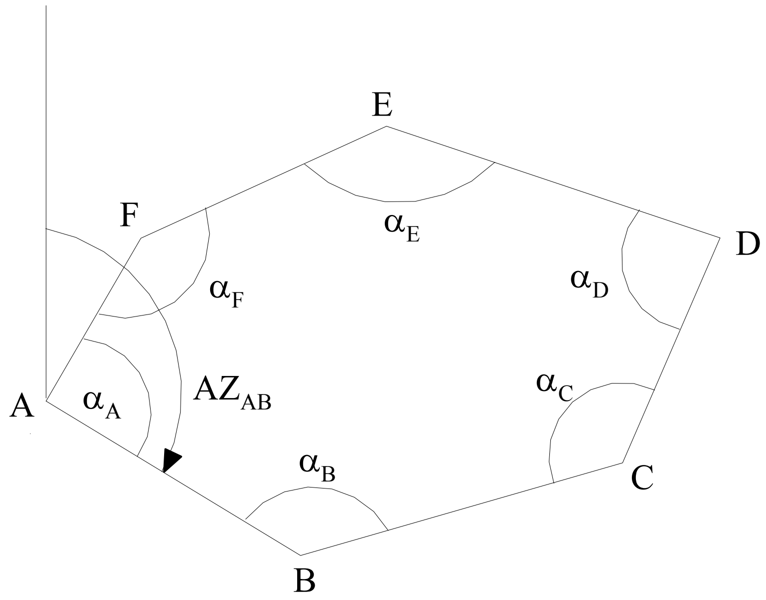
CALCULO DE POLIGONAL CERRADA

En los siguientes problemas, se analizarán las cuatro posibilidades del calculo de azimutes, según se tengan ángulos internos o externos, y según se resuelvan los azimutes en sentido horario o antihorario, dependiendo del azimut inicial.

1.- Calcular la poligonal cerrada:

1a.- Caso de tener Azimut de A a B (sentido antihorario, ángulos internos)



Datos:

AZ_{AB} = 121º 12' 13"

α_A = 92º 40' 44"	D_{AB} = 52,97 m.
α_B = 132º 27' 53"	D_{BC} = 60,37 m.
α_C = 129º 38' 23"	D_{CD} = 43,01 m.
α_D = 87º 48' 34"	D_{DE} = 63,42 m.
α_E = 133º 12' 35"	D_{EF} = 48,25 m.
α_F = 144º 12' 40"	D_{FA} = 35,32 m.

Calculo de los ángulos internos.

Por definición, $\Sigma\alpha = (n - 2)\ 180º = (6 - 2)\ 180º = 720º$

Sumando los ángulos internos medidos tenemos:

$$\Sigma\alpha = 720^{o}\ 00'\ 49''$$

La diferencia de valor entre los ángulos medidos y el valor teórico es de 49”. La compensación total será en consecuencia de –49”.

La compensación para cada ángulo medido es: -49”/6 = -8”,17

Cálculo de las correcciones de los ángulos.

$\alpha_A = 92^{o}\ 40'\ 44'' - 8'',17 = 92^{o}\ 40'\ 35'',83$
$\alpha_B = 132^{o}\ 27'\ 53'' - 8'',17 = 132^{o}\ 27'\ 44'',83$
$\alpha_C = 129^{o}\ 38'\ 23'' - 8'',17 = 129^{o}\ 38'\ 14'',83$
$\alpha_D = 87^{o}\ 48'\ 34'' - 8'',17 = 87^{o}\ 48'\ 25'',83$
$\alpha_E = 133^{o}\ 12'\ 35'' - 8'',17 = 133^{o}\ 12'\ 26'',83$
$\alpha_F = 144^{o}\ 12'\ 40'' - 8'',17 = 144^{o}\ 12'\ 31'',83$

Cálculo de Azimutes.

$AZ_{AB} = 121^{o}\ 12'\ 13''$

$AZ_{BC} = AZ_{AB} + \alpha_B \pm 180^{o} = 121^{o}\ 12'\ 13'' + 132^{o}\ 27'\ 44'',83 - 180^{o}$
$AZ_{BC} = 73^{o}\ 39'\ 57'',83$

$AZ_{CD} = AZ_{BC} + \alpha_C \pm 180^{o} = 73^{o}\ 39'\ 57'',83 + 129^{o}\ 38'\ 14'',83 - 180^{o}$
$AZ_{CD} = 23^{o}\ 18'\ 12'',66$

$AZ_{DE} = AZ_{CD} + \alpha_D \pm 180^{o} = 23^{o}\ 18'\ 12'',76 + 87^{o}\ 48'\ 25'',83 + 180^{o}$
$AZ_{DE} = 291^{o}\ 6'\ 38'',49$

$AZ_{EF} = AZ_{DE} + \alpha_E \pm 180^{o} = 291^{o}\ 6'\ 38'',59 + 133^{o}\ 12'\ 26'',83 + 180^{o}$
$AZ_{EF} = 244^{o}\ 19'\ 5'',32$

$AZ_{FA} = AZ_{EF} + \alpha_F \pm 180^{o} = 244^{o}\ 19'\ 5'',42 + 144^{o}\ 12'\ 31'',83 + 180^{o}$
$AZ_{FA} = 208^{o}\ 31'\ 37'',1$

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{AB} = D_{AB} \times \cos AZ_{AB} = 52,97 \times \cos 121^{o}\ 12'\ 13''$
$\Delta N_{AB} = -27,44$ m.
$\Delta E_{AB} = D_{AB} \times \text{sen}\ AZ_{AB} = 52,97 \times \text{sen}\ 121^{o}\ 12'\ 13''$
$\Delta E_{AB} = 45,31$ m.

$\Delta N_{BC} = D_{BC} \times \cos AZ_{BC} = 60{,}37 \times \cos 73º\ 39'\ 57'',83$
$\Delta N_{BC} = 16{,}98$ m.
$\Delta E_{BC} = D_{BC} \times \text{sen } AZ_{BC} = 60{,}37 \times \text{sen } 73º\ 39'\ 57'',83$
$\Delta E_{BC} = 57{,}93$ m.

$\Delta N_{CD} = D_{CD} \times \cos AZ_{CD} = 43{,}01 \times \cos 23º\ 18'\ 12'',66$
$\Delta N_{CD} = 39{,}50$ m.
$\Delta E_{CD} = D_{CD} \times \text{sen } AZ_{CD} = 43{,}01 \times \text{sen } 23º\ 18'\ 12'',66$
$\Delta E_{CD} = 17{,}01$ m.

$\Delta N_{DE} = D_{DE} \times \cos AZ_{DE} = 63{,}42 \times \cos 291º\ 6'\ 38'',49$
$\Delta N_{DE} = 22{,}84$ m.
$\Delta E_{DE} = D_{DE} \times \text{sen } AZ_{DE} = 63{,}42 \times \text{sen } 291º\ 6'\ 38'',49$
$\Delta E_{DE} = -59{,}16$ m.

$\Delta N_{EF} = D_{EF} \times \cos AZ_{EF} = 48{,}25 \times \cos 244º\ 19'\ 5'',32$
$\Delta N_{EF} = -20{,}91$ m.
$\Delta E_{EF} = D_{EF} \times \text{sen } AZ_{EF} = 48{,}25 \times \text{sen } 244º\ 19'\ 5'',32$
$\Delta E_{EF} = -43{,}48$ m.

$\Delta N_{FA} = D_{EF} \times \cos AZ_{FA} = 35{,}32 \times \cos 208º\ 31'\ 37'',1$
$\Delta N_{FA} = -31{,}03$ m.
$\Delta E_{FA} = D_{EF} \times \text{sen } AZ_{FA} = 35{,}32 \times \text{sen } 208º\ 31'\ 37'',1$
$\Delta E_{FA} = -16{,}87$ m.

$\Sigma\Delta N$:	$\Sigma\Delta E$:
-27,44	45,31
16,98	57,93
39,50	17,01
22,84	-59,16
-20,91	-43,48
-31,03	-16,87
Σ = -0,06	Σ = 0,74

El error en ΔN es de –0,06 m, por lo tanto su corrección total será + 0,06 m.
El error en ΔE es de 0,76 m, por lo que su corrección total será de – 0,74 m.

Calculo de las correcciones de las proyecciones.
La corrección lineal se realiza siguiendo la forma:
ΔN_i corregido = ΔN_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔN
ΔE_i corregido = ΔE_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔE

Longitud total = Σ lados = 303,34 m.
ΔN_{AB} corregido = -27,44 + (52,97)/(303,34) × 0,06 = -27,43 m.
ΔN_{BC} corregido = 16,98 + (60,37)/(303,34) × 0,06 = 16,99 m.
ΔN_{CD} corregido = 39,50 + (43,01)/(303,34) × 0,06 = 39,51 m.
ΔN_{DE} corregido = 22,84 + (63,42)/(303,34) × 0,06 = 22,85 m.
ΔN_{EF} corregido = -20,91 + (48,25)/(303,34) × 0,06 = -20,90 m.
ΔN_{FA} corregido = -31,03 + (35,32)/(303,34) × 0,06 = -31,02 m.

ΔE_{AB} corregido = 45,31 + (52,97)/(303,34) × (– 0,74) = 45,18 m.
ΔE_{BC} corregido = 57,93 + (60,37)/(303,34) × (– 0,74) = 57,78 m.
ΔE_{CD} corregido = 17,01 + (43,01)/(303,34) × (– 0,74) = 16,91 m.
ΔE_{DE} corregido = -59,16 + (63,42)/(303,34) × (– 0,74) = -59,31 m.
ΔE_{EF} corregido = -43,48 + (48,25)/(303,34) × (– 0,74) = -43,60 m.
ΔE_{FA} corregido = -16,87 + (35,32)/(303,34) × (– 0,74) = -16,96 m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

$N_B = N_A + \Delta N_{AB}$ = 1000 + (-27,43) = 972,57 m.
$E_B = E_A + \Delta E_{AB}$ = 1000 + 45,18 = 1045,18 m.

$N_C = N_B + \Delta N_{BC}$ = 972,57 + 16,99 = 989,56 m.
$E_C = E_B + \Delta E_{BC}$ = 1045,18 + 57,78 = 1102,96 m.

$N_D = N_C + \Delta N_{CD}$ = 989,56 + 39,51 = 1029,07 m.
$E_D = E_C + \Delta E_{CD}$ = 1102,96 + 16,91 = 1119,87 m.

$N_E = N_D + \Delta N_{DE}$ = 1029,07 + 22,85 = 1051,92 m.
$E_E = E_D + \Delta E_{DE}$ = 1119,87 + (-59,31) = 1060,56 m.

$N_F = N_E + \Delta N_{EF}$ = 1051,92 + (-20,90) = 1031,02 m.
$E_F = E_E + \Delta E_{EF}$ = 1060,56 + (-43,60) = 1016,96 m.

$N_A = N_F + \Delta N_{FA}$ = 1031,02 + (-31,02) = 1000,00 m.
$E_A = E_F + \Delta E_{FA}$ = 1016,94 + (-16,96) = 1000,00 m.

1b.- Caso de tener Azimut de A a F (sentido horario, ángulos internos)

AZ_{AF} = 28º 31’ 37”,17

Como ya tenemos los angulos compensados, se procede a calcular los azimutes.

$AZ_{FE} = AZ_{AF} + \alpha_F - 180º = 28º\ 31'\ 37'',17 - 144º\ 12'\ 31'',83 + 180º$
$AZ_{FE} = 64º\ 19'\ 5'',34$

$AZ_{ED} = AZ_{FE} + \alpha_E - 180º = 64º\ 19'\ 5'',34 - 133º\ 12'\ 26'',83 + 180º$
$AZ_{ED} = 111º\ 6'\ 38'',51$

$AZ_{DC} = AZ_{ED} + \alpha_D - 180º = 111º\ 6'\ 38'',51 - 87º\ 48'\ 25'',83 + 180º$
$AZ_{DC} = 203º\ 18'\ 12'',6$

$AZ_{CB} = AZ_{DC} + \alpha_C - 180º = 203º\ 18'\ 12'',6 - 129º\ 38'\ 14'',83 + 180º$
$AZ_{CB} = 253º\ 39'\ 57'',7$

$AZ_{BA} = AZ_{CB} + \alpha_B - 180º = 253º\ 39'\ 57'',7 - 132º\ 27'\ 44'',83 + 180º$
$AZ_{BA} = 301º\ 12'\ 12'',8$

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{AF} = D_{AF} \times \cos AZ_{AF} = 35,32 \times \cos 28º\ 31'\ 37'',17$
$\Delta N_{AF} = 31,03$ m.
$\Delta E_{AF} = D_{AF} \times \text{sen}\ AZ_{AF} = 35,32 \times \text{sen}\ 28º\ 31'\ 37'',17$
$\Delta E_{AF} = 16,87$ m.

$\Delta N_{FE} = D_{FE} \times \cos AZ_{FE} = 48,25 \times \cos 64º\ 19'\ 5'',34$
$\Delta N_{FE} = 20,91$ m.
$\Delta E_{FE} = D_{FE} \times \text{sen}\ AZ_{FE} = 48,25 \times \text{sen}\ 64º\ 19'\ 5'',34$
$\Delta E_{FE} = 43,48$ m.

$\Delta N_{ED} = D_{ED} \times \cos AZ_{ED} = 63,42 \times \cos 111º\ 6'\ 38'',51$
$\Delta N_{ED} = -22,84$ m.
$\Delta E_{ED} = D_{ED} \times \text{sen}\ AZ_{ED} = 63,42 \times \text{sen}\ 111º\ 6'\ 38'',51$
$\Delta E_{ED} = 59,16$ m.

$\Delta N_{DC} = D_{DC} \times \cos AZ_{DC} = 43,01 \times \cos 203º\ 18'\ 12'',6$
$\Delta N_{DC} = -39,50$ m.
$\Delta E_{DC} = D_{DC} \times \text{sen}\ AZ_{DC} = 43,01 \times \text{sen}\ 203º\ 18'\ 12'',6$
$\Delta E_{DC} = -17,01$ m.

$\Delta N_{CB} = D_{CB} \times \cos AZ_{CB} = 60,37 \times \cos 253º\ 39'\ 57'',7$
$\Delta N_{CB} = -16,98$ m.
$\Delta E_{CB} = D_{CB} \times \text{sen}\ AZ_{CB} = 60,37 \times \text{sen}\ 253º\ 39'\ 57'',7$
$\Delta E_{CB} = -57,93$ m.

$\Delta N_{BA} = D_{BA} \times \cos AZ_{BA} = 52{,}97 \times \cos 301º\ 12'\ 12'',8$
$\Delta N_{BA} = 27{,}44$ m.
$\Delta E_{BA} = D_{BA} \times \text{sen } AZ_{BA} = 52{,}97 \times \text{sen } 301º\ 12'\ 12'',8$
$\Delta E_{BA} = -45{,}31$ m.

ΣΔN:	ΣΔE:
-27,44	45,31
16,98	57,93
39,50	17,01
22,84	-59,16
-20,91	-43,48
-31,03	-16,87
Σ = -0,06	Σ = 0,74

El error en ΔN es de –0,06 m, por lo tanto su corrección total será + 0,06 m.
El error en ΔE es de 0,76 m, por lo que su corrección total será de – 0,74 m.

Calculo de las correcciones de las proyecciones.
La corrección lineal se realiza siguiendo la forma:
ΔN_i corregido = ΔN_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔN
ΔE_i corregido = ΔE_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔE

Longitud total = Σ lados = 303,34 m.

ΔN_{AB} corregido = -27,44 + (52,97)/(303,34) × 0,06 = -27,43 m.
ΔN_{BC} corregido = 16,98 + (60,37)/(303,34) × 0,06 = 16,99 m.
ΔN_{CD} corregido = 39,50 + (43,01)/(303,34) × 0,06 = 39,51 m.
ΔN_{DE} corregido = 22,84 + (63,42)/(303,34) × 0,06 = 22,85 m.
ΔN_{EF} corregido = -20,91 + (48,25)/(303,34) × 0,06 = -20,90 m.
ΔN_{FA} corregido = -31,03 + (35,32)/(303,34) × 0,06 = -31,02 m.

ΔE_{AB} corregido = 45,31 + (52,97)/(303,34) × (– 0,74) = 45,18 m.
ΔE_{BC} corregido = 57,93 + (60,37)/(303,34) × (– 0,74) = 57,78 m.
ΔE_{CD} corregido = 17,01 + (43,01)/(303,34) × (– 0,74) = 16,91 m.
ΔE_{DE} corregido = -59,16 + (63,42)/(303,34) × (– 0,74) = -59,31 m.
ΔE_{EF} corregido = -43,48 + (48,25)/(303,34) × (– 0,74) = -43,60 m.
ΔE_{FA} corregido = -16,87 + (35,32)/(303,34) × (– 0,74) = -16,96 m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

$N_F = N_A + \Delta N_{AF} = 1000 + (-27{,}43) = 972{,}57$ m.

$E_F = E_A + \Delta E_{AF} = 1000 + 45{,}18 = 1045{,}18$ m.
$N_C = N_B + \Delta N_{BC} = 972{,}57 + 16{,}99 = 989{,}56$ m.
$E_C = E_B + \Delta E_{BC} = 1045{,}18 + 57{,}78 = 1102{,}96$ m.

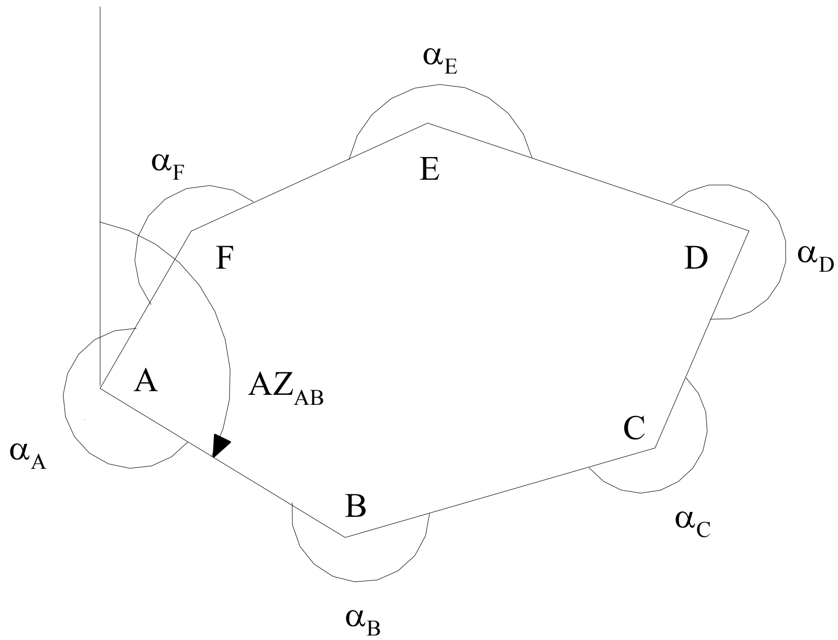
$N_D = N_C + \Delta N_{CD} = 989{,}56 + 39{,}51 = 1029{,}07$ m.
$E_D = E_C + \Delta E_{CD} = 1102{,}96 + 16{,}91 = 1119{,}87$ m.

$N_E = N_D + \Delta N_{DE} = 1029{,}07 + 22{,}85 = 1051{,}92$ m.
$E_E = E_D + \Delta E_{DE} = 1119{,}87 + (-59{,}31) = 1060{,}56$ m.

$N_F = N_E + \Delta N_{EF} = 1051{,}92 + (-20{,}90) = 1031{,}02$ m.
$E_F = E_E + \Delta E_{EF} = 1060{,}56 + (-43{,}60) = 1016{,}96$ m.

$N_A = N_F + \Delta N_{FA} = 1031{,}02 + (-31{,}02) = 1000{,}00$ m.
$E_A = E_F + \Delta E_{FA} = 1016{,}94 + (-16{,}96) = 1000{,}00$ m.

1c.- Caso de tener Azimut de A a B (sentido antihorario, ángulos externos)



Datos: $AZ_{AB} = 121º\ 12'\ 13''$

$\alpha_A = 267º\ 19'\ 16''$	$D_{AB} = 52{,}97$ m.
$\alpha_B = 227º\ 32'\ 07''$	$D_{BC} = 60{,}37$ m.
$\alpha_C = 230º\ 21'\ 37''$	$D_{CD} = 43{,}01$ m.
$\alpha_D = 272º\ 11'\ 26''$	$D_{DE} = 63{,}42$ m.
$\alpha_E = 226º\ 47'\ 25''$	$D_{EF} = 48{,}25$ m.

α_F = 215º 47' 20" D_{FA} = 35,32 m.

Calculo de los ángulos externos.

Por definición, $\Sigma\alpha$ = (n – 2) 360º = (6 – 2) 360º = 1440º
Sumando los ángulos internos medidos tenemos:

$\Sigma\alpha$ = 1439º 59' 11"

La diferencia de valor entre los ángulos medidos y el valor teórico es de –49". La compensación total será en consecuencia de +49".

La compensación para cada ángulo medido es: +49"/6 = +8",17

Cálculo de las correcciones de los ángulos.

α_A = 267º 19' 16" + 8",17 = 267º 19' 24",17
α_B = 227º 32' 07" + 8",17 = 227º 32' 15",17
α_C = 230º 21' 37" + 8",17 = 230º 21' 45", 17
α_D = 272º 11' 26" + 8",17 = 272º 11' 34",17
α_E = 226º 47' 25" + 8",17 = 226º 47' 33", 17
α_F = 215º 47' 20" + 8",17 = 215º 47' 28", 17

Cálculo de Azimutes.

AZ_{AB} = 121º 12' 13"

AZ_{BC} = AZ_{AB} – α_B ± 180º = 121º 12' 13" – 227º 32' 15",17 + 180º
AZ_{BC} = 73º 39' 57",83

AZ_{CD} = AZ_{BC} – α_C ± 180º = 73º 39' 57",83 – 129º 38' 14",83 – 180º
AZ_{CD} = 23º 18' 12",66

AZ_{DE} = AZ_{CD} – α_D ± 180º = 23º 18' 12",76 – 87º 48' 25",83 + 180º
AZ_{DE} = 291º 6' 38",49

AZ_{EF} = AZ_{DE} – α_E ± 180º = 291º 6' 38",59 – 133º 12' 26",83 + 180º
AZ_{EF} = 244º 19' 5",32

AZ_{FA} = AZ_{EF} + α_F ± 180º = 244º 19' 5",42 + 144º 12' 31",83 + 180º
AZ_{FA} = 208º 31' 37",1

Hallando los azimutes, el resto de los cálculos queda de la misma forma.

1d.- Caso de tener Azimut de A a F (sentido horario, ángulos externos)

AZ_{AF} = 28º 31’ 37”,17

Como ya tenemos los angulos compensados, se procede a calcular los azimutes.

$AZ_{FE} = AZ_{AF} + \alpha_F - 180º$ = 28º 31’ 37”,17 + 215º 47’ 28”,17 – 180º
AZ_{FE} = 64º 19’ 5”,34

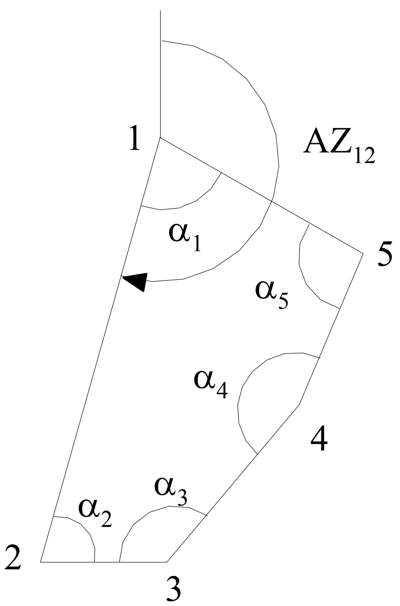
$AZ_{ED} = AZ_{FE} + \alpha_E - 180º$ = 64º 19’ 5”,34 + 226º 47’ 33”,17 – 180º
AZ_{ED} = 111º 6’ 38”,51

$AZ_{DC} = AZ_{ED} + \alpha_D - 180º$ = 111º 6’ 38”,51 + 272º 11’ 34”,17 – 180º
AZ_{DC} = 203º 18’ 12”,6

$AZ_{CB} = AZ_{DC} + \alpha_C - 180º$ = 203º 18’ 12”,6 + 230º 21’ 45”,17 – 180º
AZ_{CB} = 253º 39’ 57”,7

$AZ_{BA} = AZ_{CB} + \alpha_B - 180º$ = 253º 39’ 57”,7 + 227º 32’ 15”,17 – 180º
AZ_{BA} = 301º 12’ 12”,8

2.- Calcular la poligonal cerrada:



Datos:

AZ_{12} = 195º 23’ 42”

α_1 = 76º 34’ 42”,96	D_{12} = 94,792 m.
α_2 = 73º 57’ 51”,12	D_{23} = 27,853 m.
α_3 = 130º 22’ 03”	D_{34} = 43,988 m.
α_4 = 162º 03’ 51”,48	D_{45} = 35,487 m.
α_5 = 97º 00’ 54”,72	D_{51} = 50,272 m.

Calculo de los ángulos internos.

Por definición, $\Sigma\alpha$ = (n – 2) 180º = (5 – 2) 180º = 540º

Sumando los ángulos internos medidos tenemos:

$\Sigma\alpha$ = 539º 59’ 23”,2

La diferencia de valor entre los ángulos medidos y el valor teórico es de -36”,72. La compensación total será en consecuencia de +36”,72.

La compensación para cada ángulo medido es: 36”,72/5 = 7”,34

Cálculo de las correcciones de los ángulos.

α_1 = 76º 34’ 42”,96 + 7”,34 = 76º 34’ 50”,30
α_2 = 73º 57’ 51”,12 + 7”,34 = 73º 57’ 58”,46
α_3 = 130º 22’ 03” + 7”,34 = 130º 22’ 10”,34
α_4 = 162º 03’ 51”,48 + 7”,34 = 162º 03’ 58”,82
α_5 = 97º 00’ 54”,72 + 7”,34 = 97º 01’ 02”,06

Cálculo de Azimutes.

AZ_{12} = 195º 23’ 42”

AZ_{23} = AZ_{12} + α_2 ± 180º = 195º 23’ 42” + 73º 57’ 58”,46 – 180º
AZ_{23} = 89º 21’ 40”,46

AZ_{34} = AZ_{23} + α_3 ± 180º = 89º 21’ 40”,46 + 130º 22’ 10”,34 – 180º
AZ_{34} = 39º 43’ 50”,80

AZ_{45} = AZ_{34} + α_4 ± 180º = 39º 43’ 50”,80 + 162º 03’ 58”,82 + 180º

AZ_{45} = 21º 47’ 49”,62

$AZ_{51} = AZ_{45} + \alpha_5 \pm 180º$ = 21º 47’ 49”,62 + 97º 01’ 02”,06 + 180º
AZ_{51} = 298º 48’ 51”,68

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{12} = D_{12} \times \cos AZ_{12}$ = 94,792 × cos 195º 23’ 42”
ΔN_{12} = -91,391 m.
$\Delta E_{12} = D_{12} \times \text{sen } AZ_{12}$ = 94,792 × sen 195º 23’ 42”
ΔE_{12} = -25,165 m.

$\Delta N_{23} = D_{23} \times \cos AZ_{23}$ = 27,853 × cos 89º 21’ 40”,46
ΔN_{23} = 0,311 m.
$\Delta E_{23} = D_{23} \times \text{sen } AZ_{23}$ = 27,853 × sen 89º 21’ 40”,46
ΔE_{23} = 27,851 m.

$\Delta N_{34} = D_{34} \times \cos AZ_{34}$ = 43,988 × cos 39º 43’ 50”,80
ΔN_{34} = 33,829 m.
$\Delta E_{34} = D_{34} \times \text{sen } AZ_{34}$ = 43,988 × sen 39º 43’ 50”,80
ΔE_{34} = 28,116 m.

$\Delta N_{45} = D_{45} \times \cos AZ_{45}$ = 35,487 × cos 21º 47’ 49”,62
ΔN_{45} = 32,950 m.
$\Delta E_{45} = D_{45} \times \text{sen } AZ_{45}$ = 35,487 × sen 21º 47’ 49”,62
ΔE_{45} = 13,177 m.

$\Delta N_{51} = D_{51} \times \cos AZ_{51}$ = 50,272 × cos 298º 48’ 51”,68
ΔN_{51} = 24,230 m.
$\Delta E_{51} = D_{51} \times \text{sen } AZ_{51}$ = 50,272 × sen 298º 48’ 51”,68
ΔE_{51} = -44,048 m.

$\Sigma\Delta N$:	$\Sigma\Delta E$:
-91,391	-25,165
0,311	27,851
33,829	28,116
32,950	13,177
24,230	-44,048
Σ = -0,071	Σ = -0,069

El error en ΔN es de –0,071 m, por lo tanto su corrección total será + 0,071 m.

El error en ΔE es de 0,069 m, por lo que su corrección total será de + 0,069 m.

Calculo de las correcciones de las proyecciones.

La corrección lineal se realiza siguiendo la forma:
ΔN_i corregido = ΔN_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔN
ΔE_i corregido = ΔE_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔE

Longitud total = Σ lados = 252,392 m.

ΔN_{12} corregido = -91,391 + (94,792)/(252,392) × 0,071 = -91,364 m.
ΔN_{23} corregido = 0,311 + (27,853)/(252,392) × 0,071 = 0,319 m.
ΔN_{34} corregido = 33,829 + (43,988)/(252,392) × 0,071 = 33,841 m.
ΔN_{45} corregido = 32,950 + (35,487)/(252,392) × 0,071 = 32,960 m.
ΔN_{51} corregido = 24,230 + (50,272)/(252,392) × 0,071 = 24,244 m.

ΔE_{12} corregido = -25,165 + (94,792)/(252,392) × 0,069 = -25,139 m.
ΔE_{23} corregido = 27,851 + (27,853)/(252,392) × 0,069 = 27,859 m.
ΔE_{34} corregido = 28,116 + (43,988)/(252,392) × 0,069 = 28,128 m.
ΔE_{45} corregido = 13,177 + (35,487)/(252,392) × 0,069 = 13,187 m.
ΔE_{51} corregido = -44,048 + (50,272)/(252,392) × 0,069 = -44,034m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

$N_2 = N_1 + \Delta N_{12}$ = 1000 + (-91,364) = 908,636 m.
$E_2 = E_1 + \Delta E_{12}$ = 1000 + (-25,139) = 974,861 m.

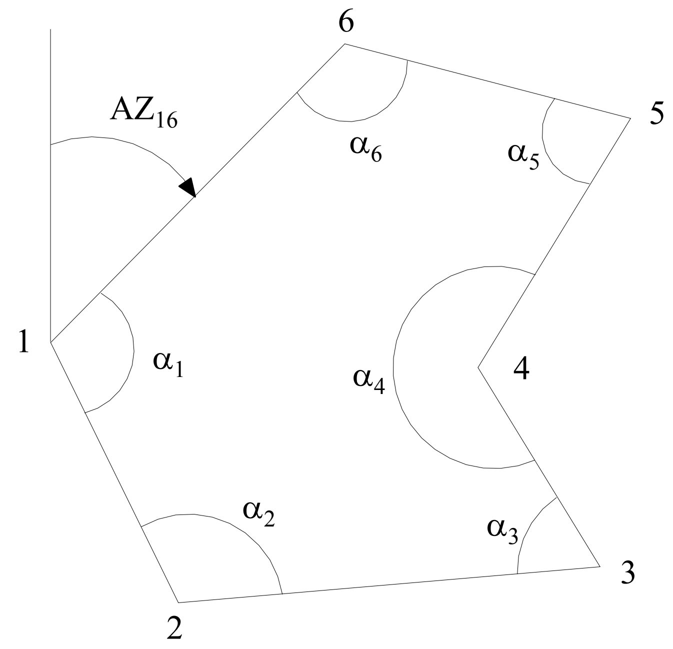
$N_3 = N_2 + \Delta N_{23}$ = 908,636 + 0,319 = 908,955 m.
$E_3 = E_2 + \Delta E_{23}$ = 974,861 + 27,859 = 1002,72 m.

$N_4 = N_3 + \Delta N_{34}$ = 908,955 + 33,841 = 942,796 m.
$E_4 = E_3 + \Delta E_{34}$ = 1002,72 + 28,128 = 1030,848 m.

$N_5 = N_4 + \Delta N_{45}$ = 942,796 + 32,960 = 975,756 m.
$E_5 = E_4 + \Delta E_{45}$ = 1030,848 + 13,187 = 1044,035 m.

$N_1 = N_5 + \Delta N_{51}$ = 975,756 + 24,244 = 1000,000 m.
$E_1 = E_5 + \Delta E_{51}$ = 1044,035 + (-44,034) = 1000,001 m.

3.- Calcular la poligonal cerrada:



Datos:

AZ_{12} = 44º 30’ 05”

α_1 = 109º 23’ 42”	D_{12} = 84,40 m.
α_2 = 111º 13’ 21”	D_{23} = 122,00 m.
α_3 = 63º 25’ 10”	D_{34} = 68,75 m.
α_4 = 242º 55’ 28”	D_{45} = 85,85 m.
α_5 = 73º 12’ 32”	D_{56} = 85,50 m.
α_6 = 119º 49’ 50”	D_{61} = 122,50 m.

Calculo de los ángulos internos.

Por definición, $\Sigma\alpha = (n - 2)\ 180º = (6 - 2)\ 180º = 720º$

Sumando los ángulos internos medidos tenemos:

$\Sigma\alpha$ = 720º 00’ 2”,99

La diferencia de valor entre los ángulos medidos y el valor teórico es de +2”,99. La compensación total será en consecuencia de –2”,99.

La compensación para cada ángulo medido es: –2”,99/5 = –0”,5

Cálculo de las correcciones de los ángulos.

$\alpha_1 = 109^o\ 23'\ 42'' - 0'',5 = 109^o\ 23'\ 41'',5$
$\alpha_2 = 111^o\ 13'\ 21'' - 0'',5 = 111^o\ 13'\ 20'',5$
$\alpha_3 = 63^o\ 25'\ 10'' - 0'',5 = 63^o\ 25'\ 09'',5$
$\alpha_4 = 242^o\ 55'\ 28'' - 0'',5 = 242^o\ 55'\ 27'',5$
$\alpha_5 = 73^o\ 12'\ 32'' - 0'',5 = 73^o\ 12'\ 31'',5$
$\alpha_6 = 119^o\ 49'\ 50'' - 0'',5 = 119^o\ 49'\ 49'',5$

Cálculo de Azimutes.

$AZ_{16} = 44^o\ 30'\ 05''$

$AZ_{65} = AZ_{16} - \alpha_6 \pm 180^o = 44^o\ 30'\ 05'' - 119^o\ 49'\ 49'',5 + 180^o$
$AZ_{65} = 104^o\ 40'\ 15'',5$

$AZ_{54} = AZ_{65} - \alpha_5 \pm 180^o = 104^o\ 40'\ 15'',5 - 73^o\ 12'\ 31'',5 + 180^o$
$AZ_{54} = 211^o\ 27'\ 44''$

$AZ_{43} = AZ_{54} - \alpha_4 \pm 180^o = 211^o\ 27'\ 44'' - 242^o\ 55'\ 27'',5 + 180^o$
$AZ_{43} = 148^o\ 32'\ 16'',5$

$AZ_{32} = AZ_{43} + \alpha_3 \pm 180^o = 148^o\ 32'\ 16'',5 - 63^o\ 25'\ 09'',5 + 180^o$
$AZ_{32} = 265^o\ 7'\ 7''$

$AZ_{21} = AZ_{32} + \alpha_2 \pm 180^o = 265^o\ 7'\ 7'' - 111^o\ 13'\ 20'',5 + 180^o$
$AZ_{21} = 333^o\ 53'\ 46'',5$

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{16} = D_{61} \times \cos AZ_{16} = 122,50 \times \cos 44^o\ 30'\ 05''$
$\Delta N_{16} = 87,37$ m.
$\Delta E_{16} = D_{61} \times \text{sen}\ AZ_{16} = 122,50 \times \text{sen}\ 44^o\ 30'\ 05''$
$\Delta E_{16} = 85,86$ m.

$\Delta N_{65} = D_{56} \times \cos AZ_{65} = 85,50 \times \cos 104^o\ 40'\ 15'',5$
$\Delta N_{65} = -21,65$ m.
$\Delta E_{65} = D_{56} \times \text{sen}\ AZ_{65} = 85,50 \times \text{sen}\ 104^o\ 40'\ 15'',5$
$\Delta E_{65} = 82,71$ m.

$\Delta N_{54} = D_{45} \times \cos AZ_{54} = 85{,}85 \times \cos 211^\circ\ 27'\ 44''$
$\Delta N_{54} = -73{,}23$ m.
$\Delta E_{54} = D_{45} \times \text{sen } AZ_{54} = 85{,}85 \times \text{sen } 211^\circ\ 27'\ 44''$
$\Delta E_{54} = -44{,}81$ m.

$\Delta N_{43} = D_{34} \times \cos AZ_{43} = 68{,}75 \times \cos 148^\circ\ 32'\ 16'',5$
$\Delta N_{43} = -58{,}64$ m.
$\Delta E_{43} = D_{34} \times \text{sen } AZ_{43} = 68{,}75 \times \text{sen } 148^\circ\ 32'\ 49'',5$
$\Delta E_{43} = 35{,}88$ m.

$\Delta N_{32} = D_{23} \times \cos AZ_{32} = 122 \times \cos 265^\circ\ 7'\ 7''$
$\Delta N_{32} = -10{,}38$ m.
$\Delta E_{32} = D_{23} \times \text{sen } AZ_{32} = 122 \times \text{sen } 265^\circ\ 7'\ 7''$
$\Delta E_{32} = -121{,}56$ m.

$\Delta N_{21} = D_{12} \times \cos AZ_{21} = 84{,}4 \times \cos 333^\circ\ 53'\ 46'',5$
$\Delta N_{21} = 75{,}79$ m.
$\Delta E_{21} = D_{12} \times \text{sen } AZ_{21} = 84{,}4 \times \text{sen } 333^\circ\ 53'\ 46'',5$
$\Delta E_{21} = -37{,}14$ m.

ΣΔN:	ΣΔE:
87,37	85,86
–21,65	82,71
–73,23	–44,81
–58,64	35,88
–10,38	–121,56
75,79	–37,14
Σ = –0,74	Σ = 0,94

El error en ΔN es de –0,74 m, por lo tanto su corrección total será +0,74 m.
El error en ΔE es de 0,94 m, por lo que su corrección total será de –0,94 m.

Calculo de las correcciones de las proyecciones.

La corrección lineal se realiza siguiendo la forma:
ΔN_i corregido = ΔN_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔN
ΔE_i corregido = ΔE_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔE

Longitud total = Σ lados = 569 m.

ΔN_{16} corregido = 87,37 + (122,5)/(569) × 0,74 = 87,53 m.
ΔN_{65} corregido = –21,65 + (85,5)/(569) × 0,74 = –21,54 m.
ΔN_{54} corregido = –73,23 + (85,85)/(569) × 0,74 = –73,12 m.
ΔN_{43} corregido = –58,64 + (68,75)/(569) × 0,74 = –58,55 m.
ΔN_{32} corregido = –10,38 + (122)/(569) × 0,74 = –10,22 m.
ΔN_{21} corregido = 75,79 + (84,4)/(569) × 0,74 = 75,90 m.

ΔE_{16} corregido = 85,86 + (122,5)/(569) × –0,94 = 85,66 m.
ΔE_{65} corregido = 82,71 + (85,5)/(569) × –0,94 = 82,57 m.
ΔE_{54} corregido = –44,81 + (85,85)/(569) × –0,94 = –44,95 m.
ΔE_{43} corregido = 35,88 + (68,75)/(569) × –0,94 = 35,77 m.
ΔE_{32} corregido = –121,56 + (122)/(569) × –0,94 = –121,76 m.
ΔE_{21} corregido = –37,14 + (84,4)/(569) × –0,94 = –37,28m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

$N_6 = N_1 + \Delta N_{16}$ = 1.000 + 87,53 = 1.087,53 m.
$E_6 = E_1 + \Delta E_{16}$ = 1.000 + 85,66 = 1.085,66 m.

$N_5 = N_6 + \Delta N_{65}$ = 1.087,53 + (–21,54) = 1.065,99 m.
$E_3 = E_6 + \Delta E_{65}$ = 1.085,66 + 82,57 = 1.168,23 m.

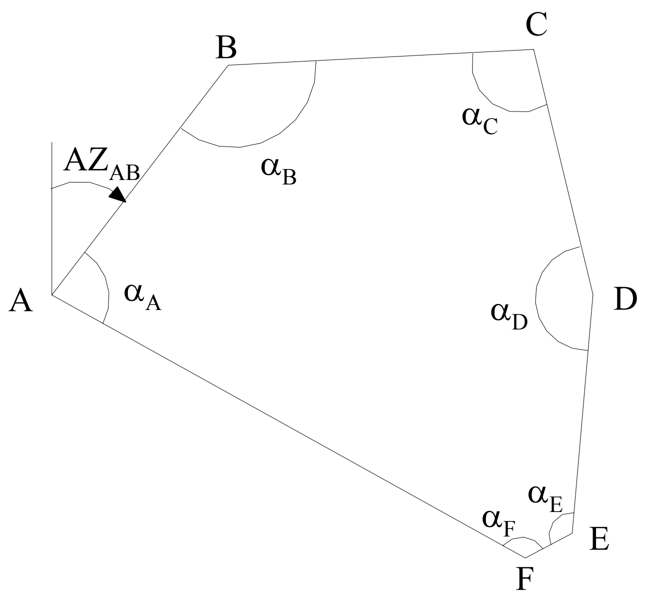
$N_4 = N_5 + \Delta N_{54}$ = 1.065,99 + (–73,12) = 992,87 m.
$E_4 = E_5 + \Delta E_{54}$ = 1.168,23 + (–44,95) = 1.123,28 m.

$N_3 = N_4 + \Delta N_{43}$ = 992,87 + (–58,55) = 934,32 m.
$E_3 = E_4 + \Delta E_{43}$ = 1.123,28 + 35,77 = 1.159,05 m.

$N_2 = N_5 + \Delta N_{32}$ = 934,32 + (–10,22) = 924,10 m.
$E_2 = E_5 + \Delta E_{32}$ = 1.159,05 + (–121,76) = 1.037,29 m.

$N_1 = N_2 + \Delta N_{21}$ = 924,10 + 75,90 = 1000,00 m.
$E_1 = E_2 + \Delta E_{21}$ = 1.037,29 + (–37,28) = 1000,01 m.

4.- Calcular la poligonal cerrada:



Datos:

AZ_{AB} = 38º 28'

α_A = 81º 48' 36"	D_{AB} = 216,775 m.
α_B = 130º 59' 48"	D_{BC} = 231,388 m.
α_C = 103º 32' 06"	D_{CD} = 198,646 m.
α_D = 152º 55' 29"	D_{DE} = 179,017 m.
α_E = 128º 27' 56"	D_{EF} = 39,969 m.
α_F = 122º 15' 47"	D_{FA} = 406,754 m.

Calculo de los ángulos internos.

Por definición, $\Sigma\alpha = (n - 2)\ 180º = (6 - 2)\ 180º = 720º$

Sumando los ángulos internos medidos tenemos:

α_A = 81º 48' 36"
α_B = 130º 59' 48"
α_C = 103º 32' 06"
α_D = 152º 55' 29"
α_E = 128º 27' 56"
α_F = 122º 15' 47"

$\Sigma\alpha$ = 719º 59' 42"

La diferencia de valor entre los ángulos medidos y el valor teórico es de -18”. La compensación total será en consecuencia de +18”.

La compensación para cada ángulo medido es: 18”/6 = 3”

Cálculo de las correcciones de los ángulos.

α_A = 81º 48’ 36” + 3” = 81º 48’ 39”
α_B = 130º 59’ 48” + 3” = 130º 59’ 51”
α_C = 103º 32’ 06” + 3” = 103º 32’ 09”
α_D = 152º 55’ 29” + 3” = 152º 55’ 32”
α_E = 128º 27’ 56” + 3” = 128º 27’ 59”
α_F = 122º 15’ 47” + 3” = 122º 15’ 50”

Cálculo de Azimutes.

AZ_{AB} = 38º 28’

$AZ_{BC} = AZ_{AB} + (180º - \alpha_B)$ = 38º 28’ + (180º - 130º 59’ 51”)
AZ_{BC} = 87º 28’ 09”

$AZ_{CD} = AZ_{BC} + (180º - \alpha_C)$ = 87º 28’ 09” + (180º - 103º 32’ 09”)
AZ_{CD} = 163º 56’

$AZ_{DE} = AZ_{CD} + (180º - \alpha_D)$ = 163º 56’ + (180º - 152º 55’ 32”)
AZ_{DE} = 191º 00’ 28”

$AZ_{EF} = AZ_{DE} + (180º - \alpha_E)$ = 191º 00’ 28”+ (180º - 128º 27’ 59”)
AZ_{EF} = 242º 32’ 29”

$AZ_{FA} = AZ_{EF} + (180º - \alpha_F)$ = 242º 32’ 29” + (180º - 122º 15’ 50”)
AZ_{FA} = 300º 16’ 39”

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{AB} = D_{AB} \times \cos AZ_{AB}$ = 216,775 × cos 38º 28’
ΔN_{AB} = 169,728 m.
$\Delta E_{AB} = D_{AB} \times \operatorname{sen} AZ_{AB}$ = 216,775 × sen 38º 28’
ΔE_{AB} = 134,847 m.

$\Delta N_{BC} = D_{BC} \times \cos AZ_{BC}$ = 231,366 × cos 87º 28’ 09”

$\Delta N_{BC} = 10{,}216$ m.
$\Delta E_{BC} = D_{BC} \times \text{sen } AZ_{BC} = 231{,}366 \times \text{sen } 87^{\circ}\ 28'\ 09''$
$\Delta E_{BC} = 231{,}140$ m.

$\Delta N_{CD} = D_{CD} \times \cos AZ_{CD} = 198{,}640 \times \cos 163^{\circ}\ 56'$
$\Delta N_{CD} = -190{,}881$ m.
$\Delta E_{CD} = D_{CD} \times \text{sen } AZ_{CD} = 198{,}640 \times \text{sen } 163^{\circ}\ 56'$
$\Delta E_{CD} = 54{,}975$ m.

$\Delta N_{DE} = D_{DE} \times \cos AZ_{DE} = 179{,}017 \times \cos 191^{\circ}\ 00'\ 28''$
$\Delta N_{DE} = -175{,}723$ m.
$\Delta E_{DE} = D_{DE} \times \text{sen } AZ_{DE} = 179{,}017 \times \text{sen } 191^{\circ}\ 00'\ 28''$
$\Delta E_{DE} = -34{,}182$ m.

$\Delta N_{EF} = D_{EF} \times \cos AZ_{EF} = 39{,}969 \times \cos 242^{\circ}\ 32'\ 29''$
$\Delta N_{EF} = -18{,}430$ m.
$\Delta E_{EF} = D_{EF} \times \text{sen } AZ_{EF} = 39{,}969 \times \text{sen } 242^{\circ}\ 32'\ 29''$
$\Delta E_{EF} = -35{,}466$ m.

$\Delta N_{FA} = D_{FA} \times \cos AZ_{FA} = 406{,}754 \times \cos 300^{\circ}\ 16'\ 39''$
$\Delta N_{FA} = 205{,}080$ m.
$\Delta E_{FA} = D_{FA} \times \text{sen } AZ_{FA} = 406{,}754 \times \text{sen } 300^{\circ}\ 16'\ 39''$
$\Delta E_{FA} = -351{,}270$ m.

$\Sigma\Delta N$:	$\Sigma\Delta E$:
169,728	134,847
10,216	231,140
-190,881	54,975
-175,723	-34,182
-18,430	-35,466
205,080	-134,847
-0,010 m.	0,044 m.

El error en ΔN es de –0,010 m, por lo tanto su corrección total será +0,010 m.
El error en ΔE es de 0,044 m, por lo que su corrección total será de -0,044 m.

Calculo de las correcciones de las proyecciones.
La corrección lineal se realiza siguiendo la forma:
ΔN_i corregido = ΔN_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔN
ΔE_i corregido = ΔE_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔE

Longitud total = Σ lados = 1.291,521 m.

ΔN_{AB} corregido = 169,728 + (216,775)/(1.291,521) × 0,010 = 169,364 m.
ΔN_{BC} corregido = 10,216+ (231,366)/(1.291,521) × 0,010 = 10,319 m.
ΔN_{CD} corregido = -190,881 + (198,640)/(1.291,521) × 0,010 = -190,841 m.
ΔN_{DE} corregido = -175,723 + (179,019)/(1.291,521) × 0,010 = -175,960 m.
ΔN_{EF} corregido = -18,430 + (39,969)/(1.291,521) × 0,010 = -18,244 m.
ΔN_{FA} corregido = 205,080 + (406,754)/(1.291,521) × 0,010 = 205,244 m.

ΔE_{AB} corregido = 134,847 + (216,775)/(1.291,521) × -0,044 = 134,139 m.
ΔE_{BC} corregido = 231,140 + (231,366)/(1.291,521) × -0,044 = 231,859 m.
ΔE_{CD} corregido = 54,975 + (198,640)/(1.291,521) × -0,044 = 54,128 m.
ΔE_{DE} corregido = -34,182 + (179,019)/(1.291,521) × -0,044 = 34,187 m.
ΔE_{EF} corregido = -35,466 + (39,969)/(1.291,521) × -0,044 = -35,034m.
ΔE_{FA} corregido = -134,847 + (406,754)/(1.291,521) × -0,044 = -134,034m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

$N_B = N_A + \Delta N_{AB}$ = 1000 + (-91,364) = 908,636 m.
$E_B = E_A + \Delta E_{AB}$ = 1000 + (-25,139) = 974,861 m.

$N_C = N_B + \Delta N_{BC}$ = 908,636 + 0,319 = 908,955 m.
$E_C = E_B + \Delta E_{BC}$ = 974,861 + 27,859 = 1002,72 m.

$N_D = N_C + \Delta N_{CD}$ = 908,955 + 33,841 = 942,796 m.
$E_D = E_C + \Delta E_{CD}$ = 1002,72 + 28,128 = 1030,848 m.

$N_E = N_D + \Delta N_{DE}$ = 942,796 + 32,960 = 975,756 m.
$E_E = E_D + \Delta E_{DE}$ = 1030,848 + 13,187 = 1044,035 m.
$N_F = N_E + \Delta N_{EF}$ = 942,796 + 32,960 = 975,756 m.
$E_F = E_E + \Delta E_{EF}$ = 1030,848 + 13,187 = 1044,035 m.

$N_A = N_F + \Delta N_{FA}$ = 975,756 + 24,244 = 1000,000 m.
$E_A = E_F + \Delta E_{FA}$ = 1044,035 + (-44,034) = 1000,001 m.

Resolución por sentido anti-horario:

Cálculo de Azimutes.

AZ_{AF} = 120º 16’ 39”

$AZ_{FE} = AZ_{AF} + \alpha_F \pm 180º = 120º\ 16'\ 39'' + 122º\ 15'\ 50'' - 180º$
$AZ_{FE} = 62º\ 32'\ 29''$

$AZ_{ED} = AZ_{FE} + \alpha_E \pm 180º = 62º\ 32'\ 29'' + 128º\ 27'\ 59'' - 180º$
$AZ_{ED} = 11º\ 00'\ 28''$

$AZ_{DC} = AZ_{ED} + \alpha_D \pm 180º = 11º\ 00'\ 28'' + 152º\ 55'\ 32'' + 180º$
$AZ_{DC} = 343º\ 56'\ 00''$

$AZ_{CB} = AZ_{DC} + \alpha_C \pm 180º = 343º\ 56'\ 00'' + 103º\ 32'\ 09'' + 180º$
$AZ_{CB} = 267º\ 28'\ 09''$

$AZ_{BA} = AZ_{CB} + \alpha_B \pm 180º = 267º\ 28'\ 09'' + 130º\ 59'\ 51'' + 180º$
$AZ_{BA} = 218º\ 28'\ 00''$

Verificación de cierre de azimut:
$AZ_{FA} = AZ_{EF} + (180º - \alpha_F) = 218º\ 28'\ 00'' + 81º\ 48'\ 39'' - 180º$
$AZ_{FA} = 120º\ 16'\ 39''$ Correcto.

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{AF} = D_{AF} \times \cos AZ_{AF} = 406{,}754 \times \cos 120º\ 16'\ 39''$
$\Delta N_{AF} = -205{,}080$ m.
$\Delta E_{AF} = D_{AF} \times \text{sen } AZ_{AF} = 406{,}754 \times \text{sen } 120º\ 16'\ 39''$
$\Delta E_{AF} = 351{,}270$ m.

$\Delta N_{FE} = D_{FE} \times \cos AZ_{FE} = 39{,}969 \times \cos 62º\ 32'\ 29''$
$\Delta N_{FE} = 18{,}430$ m.
$\Delta E_{FE} = D_{FE} \times \text{sen } AZ_{FE} = 39{,}969 \times \text{sen } 62º\ 32'\ 29''$
$\Delta E_{FE} = 35{,}466$ m.

$\Delta N_{ED} = D_{ED} \times \cos AZ_{ED} = 179{,}017 \times \cos 11º\ 00'\ 28''$
$\Delta N_{ED} = 175{,}723$ m.
$\Delta E_{ED} = D_{ED} \times \text{sen } AZ_{ED} = 179{,}017 \times \text{sen } 11º\ 00'\ 28''$
$\Delta E_{ED} = 34{,}182$ m.

$\Delta N_{DC} = D_{DC} \times \cos AZ_{DC} = 198{,}640 \times \cos 343º\ 56'\ 00''$
$\Delta N_{DC} = 190{,}881$ m.
$\Delta E_{DC} = D_{DC} \times \text{sen } AZ_{DC} = 198{,}640 \times \text{sen } 343º\ 56'\ 00''$
$\Delta E_{DC} = -54{,}975$ m.

$\Delta N_{CB} = D_{CB} \times \cos AZ_{CB} = 231{,}366 \times \cos 267^\circ\ 28'\ 09''$
$\Delta N_{CB} = -10{,}216$ m.
$\Delta E_{CB} = D_{CB} \times \text{sen } AZ_{CB} = 231{,}366 \times \text{sen } 267^\circ\ 28'\ 09''$
$\Delta E_{CB} = -231{,}140$ m.

$\Delta N_{BA} = D_{BA} \times \cos AZ_{BA} = 216{,}775 \times \cos 218^\circ\ 28'\ 00''$
$\Delta N_{BA} = -169{,}728$ m.
$\Delta E_{BA} = D_{BA} \times \text{sen } AZ_{BA} = 216{,}775 \times \text{sen } 218^\circ\ 28'\ 00''$
$\Delta E_{BA} = -134{,}847$ m.

$\Sigma\Delta N$:	$\Sigma\Delta E$:
-205,080	351,270
18,430	35,466
175,723	34,182
190,881	-54,975
-10,216	-231,140
-169,728	-134,847
0,010 m.	-0,044 m.

El error en ΔN es de 0,010 m, por lo tanto su corrección total será -0,010 m.
El error en ΔE es de -0,044 m, por lo que su corrección total será de 0,044 m.

Calculo de las correcciones de las proyecciones.
La corrección lineal se realiza siguiendo la forma:
ΔN_i corregido = ΔN_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔN
ΔE_i corregido = ΔE_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔE

Longitud total = Σ lados = 1.291,521 m.

ΔN_{AF} corregido = -205,080 + (406,754)/(1.291,521) × -0,010 = -205,244 m.
ΔN_{FE} corregido = 18,430 + (39,969)/(1.291,521) × -0,010 = -18,244 m.

ΔN_{ED} corregido = 175,723 + (198,640)/(1.291,521) × 0,010 = -190,841 m.
ΔN_{DC} corregido = 190,881 + (179,019)/(1.291,521) × 0,010 = -175,960 m.
ΔN_{CB} corregido = -10,216 + (39,969)/(1.291,521) × 0,010 = -18,244 m.
ΔN_{BA} corregido = -169,728 + (406,754)/(1.291,521) × 0,010 = 205,244 m.

ΔE_{AF} corregido = 134,847 + (216,775)/(1.291,521) × -0,044 = 134,139 m.
ΔE_{FE} corregido = 231,140 + (231,366)/(1.291,521) × -0,044 = 231,859 m.

ΔE_{ED} corregido = 54,975 + (198,640)/(1.291,521) × -0,044 = 54,128 m.
ΔE_{DC} corregido = -34,182 + (179,019)/(1.291,521) × -0,044 = 34,187 m.
ΔE_{CB} corregido = -35,466 + (39,969)/(1.291,521) × -0,044 = -35,034m.
ΔE_{BA} corregido = -134,847 + (406,754)/(1.291,521) × -0,044 = -134,034m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

$N_F = N_A + \Delta N_{AF}$ = 1000 + (-91,364) = 908,636 m.
$E_F = E_A + \Delta E_{AF}$ = 1000 + (-25,139) = 974,861 m.

$N_E = N_F + \Delta N_{FE}$ = 908,636 + 0,319 = 908,955 m.
$E_E = E_F + \Delta E_{FE}$ = 974,861 + 27,859 = 1002,72 m.

$N_D = N_F + \Delta N_{ED}$ = 908,955 + 33,841 = 942,796 m.
$E_D = E_F + \Delta E_{ED}$ = 1002,72 + 28,128 = 1030,848 m.

$N_C = N_D + \Delta N_{DC}$ = 942,796 + 32,960 = 975,756 m.
$E_C = E_D + \Delta E_{DC}$ = 1030,848 + 13,187 = 1044,035 m.

$N_B = N_C + \Delta N_{CB}$ = 942,796 + 32,960 = 975,756 m.
$E_B = E_C + \Delta E_{CB}$ = 1030,848 + 13,187 = 1044,035 m.

$N_A = N_B + \Delta N_{BA}$ = 975,756 + 24,244 = 1000,000 m.
$E_A = E_B + \Delta E_{BA}$ = 1044,035 + (-44,034) = 1000,001 m.

CALCULO DE POLIGONAL ABIERTA

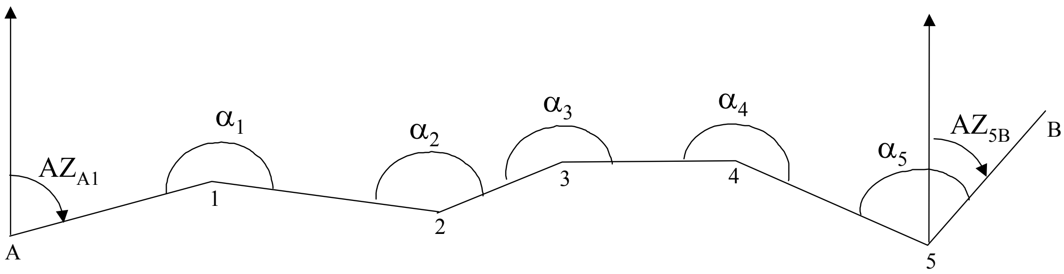
1.- Calcular la poligonal abierta

Datos:

AZ_{A1} = 75º 33' 55" (inicial) AZ_{5B} = 42º 37' 50" (final)

Coordenadas del punto 1: N = 23.097,26
E = 17.896,32

Coordenadas del punto 5: N = 23.075,68
E = 18.177,11



α_1 = 201º 36' 54" D12 = 87,45 m.
α_2 = 151º 52' 19" D23 = 55,40 m.
α_3 = 200º 56' 58" D34 = 68,10 m.
α_4 = 202º 11' 59" D45 = 79,92 m.
α_5 = 110º 25' 53"

Coordenadas del punto 1: N = 23.097,26
E = 17.896,32

Coordenadas del punto 5: N = 23.075,68
E = 18.177,11

Calculo del error angular.

Por definición, $\Sigma\alpha - (n) \times 180º - (AZ_{final} - AZ_{inicial})$ = error

Luego, 867º 4' 3" – 900º – (42º 37' 50" – 75º 33' 55") = 8"

La diferencia de valor entre los ángulos medidos y el valor teórico es de 8”. La compensación total será en consecuencia de – 8”.
La compensación para cada ángulo medido es: – 8” /5 = – 1”,6

Cálculo de las correcciones de los ángulos.

α_1 = 201º 36’ 54” – 1”,6 = 201º 36’ 52”,4
α_2 = 151º 52’ 19” – 1”,6 = 151º 52’ 17”,4
α_3 = 200º 56’ 58” – 1”,6 = 200º 56’ 56”,4
α_4 = 202º 11’ 59” – 1”,6 = 202º 11’ 57”,4
α_5 = 110º 25’ 53” – 1”,6 = 110º 25’ 51”,4

α_1 = 201º 36’ 52”,4
α_2 = 151º 52’ 17”,4
α_3 = 200º 56’ 56”,4
α_4 = 202º 11’ 57”,4
α_5 = 110º 25’ 51”,4

Cálculo de Azimutes.

Azimut inicial: AZ_{A1} = 75º 33’ 55”

$AZ_{12} = AZ_{A1} + \alpha_1 \pm 180º$ = 75º 33’ 55” + 201º 36’ 52”,4 - 180º
AZ_{12} = 97º 10’ 47”,4

$AZ_{23} = AZ_{12} + \alpha_2 \pm 180º$ = 97º 10’ 47”,4 + 151º 52’ 17”,4 - 180º
AZ_{23} = 69º 3’ 4”,8

$AZ_{34} = AZ_{23} + \alpha_3 \pm 180º$ = 69º 3’ 4”,8 + 200º 56’ 56”,4 - 180º
AZ_{34} = 90º 0’ 1”,2

$AZ_{45} = AZ_{34} + \alpha_4 \pm 180º$ = 90º 0’ 1”,2 + 202º 11’ 57”,4 - 180º
AZ_{45} = 112º 11’ 58”,6

Verificación de cierre de azimut:
$AZ_{5A} = AZ_{45} + \alpha_5 \pm 180º$ = 112º 11’ 58”,6 + 110º 25’ 51”,4 - 180º
AZ_{5A} = 42º 37’ 50” correcto.

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{12} = D_{12} \times \cos AZ_{12}$ = 87,45 × cos 97º 10’ 47”,4

ΔN_{12} = -10,9299 m.
$\Delta E_{12} = D_{12} \times \text{sen } AZ_{12}$ = 87,45 × sen 97º 10’ 47”,4
ΔE_{12} = 86,7643 m.

$\Delta N_{23} = D_{23} \times \cos AZ_{23}$ = 55,40 × cos 69º 3’ 4”,8
ΔN_{23} = 19,8072 m.
$\Delta E_{23} = D_{23} \times \text{sen } AZ_{23}$ = 55,40 × sen 69º 3’ 4”,8
ΔE_{23} = 51,7381 m.

$\Delta N_{34} = D_{34} \times \cos AZ_{34}$ = 68,10 × cos 90º 0’ 1”,2
ΔN_{34} = - 0,0004 m.
$\Delta E_{34} = D_{34} \times \text{sen } AZ_{34}$ = 68,10 × sen 90º 0’ 1”,2
ΔE_{34} = 68,1000 m.

$\Delta N_{45} = D_{45} \times \cos AZ_{45}$ = 79,92 × cos 112º 11’ 58”,6
ΔN_{45} = -30,1965 m.
$\Delta E_{45} = D_{45} \times \text{sen } AZ_{45}$ = 79,92 × sen 112º 11’ 58”,6
ΔE_{45} = 73,9958 m.

ΣΔN:	ΣΔE:
-10,9299	86,7643
19,8072	51,7381
- 0,0004	68,1000
-30,1965	73,9958
-21,32 m.	280,60 m.

La diferencia en norte es NB – NA = 23.075,68 – 23.097,26 = – 21,58 m.
La diferencia en este es EB – EA = 18.177,11 – 17.896,32 = 280,79 m.

El error en ΔN es de (–21.32 – (–21.58)) = 0,27 m, por lo tanto su corrección total será de – 0,27 m.
El error en ΔE es de (280,60 – (280,79)) = – 0,19 m, por lo que su corrección total será de + 0,19 m.

Calculo de las correcciones de las proyecciones.
La corrección lineal se realiza siguiendo la forma:
ΔN_i corregido = ΔN_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔN
ΔE_i corregido = ΔE_i + (longitud del lado)/(longitud total) × corrección total ΔE

Longitud total = Σ lados = 290,87 m.

ΔN_{12} corregido = -10,9299 + (87,45)/(290,87) × – 0,27 = –11,01 m.
ΔN_{23} corregido = 19,8072 + (55,40)/(290,87) × – 0,27 = 19,76 m.
ΔN_{34} corregido = - 0,0004 + (68,10)/(290,87) × – 0,27 = – 0,06 m.
ΔN_{45} corregido = -30,1965 + (79,92)/(290,87) × – 0,27 = – 30,27 m.

ΔE_{12} corregido = 87,7643 + (87,45)/(290,87) × 0,19 = 86,82 m.
ΔE_{23} corregido = 51,7381 + (55,40)/(290,87) × 0,19 = 51,77 m.
ΔE_{34} corregido = 68,1000 + (68,10)/(290,87) × 0,19 = 68,14 m.
ΔE_{45} corregido = 73,9958 + (79,92)/(290,87) × 0,19 = 74,05 m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

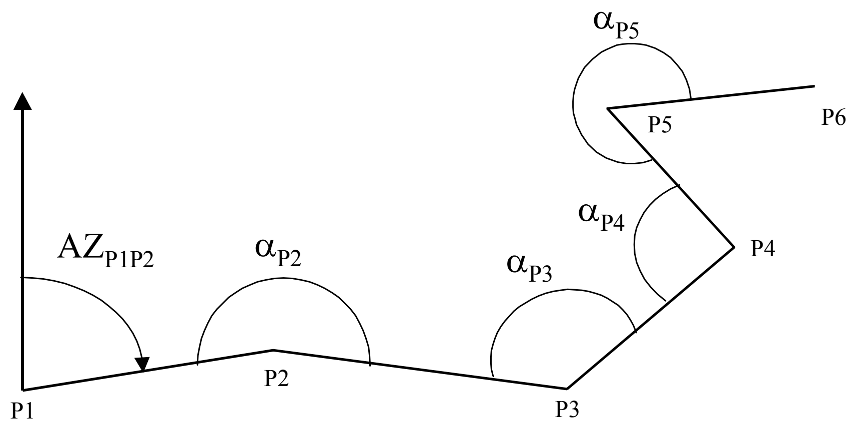
$N_2 = N_1 + \Delta N_{12}$ = 23.097,26 + (–11,01) = 23.086,25 m.
$E_2 = E_1 + \Delta E_{12}$ = 17.896,32 + 86,82 = 17.983,14 m.

$N_3 = N_2 + \Delta N_{23}$ = 23.086,25 + 19,76 = 23.106.01 m.
$E_3 = E_2 + \Delta E_{23}$ = 17.983,49 + 51,77 = 18.034,91 m.

$N_4 = N_3 + \Delta N_{34}$ = 23.106.01 + (– 0,06) = 23.105,95 m.
$E_4 = E_3 + \Delta E_{34}$ = 18.035,17 + 68,14 = 18.103,05 m.

$N_5 = N_4 + \Delta N_{45}$ = 23.105,95 + (– 30,27) = 23.075,68 m.
$E_5 = E_4 + \Delta E_{45}$ = 18.103,20 + 74,05 = 18.177,11 m.

Calcular la poligonal abierta



$AZ_{P1P2} = 80°,4809$ $D_{P1P2} = 137,26$ m.
$\alpha_{P2} = 197°,3057$ $D_{P2P3} = 158,38$ m.
$\alpha_{P3} = 131°,7210$ $D_{P3P4} = 118,98$ m.
$\alpha_{P4} = 88°,0434$ $D_{P4P5} = 112,24$ m.
$\alpha_{P5} = 306°,3054$ $D_{P5P6} = 100,76$ m.

Nota: obsérvese que los ángulos vienen expresados en sistema sexadecimal. El valor del primer decimal de α_{P3} (7), por ser mayor de 6, es indicativo del sistema en el que se expresan los grados.

Cálculo de Azimutes.

Azimut inicial: $AZ_{P1P2} = 80°,4809$
$AZ_{P2P3} = AZ_{P1P2} + \alpha_{P2} \pm 180° = 80°,4809 + 197°,3057 - 180°$
$AZ_{P2P3} = 97°,7866$

$AZ_{P3P4} = AZ_{P2P3} + \alpha_{P3} \pm 180° = 97°,7866 + 131°,7210 - 180°$
$AZ_{P3P4} = 49°,5076$

$AZ_{P4P5} = AZ_{P3P4} + \alpha_{P4} \pm 180° = 49°,5076 + 88°,0434 + 180°$
$AZ_{P4P5} = 317°,5510$

$AZ_{P5P6} = AZ_{P4P5} + \alpha_{P5} \pm 180° = 317°,5510 + 306°,3054 - 360° - 180°$
$AZ_{P5P6} = 83°,8564$

Nota: obsérvese que la suma del azimut AZ_{P4P5} con da la cantidad de 623º,8564; a este valor debe entonces restársele 360° y al comparar el resultado de la resta (263°,8564) con 180°, se ve que hay que restarle 180°.

Calculo de las proyecciones.

$\Delta N_{P1P2} = D_{P1P2} \times \cos AZ_{P1P2} = 137,26 \times \cos 80°,4809$
$\Delta N_{P1P2} = 22,70$ m.
$\Delta E_{P1P2} = D_{P1P2} \times \text{sen } AZ_{P1P2} = 137,26 \times \text{sen } 80°,4809$
$\Delta E_{P1P2} = 135,37$ m.

$\Delta N_{P2P3} = D_{P2P3} \times \cos AZ_{P2P3} = 158,38 \times \cos 97°,7866$
$\Delta N_{P2P3} = -21,46$ m.
$\Delta E_{P2P3} = D_{P2P3} \times \text{sen } AZ_{P2P3} = 158,38 \times \text{sen } 97°,7866$
$\Delta E_{P2P3} = 156,92$ m.

$\Delta N_{P3P4} = D_{P3P4} \times \cos AZ_{P3P4} = 118{,}98 \times \cos 49^o{,}5076$
$\Delta N_{P3P4} = 77{,}26$ m.
$\Delta E_{P3P4} = D_{P3P4} \times \text{sen } AZ_{P3P4} = 118{,}98 \times \text{sen } 49^o{,}5076$
$\Delta E_{P3P4} = 90{,}48$ m.

$\Delta N_{P4P5} = D_{P4P5} \times \cos AZ_{P4P5} = 112{,}24 \times \cos 317^o{,}5510$
$\Delta N_{P4P5} = 82{,}82$ m.
$\Delta E_{P4P5} = D_{P4P5} \times \text{sen } AZ_{P4P5} = 112{,}24 \times \text{sen } 317^o{,}5510$
$\Delta E_{P4P5} = -75{,}75$ m.

$\Delta N_{P5P6} = D_{P5P6} \times \cos AZ_{P5P6} = 100{,}76 \times \cos 83^o{,}8564$
$\Delta N_{P5P6} = 10{,}78$ m.
$\Delta E_{P5P6} = D_{P5P6} \times \text{sen } AZ_{P5P6} = 100{,}76 \times \text{sen } 83^o{,}8564$
$\Delta E_{P5P6} = 100{,}18$ m.

Calculo de las coordenadas de los puntos.

$N_{P2} = N_{P1} + \Delta N_{P1P2} = 1.000 + 22{,}70 = 1.022{,}70$ m.
$E_{P2} = E_{P1} + \Delta E_{P1P2} = 1.000 + 135{,}37 = 1.135{,}37$ m.

$N_{P3} = N_{P2} + \Delta N_{P2P3} = 1.022{,}70 + (-21{,}46) = 1.001{,}24$ m.
$E_{P3} = E_{P2} + \Delta E_{P2P3} = 1.135{,}37 + 158{,}38 = 1.292{,}29$ m.

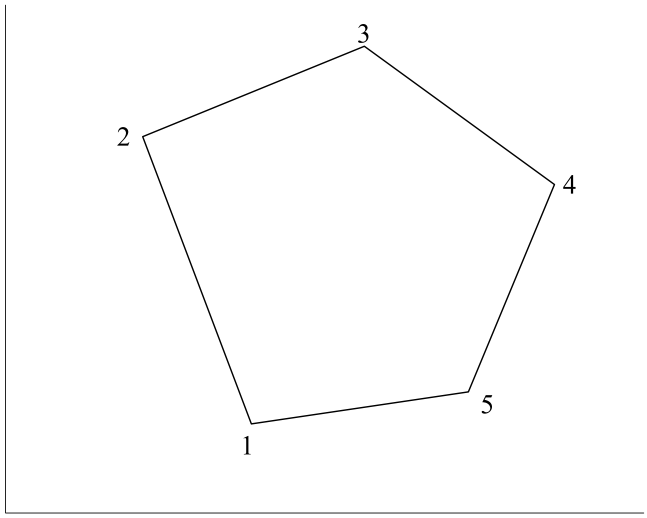
$N_{P4} = N_{P3} + \Delta N_{P3P4} = 1.001{,}24 + 77{,}26 = 1.078{,}50$ m.
$E_{P4} = E_{P3} + \Delta E_{P3P4} = 1.292{,}29 + 90{,}48 = 1.382{,}77$ m.

$N_{P5} = N_{P4} + \Delta N_{P4P5} = 1.078{,}50 + 82{,}82 = 1.161{,}32$ m.
$E_{P5} = E_{P4} + \Delta E_{P4P5} = 1.382{,}77 + (-75{,}75) = 1.307{,}02$ m.

$N_{P6} = N_{P5} + \Delta N_{P5P6} = 1.161{,}32 + 100{,}18 = 1.172{,}10$ m.
$E_{P6} = E_{P5} + \Delta E_{P5P6} = 1.307{,}02 + 10{,}78 = 1.407{,}20$ m.

CALCULO DE AREAS

1.- Calcular el area de la siguiente figura, dadas sus coordenadas:



PUNTO	NORTE (Y)	ESTE (X)
1	211	206
2	320	170
3	352	243
4	301	304
5	223	276

1a.- por el uso directo de la formula:

$$2A = \sum_{i=1}^{i=n} Y_i (X_{i+1} - X_{i-1})$$

2A = 211(170 – 276) + 320(243 – 206) + 352(304 – 170) + 301(276 – 243)
+ 223(206 – 304)

2A = -22.366 + 11.840 + 47.168 + 9.933 – 21.854

2A = 24.721 m^2 Resultado: A = 12.360,5 m^2

1b.- Por el método gráfico:

NORTE	ESTE
211	- 206
	+
320	170
352	243
301	304
223	276
211	206

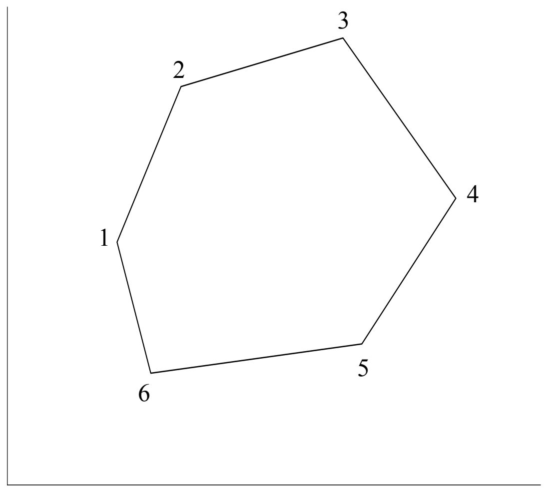
$$2A = 211 \times 170 + 320 \times 243 + 352 \times 304 + 301 \times 276 + 223 \times 206$$
$$- 211 \times 276 - 223 \times 304 - 301 \times 243 - 352 \times 170 - 320 \times 206$$

$$2A = 35.870 + 77.760 + 107.008 + 83.076 + 45.938$$
$$- 58.236 + 67.792 - 73.143 - 59.840 - 65.920$$

$2A = 24.721\ m^2$

Resultado: $A = 12.360{,}5\ m^2$

2.- Calcular el area de la siguiente figura, dadas sus coordenadas:



PUNTO	NORTE (Y)	ESTE (X)
1	1114	1052
2	1173	1090
3	1192	1184
4	1131	1248
5	1075	1193
6	1064	1073

1a.- por el uso directo de la formula:

2A = 1114(1090 – 1073) + 1173(1184 – 1052) + 1192(1248 – 1090) + 1131(1193 – 1184) + 1075(1073 – 1248) + 1064(1052 – 1193)

2A = 18.938 + 154.836 + 188.336 + 10.179 – 188.125 – 150.024

2A = 34.140 m^2 Resultado: A = 17.070 m^2

1b.- Por el metodo grafico:

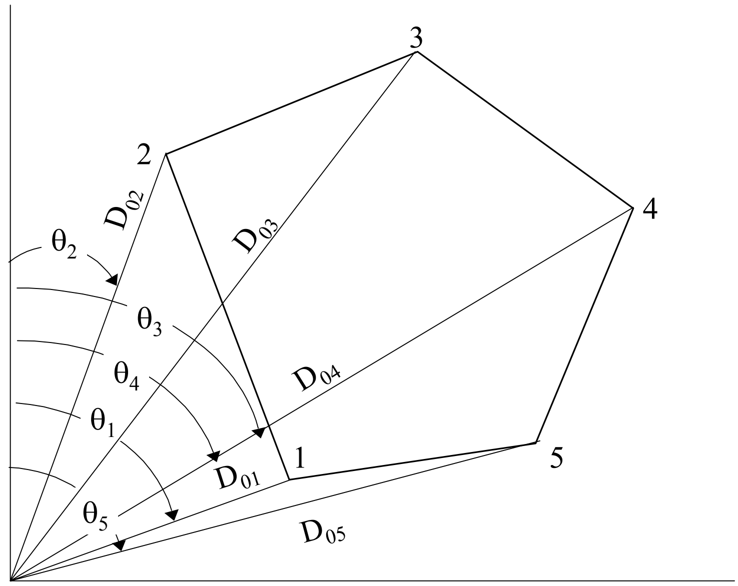
NORTE	ESTE
1114	- 1052
	+
1173	1090
1192	1184
1131	1248
1075	1193
1064	1073
1114	1052

2A = 1114 × 1090 + 1173 × 1184 + 1192 × 1248 + 1131 × 1193 + 1075 × 1073 + 1064 × 1052 – 1114 × 1073 – 1064 × 1193 – 1075 × 1248 – 1131 × 1184 – 1192 × 1090 – 1173 × 1052

2A = 1.214.260 + 1.388.832 + 1.487.616 + 1.349.283 + 1.153.475 + 1.119.328 – 1.195.322 – 1.269.352 – 1.341.600 – 1.339.104 – 1.299.280 – 1.233.996

2A = 34.140 m^2 Resultado: A = 17.070 m^2

3.- Calcular el area de la siguiente figura, dadas sus coordenadas por polo externo:



Datos:

D_{01} = 294,88 m θ_{01} = 44º,3130
D_{02} = 362,35 m θ_{02} = 27º,9795
D_{03} = 427,73 m θ_{03} = 34º,6189
D_{04} = 427,80 m θ_{04} = 45º,2841
D_{05} = 354,83 m. θ_{05} = 51º,0628

$$2A = \sum_{i=1}^{i=n} D_i D_{i+1} \times \mathrm{sen}(\theta_{i+1} - \theta_i)$$

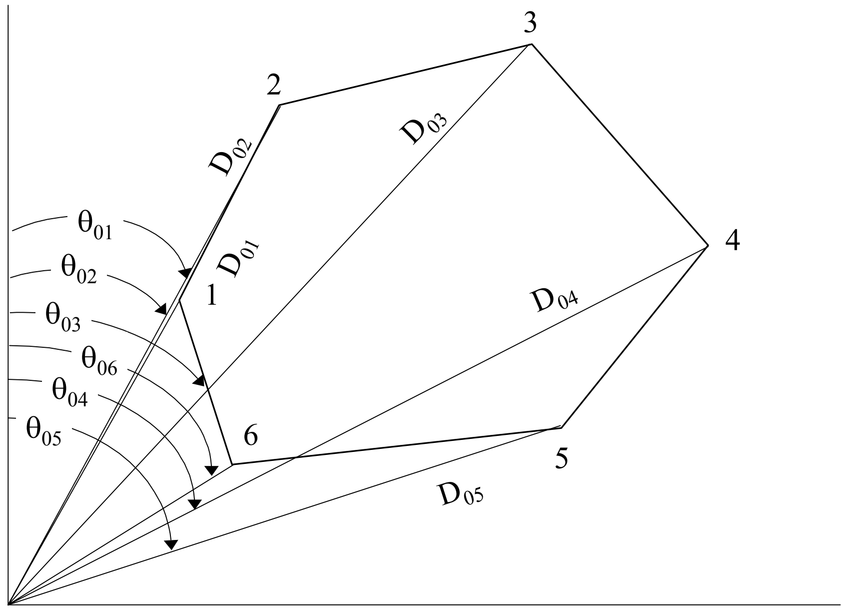
Se utiliza directamente la fórmula:

Resolviendo:

2A = 30.049,13 + (-17.919,74) + (-33.864,60) + (-15.283,83) + 12.297,84

A = 12.360,6 m^2

4.- Calcular el area de la siguiente figura, dadas sus coordenadas por polo externo:



Datos:

D_{01} = 1.532,22 m θ_{01} = 43º,3604
D_{02} = 1.601,26 m θ_{02} = 42º,8995
D_{03} = 1.680,10 m θ_{03} = 44º,8071
D_{04} = 1.684,24 m θ_{04} = 47º,8156
D_{05} = 1.605,89 m. θ_{05} = 47º,9783
D_{06} = 1.511,10 m. θ_{05} = 45º,2413

Se utiliza directamente la fórmula:

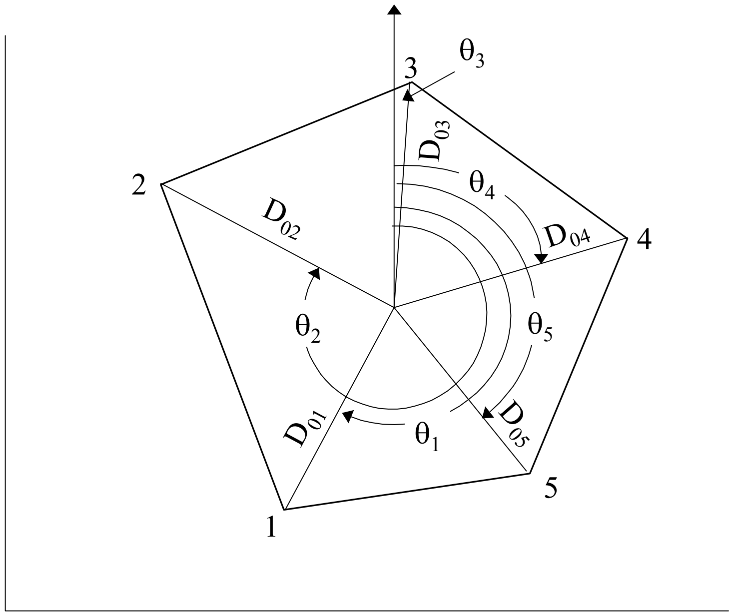
$$2A = \sum_{i=1}^{i=n} D_i D_{i+1} \times \operatorname{sen}(\theta_{i+1} - \theta_i)$$

Resolviendo:

2A = 19.736,15 + (-89.553,27) + (-148.513,83) + (-7.680,40) + 115.876,66 + 75.994,02

A = 17.065,08 m^2

5.- Calcular el area de la siguiente figura, dadas sus coordenadas por polo interno:



Datos:

$D_{01} = 75{,}15$ m $\theta_{01} = 205^o{,}2011$
$D_{02} = 79{,}40$ m $\theta_{02} = 301^o{,}0875$
$D_{03} = 73{,}17$ m $\theta_{03} = 3^o{,}9182$
$D_{04} = 69{,}57$ m $\theta_{04} = 71^o{,}5651$
$D_{05} = 67{,}68$ m. $\theta_{05} = 145^o{,}8403$

Se utiliza directamente la fórmula:

$$2A = \sum_{i=1}^{i=n} D_i D_{i+1} \times \mathrm{sen}(\theta_{i+1} - \theta_i)$$

En este caso, tomamos el valor absoluto de cada resultado parcial, debido a que el sentido en que se toman los ángulos afecta el signo.

Resolviendo:

$2A = 5.935{,}45 + 5.168{,}66 + 4.707{,}93 + 4.532{,}28 + 4.376{,}09$

$A = 12.360{,}21\ m^2$

NIVELACION GEOMETRICA

OBM = 49,872 m.
TBM = 48,719 m.
Cota calculada de TBM = 48,710 m.
Error de cierre = cota calculada – cota real = 48,710 – 48,719 = -0,009 m.
Corrección total = 0,009 m.
Corrección parcial por estación = (corrección total)/(número de estaciones) = 0,003 m.
Corrección en I_1 = 0,003 m.
Corrección en I_2 = 0,006 m.
Corrección en I_3 = 0,009 m.

ESTACION	Punto Visad	Lectura atrás	Lectura ad.	Cota calc.	Cota corr.
I_1	OBM	2,191		49,872	49,872
	A	2,507		49,556	49,559
	B		2,325	49,738	49,741
	C		1,496	50,567	50,570
I_2	C	3,019			
	D		2,513	51,073	51,079
	E		2,811	50,775	50,781
I_3	E	1,752			
	TBM		3,817	48,710	48,719

Ejemplo 3:

En base a los siguientes datos calcular:

1- Altura de los puntos A, B, C, D, E, F, G.

2- Altura de las estaciones E1, E2, E3.

3- Calculo del error y su compensación

4- Altura compensada de los puntos A, B, C, D, E, F, G.

5- Altura compensada de las estaciones E1, E2, E3.

Estación	Punto Visado	Lectura Atrás	Lectura Adelante
E1 he = 1,57	P1	0,94	
	A		1,37
	B		2,54
E2 he = 1,62	B	1,23	
	C	1,05	
	D		1,15
	E		1,07
E3	E	1,27	

he = 1,47	F	1,12	
	G		0,47
	P2		0,38

Cota P1 = 1024 m.

Cota P2 = 1023,57 m.

RESOLUCION

Estación	Punto Visado	Lectura Atrás	Lectura Adelante	Cota Calculada	Cota corregida
E1 he = 1,57	P1	0,94		1.024	1.024
	A		1,37	1.023,57	1.023,61
	B		2,54	1.022,40	1.022,44
E2 he = 1,62	B	1,23		1.022,40	1.022,44
	C	1,05		1.022,58	1.022,66
	D		1,15	1.022,48	1.022,56
	E		1,07	1.022,56	1.022,64
E3 he = 1,47	E	1,27		1.022,56	1.022,64
	F	1,12		1.022,71	1.022,83
	G		0,47	1.023,36	1.023,48
	P2		0,38	1.023,45	1.023,57
		Σ = 3,44	Σ = 3,99		

Cálculo de la cota P2

Δh_{P1P2} = Σ(lectura atrás) - Σ(lectura adelante)

Δh_{P1P2} = 3,44 – 3,99 = -0,55 m.

Cota calculada de P2 = cota P1 + Δh_{P1P2} = 1024 – 0,55 = 1.023,45 m.

Ahora bien, la cota real de P2 vale: 1024,74 m.

Error = cota calculada – cota real

Error = 1023,45 – 1023,57 = -0,12 m.

Corrección total = +0,12 m.

Corrección parcial E1 = 0,04 m.
Corrección parcial E2 = 0,08 m.
Corrección parcial E3 = 0,12 m.

Cálculo de la cota de los puntos

Estación E1

Cota de A = cota P1 + Δh_{P1A}

Cota de A = cota P1 + (0,94 – 1,37) = 1024 – 0,43 = **1023,57 m.**

Cota de B = cota A + Δh_{AB}

Cota de B = **cota A + (1,37 – 2,54) = 1023,57 – 1,17 =** 1022,40 m.

O también:

Cota de B = cota P1 + Δh_{P1B}

Cota de B = **cota P1 + (0,94 – 2,54) = 1024,00 – 1,60 =** 1022,40 m.

Estación E2

Cota de C = cota B + Δh_{BC}

Cota de C = **cota B + (1,23 – 1,05) = 1022,40 + 0,18 =** 1022,58 m.

Cota de D = cota B + Δh_{BD}

Cota de D = **cota B + (1,23 – 1,15) = 1022,40 + 0,08 =** 1022,48 m.

O también:

Cota de D = cota C + Δh_{CD}

Cota de D = **cota C + (1,05 – 1,15) = 1022,58 – 0,10 =** 1022,48 m.

Cota de E = cota B + Δh_{BE}

Cota de E = **cota B + (1,23 – 1,07) = 1022,40 – 0,16 =** 1022,56 m.

O también:

Cota de E = cota D + Δh_{DE}

Cota de E = **cota D + (1,15 – 1,07) = 1022,48 – 0,10 =** 1022,56 m.

Estación E3

$$\text{Cota de F} = \text{cota E} + \Delta h_{EF}$$

Cota de F = **cota E + (1,27 – 1,12) = 1022,56 + 0,15 =** 1022,71 m.

$$\text{Cota de G} = \text{cota F} + \Delta h_{FG}$$

Cota de G = **cota F + (1,12 – 0,47) = 1022,71 + 0,65 =** 1023,36 m.

O también:

$$\text{Cota de G} = \text{cota E} + \Delta h_{EG}$$

Cota de G = **cota E + (1,27 – 0,47) = 1022,56 + 0,80 =** 1023,36 m.

Comprobación de la cota calculada de P2:

$$\text{Cota de P2} = \text{cota E} + \Delta h_{EP2}$$

Cota de P2 = **cota E + (1,27 – 0,38) = 1022,56 + 0,89 =** 1023,45 m.

O también:

$$\text{Cota de P2} = \text{cota G} + \Delta h_{GP2}$$

Cota de P2 = **cota G + (0,47 – 0,38) = 1023,36 + 0,09 =** 1023,45 m.

Calculo de las cotas de las estaciones:

$$\text{Cota de E1} = \text{cota P1} + \text{lm(P1)} - he_1$$

Cota de E1 = **1024 + 0,94 – 1,57 =** 1023,37 m.

$$\text{Cota de E2} = \text{cota B} + \text{lm(B)} - he_2$$

Cota de E2 = **1022,40 + 1,23 – 1,62 =** 1022,01 m.

$$\text{Cota de E3} = \text{cota E} + \text{lm(E)} - he_3$$

Cota de E3 = **1022,56 + 1,27 – 1,47 =** 1022,36 m.

Cota de E1 corregida = 1023,37 + 0,04 = 1023,41 m.

Cota de E2 corregida = 1022,01 + 0,08 = 1022,09 m.

Cota de E3 corregida = 1022,36 + 0,12 = 1022,48 m.

AJUSTE EN UNA NIVELACION CERRADA

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

	Distancia (m)	Cota	Corrección
B0	-	A0	-
B1	320	A1	C_1
B2	850	A2	C_2
B0	1.170	A0 + e	C_3

Distancia total = 2.340 m.

$$\text{Corrección parcial} = \frac{\text{Distancia parcial}}{\text{Distancia total}}$$

$$C_1 = \frac{320 \times e}{2.340}$$

$$C_2 = \frac{(320 + 850) \times e}{2.340}$$

$$C_2 = \frac{(320 + 850 + 1.170) \times e}{2.340}$$

jemplo de taquimetría:

ESTACION	PUNTO VISADO	Angulo Horizontal (θ)	Angulo Cenital (φ)	h_S	h_M	h_I
E1 h = 1,57	1	50°	85°	3,02	2,47	1,82
	2	55°	82°	2,27	1,23	0,92
	3	42°	87°	2,74	1,45	1,10
	4	60°	80°	2,45	2,20	1,21
	B	45°	81°	2,92	1,50	1,03
B h = 1,62	11	270°	84°	3,07	2,38	1,91
	12	290°	86°	2,94	2,12	1,87
	13	30°	82°	2,61	1,38	1,00
	14	60°	79°	2,53	1,26	0,89

XE1 = 1000 m.
YE1 = 1000 m.
ZE1 = 100 m.
K = 100.

ESTACION	PUNTO VISADO	H $h_S - h_I$	Angulo α $\alpha = 90º - \varphi$	Distancia	ΔX	ΔY	h_M	ΔZ
A h = 1,57	1	1,20	5°	119,09	91,23	76,55		
	2	1,35	7°	132,39				
	3	1,64	3°	163,55				
	4	1,24	10°	120,26				
	B	1,89	9°	184,37				
B h = 1,58	11	1,16	6°	114,73				
	12	1,07	4°	106,48				
	13	1,61	8°	157,88				
	14	1,64	11°	158,03				

Coordenadas de los puntos:

PUNTO	X	Y	Z
A			
1			
2			
3			
4			

B			
11			
12			
13			
14			

ESTACION	PUNTO VISADO	ANGULO HORIZONTAL	ANGULO CENITAL	h_S	h_M	h_I
E1 h = 1,57	E2	47º 20’ 12”	80º 21’ 42”	2,059	1,60	1,141
	1	58º 12’ 15”	83º 47’ 13”	1,890	1,481	1,072
	2	57º 05’ 28”	83º 07’ 47”	1,915	1,546	1,177
	3	63º 17’ 48”	82º 52’ 15”	1,852	1,441	1,030
E2 h = 1,58	E1	227º 20’ 12”	99º 10’ 55”	2,737	2,280	1,822
	E3	22º 58’ 32”	83ª 33’ 00”	2,448	1,940	1,433
	4	278º 33’ 01”	87º 22’ 31”	1,995	1,561	1,127
	5	246º 31’ 27”	92º 30’ 11”	2,227	1,786	1,345
E3 h = 1,60	E2	202º 58’ 32”	95º 34’ 41”	3,288	2,782	2,276
	6	178º 12’ 34”	91º 43’ 58”	2,341	1,937	1,533
	7	210º 15’ 43”	93º 12’ 12”	2,224	1,775	1,326

XE1 = 1000 m.
YE1 = 1000 m.
ZE1 = 100 m.
K = 100.

Resolución:

ESTACION	PUNTO VISADO	H $h_S - h_I$	Angulo α $\alpha = 90º - \varphi$	Distancia	ΔX	ΔY	h_M	ΔZ
E1 h = 1,57	E2	0,918	9º 38’ 18”	89,23	65,62	60,47	1,60	60,47
	1	0,818	6º 12’ 47”	80,84	68,71	42,59	1,481	42,59
	2	0,738	6º 52’ 13”	72,74	61,07	39,52	1,546	39,52
	3	0,822	7º 07’ 45”	80,93	72,30	36,37	1,441	36,37
E2 h = 1,58	E1	0,915	-9º 10’ 55”	89,17	-65,57	-60,43	2,280	-60,43
	E3	1,015	6º 27’ 00”	100,22	39,12	92,27	1,940	92,27
	4	0,868	2º 37’ 29”	86,62	-85,66	12,89	1,561	12,89
	5	0,882	-2º 30’ 11”	88,03	-80,74	-35,07	1,786	-35,07
E3 h = 1,60	E2	1,012	-5º 34’ 41”	100,24	-39,12	-92,29	2,782	-92,29
	6	0,808	-1º 43’ 58”	80,73	2,52	-80,69	1,937	-80,69
	7	0,898	-3º 12’ 12”	89,52	-45,11	-77,32	1,775	-77,32

Coordenadas de los puntos:

PUNTO	X	Y	Z
E1	1000	1000	100
1	1068,71	1042,59	108,89
2	1061,07	1039,52	108,80
3	1072,30	1036,37	110,25
E2	1065,62	1060,47	115,12
4	979,96	1073,36	117,76
5	984,88	1025,40	112,41
E3	1104,74	1152,74	126,09
6	1107,26	1072,05	126,31
7	1059,63	11075,42	120,90

Los puntos visados a partir de E1 se calculan de la forma:

$X_i = XE1 + \Delta X_i$ $Y_i = YE1 + \Delta Y_i$ $Z_i = ZE1 + \Delta Z_i$

Los puntos visados a partir de E2 se calculan de la forma:

$X_i = XE2 + \Delta X_i$ $Y_i = YE2 + \Delta Y_i$ $Z_i = ZE2 + \Delta Z_i$

Donde:

$XE2 = XE1 + \Delta X_{E1E2}$ $YE2 = YE1 + \Delta Y_{E1E2}$ $ZE2 = ZE1 + \Delta Z_{E1E2}$

Los puntos visados a partir de E3 se calculan de la forma:

$X_i = XE3 + \Delta X_i$ $Y_i = YE3 + \Delta Y_i$ $Z_i = ZE3 + \Delta Z_i$

Donde:

$XE3 = XE2 + \Delta X_{E2E3}$ $YE3 = YE2 + \Delta Y_{E2E3}$ $ZE3 = ZE2 + \Delta Z_{E2E3}$

Ejemplo de enlace mixto:

ESTACION	PUNTO VISADO	ANGULO HORIZONTAL	ANGULO CENITAL	h_S	h_M	h_I
E1 H = 1,60	11	75º 28’ 42”	81º 12’ 05”	3,247	2,334	1,421
	E2	89º 12’ 11”	-	-	-	-
E2 H = 1,68	11	283º 01’ 25”	51º 25’ 45”	2,826	1,941	1,056
	E1	269º 12’ 11”	-	-	-	-

Puntos E1- 11:

$\alpha = 90 - 81^o\ 12'\ 05'' = 8^o\ 47'\ 55''$ $H = h_S - h_I = 1{,}826$
$D = Khtan^2\alpha = 178{,}328$ m.

$\Delta X = Dsen\Theta$ $\Delta Y = Dcos\Theta$ $\Delta Z = D\ tan\alpha + hE1 - h_M = Dctg\alpha + hE1 - h_M$

$\Delta X = 172{,}631$ m. $\Delta Y = 44{,}715$ m. $\Delta Z = 26{,}868$ m.

Puntos E2-11:

$\alpha = 90^o - 51^o\ 25'\ 45'' = 38^o\ 34'\ 15''$ $H = h_S - h_I = 1{,}770$

$D = KHcos^2\alpha = \quad = 108{,}195$ m.

$\Delta X = Dsen\Theta$ $\Delta Y = Dcos\Theta$ $\Delta Z = D\ tan\alpha + hE1 - h_M = Dctg\alpha + hE1 - h_M$

$\Delta X = -105{,}412$ m. $\Delta Y = 24{,}382$ m. $\Delta Z = 65{,}675$ m.

Tenemos entonces:
$\Delta X = \Delta X + \Delta X = 172{,}631 -(-105{,}412) = 278{,}043$ m.
$\Delta Y = \Delta Y + \Delta Y = = 44{,}715 - 24{,}382 = 20{,}333$ m.
$\Delta Z = \Delta Z + \Delta Z = 26{,}868 - 65{,}675 = -38{,}807$ m.

Ejemplo de enlace indirecto:

ESTACION	PUNTO VISADO	ANGULOS		LECTURAS MIRA		
		HORIZONTAL	VERTICAL (φ)	hs	hm	hi
P he = 1,57 m	M	66º 23' 59"	83º 58' 36"	3,048	2,428	1,807
	N	80º 20' 43"	81º 29' 14"	2,487	1,719	0,950
P' he = 1,62 m	M	276º 30' 21"	83º 50' 01"	2,074	1,607	1,140
	N	257º 31' 34"	70º 17' 25"	1,929	1,610	1,292

Otros datos: K = 100
$X_P = 1.000$ m.
$Y_P = 1.000$ m.
$Z_P = 525$ m.

Alineación PM.

Cálculo de la distancia; $D = KHcos^2\alpha$

$H = hs - hi = 3{,}048 - 1{,}807 = 1{,}241$

$\alpha = 90º - \varphi = 90º - 83º\ 58'\ 36'' = 6º\ 01'\ 24''$

$D = 100 \times 1{,}241 \times \cos^2\alpha = 122{,}73$ m.

$X_M = D\ \mathrm{sen}AZ_{PM} + XP = 112{,}46 + 1.000 = 1.112{,}46$ m.

$Y_M = D\ \cos AZ_{PM} + YP = 49{,}14 + 1.000 = 1.049{,}14$ m.

$Z_M = KH\ \mathrm{sen}\alpha\ \cos\alpha + he - hm + Z_P = 12{,}95 + 1{,}57 - 2{,}428 + 525 = 537{,}09$ m.

Alineación PN.

Cálculo de la distancia; $D = KH\cos^2\alpha$

$H = hs - hi = 2{,}487 - 0{,}950 = 1{,}537$

$\alpha = 90º - \varphi = 90º - 81º\ 29'\ 14'' = 8º\ 30'\ 36''$

$D = 100 \times 1{,}241 \times \cos^2\alpha = 150{,}33$ m.

$X_N = D\ \mathrm{sen}AZ_{PN} + XP = 148{,}20 + 1.000 = 1.148{,}20$ m.

$Y_N = D\ \cos AZ_{PN} + YP = 25{,}21 + 1.000 = 1.025{,}21$ m.
$Z_N = KH\ \mathrm{sen}\alpha\ \cos\alpha + he - hm + Z_P = 22{,}49 + 1{,}57 - 1{,}719 + 525 = 547{,}34$ m.

$$\beta = \arctan \frac{X_M - X_N}{Y_M - Y_N} = \frac{1.112{,}46 - 1.148{,}20}{1.049{,}14 - 1.025{,}21} = -56º\ 11'\ 43''$$

Alineación P'M.

Cálculo de la distancia; $D = KH\cos^2\alpha$

$H = hs - hi = 2{,}074 - 1{,}140 = 0{,}934$

$\alpha = 90º - \varphi = 90º - 83º\ 58'\ 36'' = 6º\ 09'\ 59''$

$D = 100 \times 0{,}934 \times \cos^2\alpha = 92{,}32$ m.

$X_{P'} = D\ \mathrm{sen}AZ_{P'M} + XP = 1.112{,}46 - (-\ 91{,}73) = 1.204{,}19$ m.

$Y_{P'} = D \cos AZ_{P'M} + YP = 1.049{,}14 - 10{,}46 = 1.038{,}68$ m.

$Z_{P'} = KH \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha + he - hm + Z_P = -(9{,}97 + 1{,}62 - 1{,}607) + 537{,}09 = 527{,}11$ m

Alineación P'N.

Cálculo de la distancia; $D = KH\cos^2\alpha$

$H = hs - hi = 1{,}929 - 1{,}292 = 0{,}637$

$\alpha = 90^o - \varphi = 90^o - 70^o\ 17'\ 25'' = 19^o\ 42'\ 35''$

$D = 100 \times 0{,}637 \times \cos^2\alpha = 56{,}45$ m.

$X_{N'} = D \operatorname{sen} AZ_{P'N} + XP = -55{,}12 + 1.204{,}19 = 1.149{,}07$ m.

$Y_{N'} = D \cos AZ_{P'N} + YP = -12{,}19 + 1.038{,}68 = 1.026{,}49$ m.

$Z_{N'} = KH \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha + he - hm + Z_P = 20{,}22 + 1{,}62 - 1{,}610 + 537{,}09 = 547{,}34$ m.

$$\beta' = \arctan \frac{X_M - X_{N'}}{Y_M - Y_{N'}} = \frac{1.112{,}46 - 1.149{,}07}{1.049{,}14 - 1.026{,}49} = -58^o\ 15'\ 20''$$

La diferencia de ángulos β y β' da 2º 3' 37" por lo que hay que sumar esta cantidad a los azimutes P'M y P'N iniciales.

Azimut P'M = 276º 30' 21" + 2º 4' 3" = 278º 33' 58"

Azimut P'N = 257º 31' 34" + 2º 4' 3" = 259º 35' 11"

Ahora, se calculan las coordenadas reales de P', en base a las distancias P'M y P'N.

$XP' = X_M - D_{P'M} \operatorname{sen} AZ_{P'M} = 1.112{,}46 - (-91{,}29) = 1.203{,}75$ m. (D = 92,32 m.)

$YP' = Y_M - D_{P'M} \cos AZ_{P'M} = 1.049{,}14 - 13{,}76 = 1.035{,}38$ m. (D = 92,32 m.)

$XP' = X_N - D_{P'N} \operatorname{sen} AZ_{P'N} = 1.148{,}20 - (-55{,}52) = 1.203{,}72$ m. (D = 56,45 m.)

$YP' = Y_N - D_{P'N} \cos AZ_{P'N} = 1.025{,}21 - (-10{,}20) = 1.034{,}68$ m. (D = 56,45 m.)