

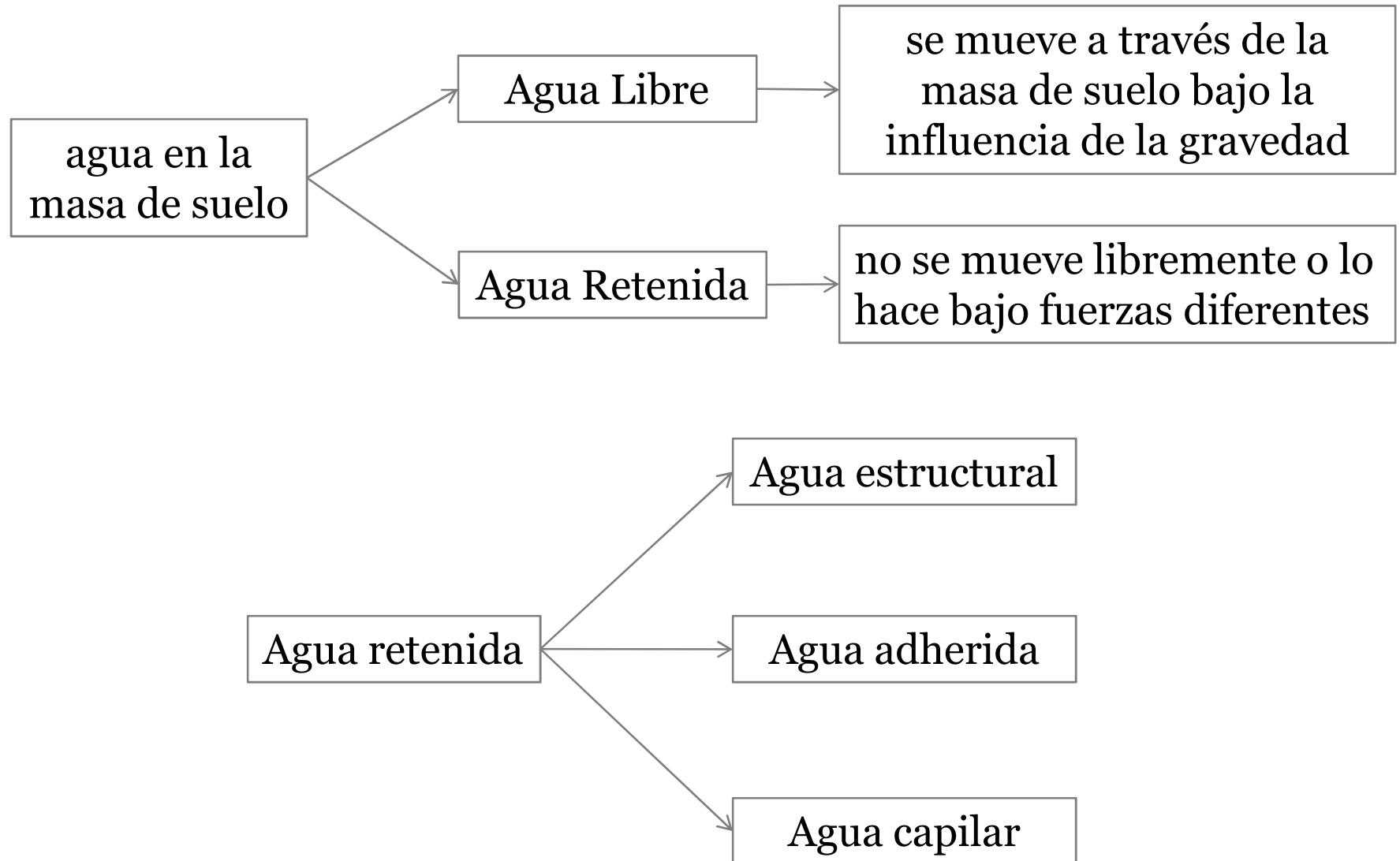
# Agua en el Suelo

Prof. Jesús Torres Hoyer

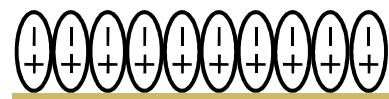
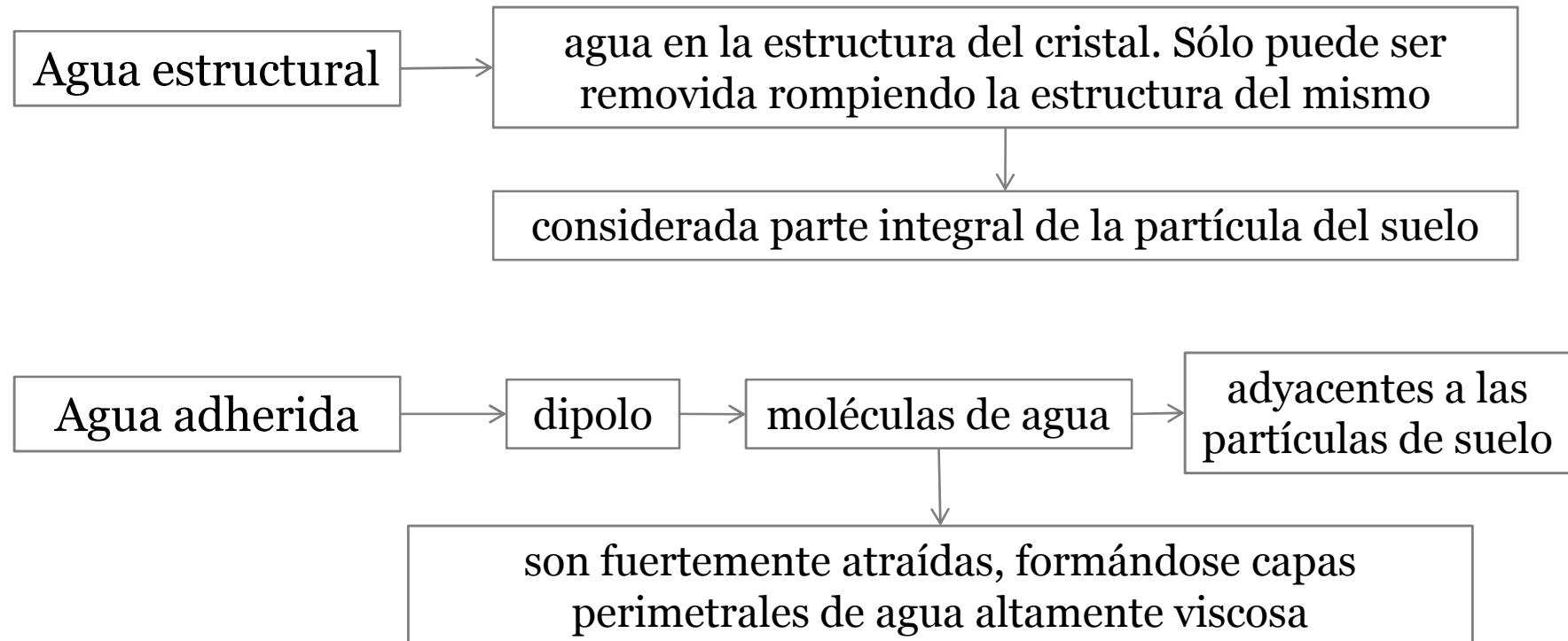
# Contenido de la Presentación

- Agua en la estructura del suelo
  - Agua capilar. Agua libre. Agua Retenida
- Presiones
  - Total, Neutra y efectiva.
- Altura, gradiente y potencial hidráulico.
- Ley de Darcy.
- Permeabilidad.
  - Factores que la afectan. Determinación de la permeabilidad en el laboratorio. Determinación de la permeabilidad en el campo.
- Redes de flujo.
- Permeabilidad en suelos estratificados y anisótropos.

# Introducción



# Introducción



# Introducción

Agua capilar

agua retenida o que se mueve en los intersticios de la masa de suelo debido a fuerzas capilares.

Nivel Freático

Es la superficie del agua en la cual la presión es igual a la atmosférica

Por debajo de él, el suelo estará saturado

**La presión atmosférica se asume cero**

Estudiaremos **principalmente** el movimiento del agua en el suelo, los fenómenos que este ocasiona, los esfuerzos que se generan en la masa de suelo y los efectos que tiene el fluido en los mismos

# Tensión Superficial

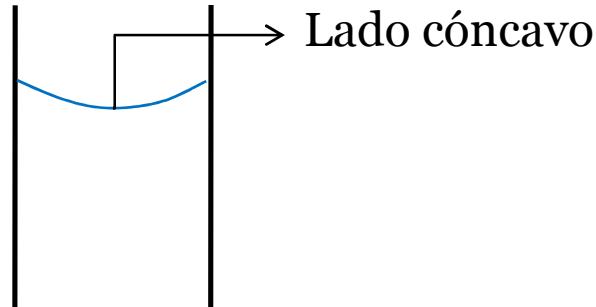
- Cuando se altera la forma de la superficie de un líquido, de manera que el área aumente, se requiere realizar un trabajo.
- El trabajo necesario para aumentar el área es proporcional a ese aumento:

$$dW = Ts dA$$

- El factor de proporcionalidad se denomina tensión superficial ( $Ts$ ) y se mide en unidades de trabajo por unidad de área.
- $Ts$  representa la fuerza por unidad de longitud en cualquier línea sobre la superficie.

# Tensión Superficial

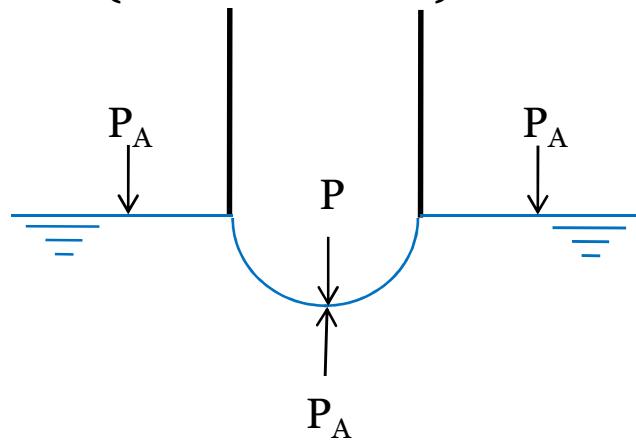
- La superficie curva que presenta un líquido al aire se denomina menisco .



- Se genera en la superficie curva un desnivel de presiones, de modo que la presión en el lado cóncavo siempre es mayor que en el lado convexo.

# Tensión Superficial

- Si se coloca un tubo de pequeño diámetro sobre La superficie de un líquido y se inyecta aire a presión, se forma un menisco (Semiesfera).



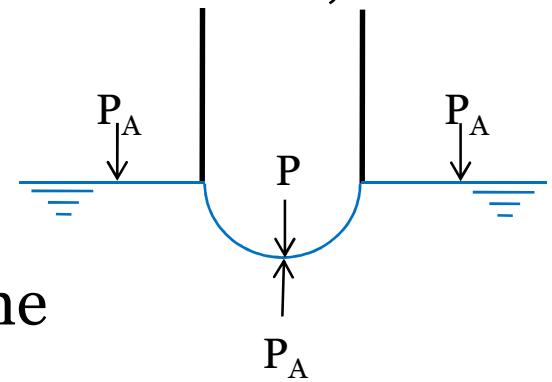
- Se provoca un aumento en la superficie del líquido que encierra el tubo. El trabajo necesario para lograrlo viene dado por

$$dW = Ts 4\pi R dR$$

# Tensión Superficial

- Ahora, en el lado cóncavo existe la presión  $P$  y en el convexo  $P_A$  presión atmosférica. Por lo que si se considera la fuerza neta que actúa en toda el área, se tiene:

$$dW = (P - P_A)2\pi R^2 dR$$



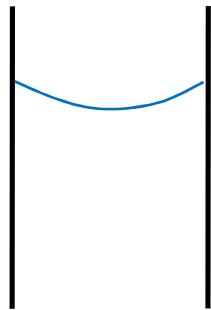
- Como las ecuaciones son iguales, se obtiene

$$P - P_A = \frac{2Ts}{R}$$

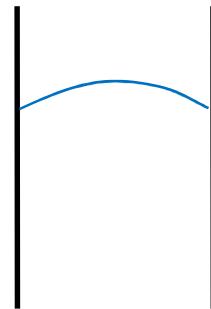
- Quedando demostrado que la presión en el lado cóncavo es siempre mayor que en el convexo.

# Tensión Superficial

- **Ángulo de contacto**
- En la inmediata vecindad de la pared sólida, las moléculas del líquido están sometidas o solicitadas por dos fuerzas: Cohesión y Adhesión.



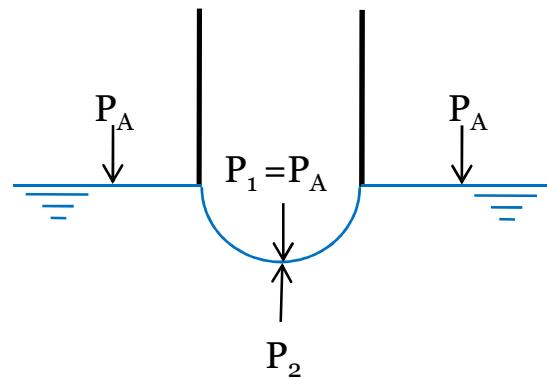
Dominan las fuerzas de adhesión  
Menisco cóncavo



Dominan las fuerzas de cohesión  
Menisco convexo

# Tensión Superficial

- **Ascensión Capilar**
- Consideraremos un tubo capilar con agua colocada al ras, pero con un menisco formado.



- Ya sabemos que la presión  $P_1$  del lado cóncavo es mayor que  $P_2$  del lado convexo siendo su diferencia

$$P_1 - P_2 = \frac{2T_s}{R}$$

# Tensión Superficial

- **Ascensión Capilar**

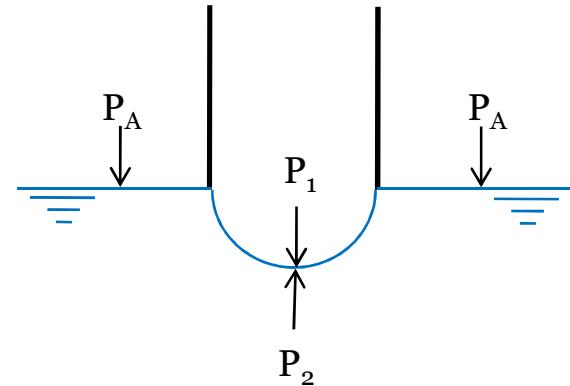
- Si el tubo está abierto al aire:

$$P_1 = P_A \text{ y } P_2 < P_A$$

- Pero inmediatamente debajo del menisco la presión es la atmosférica (mayor que  $P_2$ ), por lo que el sistema cerca del menisco no está en equilibrio, teniendo una presión neta hacia arriba igual a

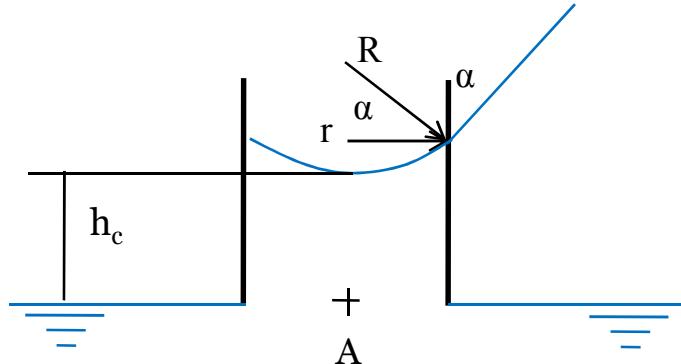
$$P_A - P_2$$

- Por efecto de esta diferencia de presión, el agua sube en el tubo hasta formar una columna que equilibre esa diferencia de presión.



# Tensión Superficial

- **Ascensión Capilar**



$$R = \frac{r}{\cos \alpha}$$

$$P_2 = P_A - \frac{2Ts}{R}$$

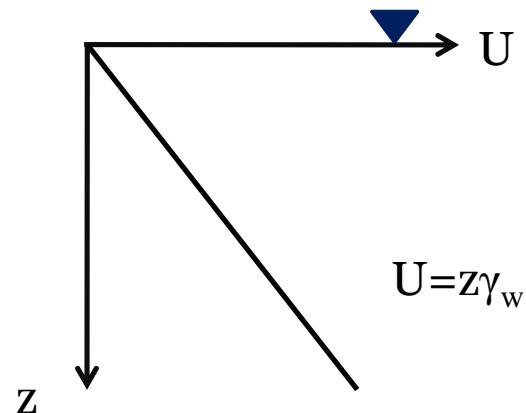
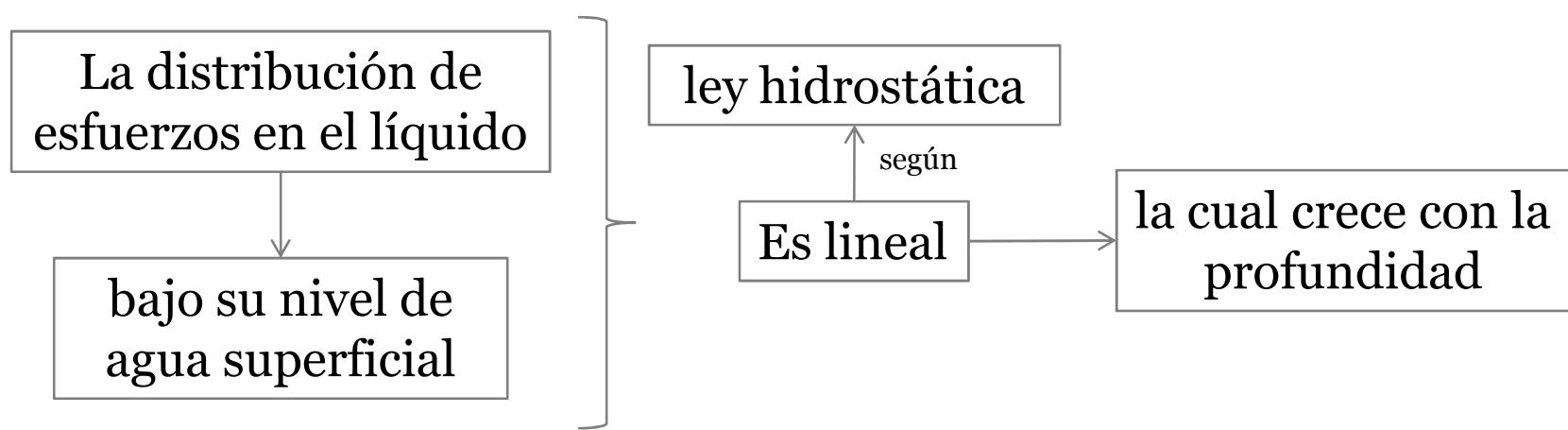
$$P_2 = P_A - \frac{2Ts \cos \alpha}{r}$$

$$P_A = P_2 + h_c \gamma_w$$

$$h_c = \frac{2Ts \cos \alpha}{r \gamma_w}$$

- Fórmula que permite calcular el ascenso del agua en un tubo capilar de radio  $r$ .
- Experimentalmente  $Ts=0.074$  g/cm., y  $\alpha \approx 0$

# Distribución de Esfuerzos de un Líquido



$$u = z\gamma_w$$

Este efecto es el mismo que se presenta en un suelo por debajo del nivel freático

# Distribución de Esfuerzos de un Líquido

Vimos que si se coloca un tubo capilar

Existe un ascenso en la columna de agua producto de las diferencias de presiones en el menisco

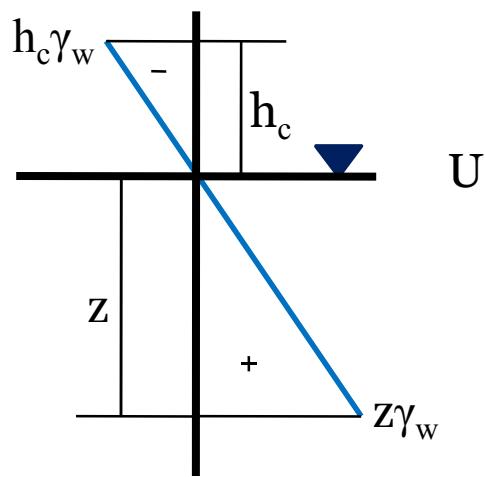
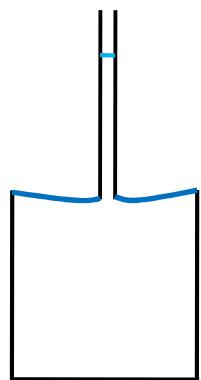
$$h_c = \frac{2Ts \cos \alpha}{r \gamma_w}$$

Por lo cual, también existirá una presión por encima del NAL

Por arriba del NAL

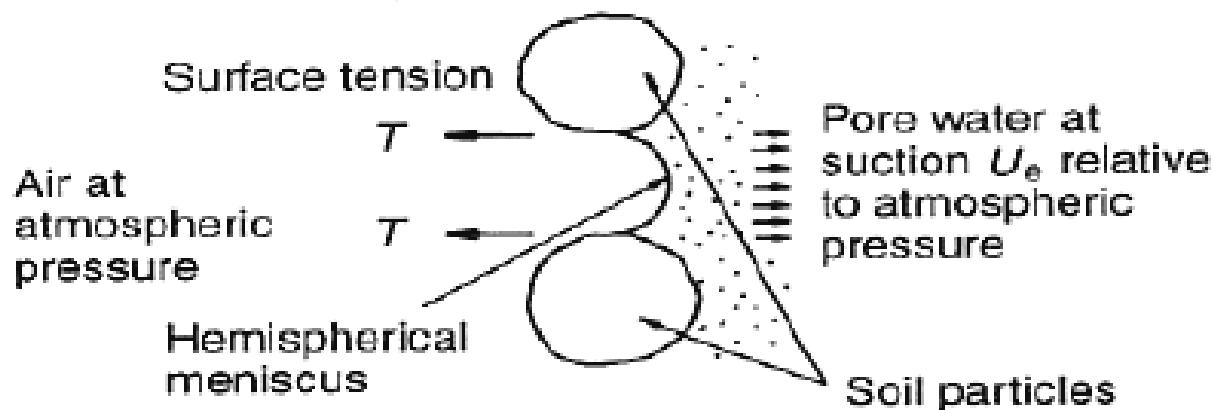
el agua se encuentra en tensión

presión menor que la atmosférica (-)



# Distribución de Esfuerzos de un Líquido

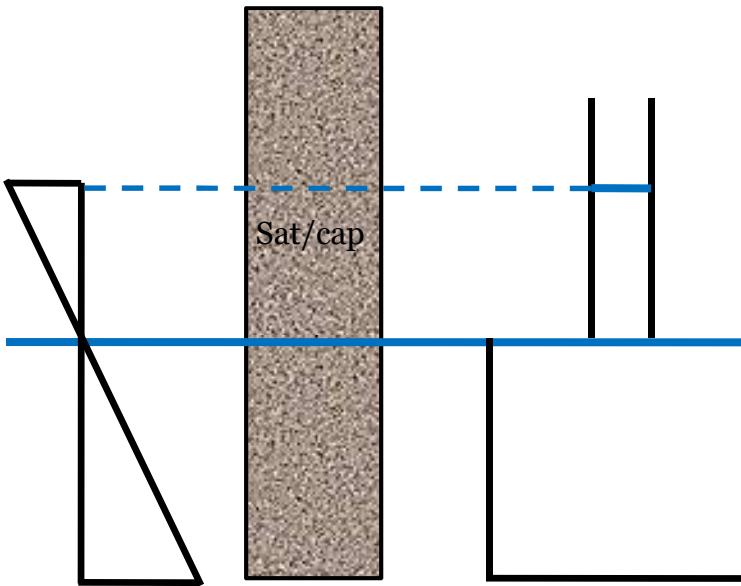
- Los **poros** interconectados en el suelo **actúan** como **tubos capilares**, permitiendo que el agua suba por encima del nivel de aguas libres.



# Distribución de Esfuerzos de un Líquido

- Entonces, la **presión de poros por encima del nivel freático es negativa** debido al efecto de la capilaridad.
- El **ascenso** por capilaridad es **mayor** cuando el **diámetro** del tubo **es más pequeño**.

# Distribución de Esfuerzos de un Líquido



- La tensión capilar tiene un efecto de importancia vital en el proceso de contracción de los suelos finos.
- La reducción de volumen que se va generando por retracción de los meniscos al irse evaporando el agua es debido a ella.

# Esfuerzos en el interior de una masa de Suelo.

- Estos pueden ser:
  - **Esfuerzos Totales**
  - **Presión de Poro, Neutral o Hidráulica**
  - **Esfuerzos Efectivos**

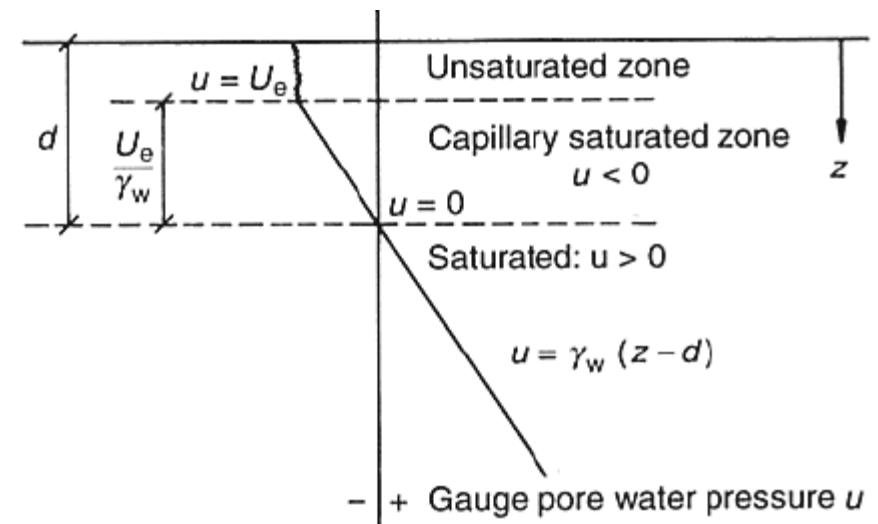
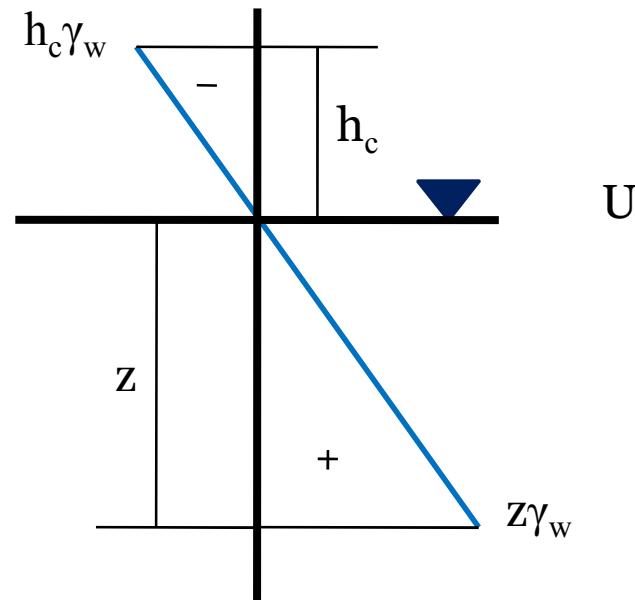
# Esfuerzo Total ( $\sigma$ )

- Es el esfuerzo al cual está sometido una masa de suelo producto del peso de los materiales que tiene encima.
- Se calcula como la profundidad por el peso específico de la masa de suelo considerada.

# Presión de Poro (u)

- Es aquella que se mide o se calcula en el agua que llena los poros de la masa de suelo.
- La presión hidráulica puede medirse en el campo por medio de piezómetros.
- Un piezómetro es un tubo vertical en cuya parte inferior tiene perforaciones para que el agua fluya dentro de él. A la parte perforada se le coloca un filtro para evitar el arrastre de material fino y su obstrucción.

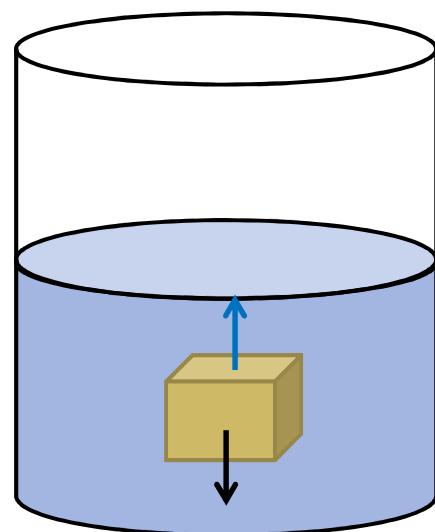
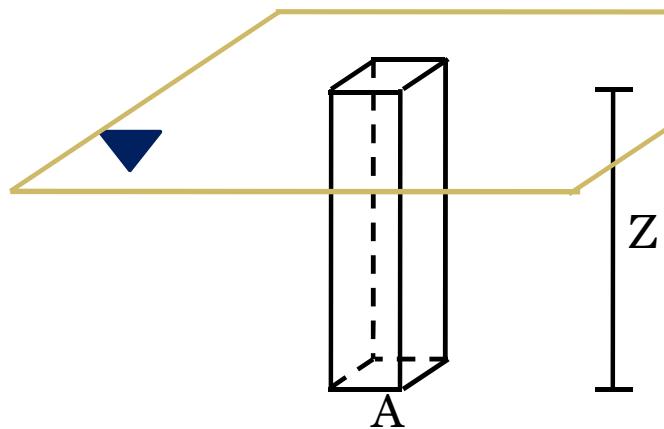
# Presión de Poro ( $u$ )



# Esfuerzo Efectivo ( $\sigma'$ )

- Es la presión transmitida de partícula a partícula, a través de los contactos firmes que estas presentan.
- Tal presión es efectiva en la disminución de la relación de vacíos y en la movilización de la resistencia al esfuerzo cortante de una masa de suelo. En otros términos, se denomina presión efectiva porque al cambiar ésta, se originan deformaciones y cambios estructurales en el suelo.
- El esfuerzo efectivo está íntimamente ligado con todos los procesos esfuerzo-deformación y en general, con todos los problemas relacionados con el comportamiento estructural del subsuelo.

# Relación entre el Esfuerzo Efectivo y la Presión Hidráulica

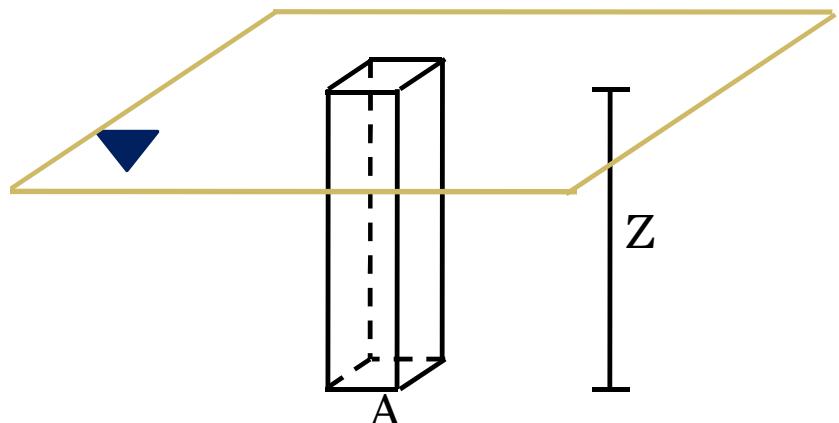


$$W = W_s + W_w$$
$$W' = W_s - u$$
$$W = W' + u + W_w$$
$$u = V_s \gamma_w$$
$$W_w = V_w \gamma_w$$
$$W = W_s' + V_s \gamma_w + V_w \gamma_w$$

Pero  $S=100\%$        $V_w=V_v$

$$W = W_s' + V \gamma_w$$
$$V = AZ$$
$$W = W_s' + AZ \gamma_w$$

# Relación entre el Esfuerzo Efectivo y la Presión Hidráulica

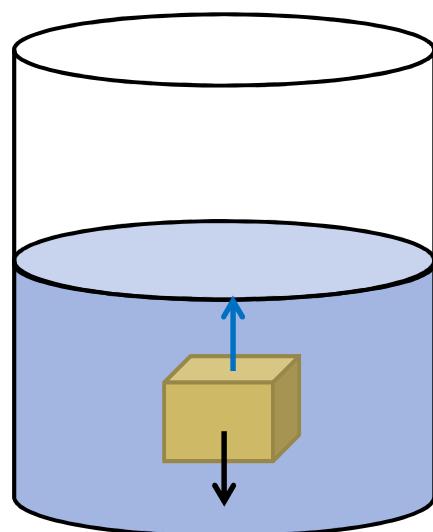


Dividiendo entre el área para obtener esfuerzos:

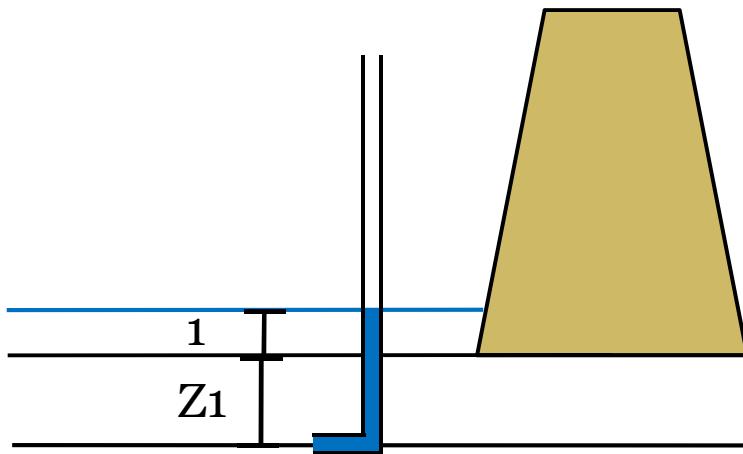
$$\frac{W}{A} = \frac{W_s}{A} + \frac{AZ\gamma_w}{A}$$

$$\sigma = \sigma' + u$$

$$\sigma' = \sigma - u$$

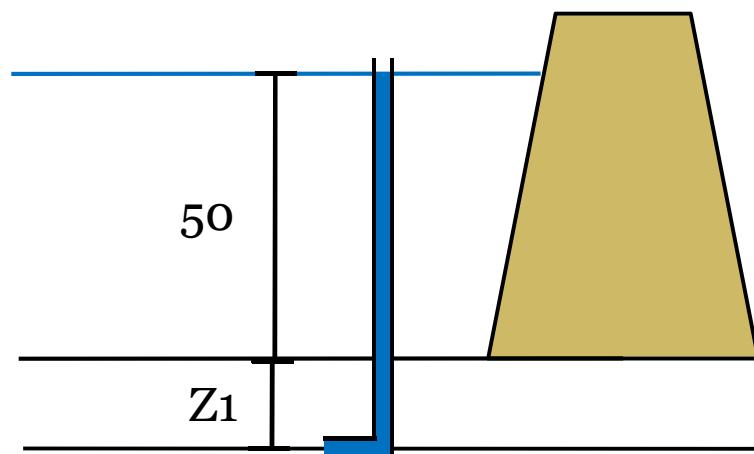


# Peso Sumergido y Altura de Agua



$$\sigma_A = z_1 \gamma_{SAT} + 1 \gamma_w$$
$$u_A = (z_1 + 1) \gamma_w$$

$$\sigma'_A = z_1 \gamma_{SAT} + \gamma_w - z_1 \gamma_w - \gamma_w$$
$$\sigma'_A = z_1 (\gamma_{SAT} - \gamma_w) = z_1 \gamma'$$



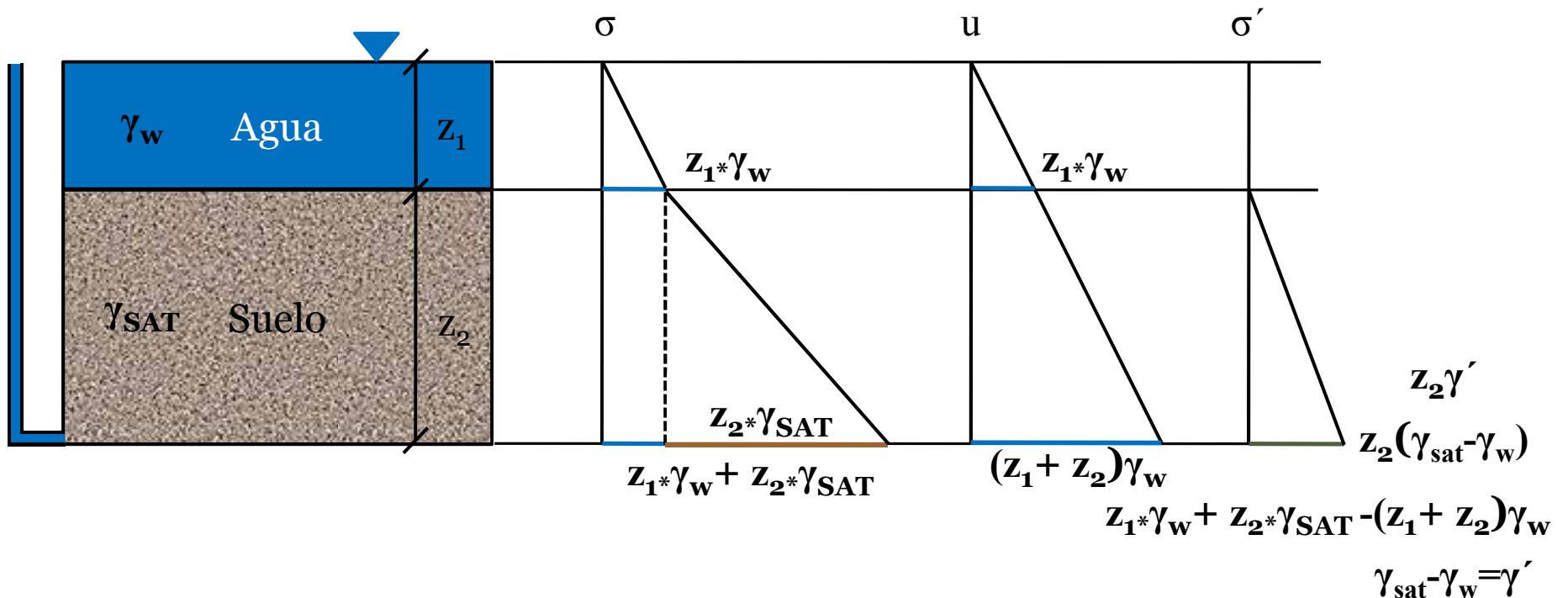
$$\sigma_A = z_1 \gamma_{SAT} + 50 \gamma_w$$
$$u_A = (z_1 + 50) \gamma_w$$

$$\sigma'_A = z_1 \gamma_{SAT} + 50 \gamma_w - z_1 \gamma_w - 50 \gamma_w$$
$$\sigma'_A = z_1 (\gamma_{SAT} - \gamma_w) = z_1 \gamma'$$

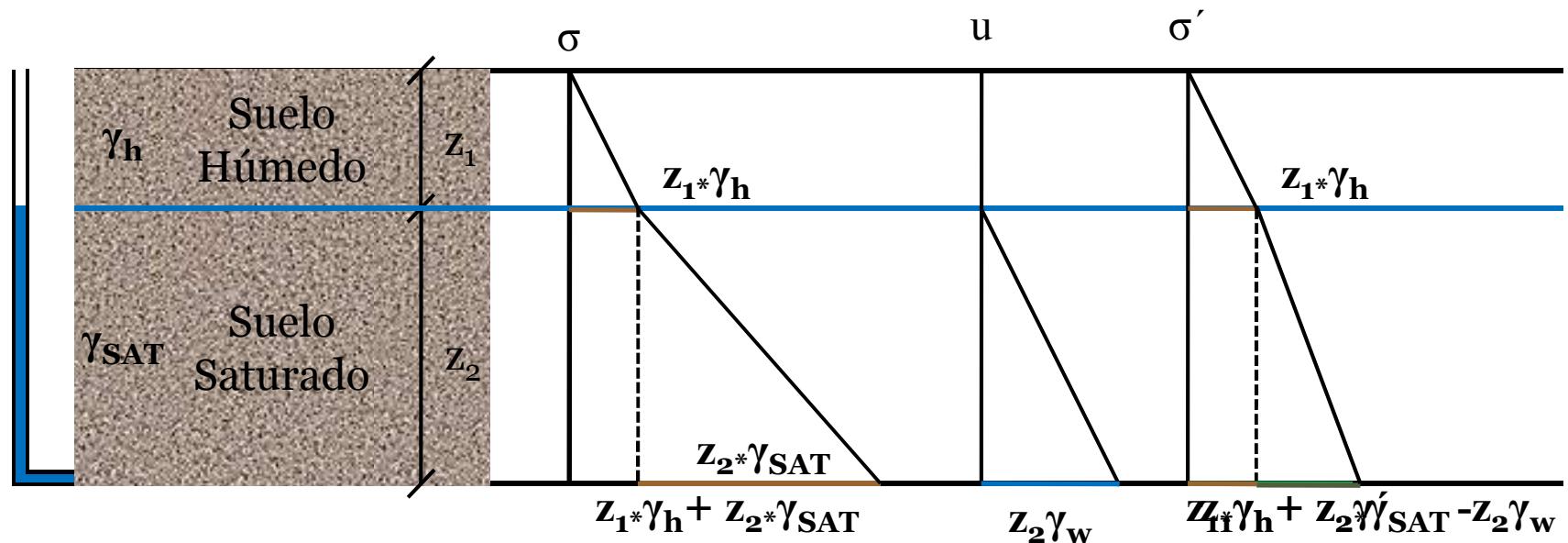
# Perfiles de Presiones Totales, de Poros y Efectivas

- Ya hemos visto como calcular los esfuerzos totales, de poros y efectivos en una masa de suelo.
- En mecánica de suelos se acostumbra a representar estos valores en una serie de perfiles.
- Consideremos una masa de suelo homogénea y el agua en las condiciones siguientes:

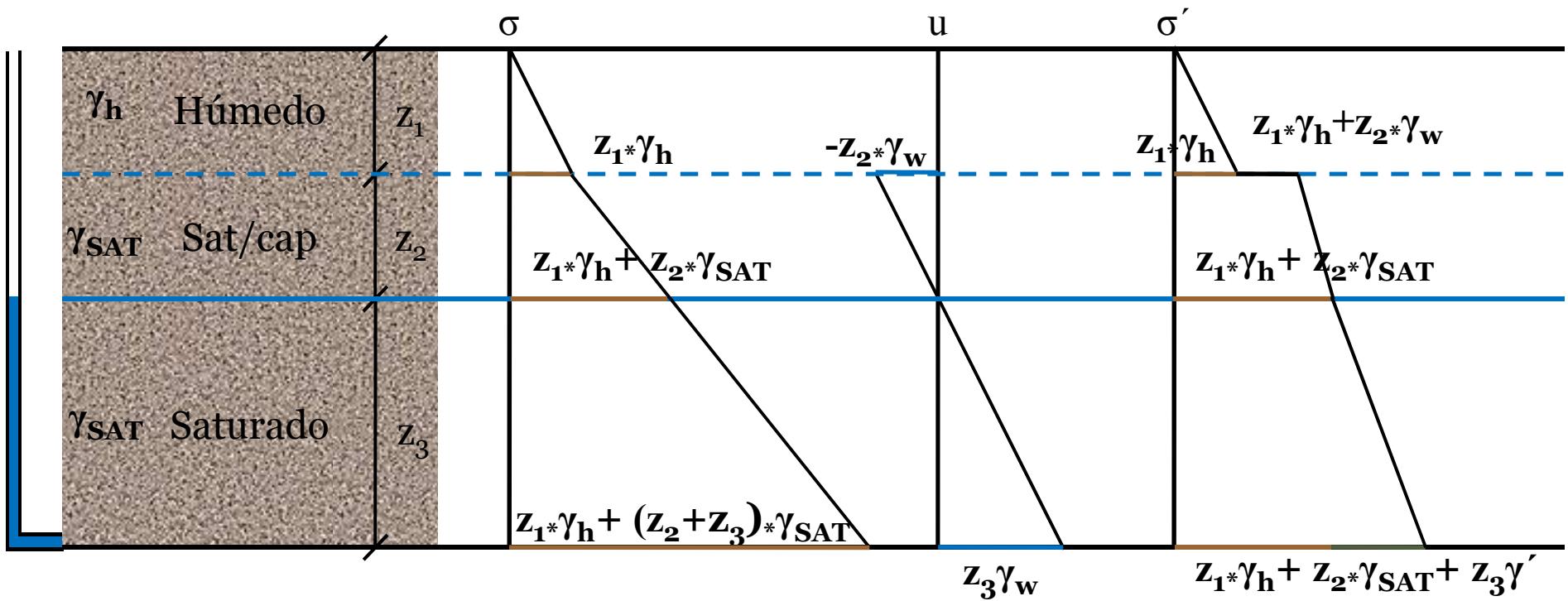
# Perfiles de Presiones Totales, de Poros y Efectivas



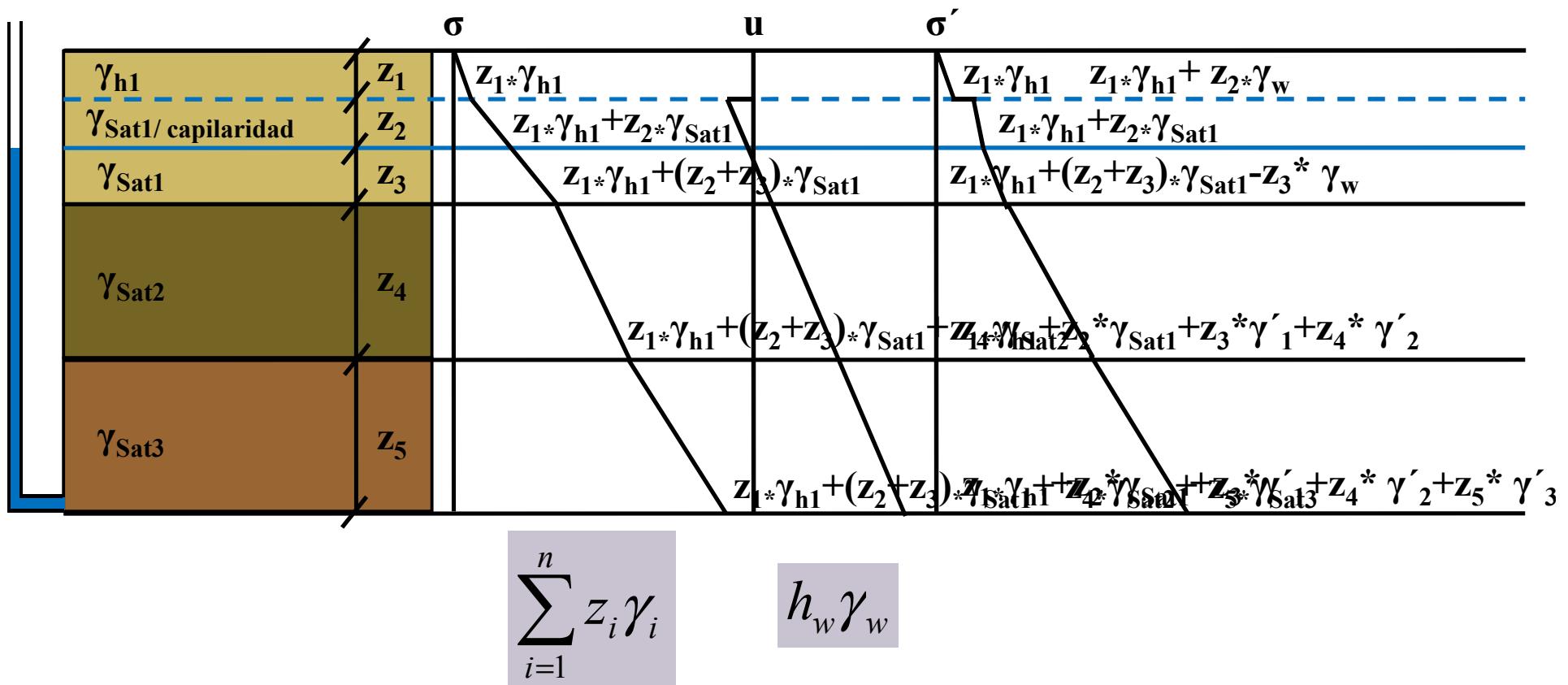
# Perfiles de Presiones Totales, de Poros y Efectivas



# Perfiles de Presiones Totales, de Poros y Efectivas



# Perfiles de Presiones Totales, de Poros y Efectivas



# Altura Hidráulica Total

- Recordemos de Bernoulli, que la energía está dada por:

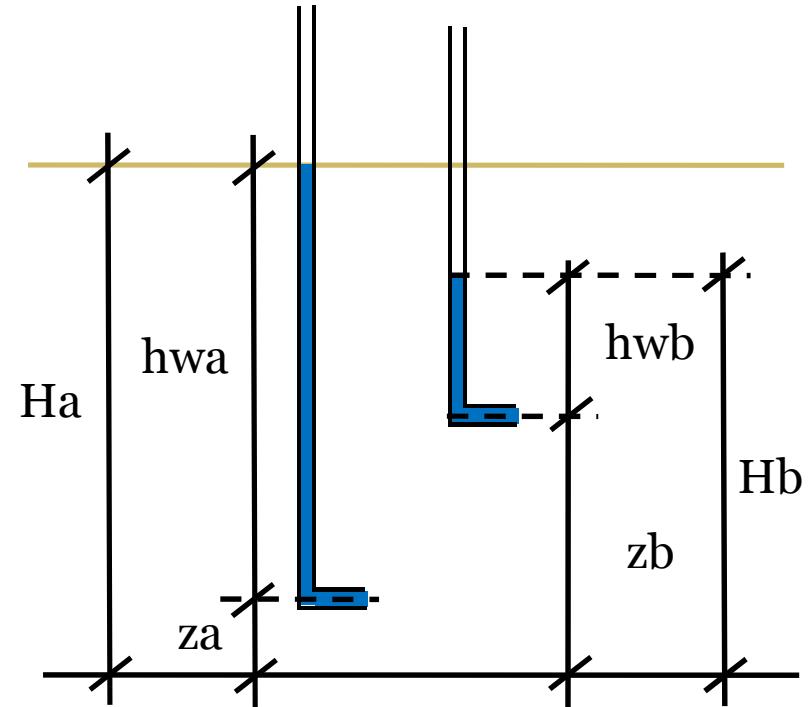
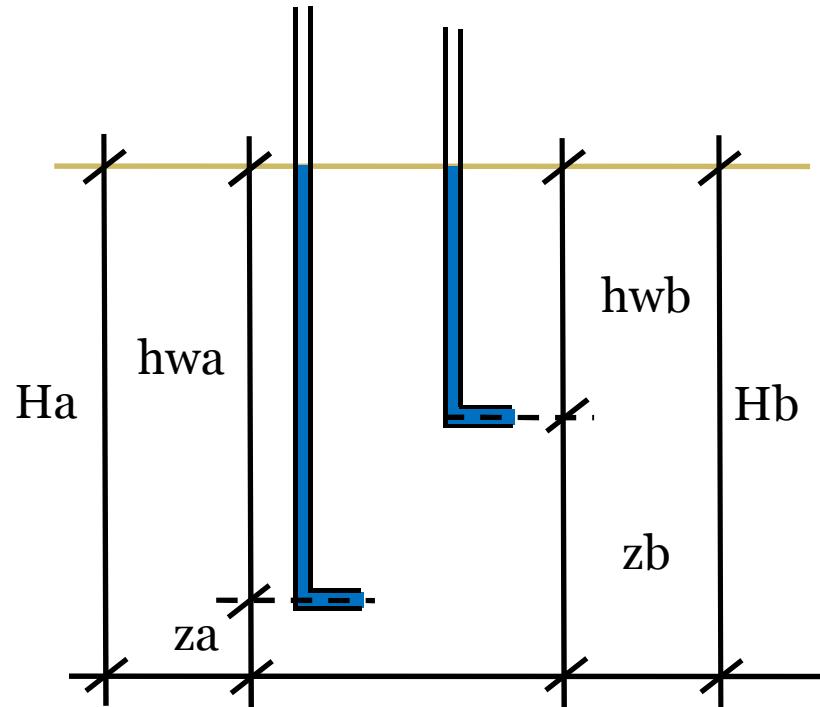
$$\phi = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}$$

- En una masa de suelo la velocidad es muy pequeña en comparación con la altura de posición y altura piezométrica. Por lo que este término es despreciable.
- Siendo así, la altura (carga) hidráulica total en cualquier punto será igual a la suma de la carga de presión y carga potencial. Puede ser denominado también potencial hidráulico ( $\phi$ ).

# Altura Hidráulica Total

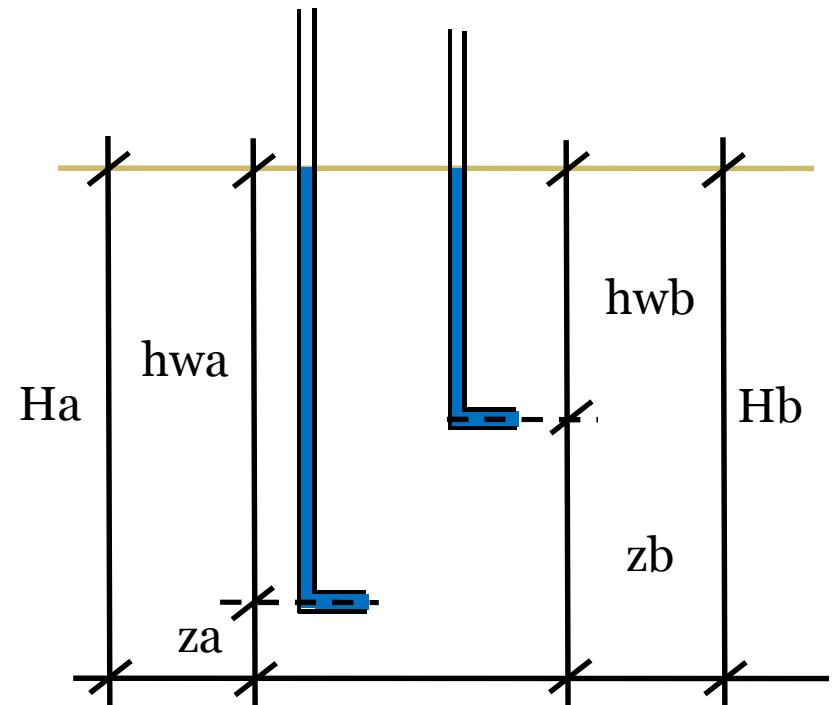
- Considere el siguiente esquema:

$$h_w = \frac{u}{\gamma_w}$$



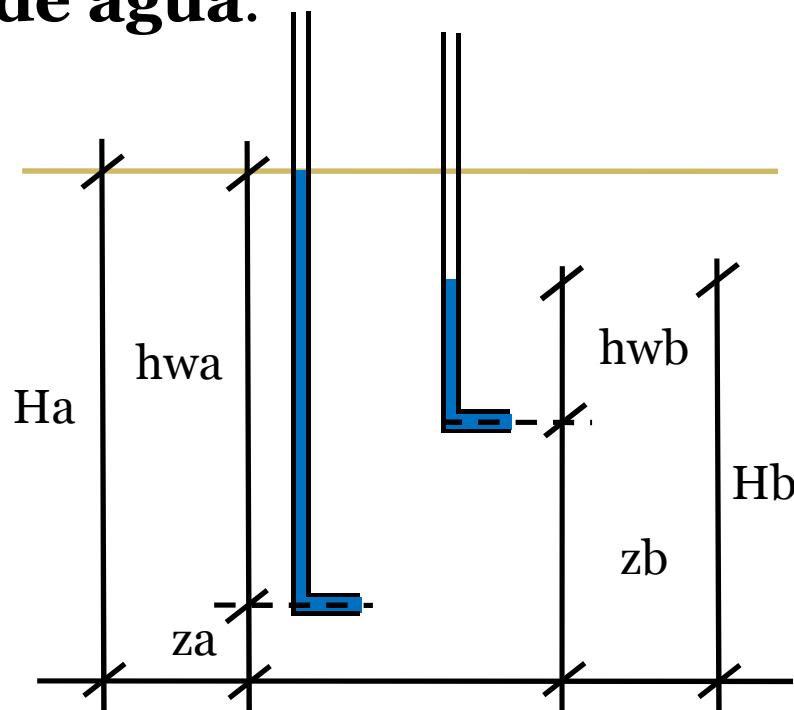
# Condición Hidrostática

- En una masa de suelo se puede detectar esta condición cuando al colocar piezómetros en diferentes puntos y profundidades de la misma todos alcanzan el mismo nivel piezométrico.
- La condición hidrostática se caracteriza porque **no hay flujo** en ninguna dirección.
- Las presiones de poros se incrementan linealmente con la profundidad, por debajo del nivel freático.



# Condición Hidrodinámica

- Cuando piezómetros colocados a diferentes profundidades y en diferentes puntos no alcanzan el mismo nivel piezométrico.
- **Hay flujo de agua.**



# Flujo Subterráneo

- En una **condición hidrostática**, el nivel en el piezómetro ascenderá hasta el mismo lugar. *No hay flujo subterráneo.*
- El *agua fluirá* del punto A al punto B si hay una diferencia entre los niveles de agua en los piezómetros (**Condición hidrodinámica**)

# Gradiente Hidráulico

- La *pérdida o disipación de altura hidráulica por unidad de distancia de flujo* en que la misma ocurre, se denomina **gradiente hidráulico**, i:

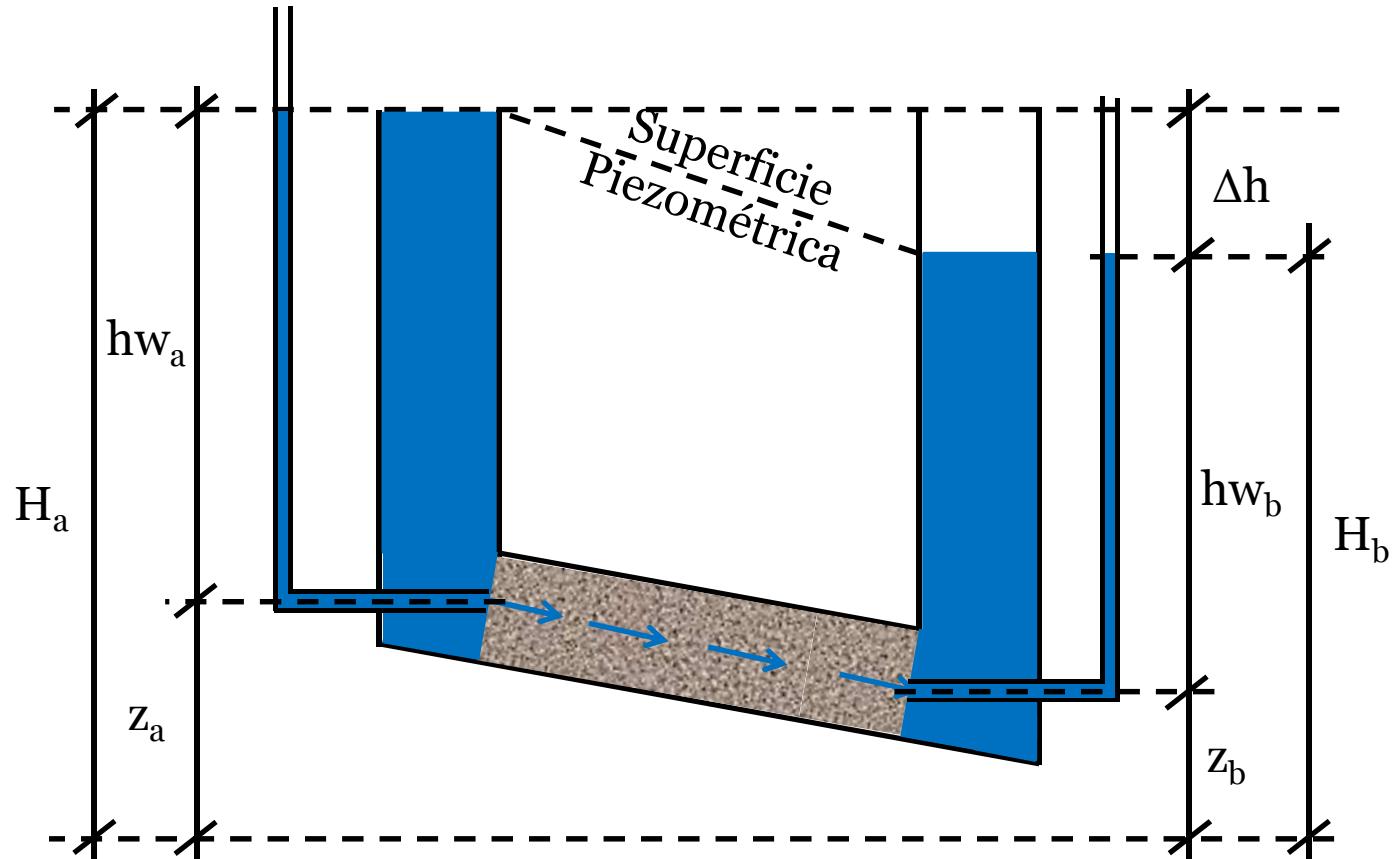
$$i = \frac{h}{L}$$

$$i = \frac{dh}{dl}$$

# Ley de Darcy

- Trabajando con filtros de arena, Darcy demostró que para velocidades pequeñas, el gasto es proporcional al gradiente hidráulico y a la sección transversal del flujo.

# Ley de Darcy



- Para la figura mostrada la ley de Darcy puede ser escrita como:

$$Q = K i A$$

# Ley de Darcy

- Donde  $Q$  es el caudal,  $A$  es el área de la sección transversal donde ocurre el flujo,  $i$  es el gradiente hidráulico y  $K$  es el coeficiente de permeabilidad del suelo.
- El **coeficiente de permeabilidad** indica la mayor o menor facilidad con que el agua fluye a través del suelo estando sujeta a un gradiente hidráulico dado.
  - NOTA: la carga total ( $\Delta h$ ) disminuye en dirección del flujo.

# Coeficiente de Permeabilidad

- El coeficiente de permeabilidad ( $K$ ) tiene unidades de velocidad:  $[\text{long}/t]$ .
- Depende principalmente de:
  - El tamaño y forma de las partículas sólidas de suelo.
  - La estructura del Suelo.
  - La viscosidad del fluido.
- En general, mientras menor sea el tamaño del poro, menor es el valor de la permeabilidad.
- Para un suelo dado,  $K$  es función de la relación de vacíos.
- Si un suelo es estratificado,  $K$  es mayor para el flujo paralelo a las capas que perpendicular a las mismas.

# Permeabilidad Intrínseca

- La permeabilidad intrínseca ( $k$ ) de un suelo depende solo de las características del suelo.
- No es afectado por factores que influyen en el coeficiente de permeabilidad ( $K$ ).
- Las unidades de la permeabilidad intrínseca ( $k$ ) son unidades de área ( $\text{long}^2$ )
- El coeficiente de permeabilidad ( $K$ ) está relacionado con la permeabilidad intrínseca ( $k$ ) a través de la siguiente ecuación:

$$K = k \left( \frac{\gamma_w}{\eta} \right)$$

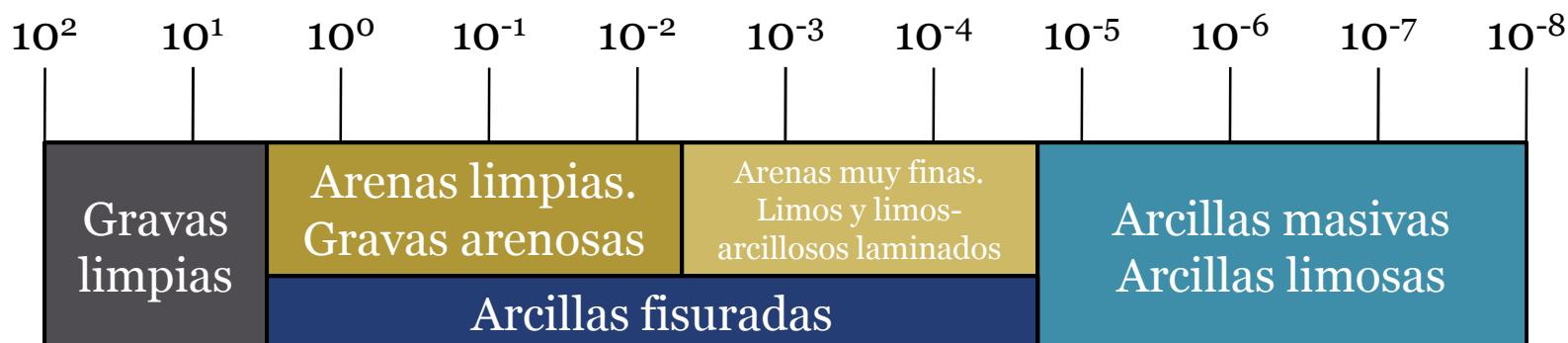
- Donde  $\eta$  es la viscosidad dinámica del fluido

# Valores Típicos de Permeabilidad

- Coeficiente de Permeabilidad (cm/s)

Condición	Tipo de Suelo	K (cm/s)
Impermeables	Arcillas Arcillas limosas	$<10^{-6}$
Poco Permeables	Limos arcillosos Limos Arenas muy finas	$10^{-6}$ $10^{-4}$ a $10^{-6}$ $10^{-3}$
Permeables	Arena fina Arena media Arena gruesa	$10^{-2}$ $10^{-1}$ 1
Muy Permeables	Arenas limpias Gravas limpias	$>1$

Valores  
referenciales,  
**NO**  
**SUSTITUTIVOS**  
**DE ENSAYOS**



# Velocidad de Flujo

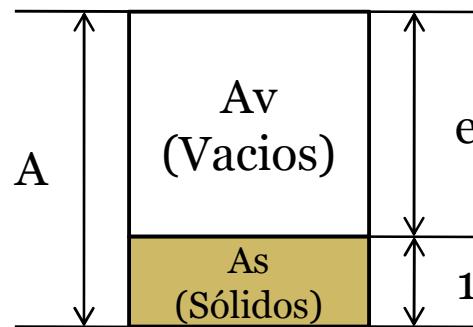
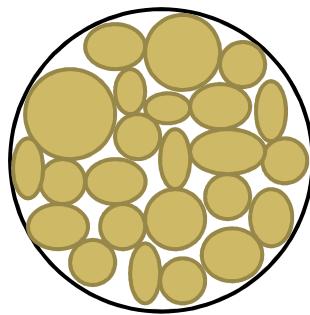
- La ley de Darcy frecuentemente es expresada en términos de la velocidad

$$V = \frac{Q}{A} = Ki$$

- Donde  $V$  (llamémosla  $V_d$ ) es conocida como la velocidad de Darcy (**velocidad aparente**) y es calculada dividiendo el caudal entre el área total.

# Velocidad de Flujo

- Pero en la realidad:



- La **velocidad real** es aquella que considera que el fluido únicamente pasa a través de los vacíos.
- Consideremos la ecuación de continuidad:

$$AV_d = A_v V_r \quad \frac{AV_d}{A_v} = V_r$$

# Velocidad de Flujo Real

- Si consideramos una muestra de espesor unitario, se tiene que:

$$\frac{A}{A_v} = \frac{1}{\frac{A_v}{A}} = \frac{1}{n} = \frac{1+e}{e}$$

- Por lo tanto

$$V_r = \frac{V_d}{n} = \frac{V_d(1+e)}{e}$$

# Determinación de la Permeabilidad

- Métodos Directos:
  - Carga Constante
  - Carga Variable
  - Prueba directa en campo.
- Métodos Indirectos:
  - Cálculo a partir de la curva granulométrica.
  - Cálculo a partir de la curva de consolidación.
  - Cálculo a partir de la prueba horizontal de capilaridad.

# Determinación de la Permeabilidad en el Laboratorio

- **Ensayo de Carga Constante**
- Se aplica sólo para suelos gruesos (gravas y arenas con permeabilidades entre  $10^2$  y  $10^{-3}$  cm/s).
- En este tipo de prueba, el suministro de agua se ajusta de manera que la diferencia de carga entre la entrada y la salida permanezca constante durante el período de prueba. Después que se ha establecido una tasa constante de flujo, el agua es recolectada en una probeta graduada durante cierto tiempo.

# Determinación de la Permeabilidad en el Laboratorio

- **Ensayo de Carga Constante**

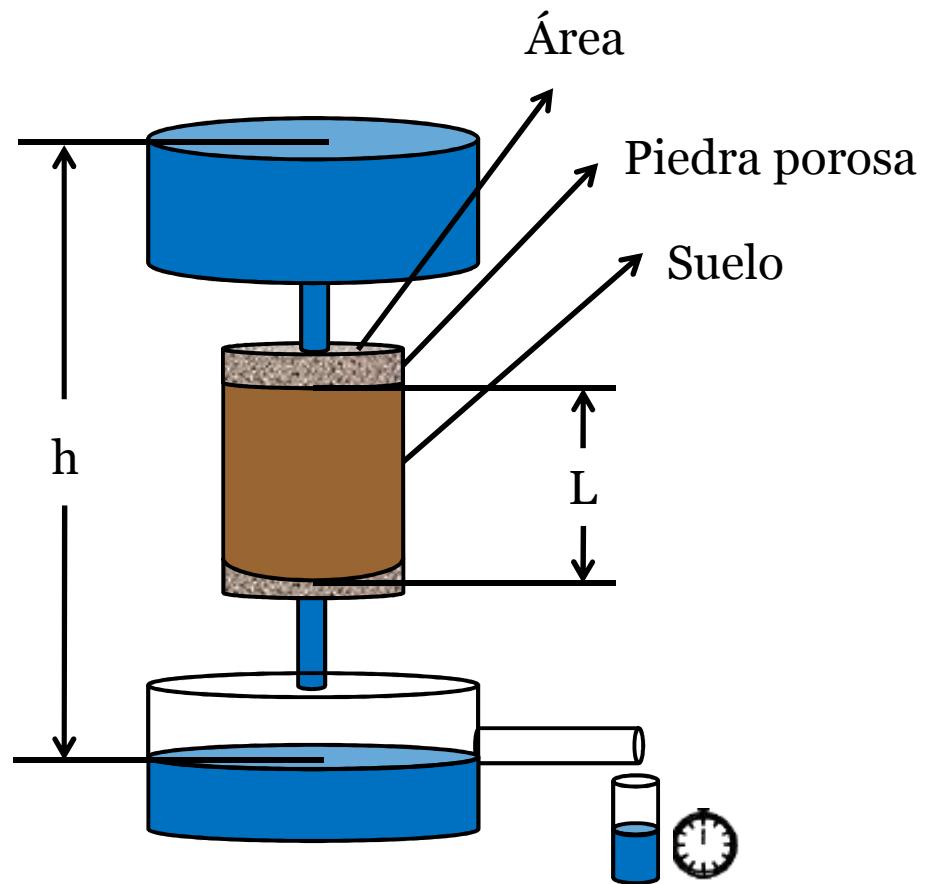
$$Q = K \cdot i \cdot A$$

$$Q = \frac{Vol}{t}$$

$$i = \frac{h}{L}$$

$$\frac{Vol}{t} = K \cdot \frac{h}{L} \cdot A$$

$$K = \frac{Vol \cdot L}{t \cdot h \cdot A}$$

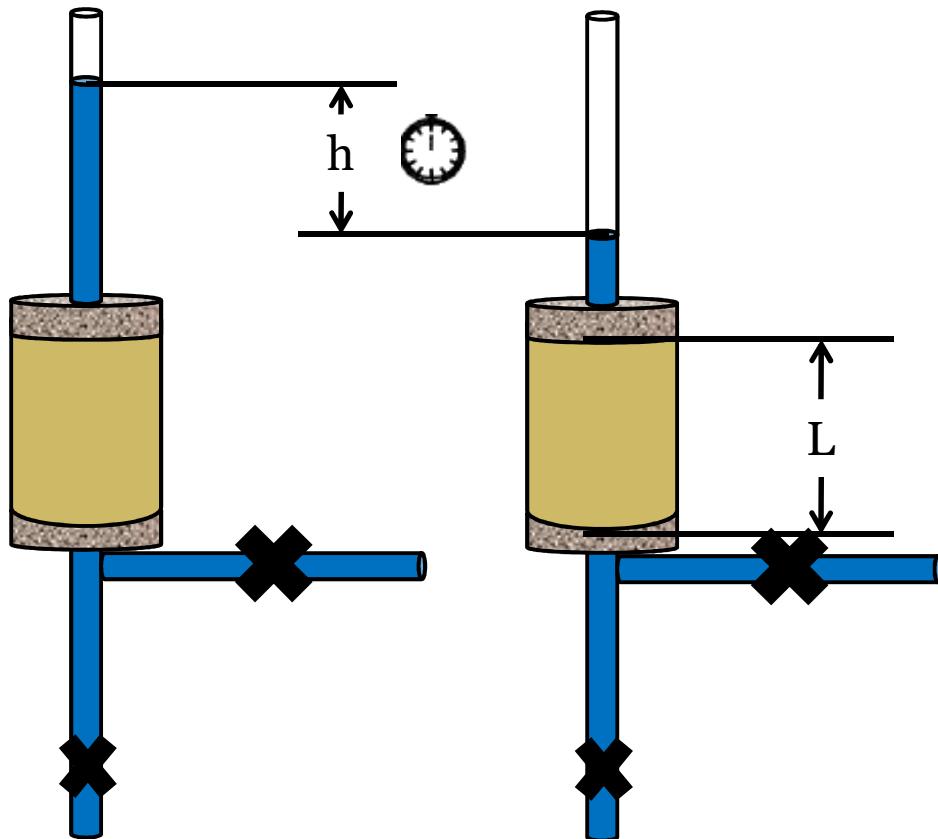


# Determinación de la Permeabilidad en el Laboratorio

- **Ensayo de Carga Variable**
- Se aplica en suelos finos, poco permeables, mezclas de arenas, limos y arcillas o arcillas.
- El aparato consiste en que el agua de una bureta ( $A_1$ ) fluye a través del suelo ( $A_2$ ). La carga inicial  $h_1$ , en el tiempo  $t=0$ , es registrada y se permite que el agua fluya a través de la muestra de suelo de manera que la carga final en el tiempo  $t=t_2$  sea  $h_2$ .

# Determinación de la Permeabilidad en el Laboratorio

$$Q = K \cdot i \cdot A$$



$$Q = K \cdot \frac{h}{L} \cdot A$$

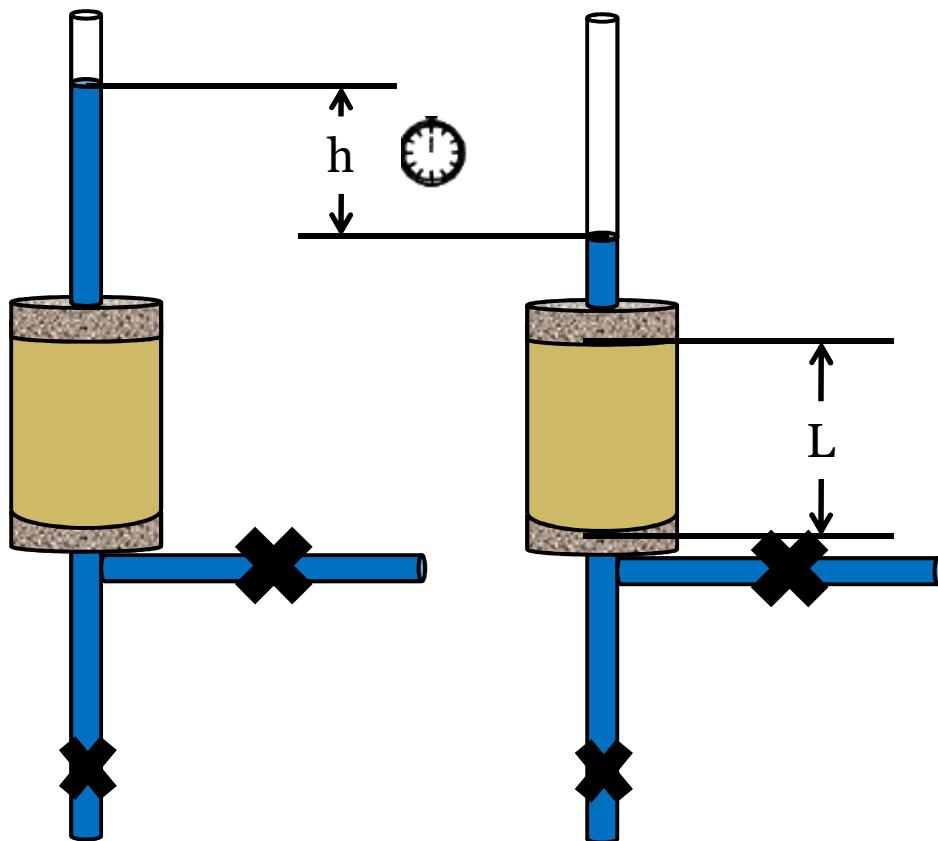
$$\frac{V}{t} = K \cdot \frac{h}{L} \cdot A$$

$$V = K \cdot \frac{h}{L} \cdot A \cdot t$$

Estimando un  $dt$ , la cantidad de agua que atraviesa la muestra será:

$$dV = K \cdot \frac{h}{L} \cdot A \cdot dt$$

# Determinación de la Permeabilidad en el Laboratorio



El tubo de carga habrá tenido un descenso de carga  $dh$  (que significa una pérdida de volumen)

$$dV = -a \cdot dh$$

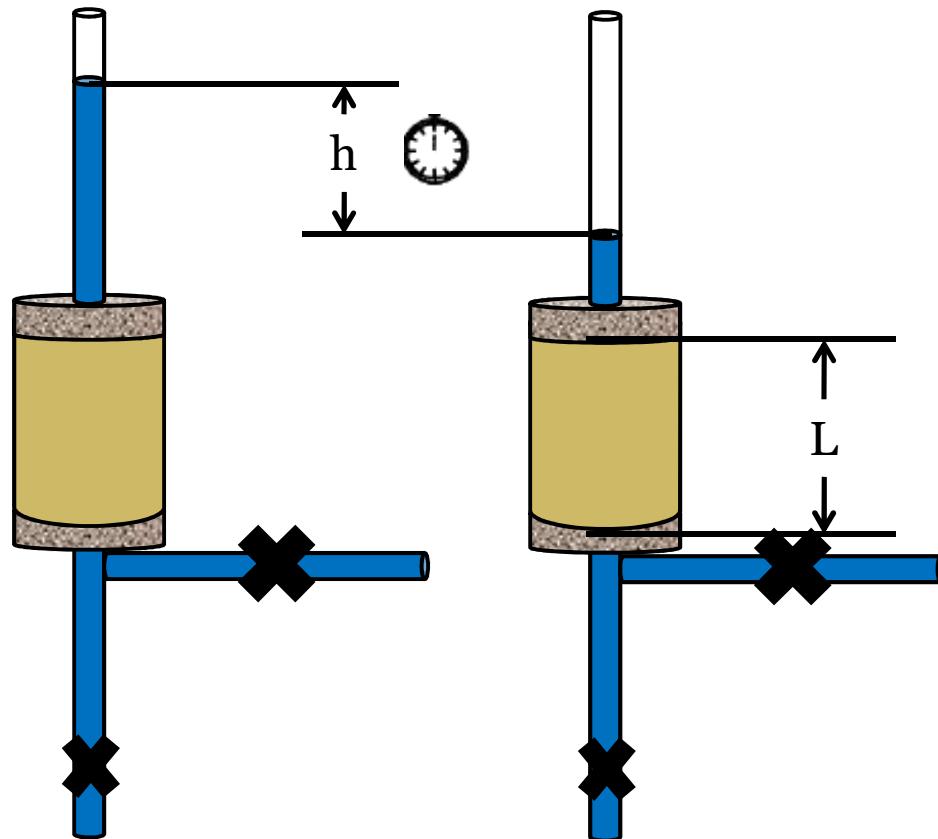
Como el volumen que pasa a través de la muestra y el que pierde el tubo de carga son iguales:

$$-a \cdot dh = K \cdot \frac{h}{L} \cdot A \cdot dt$$

$$-\frac{dh}{h} = \frac{K \cdot A}{a \cdot L} \cdot dt$$

$$-\int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} = \frac{K \cdot A}{a \cdot L} \cdot \int_0^t dt$$

# Determinación de la Permeabilidad en el Laboratorio



De allí se obtiene:

$$K = \frac{a \cdot L}{A \cdot t} \ln \frac{h_1}{h_2}$$



## Laboratorio de Mecánica de los Suelos y Pavimentos



### ENSAYO DE PERMEABILIDAD

Nombre del Proyecto: \_\_\_\_\_

Procedencia de la Muestra: \_\_\_\_\_

Profundidad: \_\_\_\_\_ Progresiva: \_\_\_\_\_

Fecha de realización del ensayo: \_\_\_\_\_

#### MOLDE:

DIAMETRO: \_\_\_\_\_ cm

ALTURA (L): \_\_\_\_\_ cm

AREA (A): \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>

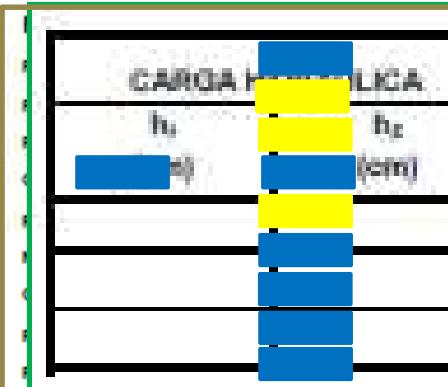
VOLUMEN: \_\_\_\_\_ cm<sup>3</sup>

PESO: \_\_\_\_\_ g

#### TUBO VERTICAL DE CARGA

DIAMETRO: \_\_\_\_\_ cm

AREA, (a): \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>



DIAMETRO: \_\_\_\_\_ cm

$$\gamma_d = \frac{\gamma_h}{1 + w} \text{ SOLIDAD}$$

$$\gamma_d = \frac{w_s}{V} \text{ VOLUMEN}$$

#### PERMEABILIDAD PROMEDIO

$$V_s = \frac{W_s}{G_s + \gamma_w} \text{ cm/seg}$$

CARGA HIDRAULICA		TIEMPO (seg)
$h_1$ (cm)	$h_2$ (cm)	
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

PERMEABILIDAD PROMEDIO, K: \_\_\_\_\_ cm/seg

OBSERVACIONES: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

REVISADO POR: \_\_\_\_\_

ELABORADO POR: \_\_\_\_\_

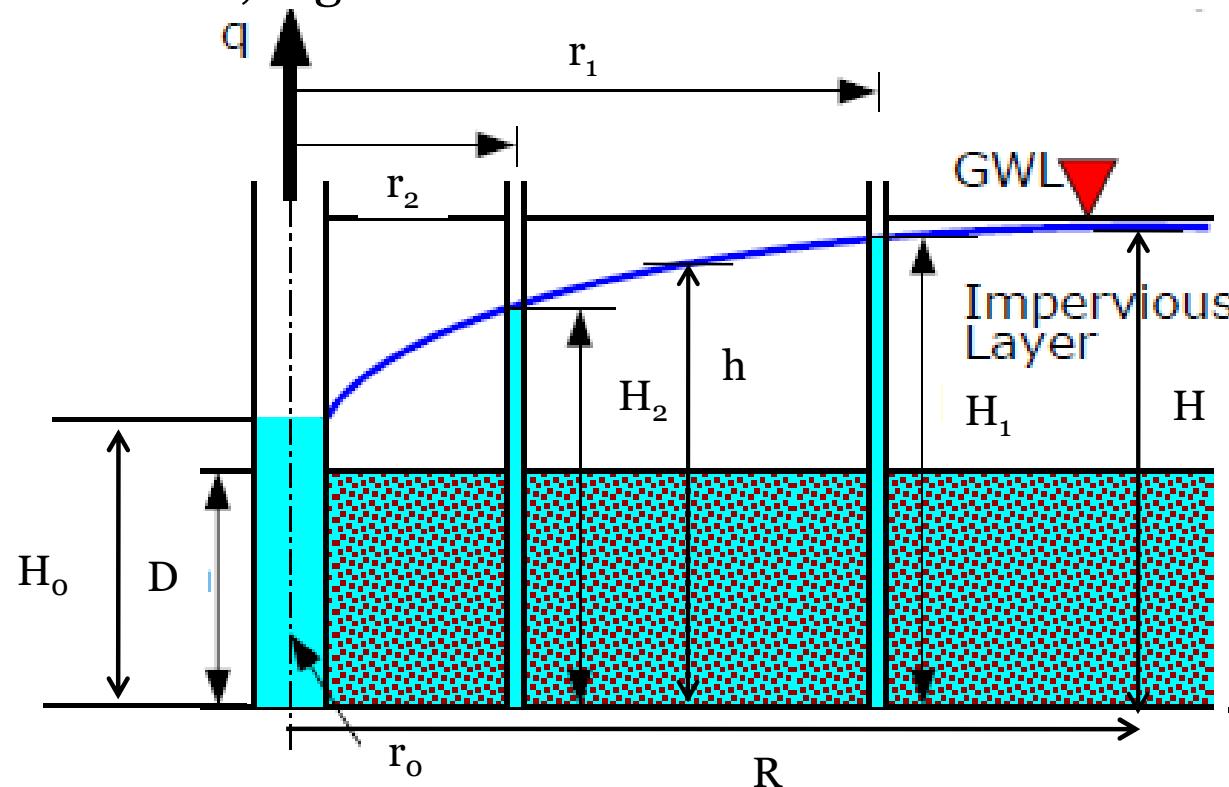
FECHA: \_\_\_\_\_

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- Se describe sólo la técnica de los pozos de bombeo (Hidrogeología).
- Se denomina **acuífero** a toda formación geológica de la que puede ser extraída cantidad significativa de agua.
- Un **acuífero libre** es aquel en que la superficie libre del agua pertenece a él, por tanto, las elevaciones o descensos del nivel freático se deben a cambios en el volumen de almacenamiento y no a cambios de presión en el agua.
- Un **acuífero confinado** es aquel en que el agua del subsuelo está confinada a presión, entre estratos impermeables o semipermeables de tal manera que la superficie libre del agua está por arriba de la frontera superior del acuífero.

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- **Flujo Radial Establecido en Pozos de Bombeo en Acuífero confinado, con Penetración Total.**
- Considérese el caso de un acuífero confinado de espesor  $D$ , constante, según se ilustra



# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- Se construye un pozo de bombeo de manera que penetre totalmente el acuífero confinado. En el pozo se efectúa un bombeo extrayendo un gasto constante,  $q$ .
- Cuando el flujo de agua se ha establecido, el nivel del agua en el pozo permanece ya constante y la superficie piezométrica original se abate como se muestra en la figura. Conformándose un cono de depresión de la superficie piezométrica.
- Como el flujo hacia el pozo es horizontal en todo punto del acuífero, el gradiente hidráulico está dado por la tangente de la superficie piezométrica en la sección que se considere, siendo

$$i = \frac{dh}{dr}$$

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- Considerando aplicable la ley de Darcy, se tiene que el gasto extraído a través de un cilindro de radio  $r$  es:

$$q = KiA = K \frac{dh}{dr} 2\pi r D$$

- De donde

$$q \frac{dr}{r} = 2\pi K D dh$$

- Los dos pozos de observación nos definen condiciones de frontera precisas, integrando

$$q \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = 2\pi K D \int_{H_1}^{H_2} dh$$

$$q \ln \frac{r_1}{r_2} = 2\pi K D (H_1 - H_2)$$

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- De donde

$$K = \frac{q}{2\pi D(H_1 - H_2)} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

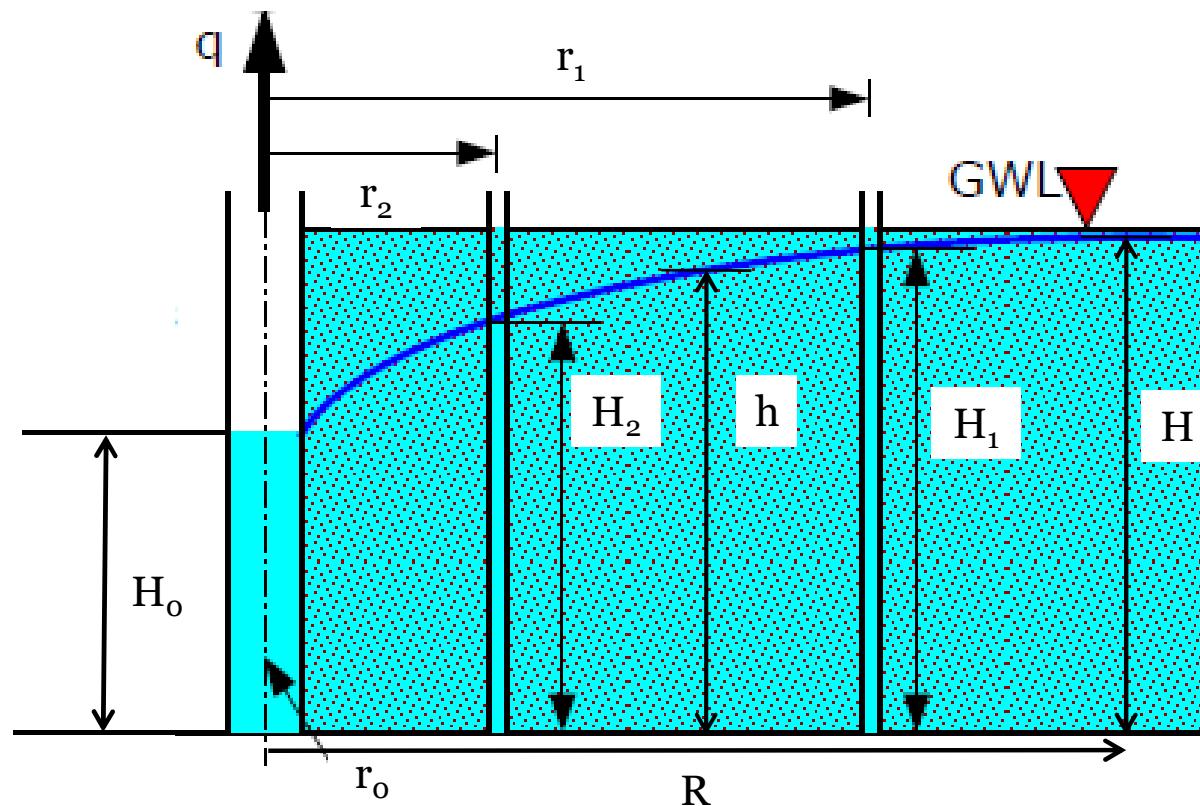
- Conociendo R, radio de influencia, para el cual la deflexión de la superficie piezométrica es prácticamente nula ( $h=H$ ) y estimando que para  $r = r_o$ , radio del pozo de bombeo, la altura del agua es  $h = H_o$ , se tendría:

$$K = \frac{q}{2\pi D(H - H_o)} \ln \frac{R}{r_o}$$

- Se observa, de esta manera, que es posible determinar el coeficiente de permeabilidad del acuífero.

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- **Flujo Radial Establecido en Pozo de Bombeo en Acuífero Libre con Penetración total.**
- Consideremos el acuífero de la figura, homogéneo, isótropo y con una frontera impermeable y horizontal.



# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- Se construye un pozo de bombeo de manera que penetre totalmente el acuífero libre y dos pozos de observación. En el pozo se efectúa un bombeo, extrayendo un gasto constante,  $q$ .
- Cuando se llegue a la condición de equilibrio, esto es, la de flujo establecido, se puede relacionar el gasto extraído con el abatimiento del agua en el pozo de bombeo. Aplicando la ley de Darcy a un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$ , se puede escribir

$$q = KiA = K \frac{dh}{dr} 2\pi r h$$

- Separando variables:

$$q \frac{dr}{r} = 2\pi K h dh$$

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- Los dos pozos de observación nos definen condiciones de frontera precisas, integrando:

$$q \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \pi K \int_{H_1}^{H_2} 2h dh$$

$$q \ln \frac{r_1}{r_2} = \pi K (H_1^2 - H_2^2)$$

- De donde:

$$K = \frac{q}{\pi (H_1^2 - H_2^2)} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

- Si se conoce  $R$ , para el cual  $h = H$  y considerando que para  $r = r_0$ ,  $h = H_0$ , entonces:

$$K = \frac{q}{\pi (H^2 - H_0^2)} \ln \frac{R}{r_0}$$

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- En los dos casos anteriores es perfectamente posible valuar  $K$  si se puede medir  $h$  y  $r$  en un pozo de observación y  $H_o$  y  $r_o$  en el pozo de bombeo.
- Una aplicación importante de los pozos de bombeo consiste en el abatimiento del nivel de agua libre en excavaciones. Las obras de ingeniería alcanzan profundidades para su desplante frecuentemente superiores a la del nivel de agua superficial. La presencia del agua, además de dificultar la excavación, generan situaciones de eminente peligro por inestabilidad del área excavada.
- Si el material a excavarse es arenoso el flujo de agua no solo anega la excavación sino que además las fuerzas de filtración generan arrastre de partículas, con la posibilidad de producirse derrumbes. Es recomendable bajar el nivel de agua libre a una profundidad mayor que la del fondo de la excavación a realizarse, para trabajar en forma cómoda, eficiente y más segura.

# Determinación de la Permeabilidad en el campo

- Si el material a excavarse es una arcilla compresible e impermeable los tiempos de excavación producen cambios en las propiedades de la arcilla, alterando sus condiciones naturales con las imprevisibles consecuencias sobre los taludes y propiciando expansiones por la presencia del agua y la liberación de presiones. El problema ya no solo pudiera ser el de bajar el nivel de agua libre sino además controlar el flujo de agua hacia la excavación.

# Factores que influyen en la Permeabilidad de los suelos

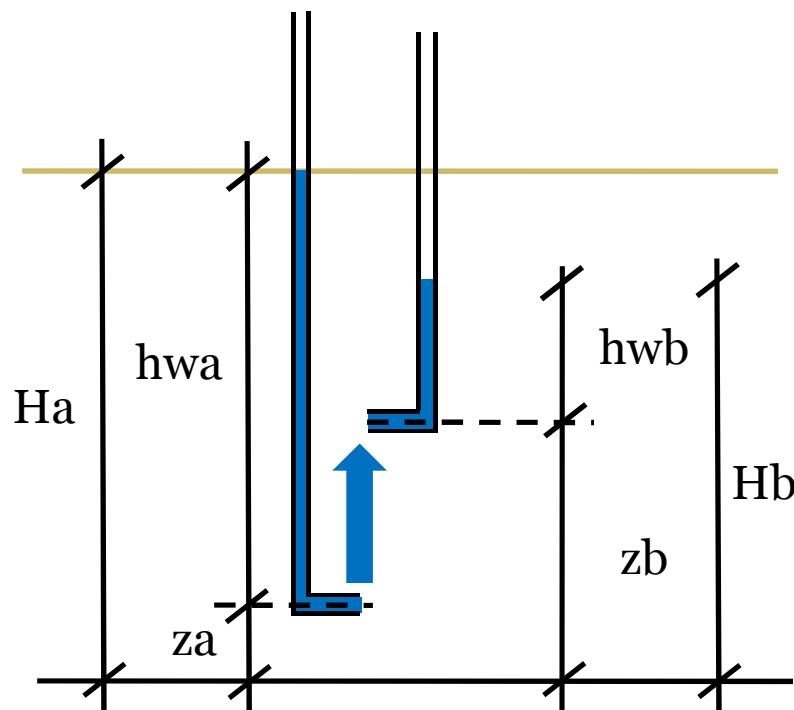
- La permeabilidad de los suelos depende de:
  - Tipo de Suelo (Distribución granulométrica).
  - Tamaño de la partícula.
  - Viscosidad del fluido (temperatura).
  - Densidad del suelo.
  - Relación de vacíos.
  - Forma y disposición de los granos.
  - Grado de saturación.
  - En suelos arcillosos también influye:
    - La estructura.
    - Espesor de las capas de agua adheridas a las partículas.

# Infiltración - Flujo Subterráneo

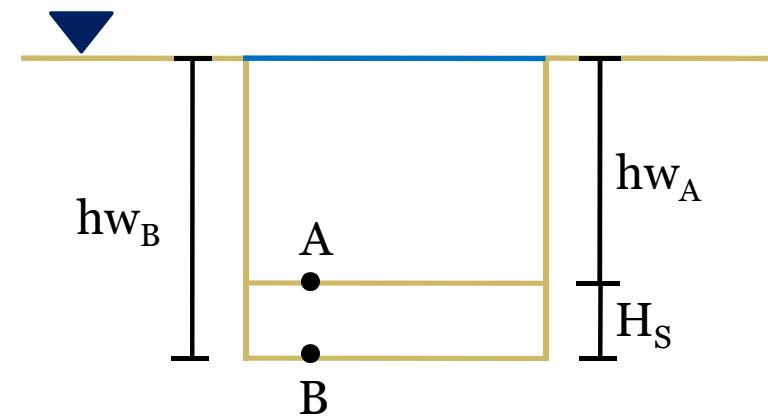
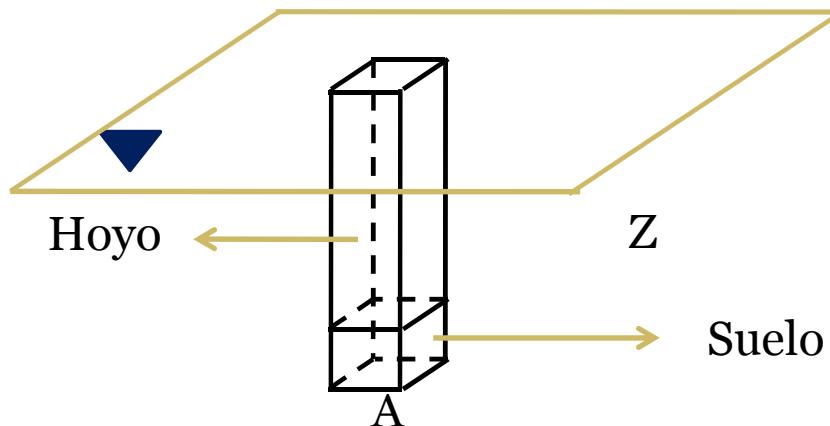
- Los problemas fundamentales del flujo de agua a través de la masa de suelo los podríamos sintetizar como sigue:
  - Determinación del gasto de infiltración a través de la zona de flujo.
  - Análisis de las modificaciones del estado de esfuerzos en la masa de suelo.
  - Análisis de las posibilidades de arrastre de partículas finas: Fenómeno de tubificación, dragado o socavación.

# Flujo Unidimensional

- Recordemos que el flujo de agua se presenta únicamente cuando existe una diferencia en la carga total entre dos puntos.



# Flujo Unidimensional

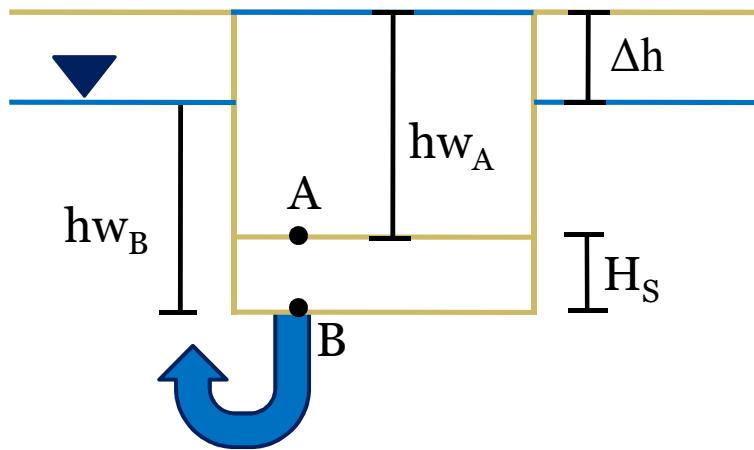


$$\frac{\sigma_A = h_{wA} \gamma_w \quad \sigma_B = h_{wA} \gamma_w + H_s \gamma_{SAT}}{u_A = h_{wA} \gamma_w \quad u_B = h_{wB} \gamma_w = h_{wA} \gamma_w + H_s \gamma_w}$$

$$\frac{\sigma'_A = 0 \quad \sigma'_B = H_s (\gamma_{SAT} - \gamma_w) = H_s \gamma'}{}$$

# Flujo Unidimensional

Abatimos el NF fuera de la excavación mediante bombeo



Flujo de agua de A a B

$$\begin{aligned}\sigma_A &= h_{wA} \gamma_w \\ u_A &= h_{wA} \gamma_w \\ \sigma'_A &= 0\end{aligned}$$

$$\sigma_B = h_{wA} \gamma_w + H_s \gamma_{SAT}$$

$$u_B = h_{wB} \gamma_w$$

$$h_{wB} = h_{wA} + H_s - \Delta h$$

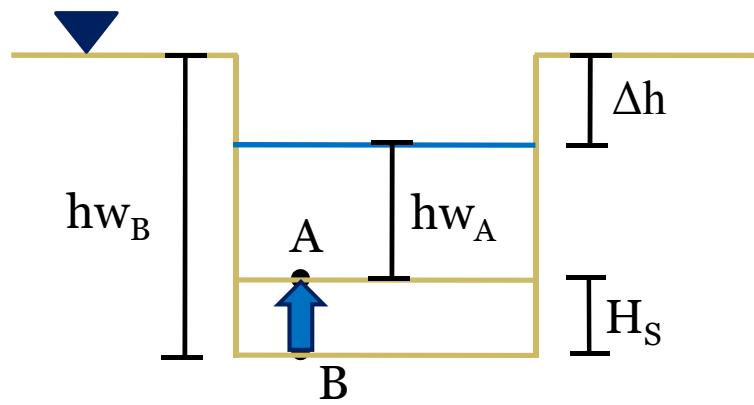
$$u_B = h_{wA} \gamma_w + H_s \gamma_w - \Delta h \gamma_w$$

$$\sigma'_B = H_s \gamma' + \boxed{\Delta h \gamma_w}$$

Presión de  
Filtración

# Flujo Unidimensional

Abatimos el NF dentro de la excavación



Flujo de agua de B a A

$$\sigma_A = h_{wA} \gamma_w$$
$$u_A = h_{wA} \gamma_w$$
$$\sigma'_A = 0$$

$$\sigma_B = h_{wA} \gamma_w + H_s \gamma_{SAT}$$
$$u_B = h_{wB} \gamma_w$$
$$h_{wB} = h_{wA} + H_s + \Delta h$$
$$u_B = h_{wA} \gamma_w + H_s \gamma_w + \Delta h \gamma_w$$
$$\sigma'_B = H_s \gamma' - \boxed{\Delta h \gamma_w}$$

Presión de Filtración

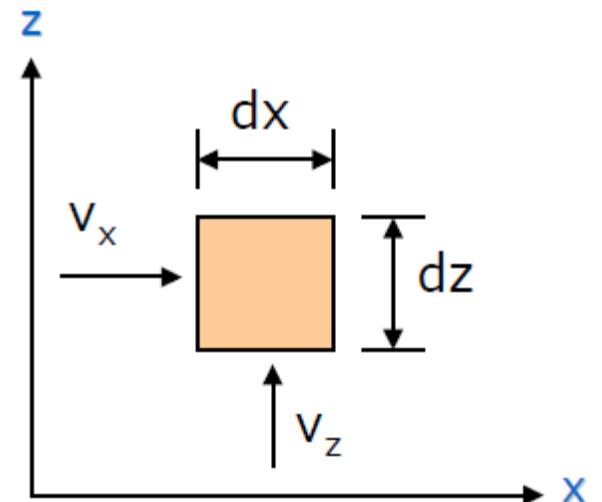
**Si  $\sigma'_B = 0$  CONDICIÓN DE ARENA MOVEDIZA**

# Presión de Filtración

- La presión que ejerce el agua a través de los poros por donde fluye se denomina **presión de filtración**. Esta presión se debe a la resistencia que ofrece el suelo o la trazabilidad estructural del mismo al paso del agua y actúa en la dirección del flujo.
- *Dependiendo de la dirección del flujo, la presión de filtración aumentará o disminuirá el esfuerzo efectivo.*

# Flujo Bidimensional. Ecuación de Laplace

- Considere un elemento bidimensional de suelo.
- Se asume que el suelo es homogéneo e isótropo respecto a la permeabilidad.
- El fluido es incompresible.
- La ecuación diferencial que gobierna el flujo subterráneo es conocida como la ecuación de Laplace.



$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

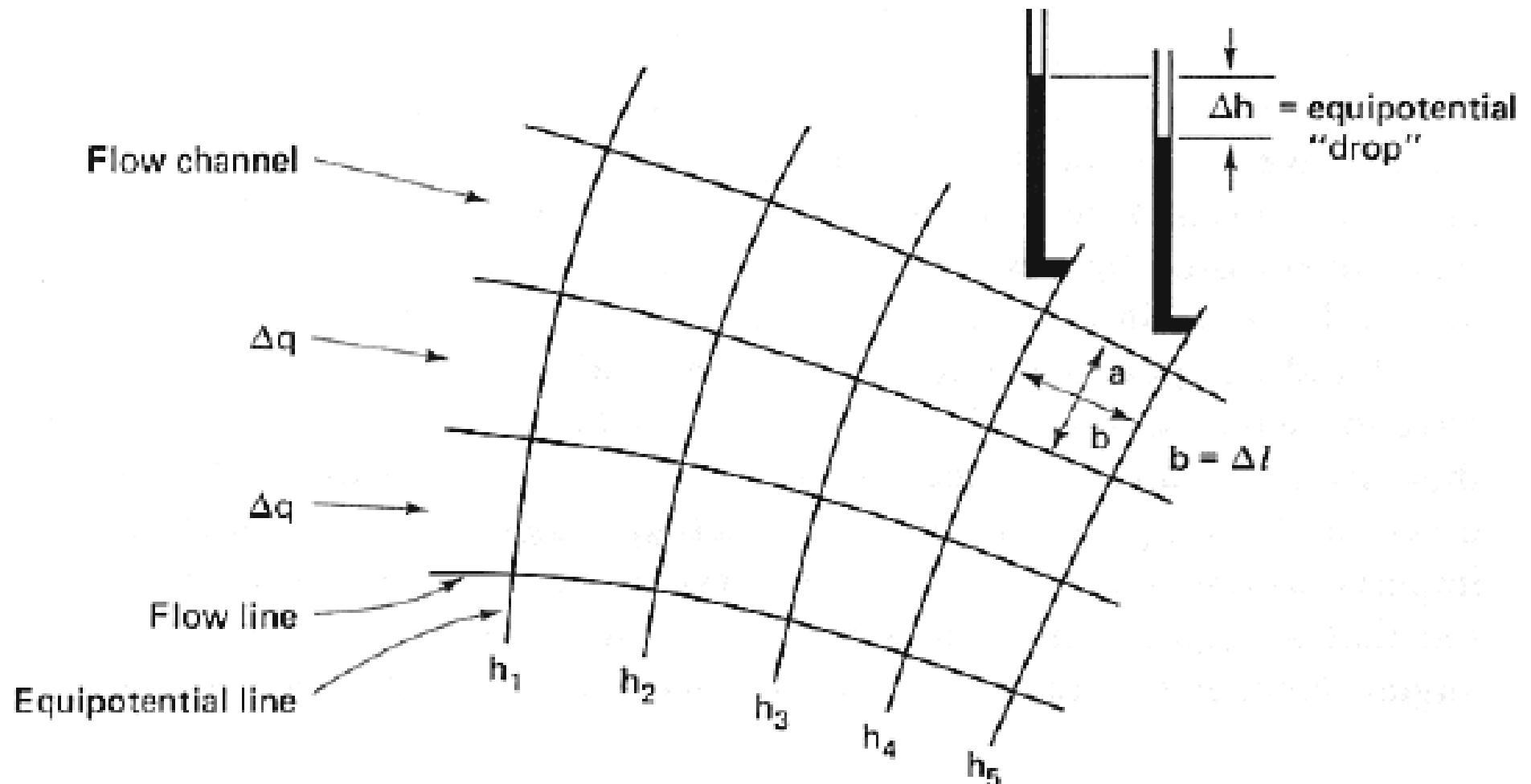
# Ecuación de Laplace

- La ecuación de Laplace es una ecuación muy importante en la Ingeniería.
- Ella representa la pérdida de energía a través de un medio resistivo:
  - Flujo a través de un medio poroso (suelo).
  - Flujo de electrones a través de un conductor.
  - Flujo de calor a través de un material conductorivo.
  - Flujo de personas entrando y saliendo de un hospital
- Soluciones exactas de la ecuación de Laplace en dos dimensiones pueden ser obtenidas en casos con condiciones de borde muy simples.
- Para la mayoría de problemas geotécnicos, es más sencillo resolver esta ecuación gráficamente dibujando las redes de flujo

# Redes de Flujo

- Una red de flujo consiste en dos familias de curvas (**equipotenciales** y **de corriente**) que se interceptan a  $90^{\circ}$ .
- A lo largo de una equipotencial la carga total es **constante**.
- Un par de líneas de corriente adyacentes definen un canal de flujo, a través del cual el **caudal** es **constante**.
- La perdida de carga entre dos líneas equipotenciales sucesivas es llamado **caída equipotencial**

# Redes de Flujo

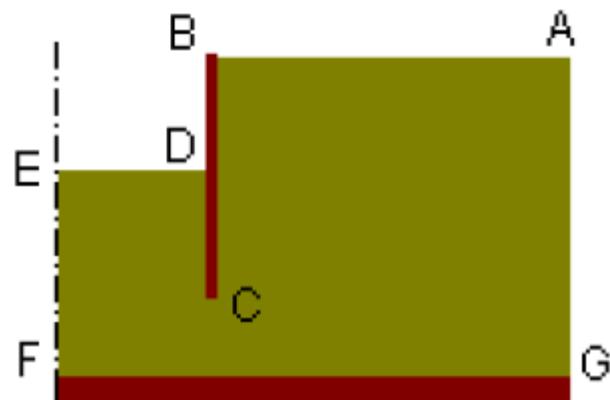


# Redes de Flujo: Reglas para su construcción

- **Las líneas de flujo cortan las equipotenciales en ángulo recto.** Por definición *no hay flujo a lo largo de una equipotencial* y por lo tanto todo el flujo debe ser perpendicular a ella.
- **Una línea de flujo no puede cortar otras líneas de flujo:** dos moléculas no pueden ocupar el mismo espacio al mismo tiempo.
- **Una línea equipotencial no puede cortar otras equipotenciales:** un punto no puede tener dos valores de carga total.

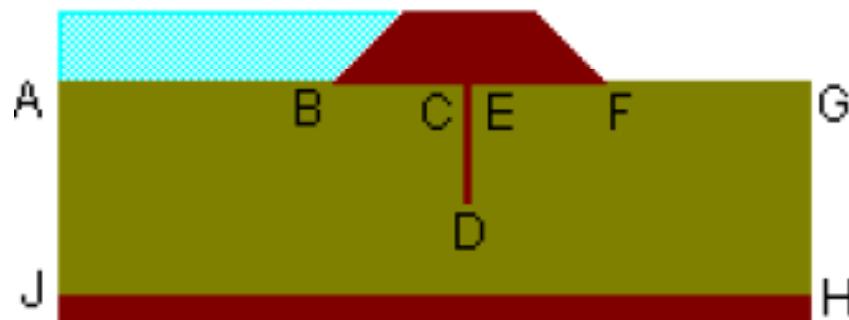
# Redes de Flujo: Reglas para su construcción

- **Fronteras impermeables y líneas de simetría son líneas de flujo:** como el agua no puede atravesarlas el flujo debe ser paralelo a ellas.
- Por ejemplo EF y FG en la figura son líneas de flujo.



# Redes de Flujo: Reglas para su construcción

- **Cuerpos de agua son equipotenciales.** Por ejemplo: AB es una equipotencial.

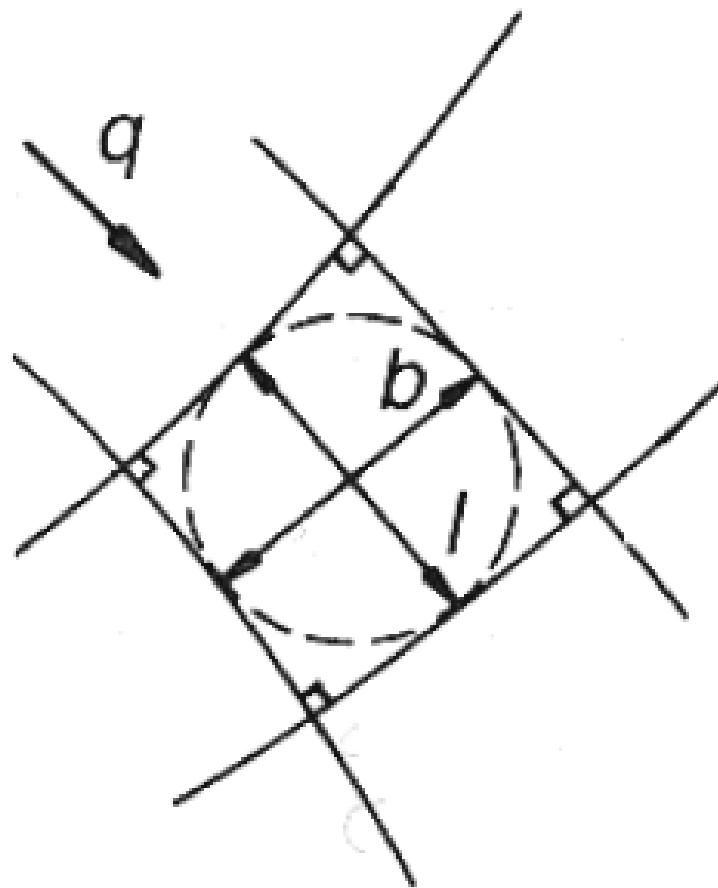


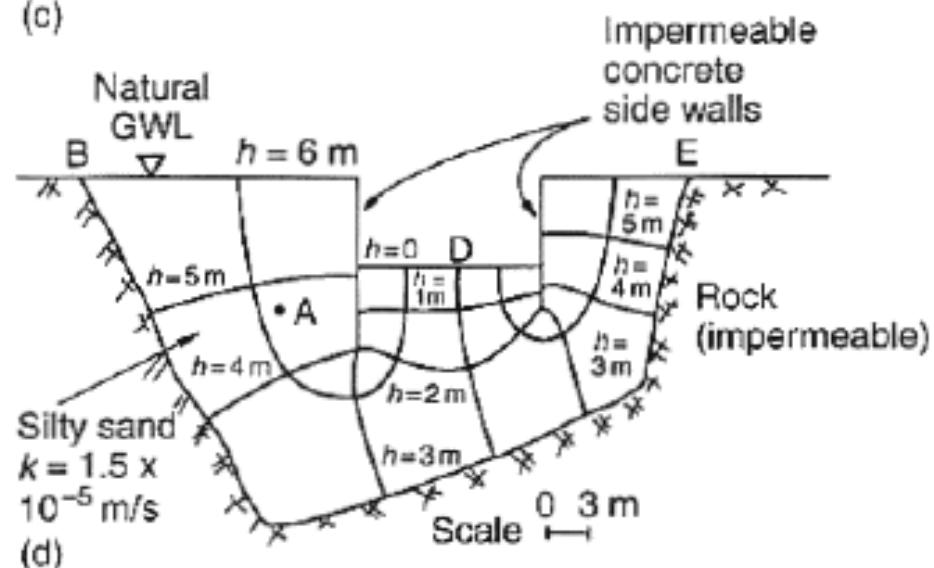
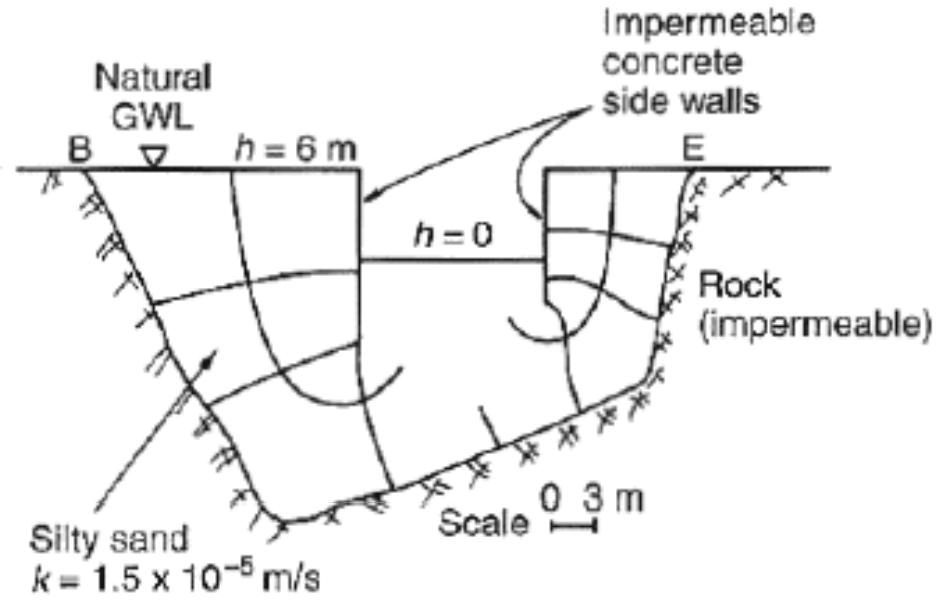
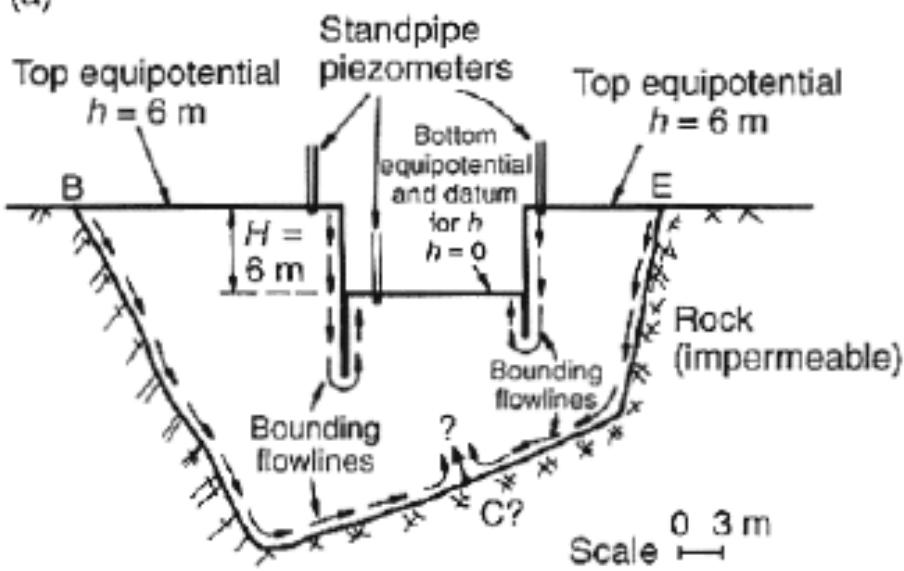
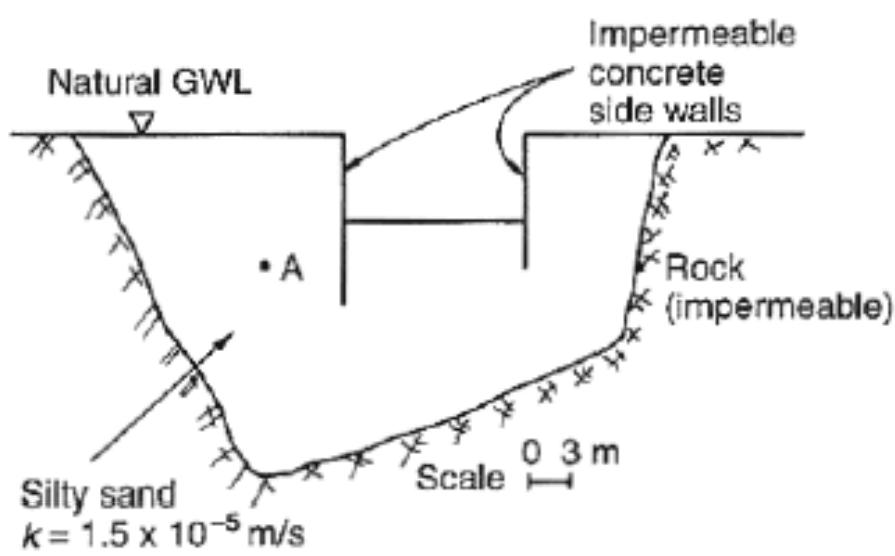
- Aunque se puede dibujar un numero infinito de líneas de flujo y equipotenciales, tres o cuatro canales de flujo suelen ser suficientes.

# Redes de Flujo: Reglas para su construcción

- La red de flujo debe ser construida de forma que cada elemento sea un cuadrado curvilíneo.
- Un cuadrado curvilíneo es una figura (con líneas que pueden ser curvas) que debe tener unas proporciones de ancho y largo tal que pueda inscribirse una circunferencia y que la misma sea tangente a los cuatro lados.

# Redes de Flujo: Reglas para su construcción

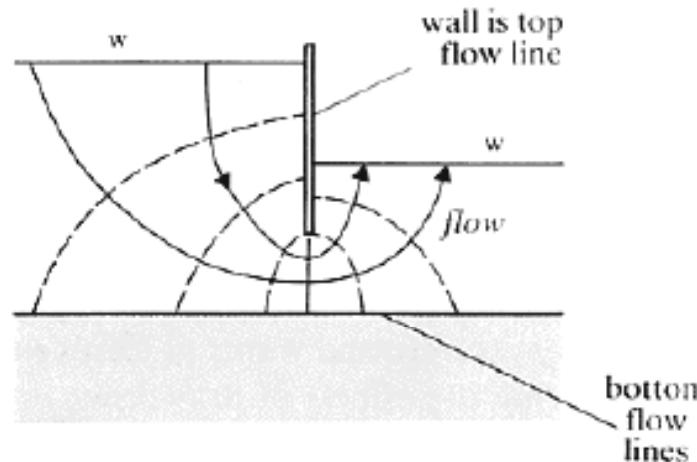




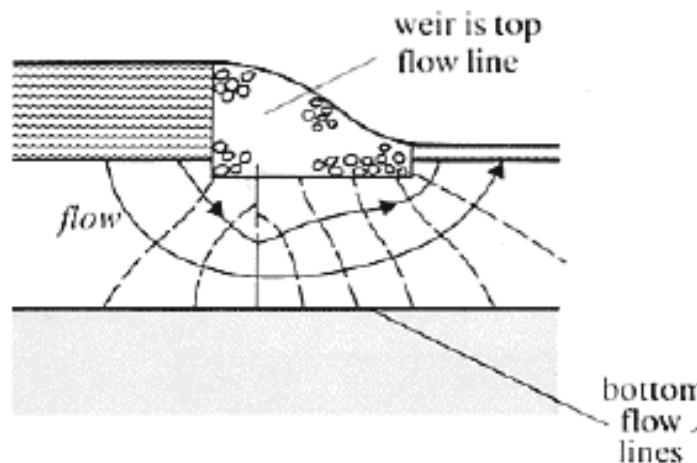
# Redes de Flujo Típicas

## CONFINED FLOW

Wall

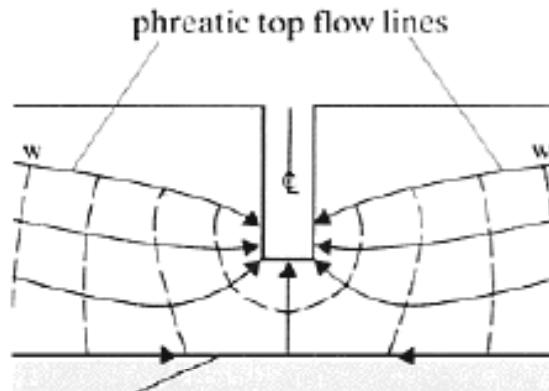


Weir



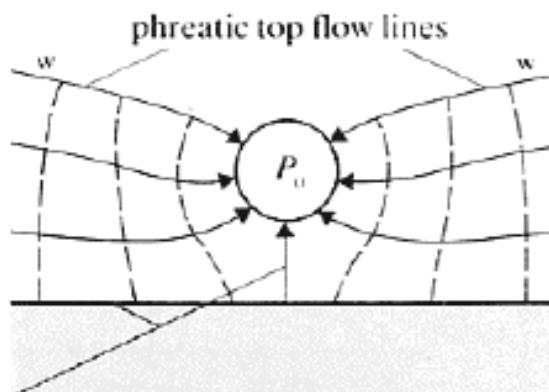
## UNCONFINED FLOW

Trench



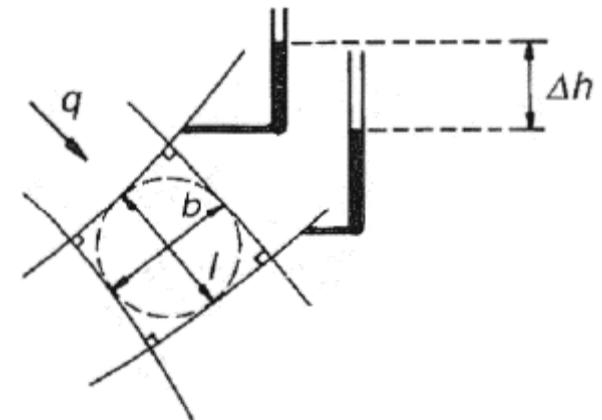
Drainage tunnel

ground surface



# Cálculo de Caudal utilizando redes de flujo

- Considere el flujo subterráneo a lo largo de un solo elemento mostrado en la figura.



- El caudal a través de este elemento ( $q$ ) está dado por:

$$q = KiA = K \frac{\Delta h}{l} b(\text{espesor})$$

- Si el elemento es un cuadrado curvilíneo  $b \approx l$ , la ecuación se reduce a:

$$q = KiA = K\Delta h$$

# Cálculo de Caudal utilizando redes de flujo

- Para  $N_F$  numero de canales de flujo y  $N_e$  numero de caídas equipotenciales y una pérdida de carga total  $h$ :

$$Q = qN_F$$

$$\Delta h = \frac{h}{N_e}$$

- Por lo tanto, la expresión del caudal por unidad de longitud  $Q$  puede ser obtenido como:

$$Q = Kh \left( \frac{N_F}{N_e} \right)$$

# Calculo de Presión de Poros usando redes de flujo

- Una red de flujo puede ser utilizada para el calculo de la **presión de poros** en cualquier punto dentro del dominio de la red de flujo.
- La carga total (o potencial hidráulico) en un punto dado es:

$$\phi = H - h \left( \frac{n}{N_d} \right) = H - n\Delta h$$

- Donde:
- H es la carga Total
- $N_d$  numero total de caídas equipotenciales
- n numero de caídas en el punto dado
- $\Phi$  es el potencial hidráulico o carga total.

# Calculo de Presión de poros usando redes de flujo

- Entonces la carga de elevación (z) en el punto dado respecto al datum es determinada por la geometría del problema (la red de flujo debe estar a escala).
- La carga de presión ( $h_w$ ) y la presión de poros (u) en un punto dado puede ser calculada como:

$$h_w = \phi - z$$

$$u = h_w \gamma_w$$

# Determinación de la presión de filtración usando redes de flujo

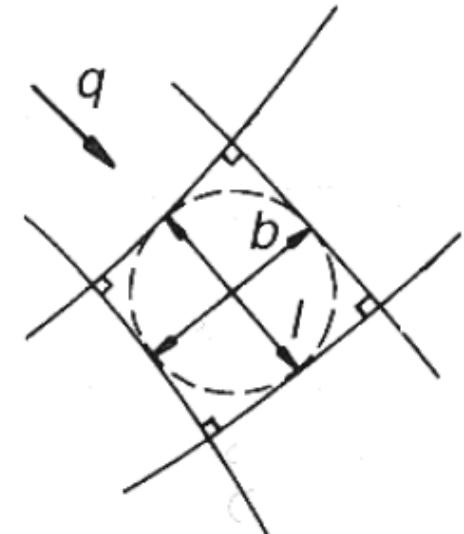
La presión hidrodinámica que ejerce el agua sobre las partículas de suelo en la sección b del cuadrado, considerando un ancho unitario, se calcula como:

$$P_f = \Delta h_i \gamma_w$$

Donde  $\Delta h_i$  es la carga hidráulica que moviliza el agua en la masa de suelo.

Esta presión genera un empuje hidrodinámico que es:

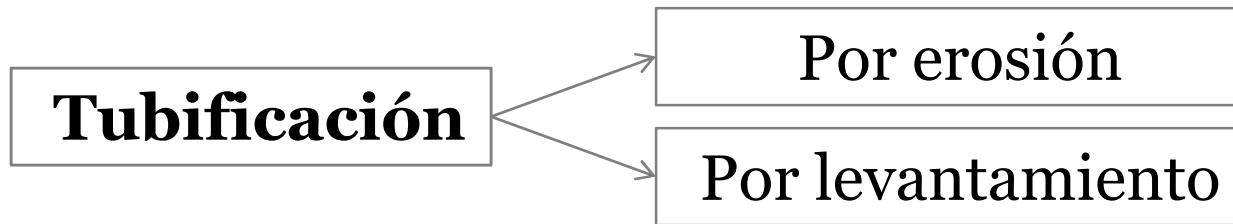
Esta fuerza puede expresarse por unidad de volumen, teniendo para el cuadrado considerado:



$$F = \Delta h_i \gamma_w b$$

$$f = i \gamma_w$$

# Factores de Seguridad



- **Por erosión** (arenas movedizas)

$$FS = \frac{i_c}{i_{salida}}$$

$$i_{salida} = \frac{\Delta h}{l} \longrightarrow \text{Del último campo (más pequeño)}$$

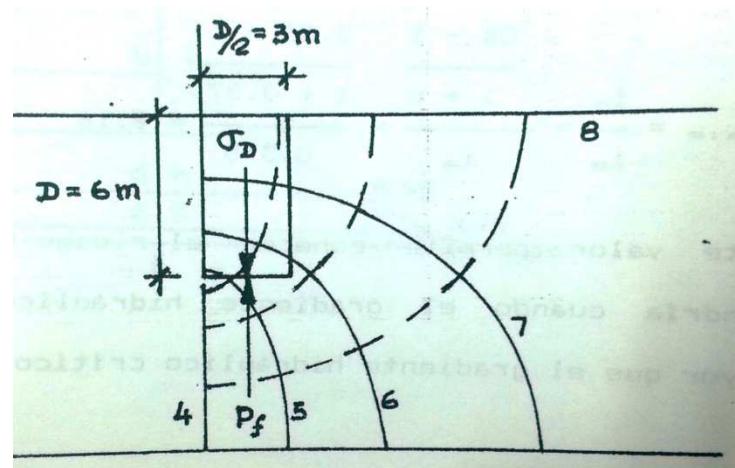
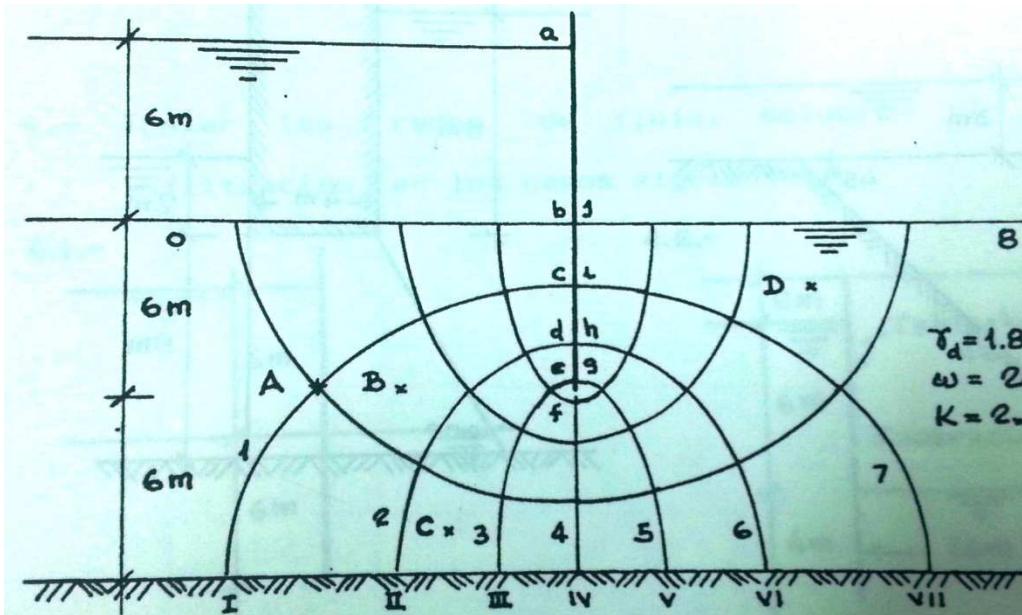
$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

# Factores de Seguridad

- **Por levantamiento**
- La erosión ocasionada por la infiltración de agua debajo y aguas debajo de elementos de retención, conduce a la formación de túneles o cavernas por arrastre de finos, que generan inestabilidad, pudiendo conducir a la rotura de estas estructuras.
- Aguas abajo y en las cercanías del elemento estructural, el agua tiene un movimiento casi vertical que tiende a levantar la masa de suelo que lo soporta. El levantamiento sólo se produce cuando la presión de filtración del agua que circula hacia arriba en el suelo situado al pie de la estructura es mayor que la presión efectiva del suelo.

# Factores de Seguridad

- Para entender mejor esto veamos la siguiente situación:

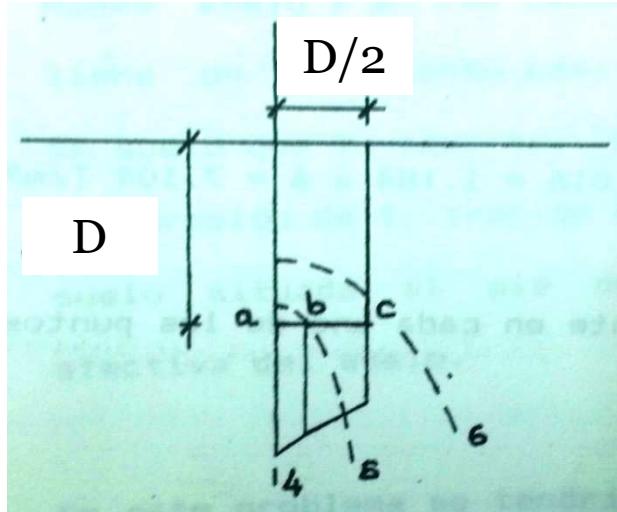


# Factores de Seguridad

- Según Terzaghi el levantamiento ocurre  $D/2$  de la tablestaca.
- La falla por lo tanto se genera en un prisma que tiene una profundidad  $D$  y un ancho  $D/2$ .
- Al momento de la falla el esfuerzo efectivo en cualquier sección horizontal del prisma es igual a cero.
- Por lo tanto, la tubificación se origina tan pronto como la sobrepresión hidrostática (o presión de filtración) en la base del prisma es igual al esfuerzo efectivo del punto.

# Factores de Seguridad

- Por levantamiento



$$FS = \frac{\sigma'_D}{Pf_D}$$

$$Pf_D = h_{prom} \gamma_w$$

$$h_{prom} = \frac{\frac{(h_a + h_b)ab}{2} + \frac{(h_b + h_c)bc}{2}}{ac}$$

- Donde h<sub>a</sub>, h<sub>b</sub> y h<sub>c</sub> son la carga hidráulica que moviliza el agua en la masa de suelo en los puntos del prisma.

# Redes de Flujo en Suelos Anisótropos

- Hasta ahora hemos estudiado las redes de flujo para suelos **isótropos**.
- Pero **¿que hacemos si esto no es así?**
- Si el suelo es **anisótropo**, con permeabilidades  $k_x$  distinta a  $k_z$ , *la ecuación diferencial* que gobierna el flujo, no es laplaciana, sino que adopta la siguiente forma

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

# Redes de Flujo en Suelos Anisótropos

- La ecuación anterior puede reducirse a una Laplaciana con el siguiente cambio de variable:

$$X' = \alpha x$$

$$\alpha = \left( \frac{k_z}{k_x} \right)^{1/2}$$

- Derivando, sustituyendo y manipulando la ecuación, se puede reescribir como:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

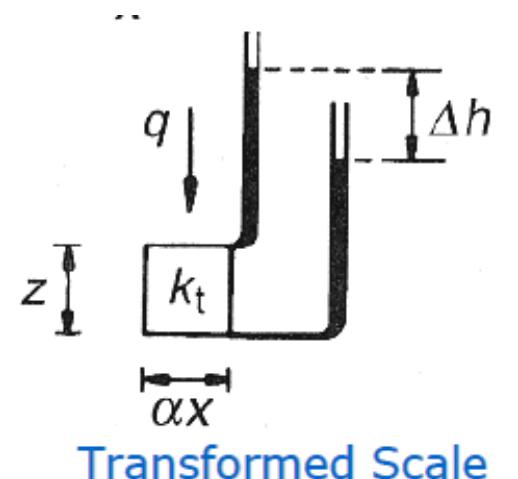
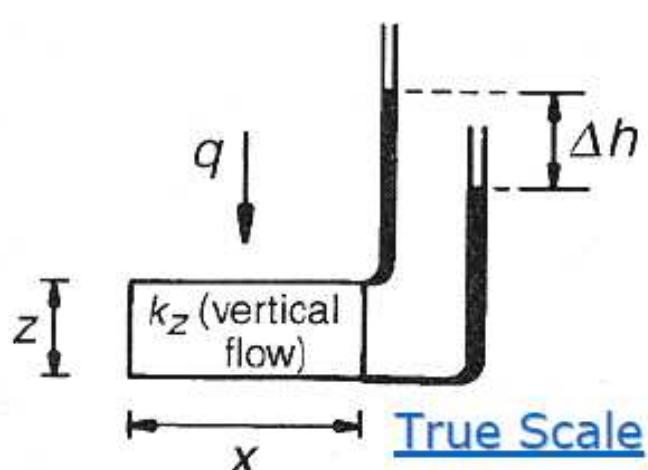
# Redes de Flujo en Suelos Anisótropos

$$\frac{\partial^2 h}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

- Que es la ecuación de Laplace en el sistema  $(X', z)$ .
- Esto permite dibujar la red de flujo en el sistema coordenado  $(X', z)$  y así resolver el problema como vimos en el caso anterior.

# Redes de Flujo en Suelos Anisótropos

- Generalmente,  $k_x$  es mayor que  $k_z$  y por lo tanto el cambio de sistema coordenado [de  $(x,z)$  a  $(X',z)$ ] conlleva a una compresión de la escala horizontal como se muestra en la figura



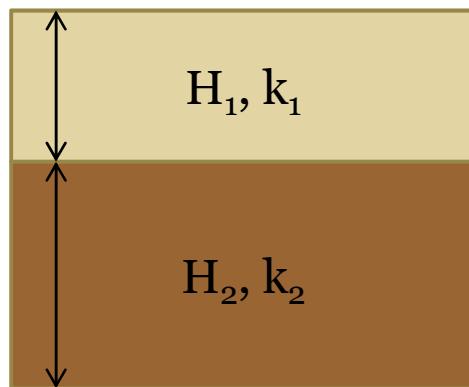
# Redes de Flujo en Suelos Anisótropos

- El caudal de una sección transformada se calcula usando una permeabilidad efectiva de la sección transformada.
- Donde

$$k_t = \sqrt{k_x k_z}$$

# Flujo en Suelos Heterogéneos

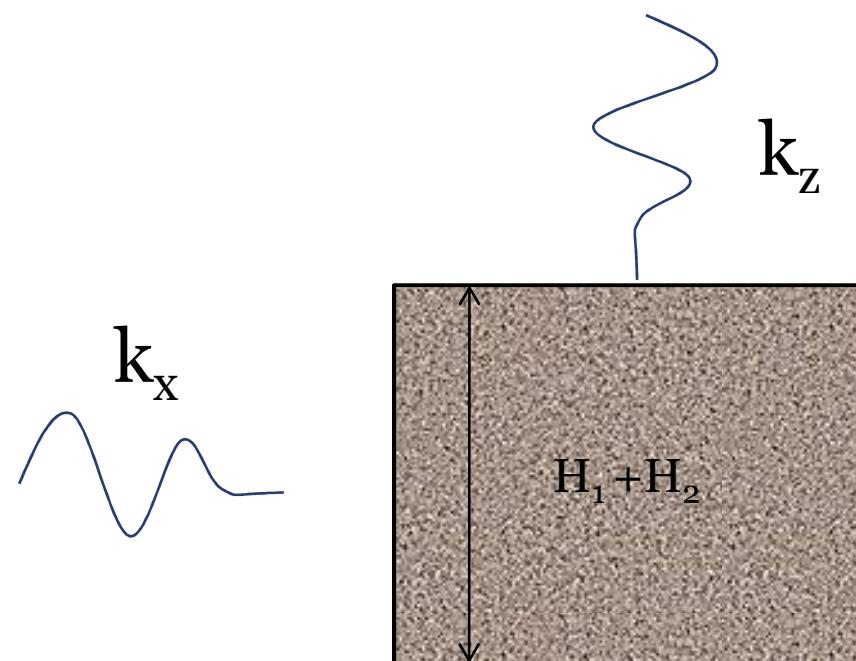
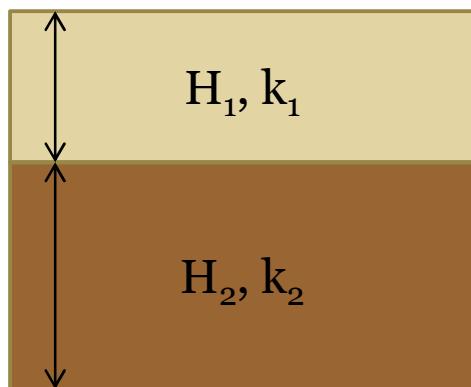
- La figura muestra dos capas de suelo **isótropas** de permeabilidades  $k_1$  y  $k_2$ , y espesores  $H_1$  y  $H_2$ .



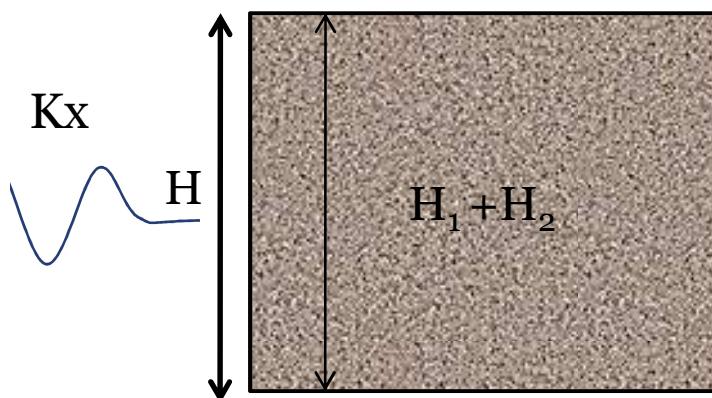
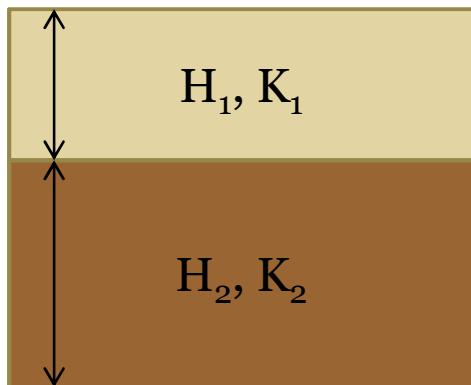
- El **contacto** entre las dos capas **es horizontal**.
- Si las capas son *anisótropas*  $k_1$  y  $k_2$  representan permeabilidades *efectivas*.

# Flujo en Suelos Heterogéneos

- Las dos capas pueden ser consideradas como una capa homogénea de espesor  $H_1 + H_2$  con permeabilidad  $k_x$  en la dirección x y  $k_z$  en la dirección z.



# Suelos Estratificados: Permeabilidad Promedio



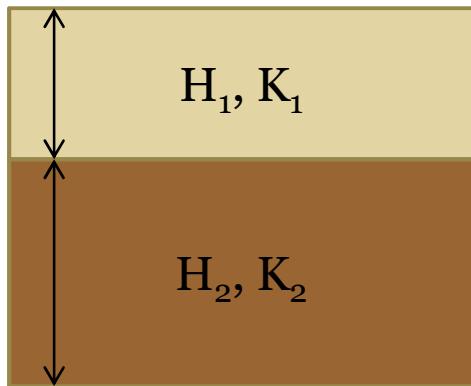
$$Q = KiA$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

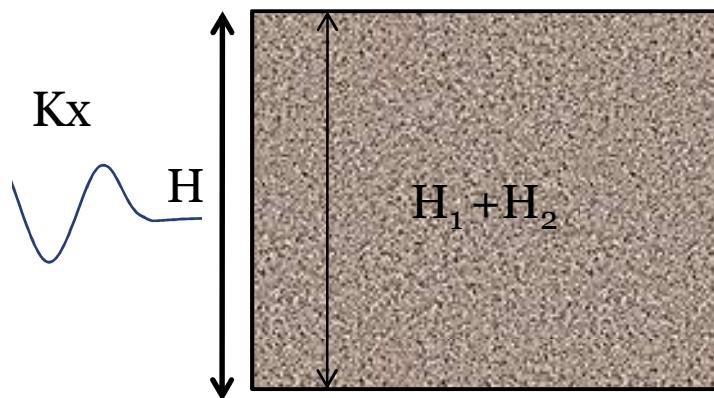
Si  $h_1$  y  $h_2$  representan la carga total en cualquier punto en las dos capas, entonces para un punto común (en el contacto)  $h_1 = h_2$ .

Por lo tanto, los gradientes hidráulicos en las dos capas y en la capa equivalente son iguales y se denotan por  $i_x$ .

# Suelos Estratificados: Permeabilidad Promedio



$$\begin{aligned} Q_x &= (1) \cdot (H_1 + H_2) K_x i_x = (1) \cdot H_1 K_1 i_x + (1) \cdot H_2 K_2 i_x \\ (H_1 + H_2) K_x i_x &= (H_1 K_1 + H_2 K_2) i_x \\ \therefore K_x &= \frac{H_1 K_1 + H_2 K_2}{H_1 + H_2} \end{aligned}$$



$$K_x = \frac{\sum H_i K_i}{\sum H_i}$$

# Flujo en Suelos Heterogéneos

- Para **flujo unidimensional en la dirección vertical** la velocidad o el caudal debe ser igual, para satisfacer la ecuación de continuidad. Así:

$$v_z = k_z i_z = k_1 i_1 = k_2 i_2$$

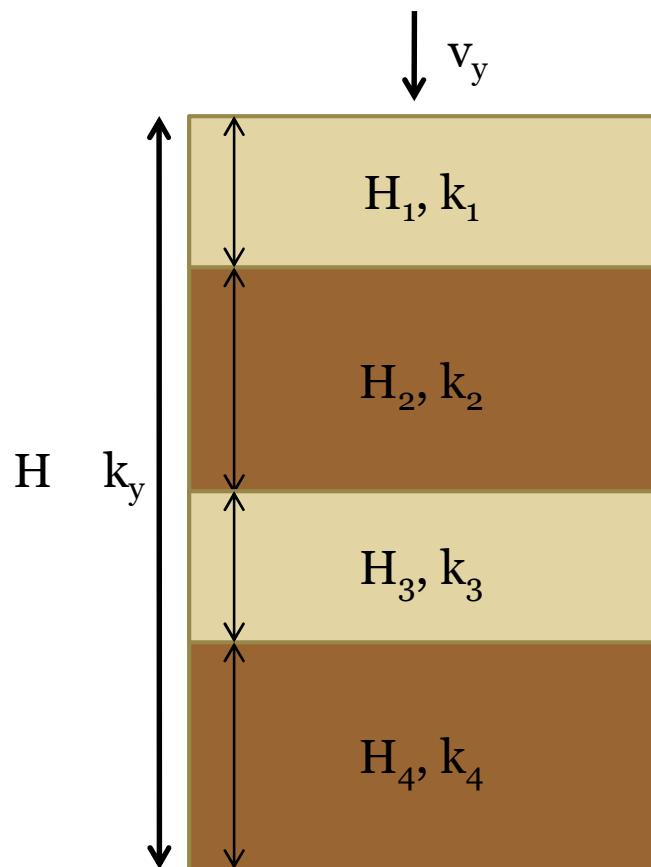
- Donde  $i_z$  es el gradiente hidráulico promedio de la profundidad  $H_1+H_2$ . Por lo tanto:

$$i_1 = \frac{k_z}{k_1} i_z$$

$$i_2 = \frac{k_z}{k_2} i_z$$

# Suelos Estratificados: Permeabilidad Promedio

Para **flujo unidimensional en la dirección vertical** la velocidad o el caudal debe ser igual, para satisfacer la ecuación de continuidad. Así:



$$Q = KiA$$

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4$$

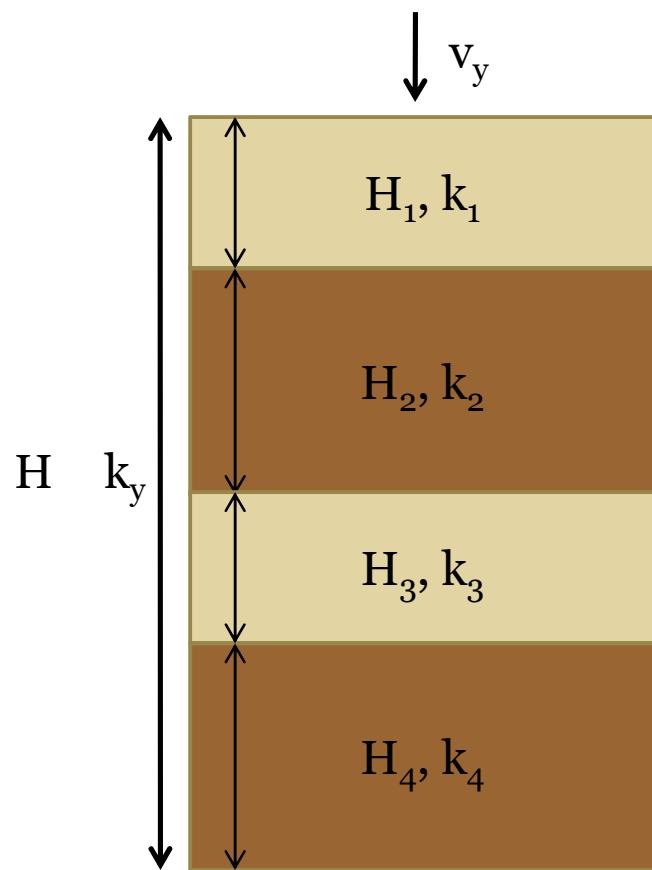
Como el área no cambia ( $A_1=A_2=\dots=A$ ). Y recordemos  $Q/A=V$

$$V = Ki \Rightarrow i = \frac{V}{K}$$

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = V_4$$

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4$$

# Suelos Estratificados: Permeabilidad Promedio



$$i = \frac{\Delta h}{L} \Rightarrow \Delta h = iL$$

$$i_{\text{prom}} H = i_1 H_1 + i_2 H_2 + i_3 H_3 + i_4 H_4$$

$$\frac{V}{K_z} H = \frac{V}{K_1} H_1 + \frac{V}{K_2} H_2 + \frac{V}{K_3} H_3 + \frac{V}{K_4} H_4$$

$$K_z = \frac{\sum H_i}{\sum \frac{H_i}{K_i}}$$