema Analítico

La unidad de medida es el radian. El radian es el ángulo al centro que subtiende un arco (L) igual al radio (R).

$$\frac{L}{R} = \rho$$

Por geometría, se conoce que la relación entre la circunferencia y su radio es 2π ; por lo tanto, en una circunferencia tendremos 2π radianes.

$$\frac{L}{R} = 2\pi$$

El valor en grados de un radian, se puede obtener de la siguiente relación:

$$\frac{360^\circ}{2\pi \text{ radianes}} = \frac{\alpha^\circ}{1 \text{ radián}} \quad \text{es decir,} \quad \frac{\alpha^\circ}{\rho} = \frac{360^\circ}{2\pi}$$

Por lo tanto, el valor en grados de un radian será:

$$\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,2957795$$

Reduciendo los grados a minutos, tendremos que el valor en minutos de un radian será:

$$\alpha'' = \frac{360^\circ \times 60'^{\circ}}{2\pi} = 3.437,746771$$

Reduciendo los grados a segundos, tendremos que el valor en segundos de un radian será:

$$\alpha'' = \frac{21.600' \times 60'''}{2\pi} = 206.264,8062''$$

Conversión entre los sistemas de grados

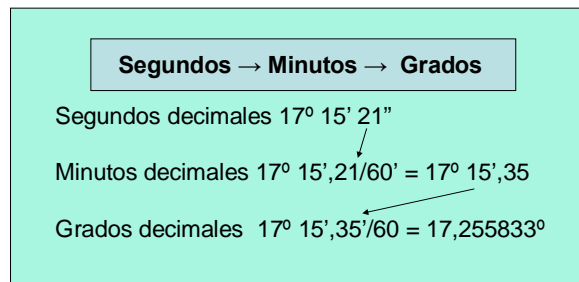
Conversión de grados sexagesimales a grados sexadecimales.

Ambos sistemas dividen la circunferencia en 360° , diferenciándose entre ellos en la forma de dividir los grados: cada grado sexagesimal está dividido en sesenta partes iguales, mientras que el grado sexadecimal tiene un valor continuo entre el cero y el uno. Por lo tanto, podemos establecer la relación:

$$\frac{1^\circ \text{ sexadecimal}}{1^\circ \text{ sexagesimal}} = \frac{1}{60'} = \frac{1}{3.600''}$$

Por lo tanto hay que reducir los segundos dividiéndolos entre 3.600 y a los minutos dividiéndolos entre 60. Se puede adoptar una variación al dividir los segundos por sesenta y sumar esta fracción a los minutos, para después dividirlos a su vez por sesenta, o lo que es lo mismo: $(\text{' +''}/60)(1/60) = \text{fracción decimal sexadecimal}$.

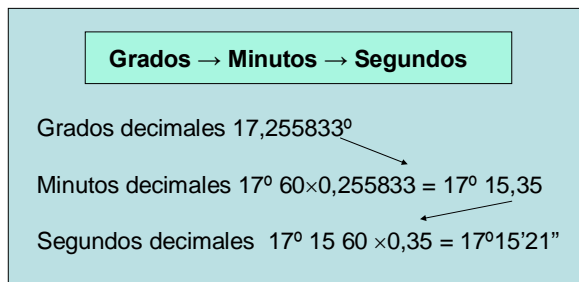
Como ejemplo de conversión podemos expresar:



Conversión de grados sexadecimales a grados sexagesimales.

En este caso, se debe reducir la fracción a minutos sexagesimales con fracción decimal al multiplicar la fracción por sesenta. La fracción que queda de los minutos ya reducidos se multiplica por sesenta para obtener así los segundos.

Podemos expresar como ejemplo de reducción:



Conversión de grados sexadecimales a centesimales.

La circunferencia está dividida en trescientas sesenta partes iguales para el sistema sexagesimal, mientras que para el sistema centesimal, la circunferencia está dividida en cuatrocientas partes iguales. Por lo tanto, podemos establecer la relación:

$$\frac{1^{\circ} \text{ centesimal}}{1^{\circ} \text{ sexadecimal}} = \frac{400^{\circ}}{360^{\circ}}, \text{ de donde } 1^{\circ} \text{ centesimal} = 1^{\circ} \text{ sexadecimal} \times \frac{400^{\circ}}{360^{\circ}}$$

Conversión de grados centesimales a grados sexadecimales

La circunferencia está dividida en cuatrocientas partes iguales para el sistema centesimal, mientras que para el sistema sexagesimal, la circunferencia está dividida en trescientas sesenta partes iguales. Por lo tanto, podemos establecer la relación:

$$\frac{1^{\circ} \text{ sexadecimal}}{1^{\circ} \text{ centesimal}} = \frac{360^{\circ}}{400^{\circ}}, \text{ de donde } 1^{\circ} \text{ sexadecimal} = 1^{\circ} \text{ centesimal} \times \frac{360^{\circ}}{400^{\circ}}$$

Conversión de grados sexadecimales a radianes.

La circunferencia está dividida en trescientas sesenta partes iguales para el sistema sexadecimal, mientras que para el sistema analítico, la circunferencia está dividida en 2π partes iguales, o radianes. Por lo tanto, podemos establecer la relación:

$$\frac{1 \text{ radián}}{1^\circ \text{ sexadecimal}} = \frac{2\pi}{360^\circ}, \text{ de donde } 1 \text{ radián} = 1 \text{ sexadecimal} \times \frac{2\pi}{360^\circ}$$

Conversión de radianes a grados sexadecimales.

La circunferencia está dividida en 2π partes iguales, o radianes, en el sistema analítico, mientras que para el sistema sexadecimal, la circunferencia está dividida en trescientas sesenta partes iguales. Por lo tanto, podemos establecer la relación:

$$\frac{1^\circ \text{ sexadecimal}}{1 \text{ radián}} = \frac{360^\circ}{2\pi}, \text{ de donde } 1^\circ \text{ sexadecimal} = 1 \text{ radián} \times \frac{360^\circ}{2\pi}$$

Conversión de grados sexagesimales a radianes.

Este caso es semejante al de la conversión de los grados sexadecimales a radianes, sin embargo, se debe reducir el valor del ángulo sexagesimal a segundos, ya que es la mínima unidad de este sistema. Nos queda entonces la relación:

$$\frac{1 \text{ radián}}{1'' \text{ sexagesimal}} = \frac{2\pi}{360^\circ \times 3.600''}, \text{ de donde } 1 \text{ radián} = 1'' \text{ sexagesimal} \times \frac{2\pi}{1.296.000''}$$

Conversión de radianes a grados sexagesimales.

En este caso, la conversión sólo puede hacerse de radianes a segundos.

$$\frac{1'' \text{ sexagesimal}}{1 \text{ radián}} = \frac{360^\circ \times 3.600''}{2\pi}, \text{ de donde } 1'' \text{ sexagesimal} = 1 \text{ radián} \times \frac{1.296.000''}{2\pi}$$

Conversión de grados sexagesimales a grados sexadecimales usando calculadora.

Anotar el valor del ángulo y apretar la tecla de grados, minutos y segundos.

Anotar el valor de los minutos y apretar la tecla de grados, minutos y segundos.

Anotar el valor de los segundos y apretar la tecla de grados, minutos y segundos.

Conversión de grados sexadecimales a grados sexagesimales usando calculadora.

Anotar el valor del ángulo y apretar la tecla shift y después la tecla de grados, minutos y segundos.

Ejemplos de conversión:**1.- Convertir 17° 15' 21" de Sexagesimal a Sexadecimal**

El primer paso consiste en reducir los minutos a fracciones:

$$15 / 60 = 0,25$$

El segundo paso consiste en reducir los segundos a fracciones

$$21/60*60 = 0,0058333$$

Como tercer y último paso, se suman los grados y las fracciones, obteniéndose grados sexadecimales: $17 + 0,25 + 0,0058333 = 17^{\circ},2558333$

Otra de forma de realizar la conversión consiste en empezar por los segundos:

$$21/60 = 0,35$$

Esta fracción se suma a la de los minutos y se divide el valor entre sesenta:

$$15,35/60 = 0,2558333$$

El resultado es entonces, $17^{\circ},2558333$. De hecho, esta última operación es la misma que la anterior, ya que, agrupando operaciones tendremos:

$$(34' + 47''/60)(1/60) = 0,2558333.$$

2.- Llevar $47^{\circ} 28' 54''$ de Sexagesimal a Sexadecimal

$$28 / 60 = 0,46666$$

$$54/60*60 = 0,015$$

$$47 + 0,46666 + 0,015 = 47^{\circ},481666$$

3.- Llevar $23^{\circ} 12' 27''$ de Sexagesimal a Sexadecimal

$$12/60 = 0,20$$

$$27/60*60 = 0,0075$$

$$23 + 0,20 + 0,0075 = 23^{\circ},2075$$

4.- Llevar $58^{\circ} 34' 47''$ de Sexagesimal a Sexadecimal

$$34 / 60 = 0,566666$$

$$47/60*60 = 0,0130555$$

$$58 + 0,566666 + 0,0130555 = 58^{\circ},5797222$$

o también:

$$47/60 = 0,783333$$

$$34,783333/60 = 0,579722$$

5.- Llevar 29°,4923 de Sexadecimal a Sexagesimal

$$0,4923 * 60 = 29,538$$

$$0,538 * 60 = 32,28$$

$$29^\circ + 29' + 32'',28'' = 29^\circ 29' 32'',28''$$

6.- Llevar 38°,542742 de Sexadecimal a Sexagesimal

$$0,542742 * 60 = 32,56452$$

$$0,56452 * 60 = 33,87$$

$$38^\circ + 32' + 33'',87'' = 38^\circ 32' 33'',87''$$

7.- Llevar 37° 21' 48" de Sexagesimal a Centesimal

$$21/60 = 0,35$$

$$48/60 * 60 = 0,013333$$

$$37^\circ + 0,35 + 0,013333 = 37^\circ,363333$$

$$37^\circ,363333 (10/9) = 41^G 51^C 48^{CC}$$

8.- Llevar 105^G 27^C 43^{CC} de Centesimal a Sexagesimal

$$105^G,2743 (9/10) = 94^\circ,74687$$

$$0,74687 * 60 = 44,8122$$

$$0,8122 * 60 = 48,732$$

$$94^\circ + 44' + 48'',73'' = 94^\circ 44' 48'',73''$$

9.- Llevar 94^G 47^C 52^{CC} de Centesimal a Sexagesimal

$$94^G,4752 (9/10) = 85^\circ,02768$$

$$0,02768 * 60 = 1,6608$$

$$0,6608 * 60 = 39,648$$

$$85^\circ + 01' + 39",65 = 85^\circ 01' 39",65$$

10.- Llevar 1,7412 radianes a Sexagesimal

$$1,7412 * 57,29577951 = 99,76341128$$

$$0,76341128 * 60 = 45,80467697$$

$$0,80467697 * 60 = 48,28061808$$

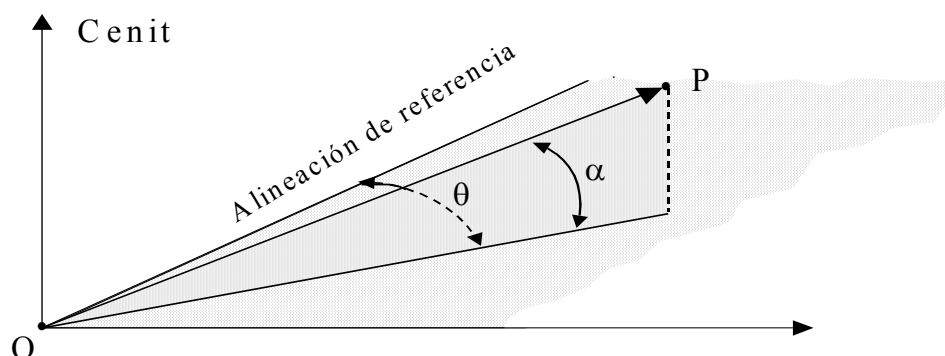
$$\frac{\alpha''}{\rho} = 206.264,80 \quad 62$$

1.7.- Coordenadas polares y cartesianas.

La topografía se basa en la determinación de la posición de un punto en el espacio y su posterior representación en un plano. La posición de un punto en el terreno se logra mediante la medición de la distancia del punto a un punto de referencia y mediante la medición del ángulo horizontal y el ángulo vertical del punto con respecto al punto de referencia. Cuando la determinación de un punto se realiza de esta manera, es porque se usan las denominadas coordenadas polares. Cuando la posición de un punto se determina por la posición simultánea de tres distancias ubicadas sobre sus respectivos ejes ortogonales, se está trabajando entonces en coordenadas rectangulares o cartesianas (reciben el nombre de cartesianas en honor a su inventor, René Descartes, cuyo nombre latinizado fue Renato Cartesius).

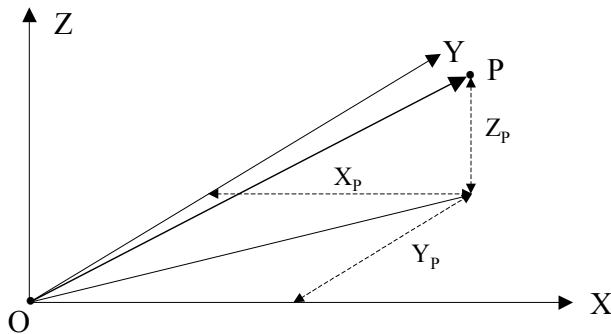
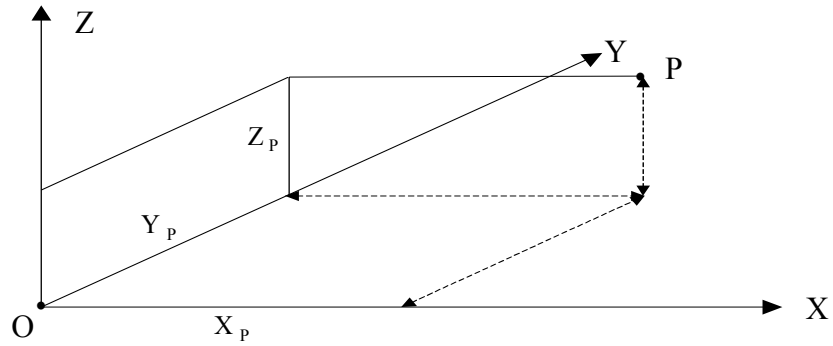
Coordenadas Polares.

Las coordenadas polares de un punto son la distancia horizontal y el ángulo de dirección, medidos desde un punto inicial dado y a partir de una línea recta fija. El ángulo de dirección se cuenta en el sentido de las agujas del reloj.



Coordenadas Cartesianas, Rectangulares u Ortogonales.

Las coordenadas ortogonales de un punto corresponden a las distancias perpendiculares entre éste y tres ejes coordenados, perpendiculares entre sí.



Transformación de coordenadas ortogonales en polares

$$Sh_{1-2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

$$\tan \Theta_{1-2} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$\tan \alpha = \frac{Z_2 - Z_1}{S_{1-2}}$$

Transformación de coordenadas polares en ortogonales

$$\Delta X_{1-2} = Dh_{1-2} \times \text{sen} \theta$$

$$\Delta Y_{1-2} = Dh_{1-2} \times \text{cos} \theta$$

$$\Delta Z_{1-2} = D_{1-2} \times \text{sen} \alpha \text{ o también } \Delta Z_{1-2} = Dh_{1-2} \times \text{tan} \alpha$$

Ejemplos de transformación

Transformar las coordenadas rectangulares del punto 1, a coordenadas polares:
Los puntos han sido tomados desde un origen con $X = Y = \text{Cota} = 0$ m.

$$X_1 = 1243 \text{ m.}$$

$$Y_1 = 567 \text{ m.}$$

$$\text{Cota}_1 = 12,23 \text{ m.}$$

Calculo de los ΔX , ΔY , ΔZ

$$\Delta X = X_1 - X_0 \quad \Delta X = 1243 - 0 = 1243 \text{ m.}$$

$$\Delta Y = Y_1 - Y_0 \quad \Delta Y = 567 - 0 = 567 \text{ m.}$$

$$\Delta Z = Z_1 - Z_0 \quad \Delta Z = 12,23 - 0 = 12,23 \text{ m.}$$

Calculo del ángulo horizontal θ

$$\theta = \text{atan} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \text{atan} \frac{1243}{567} = 65,479669^\circ$$

$$Dh = \sqrt{1243^2 + 567^2} = 1366,21 \text{ m.}$$

$$\alpha = \text{atan} \frac{\Delta Z}{D} = \frac{12,23 \text{ m}}{1366,21 \text{ m}} = 0,5128850^\circ$$

Transformar las coordenadas rectangulares del punto 2, tomadas con respecto al punto 1, a coordenadas polares:

$$\begin{array}{ll} X_2 = 1345 \text{ m.} & X_1 = 1243 \text{ m.} \\ Y_2 = 1352 \text{ m.} & Y_1 = 567 \text{ m.} \\ \text{Cota}_2 = 23,45 \text{ m.} & \text{Cota}_1 = 12,23 \text{ m.} \end{array}$$

Calculo de los ΔX , ΔY , ΔZ

$$\begin{array}{ll} \Delta X = X_2 - X_1 & \Delta X = 1345 - 1243 = 102 \text{ m.} \\ \Delta Y = Y_2 - Y_1 & \Delta Y = 1352 - 567 = 785 \text{ m.} \\ \Delta Z = Z_2 - Z_1 & \Delta Z = 23,45 - 12,23 = 11,22 \text{ m.} \end{array}$$

Calculo del ángulo horizontal θ

$$\theta = \text{atan} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \text{atan} \frac{102}{785} = 7,403323^\circ$$

$$D_h = \sqrt{102^2 + 785^2} = 791,60 \text{ m.}$$

$$\alpha = \text{atan} \frac{\Delta Z}{D_h} = \frac{11,22}{791,60} = 0,812046^\circ$$

Transformar las coordenadas polares del punto 1, a coordenadas rectangulares:

$$\theta = 56^\circ 27' 48''$$

$$\alpha = 7^\circ 22' 16''$$

$$D_{O1} = 72,24 \text{ m.}$$

Calculo de la distancia horizontal, $D_{h_{O1}}$

$$D_{h_{O1}} = D_{O1} \times \cos \alpha = 72,24 \text{ m} \times \cos 7^\circ 22' 16''$$

$$D_{h_{O1}} = 71,64 \text{ m.}$$

Calculo de ΔX_{O1}

$$\Delta X_{O1} = D_{h_{O1}} \times \text{sen} \theta = 71,64 \text{ m} \times \text{sen} 56^\circ 27' 48''$$

$$\Delta X_{O1} = 59,71 \text{ m.}$$

Calculo de ΔY_{O1}

$$\Delta Y_{01} = Dh_{01} \times \cos\theta = 71,64 \text{ m} \times \cos 56^\circ 27' 48''$$

$$\Delta Y_{01} = 39,58 \text{ m.}$$

Calculo de ΔZ_{01}

$$\Delta Z_{01} = Dh_{01} \times \tan \alpha = 71,64 \text{ m} \times \tan 7^\circ 22' 16''$$

$$\Delta Z_{01} = 9,27 \text{ m.}$$

1.7.- La escala.

Escala es la relación constante que existe entre una distancia entre dos puntos en el plano y su correspondiente distancia horizontal en el terreno. Esta relación se expresa de la forma:

$$\text{Escala} = \frac{d}{D} = \frac{\text{distancia en el plano}}{\text{distancia en el terreno}}$$

Nótese que por el hecho de ser la escala una relación entre longitudes, la misma es adimensional.

En topografía las distancias del terreno son siempre mayores que las distancias del plano, por lo que el valor numérico de la escala es una fracción. Resulta más cómodo hallar directamente el denominador de la escala, llamado módulo de la escala, de la forma:

$$\text{Escala} = \frac{1}{M} = \frac{1}{\text{Módulo de la escala}} = \frac{d}{D}$$

Luego,

$$\text{Módulo de la escala} = \frac{D}{d} = \frac{\text{distancia en el terreno}}{\text{distancia en el plano}}$$

donde M será un valor entero, generalmente terminado en ceros.

Escala gráfica.

La escala gráfica es la representación en un plano de la escala geométrica. (Doménech) Esta escala permite tomar mediciones directamente del plano mediante el uso de un compás. La escala gráfica se dibuja al pie del plano y se divide en segmentos cuyo valor depende de la escala numérica del mismo.

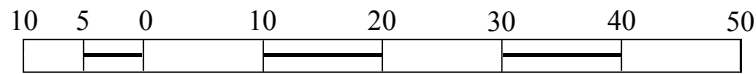


Figura 1. Escala gráfica.

Escala de transversales.

Representa una mejora de la escala gráfica en cuanto a apreciación se refiere. Consiste en dividir la parte de las subdivisiones mediante la adición de tantas filas como subdivisiones existan. Y unir la línea superior con la inferior anterior. De esta manera, se obtiene la capacidad de aumentar la apreciación tantas veces como subdivisiones iniciales existan.

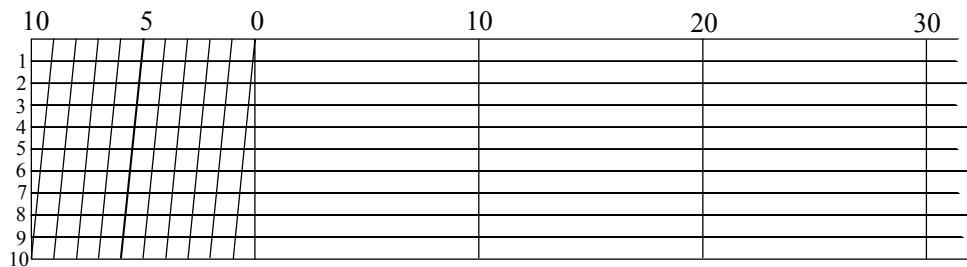


Figura 1. Escala de transversales.

1.9 Límite de percepción visual y su relación con la escala.

La vista humana, como cualquiera de los demás sentidos, tiene un límite de percepción más allá del cual no se aprecian las magnitudes lineales o angulares, y, por consiguiente, cualquier medida que obtengamos, auxiliándonos de la vista, no podrá ser sino aproximada. La apreciación gráfica de una persona depende de las condiciones personales de la misma, pero como término medio puede fijarse en dos décimas de milímetro (0,2 mm).

Por lo tanto, toda distancia del terreno que reducida a la escala del plano no alcance aquel valor, será despreciable puesto que no podemos representarla; otro tanto podemos decir de los ángulos, aquellos cuyo arco reducido a la escala del plano sea igual o inferior a 0,2 mm son igualmente despreciables.

Es muy importante tener esto en cuenta a la hora de tomar los datos de campo, a fin de no perder el tiempo midiendo distancias y ángulos que luego no van a tener representación en el plano.

Bibliografía citada

- 1.- Montes de Oca, M. 1970. Topografía. S.E.P., México.
- 2.- Torres, A., Villate E. 2001. Topografía. Cuarta Edición. Escuela Colombiana de Ingeniería, Pearson Educación de Colombia Ltda., Bogotá.
- 3.- Wahl, B. 1964. Topografía para geodestas, vol. 1. LUZ, Maracaibo.

Bibliografía complementaria

- 1.- Bouchard, Harry. 1959. Surveying. International Textbook Company. Scranton.
- 2.- Casanova, L. 2002. Topografía plana. Taller de Publicaciones Facultad de Ingeniería ULA, Mérida.
- 3.-Dominguez, F. 1963. Topografía general y aplicada. Editorial Dossat, S.A. Madrid.4
- 4.- Valdés Doménech, Francisco. 1991. Topografía. Ediciones CEAC, Barcelona.
- 5.- Wolf, P. 1998. Topografía. Alfaomega S.A., Colombia.