

Geoposicionamiento

Por posicionamiento (www.gisdevelopment.net/tutorials/tuman004.htm) se entiende la determinación en el espacio de objetos móviles o estacionarios. Estos objetos pueden ser determinados de las formas siguientes:

- 1.- En relación a un sistema de coordenadas, generalmente tridimensional.
- 2.- En relación a otro punto, tomando uno como origen de un sistema de coordenadas locales.

El primer modo de posicionamiento se conoce como posicionamiento absoluto, el segundo como posicionamiento relativo. Si el objeto es estacionario, se usa el término posicionamiento estático. Cuando el objeto es móvil, se denomina posicionamiento cinemático. Generalmente, el posicionamiento estático se usa en topografía y el cinemático en navegación.

La localización de un punto, estático o móvil, en un determinado lugar del universo se puede realizar mediante la medición de distancias (en forma directa o indirecta), y ángulos al punto, respecto a un punto origen y una dirección determinada, las cuales se pueden tomar como referencia.

Generalmente, los objetos espaciales hacen referencia a un área de la Tierra y sus características. Sin embargo, pueden también hacer referencia a otros sujetos, como por ejemplo, cuerpos celestiales, temas médicos, máquinas industriales, temas arqueológicos, y muchos otros más. Todos los objetos a ser registrados deben ser localizados en forma exacta con respecto al marco de referencia adoptado. Esto es particularmente importante cuando data espacial proveniente de varias fuentes deben ser integradas en una o combinadas en formas diferentes entre ellas..

Sistemas de coordenadas.

Para la determinación de la posición del punto se utilizan los denominados *sistemas de coordenadas*, los cuales estandarizan la forma de realizar las mediciones desde la referencia al punto. Los sistemas de coordenadas constituyen un concepto fundamental asociado a los datos espaciales (Wolf, 2000), debido a su importancia para determinar la posición de puntos en topografía, fotogrametría, gis, gps, etc.

Según la forma de ubicar un punto en el espacio, estos sistemas se pueden clasificar en:

- Coordenadas rectangulares
- Coordenadas curvilíneas
- Coordenadas polares

TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS BIDIMENSIONALES

En disciplinas como la topografía y la fotogrametría es frecuente la necesidad de convertir un sistema de coordenadas rectangulares en otro. La topografía hace uso de la transformación de coordenadas planas en el caso de convertir un sistema arbitrario al sistema nacional o a otro sistema arbitrario de algún trabajo realizado con anterioridad. En el caso de la fotogrametría, muchas veces es necesario usar transformaciones en el espacio, debido a las características de sus mediciones. Para llevar a cabo este procedimiento es necesario disponer de puntos en ambos sistemas, los cuales se denominan puntos de control.

Cuando la transformación se realiza en el plano, recibe el nombre de transformación bidimensional. Esta puede ser lineal conforme si la forma se mantiene en ambos sistemas o afin cuando no se mantiene.



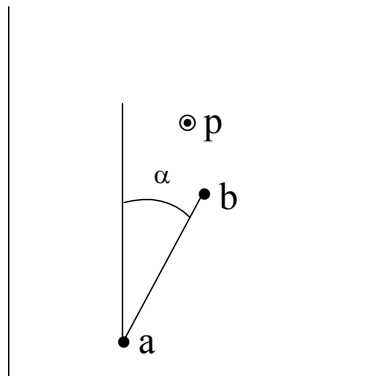
Transformación lineal conforme

Para realizar esta transformación es necesario disponer de dos puntos con coordenadas conocidas en ambos sistemas, de preferencia lo mas lejano posibles entre sí, para optimizar la precisión. Si se tienen varios puntos con coordenadas comunes, la transformación lineal conforme se puede resolver por mínimos cuadrados, con lo que se obtiene un mejor resultado. Los pasos para llevar a cabo esta transformación son: escalado, rotación y traslación.

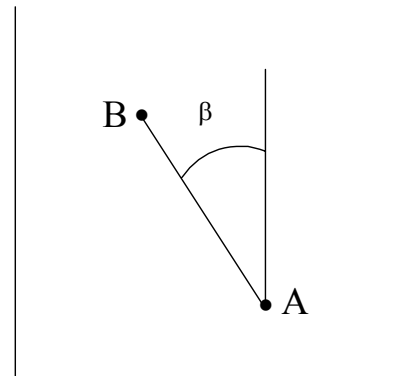
Escalado

En gran cantidad de casos, la escala de ambos sistemas es diferente, por lo que se determina el factor de escala entre ambos sistemas mediante la razón entre distancias. En que caso elemental de tener dos puntos, esta relación es de la forma siguiente:

$$s = \frac{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}}{\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}} = \frac{\text{distancia AB}}{\text{distancia ab}} \quad (\text{ec.1})$$



(a)

Figura 1. a. Alineación del sistema xy

(b)

Figura 1.b. Alineación del sistema XY**Rotación**

Cuando el sistema xy ya escalado, se superpone al sistema XY, y se obtiene el caso de la figura 2. La rotación se realiza mediante la ecuación:

$$\begin{aligned} X'_p &= x_p \times \cos(\theta) + y_p \times \sin(\theta) \\ Y'_p &= y_p \times \cos(\theta) - x_p \times \sin(\theta) \end{aligned} \quad (\text{ec. 2})$$

El ángulo de rotación total θ se obtiene de la suma de los ángulos α y β indicados en la figura 1a y 1b.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{x_a - x_b}{y_a - y_b} \right) \quad \beta = \tan^{-1} \left(\frac{X_a - X_b}{Y_a - Y_b} \right) \quad \theta = \alpha + \beta \quad (\text{ec. 3})$$

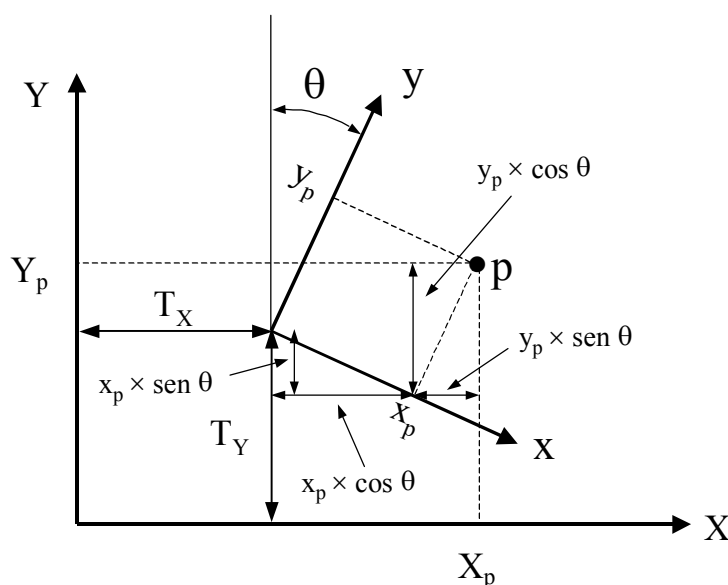


Figura 2. Esquema de la transformación lineal conforme.

Traslación

El paso final en la transformación de coordenadas consiste en trasladar el origen del sistema $x'y'$ para que coincida con el del sistema XY :

$$\begin{aligned} X_p &= X'_p + T_{Xp} \\ Y_p &= Y'_p + T_{Yp} \end{aligned} \quad (\text{ec. 4})$$

Por lo que:

$$\begin{aligned} T_{Xp} &= X_p - X'_p \\ T_{Yp} &= Y_p - Y'_p \end{aligned} \quad (\text{ec. 5})$$

Finalmente, haciendo $\cos(\theta) = a$ y $\sin(\theta) = b$, nos queda:

$$\begin{aligned} X_p &= ax_p + by_p + T_{Xp} \\ Y_p &= ay_p - bx_p + T_{Yp} \end{aligned} \quad (\text{ec. 6})$$

Transformación lineal conforme con redundancia

Este es el caso más común de transformación de coordenadas bidimensionales, siendo las ecuaciones de transformación las siguientes:

$$\begin{aligned} X_i + v_{Xi} &= ax_i + by_i + T_X \\ Y_i + v_{Yi} &= ay_i - bx_i + T_Y \end{aligned} \quad (\text{ec. 7})$$

Donde v representa el residual.

Si expresamos las ecuaciones de la transformación lineal en forma matricial tendremos:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{X_1} \\ v_{Y_1} \\ v_{X_2} \\ v_{Y_2} \\ \vdots \\ v_{X_n} \\ v_{Y_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & -x_2 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 \\ y_n & -x_n & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (\text{ec.8})$$

Cuando la transformación se realiza con redundancia, el factor de escala se obtiene mediante la ecuación: $s = \sqrt{a^2 + b^2}$ (ec. 9)

La rotación se expresa de la forma:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \quad (\text{ec.10})$$

Cuando se tienen solamente dos puntos comunes en ambos sistemas, la forma de resolver la transformación es la siguiente:

- 1.- Se calculan las diferencias de coordenadas ΔX , ΔY , Δx , Δy .
- 2.- Se hace la diferencia entre las ecuaciones 1 para despejar los coeficientes a y b :

$$\Delta X = a\Delta x + b\Delta y \quad (\text{ec. 11a})$$

$$\Delta Y = a\Delta y + b\Delta x \quad (\text{ec. 11b})$$

Donde, despejando b de la segunda ecuación obtenemos:

$$b = \frac{a\Delta x - \Delta Y}{\Delta x} \quad (\text{ec. 12})$$

Reemplazando "b" en la ecuación 11a, se obtiene:

$$\Delta X = a\Delta x + \frac{a\Delta y - \Delta y\Delta Y}{\Delta x} \quad (\text{ec. 13})$$

Luego,

$$a = \frac{\Delta X \Delta x + \Delta y \Delta Y}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (\text{ec. 14})$$

Reemplazando “a” en la ecuación 11:

$$\Delta Y = \frac{\Delta X \Delta y - b \Delta y^2}{\Delta x} - b \Delta x \quad (\text{ec. 15})$$

Luego,

$$b = \frac{\Delta X \Delta y + \Delta x \Delta Y}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (\text{ec. 16})$$

Transformación afín

La transformación afín es una modificación ligeramente diferente de la conforme, donde se añaden diferentes factores de escala para X y para Y para compensar la no perpendicularidad entre los ejes del sistema.

Escalado en x y en y

Para que la escala del sistema xy a ser transformado coincida con la del sistema final XY, cada coordenada debe ser multiplicada por su respectivo factor de escala s_x y s_y .

$$\begin{aligned} x' &= s_x x \\ y' &= s_y y \end{aligned} \quad (\text{ec. 17})$$

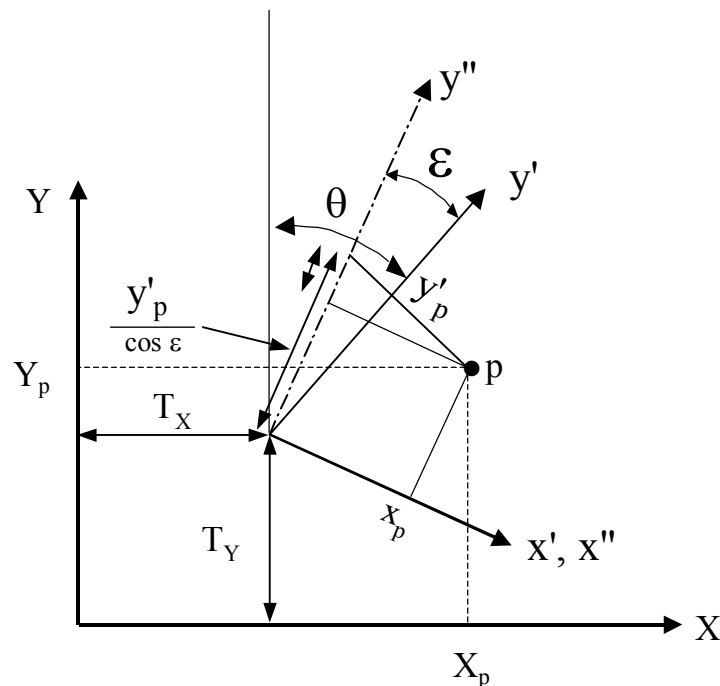


Figura 3. Esquema de la transformación afín.

Corrección por no perpendicularidad

En el caso de la transformación afín, los ejes no son ortogonales entre sí, por lo que las coordenadas en el sistema a transformar se toman en forma perpendicular al respectivo eje, y se selecciona uno de los ejes para ser transformado en ortogonal con respecto al otro.

$$\begin{aligned} x'' &= x' \\ y'' &= \frac{y'}{\cos(\epsilon)} - x' \tan(\epsilon) \end{aligned} \quad (\text{ec. 18})$$

Rotación

En este caso se realiza la rotación en la misma forma que en la transformación lineal conforme.

$$\begin{aligned} X' &= x'' \cos(\theta) - y'' \sin(\theta) \\ Y' &= x'' \sin(\theta) + y'' \cos(\theta) \end{aligned} \quad (\text{ec. 19})$$

Traslación

En este caso se realiza la traslación en la misma forma que en la transformación lineal conforme.

$$X = X' + T_x \quad (\text{ec. 20})$$

$$Y = Y' + T_Y$$

$$\begin{aligned} X &= s_x x \cos(\theta) - \left(\frac{s_y y}{\cos(\varepsilon)} - s_x x \tan(\varepsilon) \right) \sin(\theta) + T_X \\ Y &= s_x x \sin(\theta) - \left(\frac{s_y y}{\cos(\varepsilon)} - s_x x \tan(\varepsilon) \right) \cos(\theta) + T_Y \end{aligned} \quad (\text{ec. 21})$$

factorizando,

$$\begin{aligned} X &= s_x x (\cos(\theta) + \tan(\varepsilon) \sin(\theta)) - s_y y \frac{\sin(\theta)}{\cos \varepsilon} + T_X \\ Y &= s_x x (\sin(\theta) + \tan(\varepsilon) \cos(\theta)) + s_y y \frac{\cos(\theta)}{\cos \varepsilon} + T_Y \end{aligned} \quad (\text{ec. 22})$$

Usando entidades trigonométricas:

$$\begin{aligned} X &= T_X + s_x x \frac{\cos(\varepsilon) \cos(\theta) + \sin(\varepsilon) \sin(\theta)}{\cos(\varepsilon)} - s_y y \frac{\sin(\theta)}{\cos(\varepsilon)} \\ Y &= T_Y + s_x x \frac{\cos(\varepsilon) \sin(\theta) + \sin(\varepsilon) \cos(\theta)}{\cos(\varepsilon)} - s_y y \frac{\cos(\theta)}{\cos(\varepsilon)} \end{aligned} \quad (\text{ec. 23})$$

$$\begin{aligned} X &= T_X + s_x x \frac{\cos(\varepsilon - \theta)}{\cos(\varepsilon)} - s_y y \frac{\sin(\theta)}{\cos(\varepsilon)} \\ Y &= T_Y + s_x x \frac{\sin(\varepsilon - \theta)}{\cos(\varepsilon)} - s_y y \frac{\cos(\theta)}{\cos(\varepsilon)} \end{aligned} \quad (\text{ec. 24})$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_0 &= T_X & b_0 &= T_Y \\ a_1 &= s_x \frac{\cos(\varepsilon - \theta)}{\cos(\varepsilon)} & b_1 &= -s_x \frac{\sin(\varepsilon - \theta)}{\cos(\varepsilon)} \\ a_2 &= -s_y \frac{\sin(\theta)}{\cos(\varepsilon)} & b_2 &= s_y \frac{\cos(\theta)}{\cos(\varepsilon)} \end{aligned}$$

(ec. 25)

Quedando finalmente de la forma:

$$X = a_0 + a_1 x + a_2 y$$

$$Y = b_0 + b_1x + b_2y$$

Una vez resuelta la transformación afín, es necesario obtener los valores de los seis parámetros

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-a_2}{b_2}\right) \quad (\varepsilon - \theta) = \tan^{-1}\left(\frac{-b_1}{a_1}\right) \quad \varepsilon = (\varepsilon - \theta) + \theta$$

$$s_x = a_1 \frac{\cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon - \theta)} \quad s_y = b_2 \frac{\cos(\varepsilon)}{\cos(\theta)}$$

$$T_X = a_0$$

$$T_Y = b_0$$

(ec. 26)

Transformación afín con redundancia

Las ecuaciones de transformación son las siguientes:

$$\begin{aligned} X_i &= ax_i + by_i + T_X + v_i \\ Y_i &= ay_i - bx_i + T_Y + v_i \end{aligned} \quad (\text{ec. 27})$$

Si expresamos las ecuaciones de la transformación lineal en forma matricial tendremos:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{X_1} \\ v_{Y_1} \\ v_{X_2} \\ v_{Y_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ v_{X_n} \\ v_{Y_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_n & y_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (\text{ec.28})$$

LISTADO DE PUNTOS PARA TRANSFORMAR

PUNTO	X	Y	x	y
66a	5637,79	11153,88	104,87	168,00
66b	5368,17	12576,61	67,37	455,12
70b	9282,86	14067,76	833,76	101,97
54b	9908,74	12740,13	979,57	431,35
57b	12133,79	13166,49	1432,35	490,72
72b	11995,64	11517,44	1385,08	160,36
61b	15638,94	12327,64	2142,11	480,09
77b	16306,19	12433,45	2263,91	252,61

FORMATO PARA LA TRANSFORMACIÓN LINEAL CONFORME CON DOS PUNTOS

PUNTO	X	Y	x	y
Diferencia (Δ)				

$I = \Delta x \Delta X + \Delta y \Delta Y =$	
$II = \Delta y \Delta X - \Delta x \Delta Y =$	
$III = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 =$	
$a = \frac{I}{III} =$	
$b = \frac{II}{III} =$	
$T_X = X - ax - by =$	
$T_Y = Y - ay + bx =$	

La forma de La Tierra: La Tierra y superficies de referencia.

La superficie de La Tierra es irregular, por lo que no es posible tomarla como una superficie de referencia. Por ello se adoptan las siguientes figuras de carácter matemático, aproximadas a la superficie terrestre:

- 1.- Esfera: primera aproximación matemática a la forma de la esfera. $R = 6370$ km.
- 2.- Elipsoide) (También llamado esferoide): superficie de referencia imaginaria, conveniente para proyectar detalles de la superficie terrestre. Tiene una ecuación bien definida, basada en su definición geométrica (Datum Horizontal).
- 3.- Geoide: definido por vez primera en 1828 por Carl Gauss, es la superficie equipotencial de los océanos en estado de reposo, prolongada en forma continua por debajo de los continentes. En cada uno de sus puntos, el vector gravedad es perpendicular a su superficie. (Datum vertical).

La verdadera forma de La Tierra es el geoide, que se define como la superficie perpendicular en todos sus puntos a la dirección de la gravedad, materializada por el hilo de la plomada. Como esta dirección de la gravedad no tiene una distribución uniforme, se prefiere sustituirla por el elipsoide de revolución, que gira alrededor de su eje menor, ya que esta figura puede ser expresada matemáticamente.

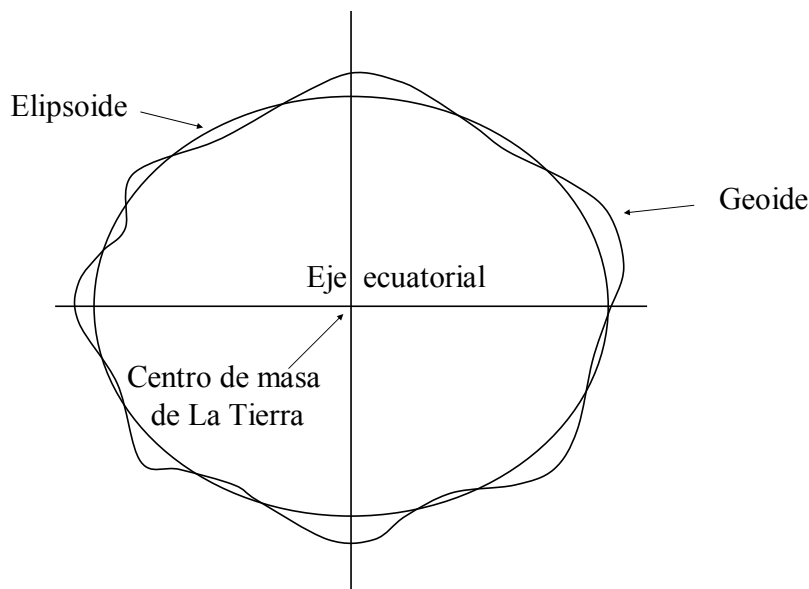


Figura 4.

$$\text{Achatamiento} = \frac{a - b}{a}$$

Principales elipsoides usados en el mundo

Tipo de Elipsoide	Abreviación	Semi-eje mayor (a)	Achatamiento
Airy 1830	AA	6377563.396	299.3249646
Australian National	AN	6378160	298.25
Bessel 1841	BR	6377397.155	299.1528128
Bessel 1841 (Namibia)	BN	6377483.865	299.1528128
Clarke 1866	CC	6378206.4	294.9786982
Clarke 1880	CD	6378249.145	293.465
Everest 1830	EA	6377276.345	300.8017
Everest 1956 (India Nepal)	EC	6377301.243	300.8017
Everest (Pakistan)	EF	6377309.613	300.8017
GRS 1980	RF	6378137	298.257222101
Helmert 1906	HE	6378200	298.3
Hough 1960	HO	6378270	297
Indonesian 1974	ID	6378160	298.247
International 1924	IN	6378388	297
Krassovsky 1940	KA	6378245	298.3
Modified Airy	AM	6377340.189	299.3249646
Modified Fischer 1960	FA	6378155	298.3
South American 1969	SA	6378160	298.25
WGS 1972	WD	6378135	298.26
WGS 1984	WE	6378137	298.257223563

Elipsoides usados en Venezuela

Tipo de Elipsoide	Semi-eje mayor (a)	Semi-eje menor (b)	Achatamiento
Hayford 1909 ó Internacional 1924	6.378.388 m.	6.356.911,9 m.	1:297
Elipsoide WGS 84	6.378.137,0 m.	6.356.752,3 m.	1:298,26

El elipsoide de Hayford fue creado por el ingeniero civil y geodesta John Fillmore Hayford (1868-1925) en 1909 y fue adoptado como elipsoide internacional en la conferencia de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica que tuvo lugar en Madrid en 1924.

COORDENADAS DE LOS VERTICES LA CANOA Y LOMA QUINTANA

		COORDENADAS GEOGRÁFICAS		COORDENADAS UTM	
VERTICE	DATUM	LATITUD	LONGITUD	NORTE	ESTE
LA CANOA	LA CANOA	8° 34' 17",170	63° 51' 34",880	947.588,28	405.392,42
	LOMA QUINTANA	8° 34' 17",674	63° 51' 36",471	847.603,87	405.343,82
	DIFERENCIA	- 0",504	- 1",591	- 15,59	+ 48,60
LOMA QUINTANA	LA CANOA	10° 30' 24",274	66° 56' 1",076	1.162.197,70	762.160,02
	LOMA QUINTANA	10° 30' 24",680	66° 56' 2",515	1.162.209,90	762.116,28
	DIFERENCIA	- 0",406	-1",436	- 12,20	+43,74

$h_{\text{La Canoa}} = 178,87 \text{ m}$

Desviación de la vertical en La Canoa: $\xi_0 = 6'',37$
 $\eta_0 = -0'',15$

Acimut desde La Canoa hasta el punto Farallones: $\alpha_0 = 149^\circ 11' 48'',55$

Ondulación del geoide = 0 m.

Valor de la gravedad en La Canoa = 978,099 Gals.

El Datum

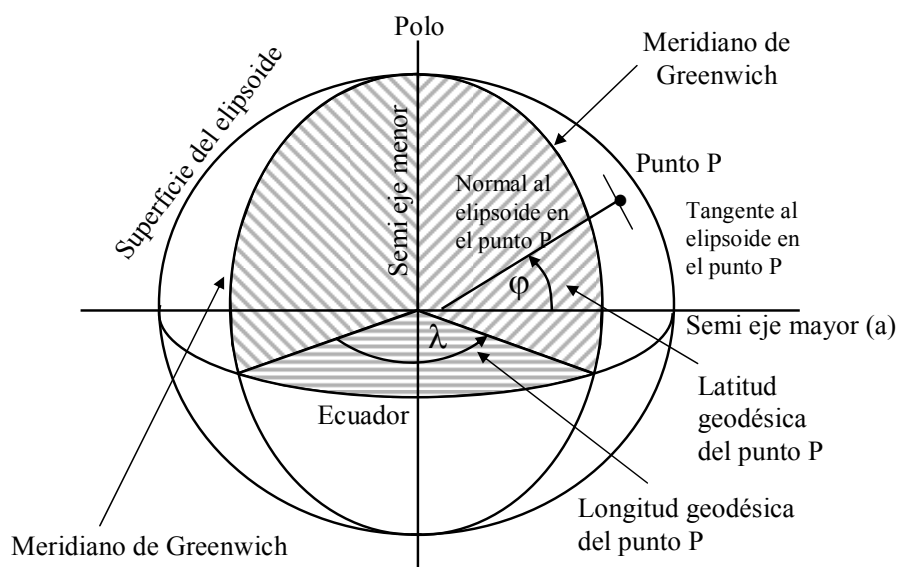
El datum geodésico es una representación matemática simplificada del tamaño y la forma de la Tierra, y del origen y orientación del sistema de coordenadas que se adopte para realizar el levantamiento de la superficie terrestre.

Coordenadas Geográficas

Ya que el planeta Tierra es un cuerpo que posee una rotación alrededor de su eje, resulta obvio usar su eje de rotación como datum para definir su geometría. Este eje intersecta la superficie del globo en dos puntos, los cuales son los polos de un gran círculo primario cuyo plano es perpendicular al eje. El gran círculo primario es el ecuador y sus polos geográficos son el polo norte y el polo sur. Los círculos secundarios al ecuador están conformados por dos semicírculos, uno de los cuales recibe el nombre de meridiano, y su complementario el de antimeridiano.

Para medir distancias sobre la superficie de la esfera, se utiliza un sistema de coordenadas polares tridimensionales cuyo origen se encuentra en el centro de la esfera.

- Meridianos: secciones elípticas producidas por la intersección del elipsoide por cualquier plano que contiene el eje de revolución de La Tierra.
- Paralelos: secciones circulares producidas por la intersección del elipsoide con planos perpendiculares al eje de revolución.
- Latitud (ϕ): valor angular que forma el plano del Ecuador con la normal del elipsoide en el punto considerado.
- Longitud (λ): valor angular entre dos planos meridianos (Greenwich). Las longitudes se miden de 0° a 180° a uno y otro lado del meridiano origen, añadiendo la denominación Este o positiva u Oeste o negativa, según se cuente en uno u otro sentido.

**Figura 5.**

SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICOS

Cuadrículas

Para simplificar el uso de mapas, los cartógrafos superponen sobre el mapa una cuadrícula rectangular consistente en dos tipos de líneas rectas, paralelas y uniformemente espaciadas, cada tipo de línea perpendicular al otro. Esta cuadrícula permite que cualquier punto sobre el mapa pueda ser identificado por sus coordenadas geográficas o por sus coordenadas de cuadrícula, de modo de tener doble sistema de referencia. En estos mapas se identifica el sistema de proyección utilizado en su construcción.

Que es un mapa topográfico

Bien sea sobre un papel o sobre un monitor de un computador, un mapa es la mejor herramienta disponible para catalogar y observar la distribución de los diferentes elementos que conforman la superficie terrestre. Mapas de diferentes tipos carreteras, políticos, uso de la tierra etc, sirven para propósitos diferentes.

Uno de los tipos de mapas mas utilizados es el mapa topográfico o mapa base. La característica que distingue a estos mapas es el uso de curvas de nivel, las cuales permiten determinar el relieve y las elevaciones del terreno, mediante la representación tridimensional sobre una superficie plana.

Generalmente, los mapas topográficos representan características tanto naturales como de construcción humana. Ellos representan y nombran accidentes naturales tales como montañas, valles, llanuras, lagos, ríos y vegetación. También identifican objetos hechos por el hombre tales como carreteras, límites, líneas de transmisión y otras obras importantes.

El ancho rango de información que contienen los mapas topográficos los hacen indispensables para aplicaciones tanto profesionales como recreativas. En el primer caso tenemos las aplicaciones en ingeniería, explotación energética, conservación de recursos naturales, manejo ambiental, proyectos de obras públicas, comerciales y residenciales etc. En el caso de recreación, tenemos su uso en montañismo, pesca etc.

La forma mas conveniente para identificar puntos sobre la superficie terrestre es mediante un sistema de coordenadas curvilíneas formada por líneas de referencia llamadas paralelos de latitud y meridianos de longitud. De esta forma un punto sobre la superficie terrestre queda determinado por su latitud ϕ y su longitud λ .

Cuando se debe representar una superficie de la Tierra que sobrepase una determinada extensión, la proyección topográfica resulta inadecuada para su representación, debido a los errores que ocasiona la esfericidad de la Tierra. En estos casos, es preciso recurrir a la cartografía.

El término “proyección” proviene de la noción de colocar una fuente de luz dentro de un globo transparente y proyectar las sombras de los meridianos, paralelos y otras características geográficas sobre una superficie plana tangente al globo, y cuyo punto de tangencia se ubica en forma ortogonal al centro de la proyección. Estas proyecciones se denominan proyecciones perspectivas.

Diferentes tipos de proyección pueden ser producidos según la posición de la fuente de luz. Las proyecciones Gnómicas poseen la luz en el centro de la esfera, las proyecciones Estereográficas colocan la luz en el punto opuesto al punto de tangencia del plano y las proyecciones Ortográficas poseen la luz en un punto ubicado en el infinito respecto al punto de tangencia, dando como resultado rayos de luz paralelos.

Las proyecciones cartográficas son transformaciones sistemáticas que permiten la representación metódica de la retícula esférica de la Tierra sobre un plano. Desde un punto de vista matemático, las proyecciones cartográficas son transformaciones de coordenadas geográficas (latitud, longitud) al sistema de coordenadas cartesianas (x , y) según la forma:

$$x = f_1(\phi, \lambda), \quad y = f_2(\phi, \lambda)$$

Donde:

ϕ es la latitud geográfica, λ la longitud geográfica

x y y son las coordenadas rectangulares en el plano de proyección.

Algunas proyecciones pueden ser construidas geométricamente, pero todas las proyecciones pueden ser representadas por ecuaciones matemáticas que convierten las coordenadas geográficas en cartesianas. Sin embargo, no se puede realizar la representación de la geometría esférica sobre un plano sin que aparezca algún tipo de distorsión.

La retícula de la Tierra, expresada en paralelos y meridianos, posee las propiedades siguientes:

- Todos los paralelos son paralelos entre sí.
- Los paralelos están igualmente espaciados a lo largo de los meridianos.
- Los meridianos están espaciados igualmente a lo largo los paralelos.
- Los meridianos de longitud son la mitad de grandes círculos y convergen en los polos.
- Los meridianos y paralelos se intersectan en ángulo recto.
- Los cuadriláteros que estén formados por los mismos dos paralelos y que tengan las mismas dimensiones longitudinales tienen la misma área.
- La escala del área es uniforme.
- La escala de la distancia es uniforme.

Estas propiedades pueden ser representadas en un plano, algunas en mejor forma que otras, dependiendo del tipo de proyección utilizado. La proyección utilizada para la realización el plano dependerá entonces de cuales propiedades deben ser representadas correctamente en el plano, y cuales pueden presentar distorsión.

TRANSFORMACION DE COORDENADAS GEODESICAS – UTM

La proyección Mercator

La proyección Mercator recibe su nombre de su creador, el cartógrafo flamenco Gerhard Kremer¹, cuyo nombre en latín era Gerhardus Mercator.

La ventaja de esta proyección, cuyo primer mapa fue publicado en 1569, y por la cual se hizo popular entre los navegantes, radica en su condición de conformidad, por lo que se pueden definir rumbos sobre el mapa, directamente con el compás.

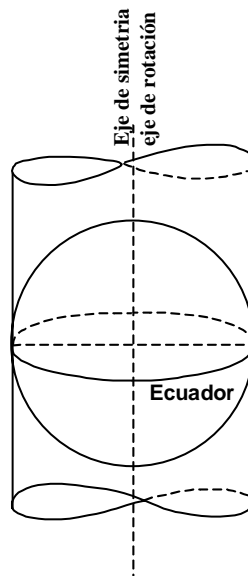


Figura 6. Esquema de la proyección Mercator.

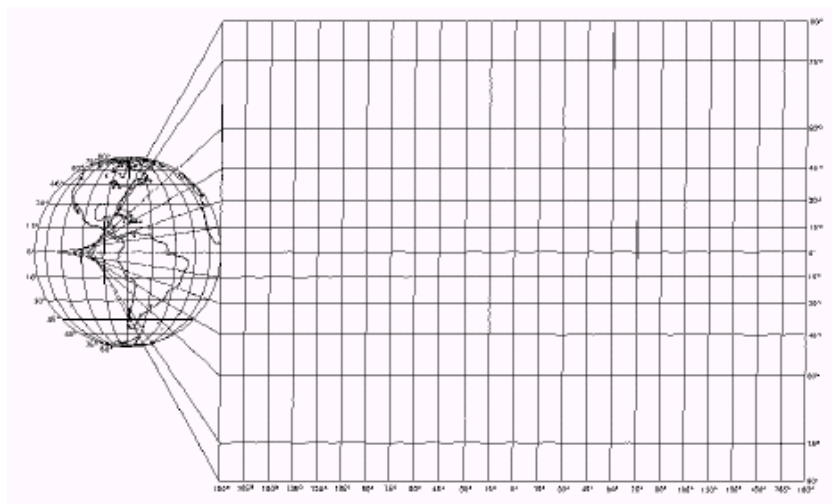


Figura 7. Proyección Mercator. (tomado de DMA Technical Manual 8358.2)

La proyección Mercator Transversal

La proyección UTM fue desarrollada por Johann H. Lambert en 1772 y derivada analíticamente por Carl F. Gauss 50 años después; en 1912, L. Krüger desarrolló fórmulas mejor adaptadas al cálculo. La proyección transversal mercator es la proyección mercator rotada 90°.

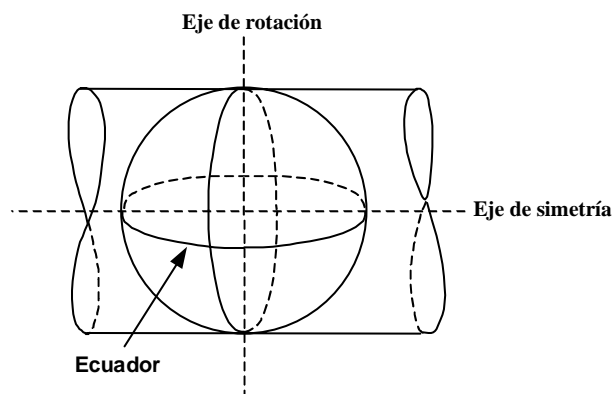


Figura 8. Esquema de la proyección Mercator Transversal.

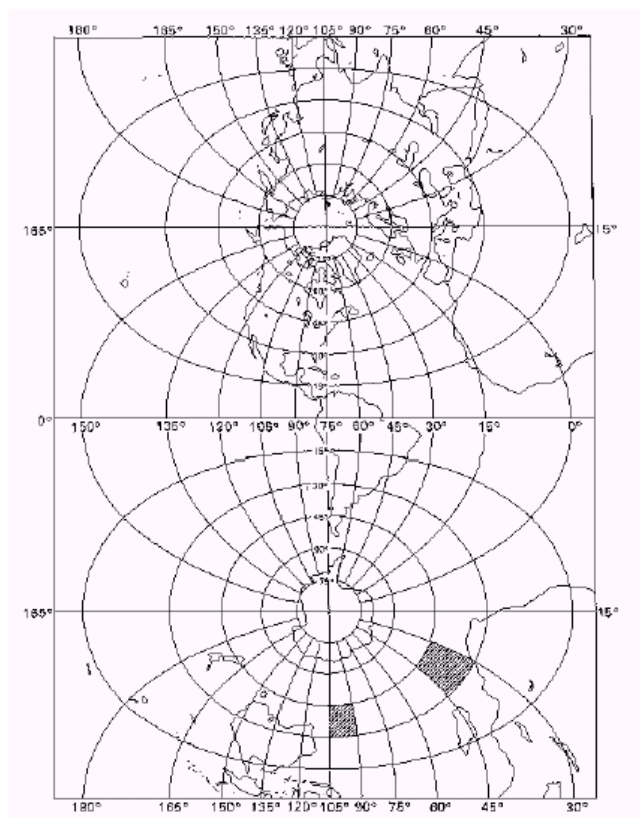


Figura 9. proyección Mercator Transversal. (tomado de DMA Technical Manual 8358.2)

La proyección UTM (Proyección Mercator Transversal Universal)

La proyección UTM es en principio idéntica a la Mercator transversal, pero en este caso la proyección se realiza en zonas estrechas (cada 6° de longitud), para minimizar la distorsión. Esta proyección, establecida en 1936 por la IUGG (Internacional Union of Geodesy and Geophysics), fue introducida por el ejército estadounidense en 1947 y adoptada rápidamente por la mayoría de los países. La proyección UTM emplea cinco diferentes

tipos de elipsoides, para diferentes zonas del planeta. El elipsoide internacional o de Hayford es usado por la mayoría de los países del globo. El elipsoide de Clarke 1866 se aplica en África. El Clarke 1880 se utiliza en América del Norte y los elipsoides Everest y Bessel se emplean en algunos países del sur y el sureste de Asia.

La proyección UTM es la versión de Gauss-Krüger de la proyección transversal de Mercator, hecha para cubrir al planeta desde los 84' de latitud norte hasta los 80' de latitud sur.

Sus principal ventaja radica en el hecho de que es una proyección que provee una georreferenciación precisa y que es usada en la mayoría de países del mundo.

Como desventaja se tiene la diferencia de coordenadas en el área de superposición entre dos zonas o husos adyacentes, lo que obliga a conocer a que huso pertenecen las coordenadas del mapa.

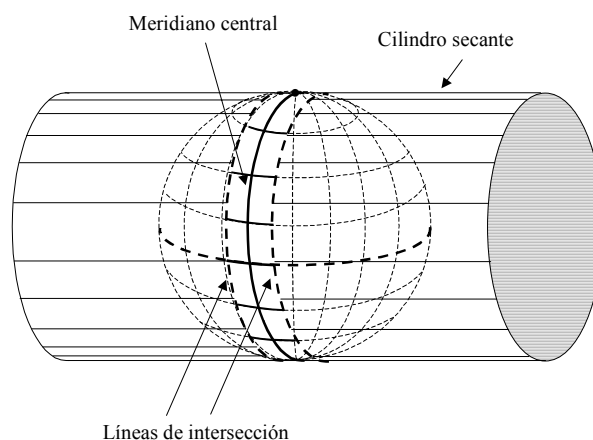


Figura 10. Esquema de la proyección UTM.

Las características mas importantes de este sistema son las siguientes:

- Cada zona tiene una extensión de 6° en longitud lo que da un total de 60 zonas; la primera zona se ubica en el meridiano 180°, y las sucesivas zonas (para un total de 60), se van desplazando hacia el este, siendo el meridiano central de la zona uno el 177°W. Venezuela está cubierta por las zonas: 18 (meridiano central 72°W), 19 (meridiano central 69°W) y 20 (meridiano central 63°W).
- Cada zona se extiende desde los 84 latitud norte hasta los 80 grados de latitud sur. Inicialmente estos valores iban desde los 80°N hasta los 80°S, pero el hecho de contar con una superficie importante por encima de los 80°, determinó su extensión en 4 grados mas.
- La coordenada Y coincide con el meridiano central de la zona.
- Cada columna se divide en cuadriláteros de 8° de latitud. A estas bandas se les asigna las letras C a X, en forma ascendente desde los 80° de latitud sur.
- Cada cuadrilátero queda identificado por el número de la zona y la letra de la banda.
- Las coordenadas norte tienen su origen en el ecuador; sin embargo, para evitar valores negativos para los nortes del hemisferio sur, se les suma el valor de 10.000.000.
- El origen de la coordenada norte de cada zona es el punto sobre el ecuador donde su meridiano central lo intersecta.

- Se asigna un valor de 500.000 para el este de cada meridiano central.
- El factor de escala del meridiano central tiene un valor de 0,9996.
- Es un sistema métrico, por lo que la unidad de medida es el metro.

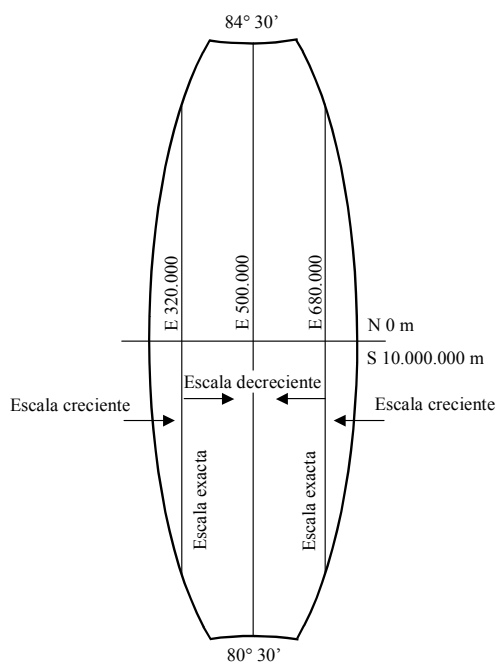


Figura 11. Esquema de zona UTM.

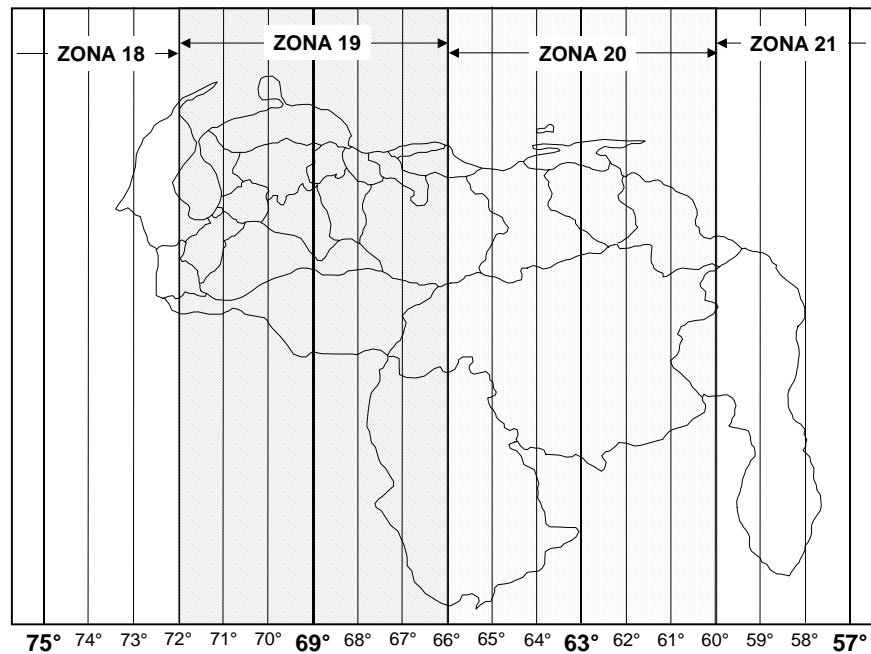


Figura 12. Zonas UTM en Venezuela.

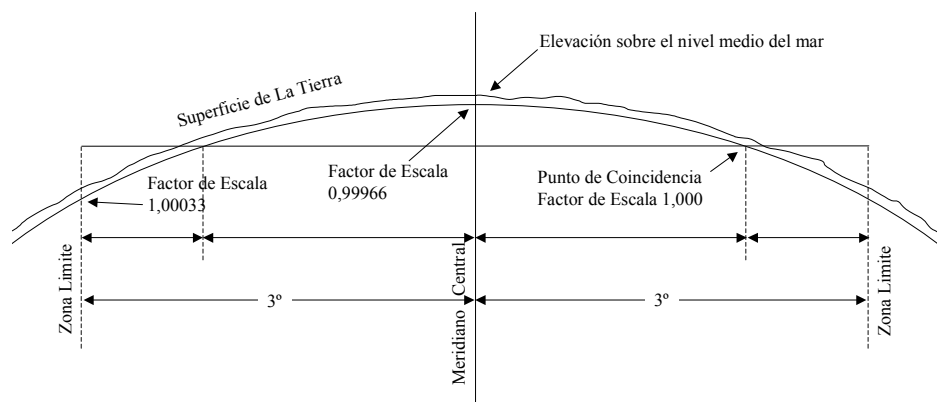


Figura 13. Corte por un paralelo de la proyección UTM

Para determinar el huso en el que se encuentra una determinada longitud, se usa la fórmula:

$$Zona = entero\left(\frac{180 - \lambda}{6}\right) + 1$$

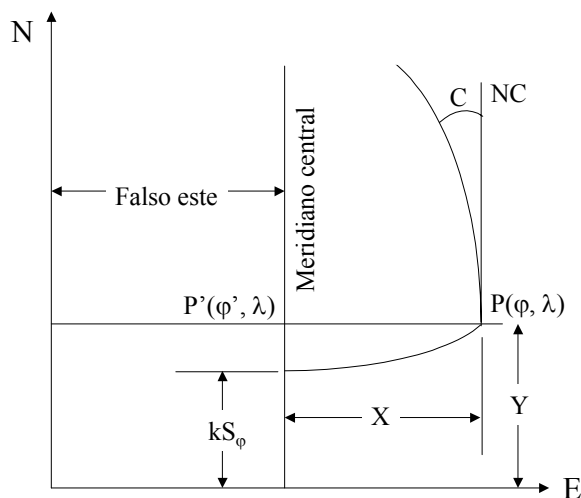


Figura 14. Coordenadas de la proyección UTM.

La forma de expresar una coordenada UTM es:

Este =

Norte =

Huso 19 Zona P

Datum La Canoa

Términos usados para calcular las ecuaciones generales de Gauss-Kruger, adaptadas por Redfearn:

Parámetros del esferoide

a = semi-eje mayor.

b = semi-eje menor.

$$f = \text{aplanamiento} = \frac{a - b}{a}$$

$$e^2 = \text{primera excentricidad} = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$e'^2 = \text{segunda excentricidad} = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = \frac{e^2}{1 - e^2} = \frac{f(2 - f)}{(1 - f)^2}$$

$$n = \frac{a - b}{a + b} = \frac{f}{2 - f}$$

ρ = radio de curvatura en el meridiano.

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

v = Radio de curvatura en la primera vertical.

$$v = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} = \rho(1 + e'^2 \cos^2 \varphi)$$

S = arco meridional, la verdadera distancia meridional sobre el elipsoide, desde el ecuador.
Siendo S :

$$S = \int_0^\varphi \sqrt{E} d\varphi = \int_0^\varphi M d\varphi$$

El resultado de S se obtiene por serie, cuyo valor final es el siguiente:

$$S = a \left[\left(1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3e^4}{64} - \frac{5e^6}{256} \right) \varphi - \left(\frac{3e^2}{8} + \frac{3e^4}{32} + \frac{45e^6}{1024} \right) \sin 2\varphi + \left(\frac{15e^2}{256} + \frac{45e^6}{1024} \right) - \left(\frac{35e^6}{3072} \right) \sin 6\varphi \right]$$

Pudiéndose escribir de la forma:

$$S = A' \times \varphi - B' \times \sin(2\varphi) + C' \times \sin(4\varphi) - D' \times \sin(6\varphi) + E' \times \sin(8\varphi)$$

Donde, según valores para elipsoide internacional:

$$\begin{aligned} A' &= 6.367.654,500058 \\ B' &= 16.107,034678 \\ C' &= 16,976211 \\ D' &= 0,022266 \\ E' &= 0,000032 \end{aligned}$$

Parámetros de la proyección UTM

φ = latitud.

λ = longitud.

φ' = latitud al pie de la perpendicular al punto desde el meridiano central.

λ_0 = longitud del meridiano central de la proyección.

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

k_0 = factor de escala central.

k = factor de escala en el punto de la proyección.

FN = falso norte

FE = falso este (500.000)

E = este de la retícula.

N = norte de la retícula.

C = convergencia de meridianos.

Cálculo de coordenadas UTM a partir de coordenadas geográficas

$$N = (I) + (II)p^2 + (III)p^4 + A_6p^6$$

$$E = (IV)p + (V)p^3 + B_5p^5$$

$$\text{Para el sur del ecuador } N = 10.000.000 - [(I) + (II)p^2 + (III)p^4 + A_6p^6]$$

Los coeficientes son:

$$I = T1 = Sko$$

$$II = (T2 \operatorname{sen}^2(1'') \times 10^8$$

$$III = (T3 \operatorname{sen}^4(1'') \times 10^{16}$$

$$IV = (T6 \operatorname{sen}(1'') \times 10^4$$

$$V = (T7 \operatorname{sen}^3(1'') \times 10^{12}$$

$$A_6 = (T4 \operatorname{sen}^6(1'') \times 10^{24}$$

$$B_5 = (T8 \operatorname{sen}^5(1'') \times 10^{20}$$

Los términos son:

$$T1 = S \times ko$$

$$T2 = \frac{v \operatorname{sen}(\varphi) \cos^5(\varphi) ko}{2}$$

$$T3 = \frac{v \operatorname{sen}(\varphi) \cos^5 \varphi ko}{24} (5 - \tan^2(\varphi) + 9e'^2 \cos^2(\varphi) + 4e'^4 \cos^4(\varphi))$$

$$T4 = \frac{v \operatorname{sen}(\varphi) \cos^5(\varphi) ko}{720} (61 - 58 \tan^2(\varphi) + 270e'^2)$$

$$T6 = v \cos(\varphi) ko$$

$$T7 = \frac{v \cos^3(\varphi) ko}{6} (1 - \tan^2(\varphi) e'^2 \cos^2(\varphi))$$

$$T8 = \frac{v \cos^5 \varphi ko}{120} \left(5 - 18 \tan^2 \varphi + \tan^4 \varphi + 14e'^2 \cos^2 \varphi - 58 \tan^2 \varphi e'^2 \cos^2 \varphi + 13e'^4 \cos^4 \varphi \right. \\ \left. + 4e'^6 \cos^6 \varphi - 64 \tan^2 \varphi e'^4 \cos^4 \varphi - 24 \tan^2 \varphi e'^5 \cos^6 \varphi \right)$$

Cálculo de coordenadas geográficas a partir de coordenadas UTM

$$\varphi = \varphi' - (VII)q^2 + (VIII)q^4 - D_6q^6$$

$$\lambda = (IX)q - (X)q^3 + E_5q^5$$

$\lambda = \lambda_0 \pm \Delta\lambda$ donde es la longitud del origen de la proyección (meridiano central).

$$\varphi' = \bar{N} + \bar{\beta}\text{sen}2\bar{N} + \bar{\gamma}\text{sen}4\bar{N} + \bar{\delta}\text{sen}6\bar{N} + \bar{\epsilon}\text{sen}8\bar{N}$$

$$\bar{N} = \frac{N}{\bar{\alpha}}$$

Los términos de φ' son:

$$\bar{\alpha} = \frac{a+b}{2} \left(1 + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{64}n^4 + \dots \right)$$

$$\bar{\beta} = \frac{2}{3}n - \frac{27}{32}n^3 + \frac{269}{512}n^5 + \dots$$

$$\bar{\gamma} = \frac{21}{16}n^2 - \frac{55}{32}n^4 + \dots$$

$$\bar{\delta} = \frac{151}{96}n^3 - \frac{417}{128}n^5 + \dots$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1097}{512}n^5 + \dots$$

$$\text{para } n = \frac{a-b}{a+b}$$

Los coeficientes son:

$$\text{VII} = (T10/\text{sen}1'') \times 10^{12}$$

$$\text{VIII} = (T11/\text{sen}1'') \times 10^{24}$$

$$\text{IX} = (T14/\text{sen}1'') \times 10^6$$

$$\text{X} = (T15/\text{sen}1'') \times 10^{18}$$

$$\text{D6} = (T12/\text{sen}1'') \times 10^{36}$$

$$\text{E5} = (T16/\text{sen } 1'') \times 10^{30}$$

Los términos son:

$$T10 = \frac{\tan\varphi}{2\rho\rho v k^2}$$

$$T11 = \frac{\tan\varphi'}{24\rho^4 k^4} (5 + 3\tan^2\varphi' + e'^2 \cos^2\varphi' - 4e'^4 \cos^4\varphi' - 9\tan^2\varphi' e'^2 \cos^2\varphi')$$

$$T12 = \frac{\tan \varphi'}{720 \rho \nu^5 k o^6} \left(\begin{aligned} &61 + 90 \tan^2 \varphi' + 46 e'^2 \cos^2 \varphi' + 45 \tan^4 \varphi' - 252 \tan^2 \varphi' e'^2 \cos^2 \varphi' - 3 e'^2 \cos^4 \varphi' \\ &+ 100 e'^6 \cos^6 \varphi' - 66 \tan^2 \varphi' e'^4 \cos^4 \varphi' - 90 \tan \varphi' e'^2 \cos^2 \varphi' + 88 e'^8 \cos^8 \varphi' \\ &+ 225 \tan^4 \varphi' e'^4 \cos^4 \varphi' + 84 \tan^2 \varphi' e'^6 \cos^6 \varphi' - 192 \tan^2 \varphi' e'^8 \cos^8 \varphi' \end{aligned} \right)$$

$$T14 = \frac{1}{\nu \cos \varphi' k o}$$

$$T15 = \frac{1}{6 \nu^3 \cos \varphi' k o^3} (1 + 2 \tan^2 \varphi' + e'^2 \cos^2 \varphi')$$

$$T16 = \frac{1}{120 \nu^5 \cos \varphi' k o^5} \left(\begin{aligned} &5 + 6 e'^2 \cos^2 \varphi' + 28 \tan^2 \varphi' - 3 e'^4 \cos^4 \varphi' + 8 \tan^2 \varphi' e'^2 \cos^2 \varphi' \\ &+ 24 \tan^4 \varphi' - 4 e'^6 \cos^6 \varphi' + 4 \tan^2 \varphi' e'^4 \cos^4 \varphi' + 24 \tan^2 \varphi' e'^6 \cos^6 \varphi' \end{aligned} \right)$$

Cálculo de la convergencia para coordenadas UTM

$C = (XII)p + (XIII)p^3 + C_5 p^5$, para coordenadas geográficas.

$C = (XV)q - (XVI)q^3 + F_5 q^5$, para coordenadas reticulares.

Los coeficientes son:

$$XII = (T18) \times 10^4$$

$$XIII = (T19 \sin^2 1'') \times 10^{12}$$

$$XV = (T22 / \sin 1'') \times 10^6$$

$$XVI = (T23 / \sin 1'') \times 10^{18}$$

$$C_5 = (T20 \sin^4 1'') \times 10^{20}$$

$$F_5 = (T24 / \sin 1'') \times 10^{30}$$

Los términos son:

$$T18 = \sin \varphi$$

$$T19 = \frac{\sin \varphi \cos^2 \varphi}{3} (1 + 3 e'^2 \cos^2 \varphi + 2 e'^4 \cos^4 \varphi)$$

$$T20 = \frac{\sin \varphi \cos^4 \varphi}{15} \left(\begin{aligned} &2 - \tan^2 \varphi + 15 e'^2 \cos^2 \varphi + 35 e'^4 \cos^4 \varphi - 15 \tan^2 \varphi e'^2 \cos^2 \varphi + 33 e'^6 \cos^6 \varphi \\ &- 50 \tan^2 \varphi e'^4 \cos^4 \varphi + 11 e'^8 \cos^8 \varphi - 60 \tan^2 \varphi e'^6 \cos^6 \varphi - 24 \tan^2 \varphi e'^8 \cos^8 \varphi \end{aligned} \right)$$

$$T22 = \frac{\tan \varphi'}{\nu k o}$$

$$T23 = \frac{\tan \varphi'}{3 \nu^3 k o^3} (1 + \tan^2 \varphi' - e'^2 \cos^2 \varphi' - 2 e'^4 \cos^4 \varphi')$$

$$T24 = \frac{\tan \varphi'}{15v^5 k o^5} \left(\begin{aligned} &2 + 5 \tan^2 \varphi' + 2e' \cos^2 \varphi' + 3 \tan^4 \varphi' + \tan^2 \varphi' e'^2 \cos^2 \varphi' + 9e'^4 \cos^4 \varphi' + 20e'^6 \cos^6 \varphi' \\ &- 7 \tan^2 \varphi' e'^4 \cos^4 \varphi' - 27 \tan^2 \varphi' e'^6 \cos^6 \varphi' + 11e'^8 \cos^8 \varphi' - 24 \tan^2 \varphi' e'^8 \cos^8 \varphi' \end{aligned} \right)$$

Cálculo de la corrección de escala para coordenadas UTM

$k = k_0[1 + (XX)p^2 + (XXI)p^4]$, para coordenadas geográficas.

$k = k_0[1 + (XVIII)p^2 + (XIX)p^4]$, para coordenadas reticulares.

$$k_0 = 0,9996$$

$$p = 0,0001$$

$$q = 0,000001E \text{ donde } E = E - FE \text{ (FE = Este Falso)}$$

Los coeficientes son:

$$XX = (T26 \text{ sen}^2 1'') \times 10^8$$

$$XXI = (T27 \text{ sen}^4 1'') \times 10^{16}$$

$$XVIII = (T29 \times 10^{12})$$

$$XIX = (T30 \times 10^{24})$$

Los términos son:

$$T26 = \frac{\cos^2 \varphi}{2} (1 + e'^2 \cos^2 \varphi)$$

$$T27 = \frac{\cos^4 \varphi}{24} \left(\begin{aligned} &5 - 4 \tan^2 \varphi + 14e'^2 \cos^2 \varphi + 13e'^4 \cos^4 \varphi - 28 \tan^2 \varphi e'^2 \cos^2 \varphi + 4e'^6 \cos^6 \varphi \\ &- 48 \tan^2 \varphi e'^4 \cos^4 \varphi - 24 \tan^2 \varphi e'^6 \cos^6 \varphi \end{aligned} \right)$$

$$T29 = \frac{1}{2v^2 k o^2} (1 + e'^2 \cos^2 \varphi)$$

$$T30 = \frac{1}{24v^4 k o^4} \left(\begin{aligned} &1 + 6e'^2 \cos^2 \varphi + 9e'^4 \cos^4 \varphi + 4e' \cos \varphi - 24 \tan^2 \varphi e'^4 \cos^4 \varphi - 24 \tan^2 \varphi e'^6 \cos^6 \varphi \end{aligned} \right)$$

Bibliografía

Defense Mapping Agency. 1986. Defense Mapping Agency Technical Manual 8358.1 The Universal Grids: Universal Transverse Mercator (UTM) and Universal Polar Sterographic (UPS). Defense Mapping Agency, Fairfax, Virginia.

Defense Mapping Agency. 1986. Defense Mapping Agency Technical Manual 8358.2 The Universal Grids: Universal Transverse Mercator (UTM) and Universal Polar Sterographic (UPS). Defense Mapping Agency, Fairfax, Virginia.

