UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA

LABORATORIO DE COMUNICACIONES

LABCOM

TRANSMISION DE DATOS

PROBLEMARIO

José E. Briceño M., Dr. Ing.
Profesor Titular, ULA.

Mérida, 2003

TRANSMISION DE DATOS

PROBLEMAS Y CUESTIONARIO

Prof. J. Briceño M.

Referencias:
TEXTO 1: J. Briceño M., “Transmisión de Datos”,Tercera Edición
TEXTO 2: J. Briceño M., “Principios de las Comunicaciones”,Tercera Edición

Nota: Los Números de Capítulo están referidos al TEXTO 1

CAPITULO I

En este capítulo no hay problemas numéricos

CAPITULO II

Ejemplos adicionales

Ejemplo 2.1

La palabra PI está codificada en ASCII siendo su velocidad de 1200 bps. Esta palabra se aplica a un modulador ASK cuya frecuencia de portadora es de 1200 Hz.

Vamos a dibujar la forma de onda a la salida del modulador

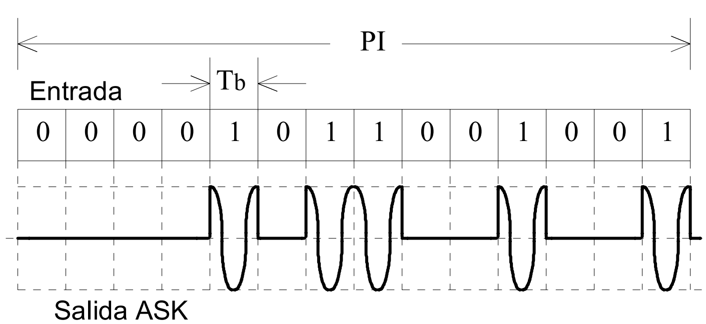
Solución:

En ASCII: P => 0000101; I => 1001001

Como la frecuencia de portadora es igual a la velocidad de transmisión, entonces

$T_b = T_c$. Un ciclo de f_c es igual a T_b. A la salida del modulador ASK la palabra PI

tiene entonces la forma

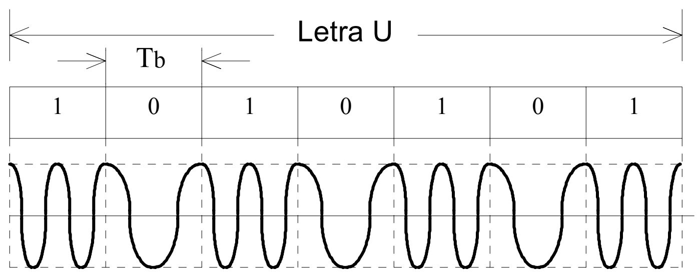


Ejemplo 2.2

La letra U está codificada en ASCII, siendo su velocidad de 1200 bps. Esta letra se aplica a un modulador FSK donde f_0 = 1200 Hz y f_1 = 2400 Hz; vamos a dibujar la forma de onda a la salida del modulador. Verifique también las condiciones de ortogonalidad de este modulador (ver Problema 2.29).

Solución:

En ASCII: U => 1010101 . También, f_0 es igual a la velocidad de transmisión a la entrada del modulador; por lo tanto, un ciclo de f_0 es igual a un intervalo T_b. La salida del modulador FSK tendrá la forma



En cuanto a la ortogonalidad, para $f_o = 1200$ Hz; $f_1 = 2400$ Hz; $f_b = 1200$ Hz,

$$f_c = \frac{f_o + f_1}{2} = 1800 \text{ Hz}; \quad f_1 - f_o = 2f_d, \quad \text{de donde} \quad f_d = 600 \text{ Hz}$$

$$m = \frac{2f_d}{f_b} = 1 \implies \text{entero}; \quad n = \frac{2f_c}{f_b} = 3 \implies \text{entero}$$

Puesto que m y n son enteros y n > m, el modulador cumple con las condiciones de ortogonalidad. El ancho de banda mínimo del canal será $B_c = (m + 2)f_b = 3600$ Hz

Ejemplo 2.3

Las frecuencias de los módems prácticos pocas veces cumplen con las condiciones de ortogonalidad. Por ejemplo, en el MODEM UIT-T V.23 se tiene

$f_b = 600$ Hz; $f_d = 200$ Hz; $f_c = 1500$; $f_1 = 1300$ Hz; $f_0 = 1700$ Hz. De donde,

$$m = \frac{2f_d}{f_b} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3} \neq \text{entero}; \quad n = \frac{2f_c}{f_b} = \frac{3000}{600} = 5 \text{ entero}. \text{ Generalmente } \quad n >> m$$

Puesto que m no es entero, las señales $s_1(t)$ y $s_0(t)$ del MODEM V.23 no son perfectamente ortogonales. Por ejemplo, si hacemos m = 1 y dejamos n = 5 con la misma frecuencia de señalización $f_b = 600$ Hz, las frecuencias que satisfacen las condiciones de ortogonalidad son:

$f_c = 1500$ Hz; $f_d = 300$ Hz; $f_1 = 1200$ Hz y $f_0 = 1800$ Hz

Ejemplo 2.4

Sobre un canal telefónico se transmite datos binarios en FSK. El ancho de banda útil del canal es de 3 kHz; las frecuencias de transmisión son $f_1 = 1500$ Hz y $f_0 = 2100$ Hz. Se utiliza un módem que trabaja a una velocidad de modulación de 300 baudios. La relación S/N en el canal es de 6,021 dB y la densidad espectral de potencia de ruido es igual a 10^{-8} W/Hz.

Vamos a determinar la desviación de frecuencia, la frecuencia de portadora, el ancho de banda del filtro de entrada, el ancho de banda de los filtros de canal, la potencia de entrada y la probabilidad de error tanto en coherente como en no coherente. Verificar también si la separación de las frecuencias cumple con las condiciones de ortogonalidad.

Solución:

$B = 3$ kHz; $f_1 = 1500$ Hz; $f_0 = 2100$ Hz; $f_b = 300$ Hz; $\frac{Si}{Ni} = 6{,}021\ \text{dB} = 4$

$\eta = 2x10^{-8}$ W/Hz

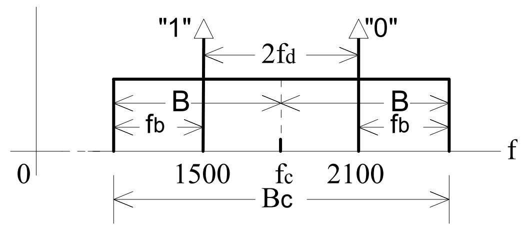
De la figura, $f_d = (2100\text{-}1500)/2$

$f_d = 300$ Hz

$f_c = 1500 + 300 = 1800$ Hz

Filtro de entrada,

$B_c = 2(f_b + f_d) = 1200$ Hz



Nótese que el ancho de banda de transmisión es menos de la mitad del ancho de banda útil del canal. En la práctica, para transmitir a 300 bps, el canal telefónico se divide en dos subcanales de 1500 Hz cada uno, lo cual permite la transmisión en full dúplex. Es el MODEM V.21.

Filtro de canal,

$B = 2f_b = 2x300 = 600$ Hz

En FSK $\gamma = 2\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{FSK} = 8$

$$\gamma = \frac{A^2}{2\eta f_b} \therefore A = \sqrt{2\eta f_b \gamma} = \sqrt{2x2x10^{-8}x300x8} = 9{,}8\ \text{mV}$$

La potencia de entrada será $< x_{FSK}^2(t) >= \frac{A^2}{4} = \frac{(9{,}8x10^{-3})^2}{4} = 0{,}024\ \text{mW}$

Probabilidad de error: En FSK Coherente, $P_e = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}) = 2{,}339x10^{-3}$

En FSK No Coherente, $P_e = \frac{1}{2}\exp(-\frac{\gamma}{2}) = 9{,}158x10^{-3}$

Veamos si cumple con las condiciones de ortogonalidad.

$$m = \frac{2f_d}{f_b} = \frac{2x300}{300} = 2 \ \text{entero}; \quad n = \frac{2f_c}{f_b} = \frac{2x1800}{300} = 12 \ \text{entero}$$

Como m y n son enteros y n > m, este módem cumple con las condiciones de ortogonalidad.

Ejemplo 2.5

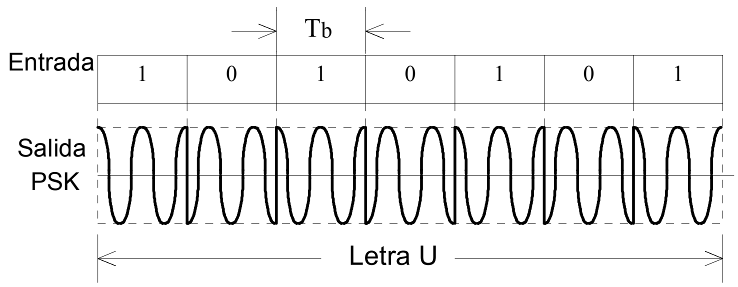
La letra U está codificada en ASCII a la velocidad de 1200 bps. Esta letra se aplica a un modulador PSK cuya frecuencia de portadora es de 2400 Hz.

Vamos a dibujar la forma de la señal de salida del modulador PSK.

Solución:

En ASCII: U => 1010101

Como la frecuencia de portadora es de 2400 Hz, en un intervalo $T_b = 1/1200$ habrá dos ciclos de portadora. La salida del modulador tendrá la forma



Ejemplo 2.6

Por un canal de microondas cuyo ancho de banda es de 3 MHz se transmite datos binarios a una velocidad de 1 Mbps. La densidad espectral de potencia del ruido es de 10^{-10} W/Hz. Vamos a determinar, en PSK y en DPSK, las potencias promedio de portadora y de ruido a fin de que la probabilidad de error sea $P_e \le 10^{-4}$.

$B_c = 3\text{ MHz};\ \ f_b = 10^6\text{ Hz};\ \ T_b = 10^{-6};\ \ \eta = 2\text{x}10^{-10}\text{ W/Hz}$

El ancho de banda para el cálculo de la potencia de ruido es $B = 2f_b = 2$ MHz.

Solución:

(a) En PSK

Para $P_e = \dfrac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\gamma}) = 10^{-4}$, se tiene que $\gamma = 6{,}916$

Puesto que $\gamma = \dfrac{A^2 T_b}{2\eta}$, entonces $S_i = \dfrac{A^2}{2} = \gamma\eta f_b = 6{,}916\text{x}2\text{x}10^{-10}\text{x}10^6$

$S_i = 1{,}383\text{ mW} = 1{,}41\text{ dBm}$

$N_i = B\eta = 2\text{x}10^6\text{x}2\text{x}10^{-10} = 4\text{x}10^{-4}\text{ W} = \text{-}3{,}98\text{ dBm}$

$\dfrac{S_i}{N_i} = 3{,}458 = 5{,}388\text{ dB}$

(b) En DPSK

Para $P_e = \dfrac{1}{2}\exp(-\gamma) = 10^{-4}$; se tiene que $\gamma = 8{,}517 = \dfrac{A^2 T_b}{2\eta}$

$$S_1 = \frac{A^2}{2} = \gamma\eta f_b = 8{,}517x10^6\, x2x10^{-10} = 1{,}703 \text{ mW} = 2{,}313 \text{ dBm}$$

$$N_i = B\eta = 4x10^{-4} \text{ W} = -3{,}98 \text{ dBm} \qquad \frac{S_i}{N_i} = 4{,}258 = 6{,}292 \text{ dB}$$

En este ejemplo se verifica, como ya lo habíamos señalado más arriba, que el sistema DPSK requiere alrededor de 1 dB más de potencia que el sistema PSK.

Ejemplo 2.7

Un sistema DPSK 4-ario está caracterizado por el diagrama de Fresnel de la figura.

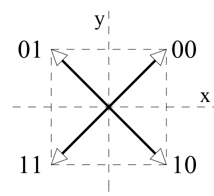


Diagrama de Fresnel

La secuencia binaria de entrada al modulador tiene una velocidad de transmisión de 2400 bps. El ancho de banda del canal es de 3 kHz; la amplitud de la portadora es de 1 mV y la densidad espectral de ruido es de 10^{-11} W/Hz.

(a) Calcule la relación Si/Ni en el canal y la probabilidad de error

(a) Si la amplitud de la portadora se aumenta al doble, ¿Cuál será la nueva probabilidad de error y en cuantos dB aumenta la relación Si/Ni?

(b) Dibuje la señal modulada DPSK de salida correspondiente a la entrada 1 0 1 1 0 1 0 0 (el dígito de la izquierda es el LSB, el cual se transmite de primero)

Suponga que $f_c = 1800$ Hz.

Solución:

(a) $Vi = 2400$ bps; $B_c = 3$ kHz; $A = 10^{-3}$ V; $M = 4$; $L = 2$; $\eta = 2x10^{-11}$ W/Hz

En DPSK M-ario, $Pe = \text{erfc}\left(\sqrt{2\gamma_s \,\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2M}\right)}\right)$, donde $\gamma_s = \frac{A^2 T_s}{2\eta}$

$$Si = \frac{A^2}{2} = \frac{10^{-6}}{2} \text{ W}; \quad Ni = \eta B_c = 3x10^3\, x2x10^{-11} = 6x10^{-8} \text{ W}; \quad \frac{Si}{Ni} = 8{,}3333 = 9{,}208 \text{ dB}$$

$f_b = 2400$ Hz; $f_s = f_b/L = 2400/2 = 1200$ Hz ó 1200 bps. La velocidad de modulación en el canal es también de 1200 baudios.

$$\gamma_s = \frac{10^{-6}}{2x2x10^{-11}x1200} = 20{,}8333; \quad \sqrt{2\gamma_s \,\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2M}\right)} = \sqrt{2x20{,}8333x\,\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{8}\right)} = 2.47$$

$Pe = \text{erfc}(2.47) = 4{,}77x10^{-4}$

(b) $$A = 2x10^{-3}; \gamma_s = \frac{4x10^{-6}}{2x2x10^{-11}x1200} = 83{,}33; \; Pe = \text{erfc}\left(\sqrt{2x83{,}3333x\,\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{8}\right)}\right) = 2{,}812x10^{-12}$$

$$Si = \frac{4x10^{-6}}{2} = 2x10^{-6} \text{ W}; \quad Ni = 6x10^{-8} \text{ W}; \quad \frac{Si}{Ni} = \frac{2x10^{-6}}{6x10^{-8}} = 33{,}33 = 15{,}23 \text{ dB}$$

El aumento en la relación Si/Ni es de 15,23 – 9,208 = 6,02 dB. Esto equivale a un aumento de potencia de 4 veces.

(c) f_s = 1200 Hz; $T_s = 8{,}333\text{x}10^{-4}$ seg; f_c = 1800 Hz; $T_c = 5{,}556\text{x}10^{-4}$ seg; $T_s = 1{,}5\ T_c$

La señal M-DPSK tiene la forma $s_m(t) = a\cos(2\pi f_c t - \phi_m)$, y se supone que la señal de entrada 1 0 1 1 0 1 0 0 está ya codificada diferencialmente. Para su codificación DPSK y como L = 2, los dígitos o bits se toman de dos en dos.

De acuerdo con el diagrama de Fresnel, la codificación para la señal modulada de salida será:

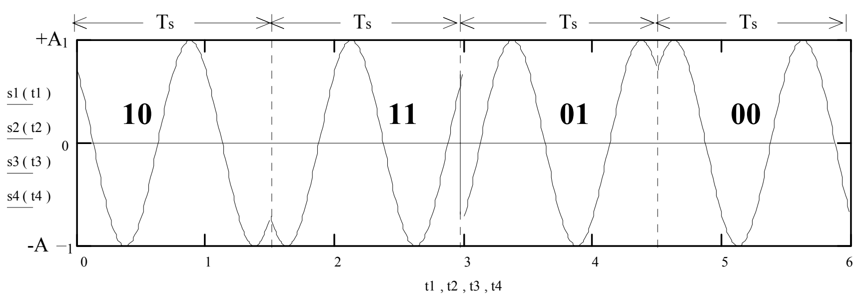
Para la dupla (dibit): $1\ 0 \rightarrow \phi_1 = -45^o$; $s_1(t) = A\cos(\omega_c t + 45^o)$

“ “ “ (dibit): $1\ 1 \rightarrow \phi_2 = -135^o$; $s_2(t) = A\cos(\omega_c t + 135^o)$

“ “ “ (dibit): $0\ 1 \rightarrow \phi_3 = +135^o$; $s_3(t) = A\cos(\omega_c t - 135^o)$

“ “ “ (dibit): $0\ 0 \rightarrow \phi_4 = +45^o$; $s_4(t) = A\cos(\omega_c t + 45^o)$

La señal modulada DPSK 4-aria tendrá la forma siguiente



Ejemplo 2.8

Vamos a representar la palabra Ab como:

(1) Una señal AMI RZ, ASCII, transmisión sincrónica

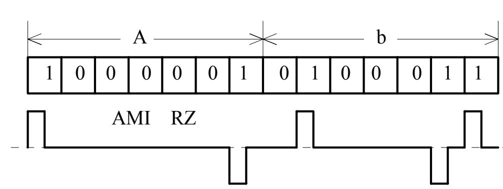
(2) Una señal MANCHESTER bipolar NRZ, ASCII, transmisión sincrónica

Solución:

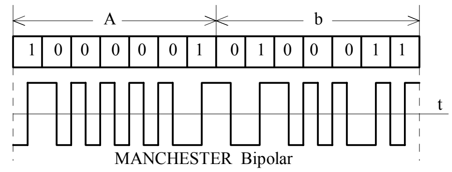
En ASCII: A => 1000001; b => 0100011

(1)

La codificación de la palabra Ab en AMI RZ tiene la forma =====>



(2) La codificación de la palabra Ab en MANCHESTER bipolar NRZ tiene la forma ==>



2.1 Explique la relación entre la velocidad de modulación, la velocidad de información y el ancho de banda de un canal cuando se transmite impulsos binarios y m-arios con o sin redundancia.

2.2 Explique por qué no se puede transmitir señales de voz codificadas en PCM, moduladas o no, sobre un canal telefónico aún si éste está acondicionado. Se supone que el ancho de banda de las señales de voz es de 4 kHz.

2.3 El ancho de banda de un canal telefónico se extiende desde 300 a 3300 Hz. Para una buena recepción la relación S/N debe ser como mínimo 30 dB. (a) ¿Cuál será la capacidad del canal? (b) Si la capacidad del canal es de 14400 bps, ¿Cuál será la relación S/N correspondiente?

Solución:

(a) $B = 3300 - 300 = 3000$ Hz; $S/N = 30$ dB $= 1000$. De la Fórmula de Shannon-Hartley,

$C = 3000 \log_2(1 + 1000) = 29902{,}33$ bps

(b) $C = 14400$ bps; $B = 3000$ Hz; $\log_2(1 + S/N) = C/B$. De donde

$$S/N = 2^{(C/B)} - 1 = 2^{(14400/3000)} - 1 = 26{,}858 = 14{,}29 \text{ dB}$$

2.4. Por un canal telefónico cuyo ancho de banda útil es de 3 kHz se transmite datos binarios. La relación S/N de predetección es de 6,021 dB y la densidad espectral de ruido blanco es de 10^{-11} W/Hz. Vamos a determinar en ASK coherente y no coherente: (a) la máxima frecuencia de señalización, las potencias individuales de portadora y de ruido, y la probabilidad de error; (b) repetir si la velocidad de información es de 300 bps.

Solución:

Recuérdese que en un sistema binario la velocidad de información (bps), la frecuencia de señalización (Hz) y la velocidad de modulación (baudios) son iguales numéricamente.

(a) El ancho de banda útil del canal es $B = 3$ kHz, entonces

$$B = 3000 = 2f_b; \;\; f_b = 1500 \text{ Hz}; \;\; T_b = \frac{1}{1500}; \;\; V_i = 1500 \text{ bps}; \;\; V_b = 1500 \text{ baudios}$$

La frecuencia máxima de señalización es de 1500 Hz y se puede transmitir información a una velocidad máxima de 1500 bps.

$$\frac{S_i}{N_i} = 6{,}02 \text{ dB} = 4; \quad \gamma = 4\frac{S_i}{N_i} = 16; \quad \frac{S_i}{N_i} = 4 = \frac{A^2}{8x1500x2x10^{-11}}; \;\; A^2 = 9{,}6x10^{-7}; \;\; A = 9{,}8x10^{-4}$$

$$S_i = \frac{A^2}{4} = 2{,}4x10^{-7} \text{ W} = -36{,}2 \text{ dBm};$$

$$N_i = B\eta = 3000x2x10^{-11} = 6x10^{-8}\,W = -42{,}22\,dBm$$

En ASK coherente: $P_e = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(2) = 2{,}372x10^{-3}$

En ASK no coherente: $P_e = \frac{1}{2}\exp(-4) = 9{,}158x10^{-3}$

(b) Si la velocidad de información es de 300 bps, entonces $f_b = 300$ Hz,

$$T_b = \frac{1}{300} \text{ y } B = 2f_b = 600\text{ Hz}; \quad \gamma = \frac{A^2T_b}{2\eta} = \frac{9{,}6x10^{-7}}{2x300x2x10^{-11}} = 80; \quad \frac{S_i}{N_i} = \frac{\gamma}{4} = 20 = 13\text{ dB}$$

$$S_i = \frac{A^2}{4} = 2{,}4x10^{-7}\text{ W = -36,2 dBm}; \qquad N_i = B\eta = 600x2x10^{-11} = 1{,}2x10^{-8}\text{ W = -49,21 dBm}$$

En ASK coherente: $P_e = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(4{,}472) = 1{,}27x10^{-10}$

En ASK no coherente: $P_e = \frac{1}{2}\exp(-20) = 1{,}03x10^{-9}$

Para las mismas amplitud de portadora y densidad espectral de ruido, el comportamiento en ASK coherente es superior al de ASK no coherente; sin embargo, el receptor no coherente es mucho más simple y por eso este tipo de demodulación fue en su época el más utilizado.

2.5 Por un canal de RF se transmiten datos binarios. El ancho útil del canal es de 10 MHz. La velocidad de información es de $4{,}8x10^6$ bps y se utiliza modulación ASK. La amplitud de la portadora a la entrada del receptor es de 1 mV y la densidad espectral de ruido es de 10^{-15} W/Hz.

(a) Calcule las probabilidades de error en ASK Coherente y No Coherente.

(b) Calcule la correspondiente relación Si/Ni a la entrada del receptor.

Solución:

(a) En ASK: $\gamma = \frac{A^2}{2\eta f_b} = \frac{10^{-3}}{2x2x10^{-15}x4{,}8x10^6} = 52{,}083333$

ASK Coherente: $Pe = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\frac{\sqrt{\gamma}}{2}) = 1{,}671x10^{-7}$

ASK No Coherente: $Pe = \frac{1}{2}\exp(\frac{\gamma}{4}) = 1{,}107x10^{-6}$

(c) $[Si/Ni]_{ASK} = \frac{A^2}{4\eta B} = \frac{10^{-6}}{4x2x10^{-15}x10x10^6} = 12{,}5 = 10{,}968\text{ dB}$.

2.6 Si la función de autocorrelación de una secuencia aleatoria binaria unipolar NRZ de período T_b y amplitud A viene dada por $R_A(\tau) = \frac{A^2}{4}\left[1 + \Lambda(\frac{\tau}{T_b})\right]$, demuestre que la potencia promedio de una señal ASK binaria es $< x^2_{ASK}(t) >= \frac{A^2}{4}$. [Nótese que $T_b = 1/f_b$]

Solución:

La señal ASK tiene la forma, ecuación (2.26) del Texto 1, $x_{ASK}(t) = A(t)\cos(2\pi f_c t)$ donde A(t) es una secuencia binaria unipolar NRZ de amplitud A y período T_b, cuya función de autocorrelación es $R_A(\tau) = \frac{A^2}{4}\left[1 + \Lambda(\frac{\tau}{T_b})\right]$; pero de la ecuación (2.26) del TEXTO 1 se verifica que $< x^2_{ASK}(t) >= \frac{1}{2} < A^2(t) >$, y de las propiedades de la función de autocorrelación,

$< A^2(t) >= R_A(0) = \frac{A^2}{2}$, y por consiguiente $< x^2_{ASK}(t) >= \frac{A^2}{4}$

Importante: Como una señal FSK se puede considerar como la superposición de dos sistemas ASK en donde la amplitud de las portadoras es A, entonces la potencia promedio de la señal FSK será de dos veces la potencia promedio de la señal ASK, es decir, $< x^2_{FSK}(t) >= 2 < x^2_{ASK}(t) >= \frac{A^2}{2}$.

2.7. (a) Si la función de autocorrelación de una secuencia aleatoria binaria bipolar NRZ de período T_b y amplitudes $\pm A$ viene dada por $R_d(\tau) = A^2\Lambda\left[\frac{\tau}{T_b}\right]$, demuestre que la potencia promedio de una señal PSK binaria es igual a $< x^2_{PSK}(t) >= \frac{A^2}{2}$.

(a) Demuestre también que la densidad espectral de potencia de una señal PSK es igual a

$$S_{PSK}(f) = \frac{A^2}{4f_b}\left[\mathrm{sinc}^2(\frac{f + f_c}{f_b}) + \mathrm{sinc}^2(\frac{f - f_c}{f_b})\right]$$

Solución:

(a) Una señal binaria PSK se puede describir mediante la ecuación 2.58) del TEXTO 1, es decir, $x_{PSK}(t) = A(t)\cos(2\pi f_c t)$, donde A(t) es una secuencia aleatoria bipolar NRZ de período T_b y amplitudes $\pm A$, cuya función de autocorrelación es $R_d(\tau) = A^2\Lambda(\frac{\tau}{T_b})$.

Como se verifica que $< A^2(t) >= R_d(0) = A^2$, entonces la potencia promedio en PSK es $< x^2_{PSK}(t) >= \frac{A^2}{2}$. La potencia en PSK es la mitad de la potencia de ASK.

Como desde el punto de vista espectral no hay ninguna diferencia entre una señal PSK y una señal DPSK, se tiene también que $<x_{DPSK}^2(t)>=\frac{A^2}{2}$. La potencia de señal en PSK y DPSK son iguales.

(b) De la parte (a) y del Teorema de Wiener-Kintchine, se obtiene

$R_d(\tau)=A^2\Lambda\left[\frac{\tau}{T_b}\right]\Leftrightarrow A^2\text{sinc}^2(\frac{f}{f_b})$, y mediante el Teorema de la Modulación para Señales de Potencia, se verifica que

$$x_{PSK}(t)=A(t)\cos(2\pi f_c t)\Rightarrow S_{PSK}(f)=\frac{A^2}{4f_b}\left[\text{sinc}^2(\frac{f+f_c}{f_b})+\text{sinc}^2(\frac{f-f_c}{f_b})\right]$$

$S_{PSK}(f)$ tiene la forma mostrada en la Fig. 2.20 del TEXTO 1, pero sin el impulso a la frecuencia f_c.

2.8 En la ecuación (2.26) y Fig. 2.21 del TEXTO 1, se da la densidad espectral de potencia de una señal ASK para una secuencia binaria unipolar NRZ. La densidad espectral de ruido en el canal es $\eta/2$ en W/Hz.

(a) Determine la potencia contenida dentro del ancho de banda $B = 2f_b$, centrado en $\pm f_c$, en función de la potencia total de la señal ASK.

(b) Demuestre que el 50% de la potencia total de la señal ASK se consume en la transmisión de la portadora.

Solución:

(a) Como se trata de calcular potencias (áreas positivas), la potencia contenida en el ancho de banda $B = 2f_b$ se puede calcular refiriendo $S_{ASK}(f)$ al origen, es decir,

$$<y^2(t)>=2\left[\int_{-f_b}^{f_b}\frac{A^2}{16}\delta(f)df+\frac{A^2}{16f_b}\int_{-f_b}^{f_b}\text{sinc}^2(\frac{f}{f_b})df\right]$$

$<y^2(t)>=\frac{A^2}{8}+\frac{A^2}{4f_b}\int_0^{f_b}\frac{\text{sen}^2(\pi f/f_b)}{(\pi f/f_b)^2}df$. Con el cambio de variables $x=\pi f/f_b$, $f=xf_b/\pi$,

$df=(f_b/\pi)dx$; límite inferior = 0; límite superior = π. Entonces,

$<y^2(t)>=\frac{A^2}{8}+\frac{A^2}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{\text{sen}^2(x)}{x^2}dx$. Calculemos la integral definida $\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\text{sen}^2(x)}{(x)^2}dx=0{,}451$.

Entonces $<y^2(t)>=\frac{A^2}{8}+\frac{A^2}{4}0{,}451=\frac{A^2}{4}(\frac{1}{2}+0{,}451)=0{,}951\frac{A^2}{4}$

Puesto que $<x_{ASK}^2(t)>=\frac{A^2}{4}$, se verifica entonces que $<y^2(t)>=0{,}951<x_{ASK}^2(t)>$.

La potencia contenida en el ancho de banda B = $2f_b$ es igual al 95,1% de la potencia total de la señal ASK.

(b) Nótese que la potencia de portadora está representada por los impulsos en $\pm f_c$. Esta potencia Pcc es, del cálculo anterior (parte (a)), $Pcc = \frac{A^2}{8} = (\frac{1}{2})\frac{A^2}{4} = \frac{1}{2} < x^2_{ASK}(t) >$. Puede observarse que la mitad de la potencia total de la señal ASK se consume en la transmisión de la portadora.

2.9. En el problema 2.7 obtuvimos la densidad espectral de potencia de una señal PSK. Determine la potencia contenida dentro del ancho de banda B = $2f_b$, centrado en $\pm f_c$, en función de la potencia total de la señal PSK.

Solución:

Del problema 2.7, $S_{PSK}(f) = \frac{A^2}{4f_b}\left[\mathrm{sinc}^2(\frac{f+f_c}{f_b}) + \mathrm{sinc}^2(\frac{f-f_c}{f_b})\right]$. Utilizando el mismo procedimiento del problema anterior, podemos escribir:

$$< y^2(t) >= 2\int_{-f_b}^{f_b}\frac{A^2}{4f_b}\mathrm{sinc}^2(\frac{f}{f_b})df = 2x2x\frac{A^2}{4f_b}\int_0^{f_b}\frac{\mathrm{sen}^2(\pi f/f_b)}{(\pi f/f_b)^2}df = \frac{A^2}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\mathrm{sen}^2(x)}{x^2}dx$$

$$< y^2(t) >= 0{,}451A^2 = 2x0{,}451\frac{A^2}{2} = 0{,}902 < x^2_{PSK}(t) >$$

La potencia contenida en el ancho de banda B = $2f_b$ es igual al 90,2% de la potencia total de la señal PSK. Nótese que en este caso toda la potencia es útil, pues no se consume potencia en la transmisión de una portadora.

2.10. Demuestre las siguientes relaciones en ASK, FSK y PSK:

$$\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{ASK} = \frac{\gamma}{4}; \qquad \left[\frac{Si}{Ni}\right]_{FSK} = \frac{\gamma}{2}; \qquad \left[\frac{Si}{Ni}\right]_{PSK} = \frac{\gamma}{2}$$

2.11. Sea las relaciones espectrales en FSK mostradas en la Fig. 2.24 del TEXTO 1.

Sobre un canal telefónico, cuyo ancho de banda útil es de 3,2 kHz, se desea transmitir datos binarios utilizando los Modems UIT-T FSK V.23 y V.21. La amplitud de la portadora en el Modem V.23 es de 1 mV y se reduce a la mitad en el Modem V.21. La densidad espectral de ruido en el sistema es de 10^{-11} W/Hz. Vamos a determinar todos los parámetros asociados tanto en FSK coherente como en FSK no coherente.

Solución:

(a) Transmisión con el Modem UIT-T V.23

El Modem V.23 transmite y recibe a las frecuencias $f_1 = 1300\ \mathrm{Hz}$ y $f_o = 2100\ \mathrm{Hz}$, con una velocidad de modulación de 1200 baudios. En este caso,

$$f_b = 1200\ \mathrm{Hz};\ \ T_b = \frac{1}{1200};\ \ \Delta f = 2100 - 1300 = 800\ \mathrm{Hz};\ f_d = 400\ \ y\ \ k = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3}$$

El ancho de banda mínimo del canal de transmisión es, de (2.47) TEXTO 1,

$$B_c = 2(\frac{1}{3} + 1) \cdot 1200 = 3200 \text{ Hz}$$

Se puede efectuar la transmisión, pues el ancho de banda de transmisión necesario es igual al ancho de banda útil del canal disponible.

Puesto que k < 1, de (2.47) TEXTO 1, el ancho de banda de los canales "1" ó "0" es $B = f_b + f_d = 1200 + 400 = 1600$ Hz . Con $A^2 = 10^{-6}$ V; $\eta/2 = 10^{-11}$ W/Hz, se tiene

$$S_i = \frac{A^2}{2} = 5x10^{-7} \text{ W} = \text{-33,01 dBm}; \qquad N_i = B\eta = 1600x2x10^{-11} = 3{,}2x10^{-8} \text{ W} = \text{-44,95 dBm}$$

de donde, $\frac{S_i}{N_i} = \frac{5x10^{-7}}{3{,}2x10^{-8}} = 15{,}625 = 11{,}938$ dB.

También, $\gamma = \frac{A^2 T_b}{2\eta} = \frac{10^{-6}}{2x1200x2x10^{-11}} = 20{,}833$

En FSK coherente: $P_e = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\gamma/2}) = 2{,}505x10^{-6}$

En FSK no coherente: $P_e = \frac{1}{2}\exp(-\gamma/2) = 1{,}496x10^{-5}$

(b) Transmisión con el Modem UIT-T V.21

El Modem UIT-T V.21 tiene dos bandas: por una recibe y por la otra transmite. En la banda inferior las frecuencias de portadora son $f_1 = 980$ Hz y $f_o = 1180$ Hz, mientras que en la banda superior $f_1 = 1650$ Hz y $f_o = 1850$ Hz. La velocidad de modulación es de 300 baudios. Entonces,

$$f_b = 300 \text{ Hz}; \quad T_b = \frac{1}{300}; \quad \Delta f = 200 \text{ Hz}; \quad f_d = 100 \text{ Hz}; \quad k = \frac{1}{3}$$

En el presente ejemplo no vamos a utilizar fórmulas para determinar el ancho de banda de los filtros y canales, sino que distribuiremos uniformemente los diferentes anchos de banda de acuerdo con las frecuencias de portadora del Modem V.21. Se obtiene así una configuración como la mostrada en la figura P2.12. El lector puede tomar el ancho de banda de los filtros de canal en forma diferente, por ejemplo, un ancho de banda de 200 Hz y centrados en las frecuencias de transmisión.

De la figura P2.12, se tiene los siguientes anchos de banda:

Para los filtros de canal: $B_{I1} = B_{I0} = B_{S1} = B_{S0} = 335$ Hz, que estarán centrados en las frecuencias $f_{I1} = 912{,}5$ Hz; $f_{I0} = 1248$ Hz; $f_{S1} = 1583$ Hz; $f_{S0} = 1918$ Hz.

Para los filtros de banda: $B_{BI} = B_{BS} = 670$ Hz, que estarán centrados en las frecuencias $f_{BI} = 1080$ Hz; $f_{BS} = 1750$ Hz.

Para el filtro de línea o ancho de banda total: $B_c = 1340\text{ Hz}$, que estará centrado en la frecuencia $f_c = 1415\text{ Hz}$.

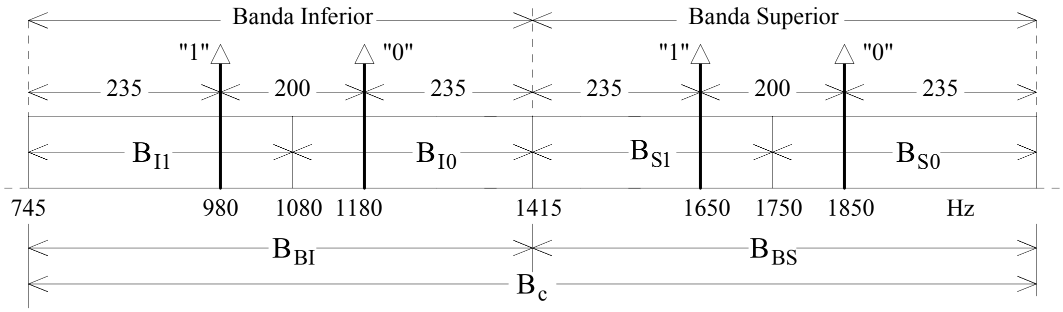


Fig. P2.12. Distribución de Anchos de Banda en el Modem UIT-T V.21.

El ancho de banda para el cálculo de la potencia de ruido es el ancho de banda de los filtros de canal, es decir, B = 335 Hz. Entonces,

$$A = \frac{10^{-3}}{2}\text{V};\qquad \gamma = \frac{A^2}{2\eta f_b} = \frac{10^{-6}}{4x2x300x2x10^{-11}} = 20{,}833$$

$$S_i = \frac{A^2}{2} = 1{,}25x10^{-7}\text{ W} = \text{-39,03 dBm}$$

$$N_i = B\eta = 335x2x10^{-11} = 6{,}7x10^{-9}\text{ W} = \text{-51,74 dBm}$$

$$\frac{S_i}{N_i} = 18{,}66 = 12{,}71\text{ dB}$$

Las probabilidades de error son las mismas que en el caso (a).

El Modem V.21 es un modem que puede simultáneamente transmitir por una banda y recibir por la otra. Puesto que por cada banda se puede transmitir datos a 300 bps, el intercambio neto de datos en el Modem V.21 es realmente de 600 bps.

2.12. En un sistema binario PSK Coherente, la amplitud de la portadora a la entrada del receptor es de 1 mV, la densidad espectral de ruido es 10^{-11} W/Hz, la velocidad de transmisión es de 5000 bps y el ancho de banda del canal es $B_c = 2f_b$. Calcular:

(a) La probabilidad de error Pe. (b) La capacidad del canal, C, en bps. (c) La velocidad promedio Ve a la cual se producen los bits en error, en bits erróneos/segundo.

Solución:

(a) $A = 10^{-3}$ V; $\eta/2 = 10^{-11}$ W/Hz; $Vi = f_b = 5$ kbps; $B_c = 2f10$ kHz

$$\gamma = \frac{A^2}{2\eta f_b} = \frac{10^{-6}}{2x2x10^{-11}x5x10^3} = 5$$

PSK Coherente: $Pe = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\gamma}) = 7{,}827x10^{-4}$

(b) $C = B_c \log_2(1+\frac{Si}{Ni})$. Pero en PSK $\gamma = 2\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{PSK}$, de donde $\frac{Si}{Ni} = \frac{5}{2}$

$$C = 10^4 \log_2(1+\frac{5}{2}) = 1{,}807x10^4 \text{ bps}$$

(c) Sea Ve la velocidad promedio de los bits en error, en bits erróneos/segundo, Ne el número de bits en error y N_T el número total de bits transmitidos. Es evidente que:

$Pe = \frac{Ne}{N_T} = \frac{Ne/T}{N_T/T} = \frac{Ve}{Vi}$ donde Pe es la probabilidad de error y T el tiempo total de transmisión. Entonces, $Ve = Pe\, Vi = 7{,}827x10^{-4}x5x10^3 = 3{,}914 \approx 4$ bits erróneos por segundo

2.13. Sean los sistemas ASK, FSK y PSK, de amplitud de portadora A y frecuencia de señalización f_b. El ruido en los tres sistemas es el mismo.

(a) Demuestre que para una misma probabilidad de error Pe y en demodulación coherente se verifica que

$$\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{ASK} = \left[\frac{Si}{Ni}\right]_{FSK} = 2\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{PSK}$$

(b) Si la relación Si/Ni en el canal es de 10 dB, la velocidad de transmisión de 1200 bps y la densidad espectral de ruido de 10^{-10} W/Hz, determine la amplitud de la portadora y la probabilidad de error Pe en ASK, FSK y PSK Coherentes.

Solución:

(a) En Demodulación Coherente:

ASK: $Pe = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\frac{\gamma}{4}})$; $\gamma = 4\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{ASK}$

FSK: $Pe = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\frac{\gamma}{2}})$; $\gamma = 2\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{FSK}$

PSK: $Pe = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\gamma})$; $\gamma = 2\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{PSK}$

Si las probabilidades de error Pe son iguales, entonces los argumentos de Pe son iguales, es decir,

$$\sqrt{\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{ASK}} = \sqrt{\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{FSK}} = \sqrt{2\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{PSK}}, \text{ de donde } \left[\frac{Si}{Ni}\right]_{ASK} = \left[\frac{Si}{Ni}\right]_{FSK} = 2\left[\frac{Si}{Ni}\right]_{PSK}$$

(b) $f_b = 1200$ Hz; $\eta = 2x10^{-10}$ W/Hz; [Si/Ni] = 10 dB = 10

ASK: $\gamma = 4[Si/Ni] = \frac{A^2}{2\eta f_b}$. De aquí: $A = \sqrt{8\eta f_b [Si/Ni]} = 4{,}382\text{ mV}$

FSK: $\gamma = 2[Si/Ni]$. De donde $A = \sqrt{4\eta f_b [Si/Ni]} = 3{,}098\text{ mV}$

PSK: Igual que en FSK: A = 3,098 mV

2.14. Un canal ideal tiene un ancho de banda útil de 3 kHz. La potencia promedio máxima permitida de la señal es de –30 dBm y en el canal la densidad espectral de potencia del ruido es de $2x10^{-11}$ W/Hz.

(a) Determine la capacidad C teórica del canal, en bps.

(b) Si se utilizan técnicas de modulación binaria FSK y PSK, ¿Cuál será el valor máximo de la velocidad de transmisión, en bps?

(c) Para el valor máximo de la relación S/N calculada en (b), determine las probabilidades de error Pe en PSK y FSK Coherentes.

Solución:

(a) $B_c = 3000$ Hz; Si = -30 dBm; $\eta = 2x2x10^{-11}$ W/Hz

Si = -30 dBm = 10^{-6} W; Ni = $\eta B_c = 3000x4x10^{-11} = 12x10^{-8}$ W = -39,208 dBm

$$\frac{Si}{Ni} = \frac{10^{-6}}{12x10^{-8}} = 8{,}333 = 9{,}208\,\text{dB}; \qquad C = 3000\log_2(1+\frac{Si}{Ni}) = 9667 \text{ bps}$$

(b) $f_b = B_c/2 = 1500$ Hz; por lo tanto, en binario, Vi = 1500 bps

(c) $$\gamma = 2\left[\frac{Si}{Ni}\right] = 2x8{,}333 = 16{,}667$$

FSK: $$Pe = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right) = 2{,}227x10^{-5};$$ PSK: $$Pe = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{\gamma}) = 3{,}881x10^{-9}$$

2.15. Se dispone de un canal pasabanda de frecuencias $f_{inf} = 800$ Hz y $f_{sup} = 2800$ Hz. Por este canal se va a transmitir información en FSK binaria. La relación S/N en el canal es de 3,0103 dB y la densidad espectral de ruido es de $2x10^{-10}$ W/Hz.

(a) Determine los valores apropiados de las frecuencias f_c, f_b, f_d, f_1, f_0 y los anchos de banda de los canales individuales, en condiciones de ortogonalidad (m = 1)

(b) Determine la amplitud de la portadora y la probabilidad de error en FSK Coherente y No Coherente.

(c) ¿Cuál es la capacidad teórica del canal, C, en bps?

Solución:

(a)

$B_c = 2800 - 800 = 2$ kHz; $\frac{Si}{Ni} = 3{,}0103\,\text{dB} = 2$

$\eta = 4x10^{-10}$ W/Hz.

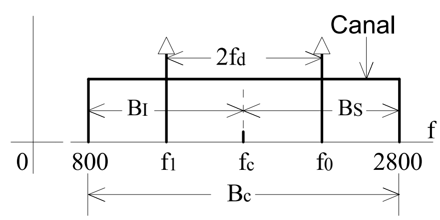


Fig. P2.15

Sea la Fig P2.15:

$f_c = (2800+800)/2 = 1800$ Hz

En condiciones de ortogonalidad la máxima velocidad de transmisión se obtiene cuando $m = 1$, en cuyo caso $f_b = B_c/3 = 2000/3 = 666{,}66$ Hz. También, $V_b = 666{,}66$ baudios.

También, $f_d = f_b/2 = 333{,}33$ Hz; $f_1 = f_c - f_d = 1466{,}66$ Hz; $f_o = f_c + f_d = 2133{,}33$ Hz

Los ancho de banda de los filtros de canal son, de la Fig. P2.15,

$B_I = f_c - 800 = 1800 - 800 = 1000 \text{ Hz} = B_S$

(b) $\gamma = 2[Si/Ni] = 4 = \dfrac{A^2}{2\eta f_b}$; $\quad A = \sqrt{8\eta f_b} = 6{,}928\text{x}10^{-4}$ V

FSK Coherente: $\quad Pe = \dfrac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\dfrac{\gamma}{2}}\right) = 2{,}275\text{x}10^{-2}$

FSK No Coherente: $\quad Pe = \dfrac{1}{2}\exp\left(-\dfrac{\gamma}{2}\right) = 6{,}767\text{x}10^{-2}$

(c) La capacidad teórica de este canal es

$C = B\log_2(1 + S/N) = 2000\text{x}\log_2(1 + 2) = 3170$ bps

2.16. En la Fig. P2.16.1 se muestra un Codificador Diferencial.

La secuencia de entrada tiene la forma $\overleftarrow{1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1}$. La flecha indica la dirección del flujo de datos. Determine la secuencia binaria codificada y las fases correspondientes. Suponga que el primer bit de salida es un "0" y la fase correspondiente 0 radianes.

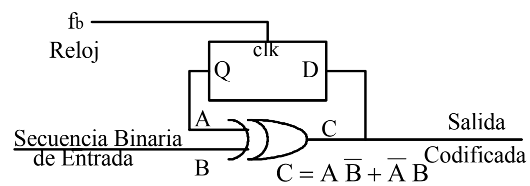


Fig. P2.16.1

Solución:

Se hace un cuadro como el siguiente (se puede trabajar directamente sobre el circuito):

Mensaje	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	π	0	0	π	π	0	π	π	π	0

Mensaje Codificado

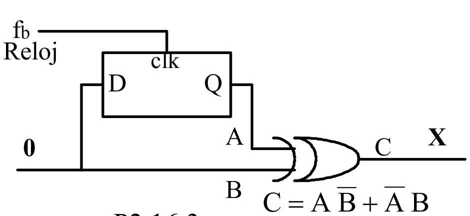
Valores Arbitrarios

Angulos de Fase

Fig. P2.16.2

El descodificador correspondiente tiene la forma de la figura P2.16.3 ====>

El bit de salida del codificador tiene que ser el mismo que el del descodificador, aunque sean arbitrarios. En la forma mostrada en la Fig. 2.30 del TEXTO 2, muestre el mecanismo de



P2.16.3

descodificación para la recuperación de la señal DPSK original.

2.17. Con el codificador mostrado en el Fig. P2.19.1 se puede efectuar también codificación diferencial.

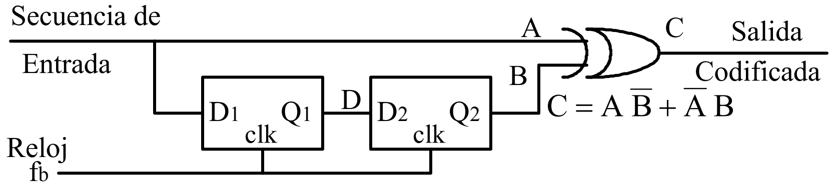


Fig. P2.17.1

Determine la salida codificada en C y sus respectivas fases para la misma secuencia de entrada del problema anterior. Suponga que inicialmente la salida es un “1”; $Q_1 = Q_2 =$ “1” y A = “0”.

También: “0” ==> π radianes y “1” ===> 0 radianes

Solución:

Se hace un cuadro como el siguiente (o directamente sobre el circuito)

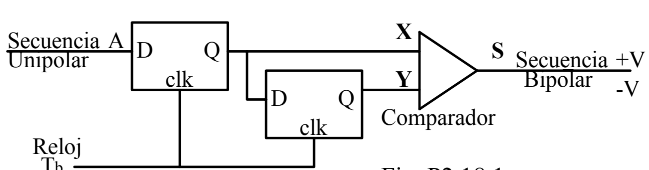
A	**0**	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	Mensaje
B	**1**	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	
D	**1**	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	
C	**1**	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	Mensaje Codificado
	0	π	0	0	π	π	π	0	0	0	0	Angulos de Fase

Valores Arbitrarios

Fig. P2.17.2

Nótese que la secuencia en B está retardada en $2T_b$ respecto a la secuencia de entrada A.

2.18. En la Fig. P2.18.1 se muestra un codificador que convierte una secuencia unipolar NRZ en bipolar NRZ para transmisión en banda de base. El algoritmo de decisión del comparador se muestra en la tabla anexa en la misma figura. Suponga que antes de la entrada de la secuencia unipolar , X = Y = 0, y que el reloj actúa en el centro de cada bit de la entrada A.



X	Y	S
0	0	0
0	1	0
1	0	+
1	1	-V

Fig. P2.18.1

Determine la secuencia de salida cuando la secuencia de entrada es 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0

Solución: Se hace un cuadro como el siguiente

Secuencia Unipolar

		1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
X	**0**	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
Y	**0**	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
S	**0**	+V	-V	0	+V	0	0	+V	-V	-V	0	+V	-V	0	0

Secuencia Bipolar

Valores Arbitrarios

La secuencia bipolar de salida tendrá entonces la forma

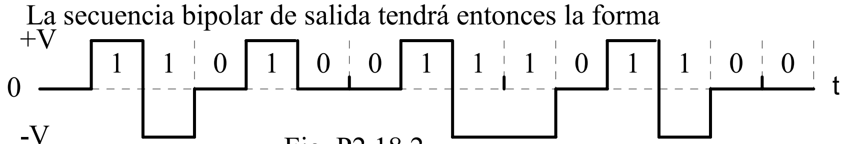


Fig. P2.18.2

2.19. El Codificador Difase permite convertir una secuencia bipolar NRZ en otra secuencia bipolar RZ que permite con más facilidad la recuperación de la sincronización en el receptor. En la Fig. P2.19.1 se muestra la Tabla de Verdad del Codificador Difase.

(a) Determine la secuencia bipolar de salida DIFASE RZ cuando la secuencia bipolar de entrada tiene la forma mostrada en la Fig. P2.18.2 del problema anterior.

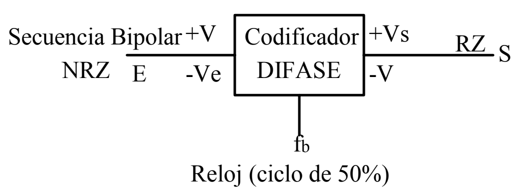


Fig. P2.19.1

E	Reloj	S
+V	0	0
-Ve	0	0
0	0	0
0	1	0
+V	1	+Vs
-Ve	1	-Vs

Tabla de Verdad

Solución:

Hay que hacer un diagrama de tiempos de la forma, Fig. P2.19.2

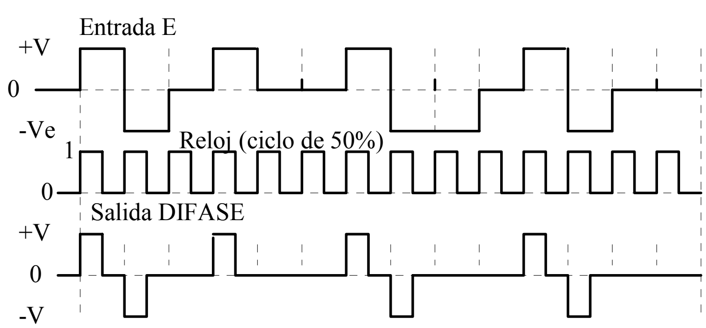


Fig. P2.19.2

2.20. Sea un sistema PSK M-ario cuya potencia es P_M y sea P_B la potencia en PSK binario. Demuestre:

(a) $\gamma_s = \gamma \cdot \log_2 M$ y $\dfrac{B_B}{B_M} = \log_2 M$ donde B_B es el ancho de banda en binario y B_M el correspondiente en M-ario.

(b) Que para una probabilidad de error de 10^{-4} la relación entre las potencias es

$$\frac{P_M}{P_B} = \frac{1{,}094}{\log_2 M \operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{M})}$$

Solución:

(a) En PSK binario, $\gamma = \dfrac{A^2}{2\eta f_b} = \dfrac{A^2 T_b}{2\eta}$

En PSK M-ario, $\gamma_s = \dfrac{A^2 T_s}{2\eta}$, pero $T_s = LT_b = T_b \log_2 M$. De donde,

$\gamma_s = \dfrac{A^2 T_b}{2\eta}\log_2 M$. Por consiguiente, $\gamma_s = \gamma \cdot \log_2 M$

En general, $B_B = Kf_b$, donde K es una constante. Pero $f_s = \dfrac{f_b}{L} = \dfrac{f_b}{\log_2 M}$

Entonces, $B_B = Kf_s \log_2 M$; pero $Kf_s = B_M$ y $B_B = B_M \log_2 M$, de donde $\dfrac{B_B}{B_M} = \log_2 M$.

(b) En PSK binario: $Pe = \dfrac{1}{2}\operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma}) = \dfrac{1}{2}\operatorname{erfc}(X1)$

En PSK M-ario: $Pe = \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma_S \operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{M})}) = \operatorname{erfc}(X2)$

Si la probabilidad de error en ambos casos es de 10^{-4}, entonces

$\operatorname{erfc}(X1) = 2x10^{-4}$ => $X1 = 2{,}6297$, $\sqrt{\gamma} = 2{,}6297$ y $\gamma = 6{,}915$

$\operatorname{erfc}(X2) = 10^{-4}$ => $X2 = 2{,}751$, $\sqrt{\gamma_s \operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{M})} = 2{,}751$

$\gamma_s \operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{M}) = 7{,}568 = K1$. También, $\gamma = \dfrac{A^2 T_b}{2\eta} = P_B \dfrac{T_b}{\eta} = P_B \dfrac{T_s}{\eta L} = 6{,}915 = K2$

$\gamma_s = \dfrac{A^2 T_s}{2\eta} = P_M \dfrac{T_s}{\eta}$ y $P_M \dfrac{T_s}{\eta}\operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{M}) = 7{,}568 = K1$

Estableciendo la relación K1/K2, obtenemos

$\dfrac{LP_M \operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{M})}{P_B} = \dfrac{7{,}568}{6{,}915} = 1{,}094$, pero $L = \log_2 M$, entonces, $P_M = \dfrac{1{,}094 \cdot P_B}{\operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{M}) \cdot \log_2 M}$

para una probabilidadde error $Pe = 10^{-4}$.

2.21. Sea P_{MPSK} la potencia de portadora en PSK M-ario y P_{MDPSK} la correspondiente en DPSK M-ario.

(a) Para una Pe cualquiera demuestre que $P_{MDPSK} = \frac{1}{2}\frac{\text{sen}^2(\frac{\pi}{M})}{\text{sen}^2(\frac{\pi}{2M})}P_{MPSK}$

(b) Verifique que si $M >> 1$, entonces $P_{MDPSK} \to 2P_{MPSK}$, es decir, que para altos valores de M > 2, el requerimiento de potencia en DPSK M-ario es el doble (3dB) que en PSK M-ario.

Solución:

(a) Para PSK M-ario: $Pe = \text{erfc}(K1)$, donde K1 es el mismo del problema anterior.

Para DPSK M-ario: $Pe = \text{erfc}(\sqrt{2\gamma_s \text{sen}^2(\frac{\pi}{2M})}) = \text{erfc}(K3)$

Si la probabilidad de error es la misma en ambos casos, entonces K1 = K3. Reemplazando valores de K1 y K3 y rearreglando, se obtiene finalmente

$$P_{MDPSK} = \frac{1}{2}\frac{\text{sen}^2(\frac{\pi}{M})}{\text{sen}^2(\frac{\pi}{2M})}P_{MPSK}$$

(b) Cuando $M >> 1$, entonces $\text{sen}^2(\frac{\pi}{M}) \to \frac{\pi^2}{M^2}$ y $\text{sen}^2(\frac{\pi}{2M}) \to \frac{\pi^2}{4M^2}$;

En este caso, la expresión obtenida en la parte (a) será $P_{MDPSK} = 2P_{MPSK}$;

y en dB, $[P_{MDPSK}]_{dB} = 3 + [P_{MPSK}]_{dB}$

Por ejemplo, para M = 4, se verifica que $P_{MDPSK} = 1{,}999906\ P_{MPSK}$.

El sistema DPSK M-ario, para una misma probabilidad de error Pe, requiere un aumento de 3 dB de potencia sobre el requerido para PSK M-ario. En otras palabras, la potencia en DPSK M-ario, para una misma probabilidad de error Pe, demanda el doble de potencia que en PSK M-ario.

2.22. Se tiene un modulador PSK 8-ario cuyo diagrama de Fresnel es igual al de la Fig. 2.38 (c) del TEXTO 1. La frecuencia de portadora es de 1600 Hz y la velocidad de transmisión de la secuencia binaria de entrada es de 4800 bps. Dibuje con cuidado la forma de la señal modulada correspondiente cuando la entrada es de la forma 0 0 0 1 1 1 .

Solución:

PSK-8-ario; $f_c = 1600$ Hz; Vi = 4800 bps; $f_b = 4800$ Hz; M = 8; L = 3 ;

$T_b = 1/f_b = 2{,}08333\text{x}10^{-4}$; $T_s = 3T_b = 6{,}25\text{x}10^{-4}$; $T_c = 1/f_c = 6{,}25\text{x}10^{-4}$; $T_s = T_c$

Nótese que la velocidad de modulación en el canal es 1600 baudios.

Puesto que L = 3, el modulador toma de tres en tres bits, de modo que, de la Fig. 2.38(c) del TEXTO 2,

Para la tripleta $0\,0\,0 \to \phi = 0^o$; $s(t) = A\cos(\omega_c t)$

“ “ “ $\quad 1\ 1\ 1 \rightarrow \phi = -135^o$; $\quad s(t) = A\cos(\omega_c t + 135^o)$

La señal modulada PSK 8-aria correspondiente a las tripletas 000 y 111 tiene la forma

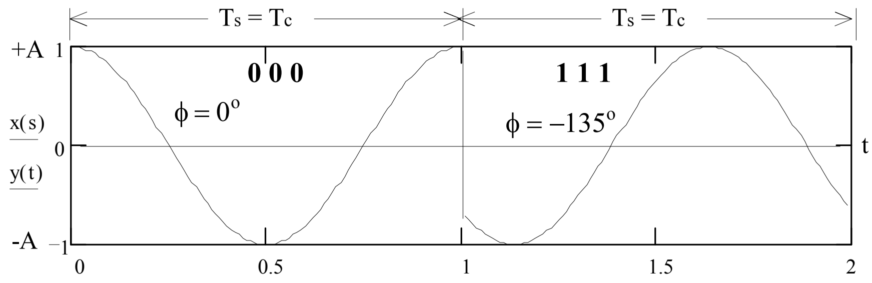


Fig. P2.22.

2.23. Por un canal de microondas se quiere transmitir una secuencia binaria cuya velocidad de transmisión es de $3x10^6$ bps. La densidad espectral de ruido es de 10^{-14} W/Hz.

Determine la relación Si/Ni, en dB, cuando el sistema es QPSK y la probabilidad de error es $Pe = 10^{-4}$. El ancho de banda del canal es $B_c = 2f_s$.

Solución:

$Vi = 3x10^6$ bps; $f_b = 3x10^6$ Hz; $\eta = 2x10^{-14}$ W/Hz; M = 4; L = 2; Pe = 10^{-4}

En QPSK: $Pe = \text{erfc}(\sqrt{\frac{\gamma_s}{2}})$; $\gamma_s = \frac{A^2}{2\eta f_s}$. Si Pe = 10^{-4}, entonces $\sqrt{\frac{\gamma_s}{2}} = 2{,}751$; de donde,

$\gamma_s = 15{,}136$; $\quad f_s = f_b/2 = 1{,}5x10^6$ Hz. Pero como $\gamma_s = \frac{Si}{\eta f_s}$, entonces $Si = \gamma_s \eta f_s$, de donde

$Si = 4{,}5408x10^{-7}$ W

El ancho de banda en QPSK (para M = 4) es $B_{QPSK} = 2f_s$, de modo que la potencia de ruido a la entrada es $Ni = \eta B_{QPSK} = 6x10^{-8}$ W. La relación Si/Ni en el canal será entonces,

$$\frac{Si}{Ni} = \frac{4{,}5408x10^{-7}}{6x10^{-8}} = 7{,}57 = 8{,}79 \text{ dB}$$

2.24. El circuito de la Fig. P2.24 se utiliza para la extracción de la temporización en módems Bell QPSK y QDPSK.

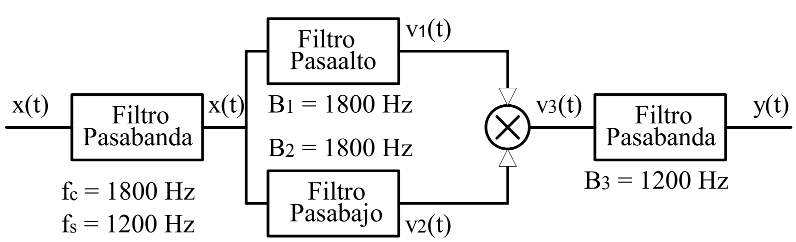


Fig. P2.24.

La frecuencia de portadora es de 1800 Hz, la velocidad de transmisión de 2400 bps y la frecuencia de señalización en el canal de 1200 Hz.

$x(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m)\cos(\omega_l t)$ donde $f_l = 600$ Hz

(a) Demuestre que la salida y(t) del sincronizador viene dada por

$$y(t) = \frac{A^2}{8}\cos(2\pi f_s t) = \frac{A^2}{8}\cos(2400\pi t) \quad \text{donde } f_s = 1200 \text{ Hz}$$

Solución:

$$x(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m)\cos(\omega_l t) = A\left[\cos(\phi_m)\cos(\omega_c t) + \text{sen}(\phi_m)\text{sen}(\omega_c t)\right]\cos(\omega_l t)$$

$$x(t) = \frac{A}{2}\cos(\phi_m)\cos[(\omega_c + \omega_l)t] + \frac{A}{2}\cos(\phi_m)\cos[(\omega_c - \omega_l)t] +$$

$$+\frac{A}{2}\text{sen}(\phi_m)\text{sen}[(\omega_c + \omega_l)t] + \frac{A}{2}\text{sen}(\phi_m)\text{sen}[(\omega_c - \omega_l)t]$$

Sea $f_c + f_l = f_a = 2400$ Hz; $f_c - f_l = f_d = 1200$ Hz; $f_a + f_d = 3600$ Hz; $f_a - f_d = f_s = 1200$ Hz

La frecuencia f_a pasa por el filtro pasaalto, mientras que la frecuencia f_d pasa por el filtro pasabajo. Entonces, a la salida de estos filtros se tiene

$$v_1(t) = \frac{A}{2}\cos(\phi_m)\cos(\omega_a t) + \frac{A}{2}\text{sen}(\phi_m)\text{sen}(\omega_a t)$$

$$v_2(t) = \frac{A}{2}\cos(\phi_m)\cos(\omega_d t) + \frac{A}{2}\text{sen}(\phi_m)\text{sen}(\omega_d t)$$

A la salida del multiplicador, $v_3(t) = v_1(t)\cdot v_2(t)$. Remplazando términos, efectuando las multiplicaciones y pasando la señal por el filtro pasabanda de salida, el cual deja pasar solamente las componentes centradas en la frecuencia de 1200 Hz se obtiene:

$$y(t) = \frac{A^2}{4}\left[\frac{1}{2}\cos^2(\phi_m)\cos[(\omega_a - \omega_d)t] + \frac{1}{2}\text{sen}^2(\phi_m)\cos[(\omega_a - \omega_d)t]\right];$$ pero $f_a - f_d = f_s$, de donde $y(t) = \frac{A^2}{8}\cos(2\pi f_s t) = \frac{A^2}{8}\cos(2400\pi t) \rightarrow f_s = 1200$ Hz

Esta es la señal de temporización de período $T_s = 1/f_s$.

2.25. Vamos a utilizar los diagramas de Fresnel de los Módems UIT-T V.29 y V.32, para observar las características de la señal modulada:

(a) Para el Módem V.29, Fig. 2.58(f) del TEXTO 1, dibuje la señal modulada cuando la secuencia de entrada es $\overleftarrow{0\;0\;1\;1\;0\;0\;0\;0\;1\;1\;1\;0\;1\;0\;1\;1}$.

(b) Repetir para el Módem V.32, Fig. 2.58(g) del TEXTO 1, cuando la secuencia de entrada es 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 .

Solución:

(a) Módem V.29. $f_b = 9600$ Hz; $M = 16$; $L = 4$; $f_s = 9600/4 = 2400$ Hz. La velocidad de modulación en el canal es de 2400 baudios.

$T_s = 4{,}1667\text{x}10^{-4}$; $f_c = 1700$ Hz; $T_c = 5{,}8824\text{x}10^{-4}$; $T_s = 0{,}708\ T_c$.

Puesto que L = 4, el modulador toma grupos de 4 dígitos y los codifica en la forma

$$0011 \rightarrow \phi_m = 0; \qquad s_m(t) = 5\cos(2\pi f_c t)$$

$$0000 \rightarrow \phi_m = \frac{\pi}{4}; \qquad s_m(t) = \sqrt{2}\cos(2\pi f_c t - \frac{\pi}{4})$$

$$1110 \rightarrow \phi_m = \pi; \qquad s_m(t) = 3\cos(2\pi f_c t - \pi)$$

$$1011 \rightarrow \phi_m = -\frac{\pi}{4}; \qquad s_m(t) = 3\sqrt{2}\cos(2\pi f_c t + \frac{\pi}{4})$$

En la Fig. P2.25.1 se muestra la forma de onda de la señal modulada correspondiente.

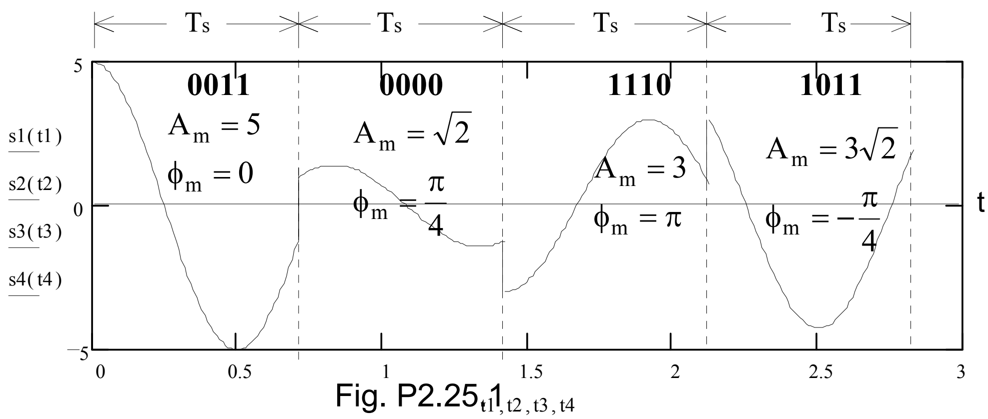


Fig. P2.25.1

(b) Módem V.32. $f_b = 9600$ Hz; $M = 16$; $L = 4$; $f_s = f_b/4 = 2400$ Hz. La velocidad de modulación en el canal es de 2400 baudios.

$T_s = 4{,}1667\text{x}10^{-4}$; $f_c = 1800$ Hz; $T_c = 5{,}5556\text{x}10^{-4}$; $T_s = 0{,}75\ T_c$

Puesto que L = 4, el modulador toma grupos de 4 dígitos y los codifica en la forma

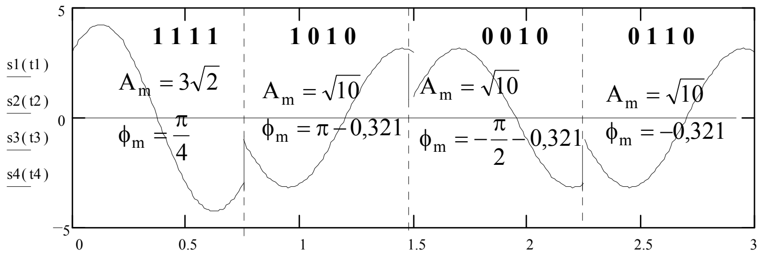
$$1111 \rightarrow \phi_m = \frac{\pi}{4}; \qquad s_m(t) = 3\sqrt{2}\cos(2\pi f_c t - \frac{\pi}{4})$$

$$1010 \rightarrow \phi_m = \pi - 0{,}321; \qquad s_m(t) = \sqrt{10}\cos(2\pi f_c t - \pi + 0{,}321)$$

$$0010 \rightarrow \phi_m = -\frac{\pi}{2} - 0{,}321; \quad s_m(t) = \sqrt{10}\cos(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2} + 0{,}321)$$

$$0110 \rightarrow \phi_m = -0{,}321; \qquad s_m(t) = \sqrt{10}\cos(2\pi f_c t + 0{,}321)$$

En la Fig. P25.2 se muestra la correspondiente señal modulada



P2.25.2 t1 , t2 , t3 , t4

2.26. En la Fig. P2.26.1 se muestra un receptor QPSK en el instante de tomar una decisión.

El algoritmo de decisión de los comparadores es el siguiente:

$$\text{Para el Bit A:}\quad \begin{cases} \text{Si } v_A(t) \geq 0, & \text{sacar un "0"} \\ \text{Si } v_A(t) < 0, & \text{sacar un "1"} \end{cases}$$

$$\text{Para el Bit B:}\quad \begin{cases} \text{Si } v_B(t) \geq 0, & \text{sacar un "0"} \\ \text{Si } v_B(t) < 0, & \text{sacar un "1"} \end{cases}$$

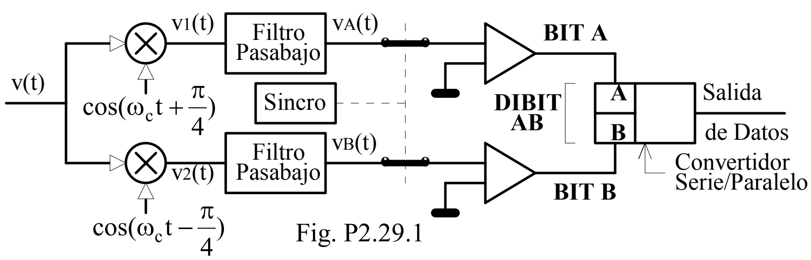


Fig. P2.29.1

$$v(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m) \quad \text{para} \quad \phi_m = 0,\ \pi/2,\ \pi \ \text{ y } \ -\pi/2$$

(a) Calcule los dibits a la salida correspondientes a cada valor de ϕ_m.

(b) Dibuje el diagrama de Fresnel indicando la posición de los dibits 00, 01, 10 y 11.

(c) Si la velocidad de transmisión es de 2400 bps y la frecuencia de portadora de 1800 Hz, dibuje la forma de onda a la entrada del receptor que produzca a la salida una secuencia de la forma 1 1 0 1 0 0 1 0 .

Solución:

(a)

$$v(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m); \quad v_1(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m)\cos(\omega_c t + \frac{\pi}{4})$$

$$v_1(t) = \frac{A}{2}\cos(2\omega_c t - \phi_m + \frac{\pi}{4}) + \frac{A}{2}\cos(\phi_m + \frac{\pi}{4})$$

El filtro pasabajo elimina la componente en $2f_c$, quedando

$$v_A(t) = \frac{A}{2}\cos(\phi_m + \frac{\pi}{4}) \quad ===> \quad \text{Produce el } \textbf{BIT A}$$

$$v_2(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m)\cos(\omega_c t - \frac{\pi}{4})\text{,}$$ que al pasar por el filtro pasabajo nos queda

$$v_B(t) = \frac{A}{2}\cos(\phi_m - \frac{\pi}{4}) \quad ===> \quad \text{Produce el } \textbf{BIT B}$$

Veamos ahora los valores de $v_A(t)$ y $v_B(t)$ para los diferentes valores de ϕ_m.

Para $\phi_m = 0$:

$$v_A(t) = \frac{A}{2}\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}A \geq 0 \rightarrow "0" \rightarrow A$$

$$v_B(t) = \frac{A}{2}\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}A \geq 0 \rightarrow "0" \rightarrow B$$

Fasor y DIBIT **AB**  **00**

Para $\phi_m = \pi/2$:

$$v_A(t) = \frac{A}{2}\cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}A < 0 \rightarrow "1" \rightarrow A$$

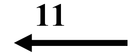
$$v_B(t) = \frac{A}{2}\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}A \geq 0 \rightarrow "0" \rightarrow B$$

Fasor y DIBIT **AB**  **10**

Para $\phi_m = \pi$:

$$v_A(t) = \frac{A}{2}\cos(\pi + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}A < 0 \rightarrow "1" \rightarrow A$$

$$v_B(t) = \frac{A}{2}\cos(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}A < 0 \rightarrow "1" \rightarrow B$$

Fasor y DIBIT **AB** **11** 

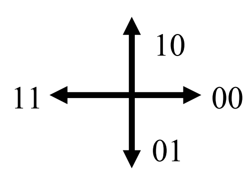
Para $\phi_m = -\pi/2$:

$$v_A(t) = \frac{A}{2}\cos(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}A \geq 0 \rightarrow "0" \rightarrow A$$

$$v_B(t) = \frac{A}{2}\cos(-\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}A < 0 \rightarrow "1" \rightarrow B$$

Fasor y DIBIT **AB**  **01**

(b) El Diagrama de Fresnel
Tiene entonces la forma
Dada en la Fig. P2.26.2.

Fig. P2.26.2 

(c) $V_i = 2400$ bps; $f_b = 2400$ Hz; $f_s = 1200$ Hz; $T_s = 8{,}333\text{x}10^{-4}$; $f_c = 1800$ Hz;
$T_c = 5{,}556\text{x}10^{-4}$; $T_s = 1{,}5\ T_c$.

Si la salida tiene digital tiene la forma 1 1 0 1 0 0 1 0, entonces, de acuerdo con los resultados de la parte (a), la señal modulada de entrada (normalizada a 1) será

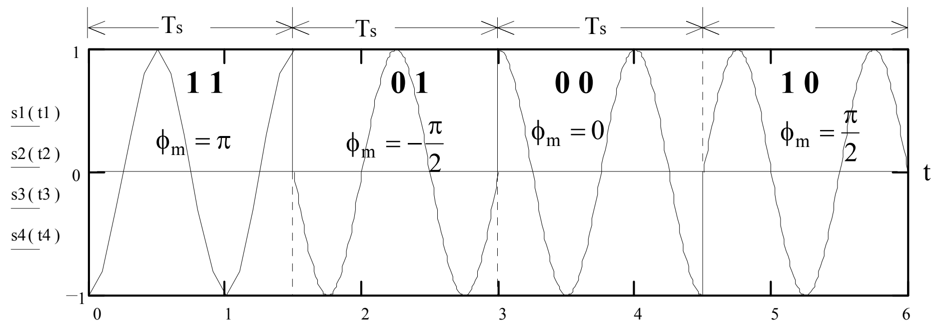


Fig. 2.26.3

2.27. En la Fig. P2.27 se muestra un receptor PSK binario.

Suponga que $v_c(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m)$, donde en un intervalo T_b dado,

$\phi_m = 0$ si se ha transmitido un "1"

$\phi_m = \pi$ si se ha transmitido un "0"

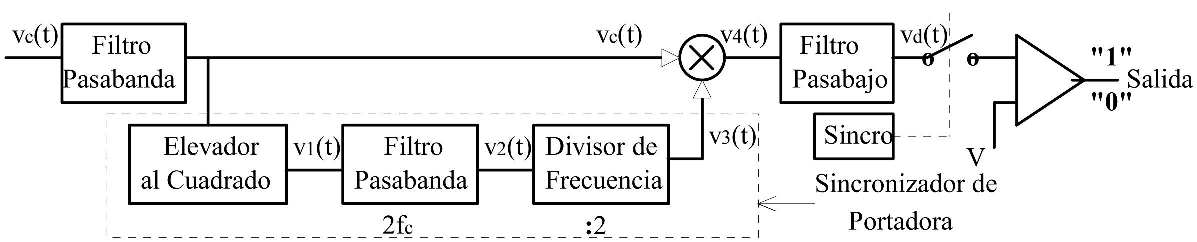


Fig. P2.27

(a) Demuestre que la señal $v_d(t)$ de entrada al comparador, durante un intervalo T_b , es

$$v_d(t) = \frac{A^3}{4}\cos(\phi_m)$$

(b) Establezca para el comparador un algoritmo de decisión apropiado.

Solución:

(a) $v_1(t) = v_c^2(t) = A^2\cos^2(\omega_c t - \phi_m) = \frac{A^2}{2}\left[1 + \cos(2\omega_c t - 2\phi_m)\right]$

El filtro pasabanda rechaza el término en continua y pasar solamente la señal centrada en $2f_c$, de donde

$v_2(t) = \frac{A^2}{2}\cos(2\omega_c t - 2\phi_m)$. La operación de división de frecuencia solamente afecta al término $2\omega_c t$ y nó al término de fase. Esto se puede demostrar a partir del siguiente desarrollo:

$$v_2(t) = \frac{A^2}{2}\cos(2\phi_m)\cos(2\omega_c t) + \frac{A^2}{2}\text{sen}(2\phi_m)\text{sen}(2\omega_c t)$$

Los términos $\cos(2\phi_m)$ y $\text{sen}(2\phi_m)$ son constantes (en un intervalo T_b) y no son afectados por la operación de división de frecuencia. Entonces, a la salida del divisor de frecuencia se tiene:

$v_3(t) = \frac{A^2}{2}\cos(2\phi_m)\cos(\omega_c t) + \frac{A^2}{2}\text{sen}(2\phi_m)\text{sen}(\omega_c t)$, que en forma polar es

$$v_3(t) = \frac{A^2}{2}\sqrt{\cos^2(2\phi_m) + \text{sen}^2(2\phi_m)}\cos\left[\omega_c t - \text{arctg}\frac{\text{sen}(2\phi_m)}{\cos(2\phi_m)}\right]$$

pero $\sqrt{\cos^2(2\phi_m) + \text{sen}^2(2\phi_m)} = 1$ y $\text{arctg}\frac{\text{sen}(2\phi_m)}{\cos(2\phi_m)} = 2\phi_m$; entonces,

$v_3(t) = \frac{A^2}{2}\cos(\omega_c t - 2\phi_m)$. También, $v_4(t) = A\cos(\omega_c t - \phi_m)\frac{A^2}{2}\cos(\omega_c t - 2\phi_m)$

$v_4(t) = \frac{A^3}{4}\cos(2\omega_c t - 3\phi_m) + \frac{A^3}{4}\cos(\phi_m)$. El filtro pasabajo elimina la componente en $2f_c$ y la entrada al comparador en un intervalo T_b dado es entonces $v_d(t) = \frac{A^3}{4}\cos(\phi_m)$.

(c) Puesto que en un intervalo T_b dado

$\phi_m = 0$ cuando se ha transmitido un "1"

y $\phi_m = \pi$ cuando se ha transmitido un "0",

entonces $v_d(t) = \pm\frac{A^3}{4}$, y la comparación se hace respecto a cero, es decir, el valor del V_u del umbral debe ser cero, es decir, $V_u = 0$. El algoritmo de decisión del comparador en un intervalo de tiempo t_n será:

Si $v_d(t_n) \geq 0$, sacar un "1"

Si $v_d(t_n) < 0$, sacar un "0"

2.28. En la Fig. P2.28.1 se muestra un receptor binario FSK en el cual se aplica el "principio de la heterodinación".

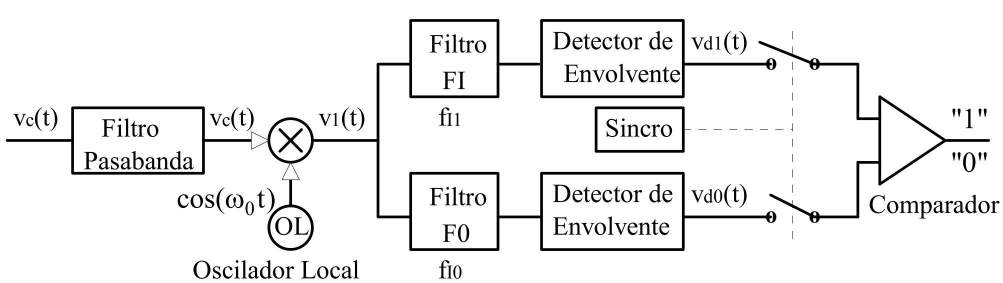


Fig. P2.28.1

Los filtros FI y F0 están centrados en las frecuencias intermedias f_{I1} y f_{I0}, respectivamente, donde $f_{I0} > f_{I1}$. Las frecuencias de transmisión son las mismas del Módem V.23 para 600 baudios.

Analice el sistema y determine los valores apropiados de las frecuencias intermedias f_{I1} y f_{I0}, sujeto a las siguientes condiciones:

1. Que $\frac{f_{I0} + f_{I1}}{2} = f_c$, donde f_c es la frecuencia de portadora
2. Que $1\ \text{kHz} < [f_{I0} - f_{I1}] < 2\ \text{kHz}$

Solución:

Las frecuencias de transmisión de un Módem V.23 para 600 baudios son:

$f_{"1"} = 1300$ Hz cuando se transmite un "1"; $f_{"0"} = 1700$ Hz cuando se transmite un "0"

Para una señal FSK, de la expresión (2.16a y b) del TEXTO 1, se tiene:

$$v_c(t) = A\cos[2\pi(f_c \pm f_d)t]$$

De la Fig. P2.28.2,

$F_c = 1500$ Hz; $f_d = 200$ Hz; también,

$v_1(t) = v_c(t)\cdot\cos(\omega_0 t)$; f_0 es la frecuencia del Oscilador Local .

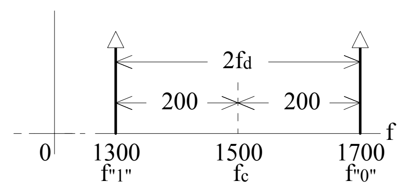


Fig. P2.28.2

$$v_1(t) = A\cos[2\pi(f_c \pm f_d)t]\cos(2\pi f_0 t)$$

$$v_1(t) = \frac{A}{2}\cos\left[2\pi(f_c + f_0 \pm f_d)t\right] + \frac{A}{2}\cos\left[2\pi(f_c - f_0 \pm f_d)t\right]$$

Vemos que las frecuencias presentes en la entrada de los filtro FI y F0 son:

$f_1 = f_c + f_d + f_0$; $f_2 = f_c + f_d - f_0$; $f_3 = f_c - f_d + f_0$; $f_4 = f_c - f_d - f_0$

De estas cuatro frecuencias hay que elegir dos: f_{I1} y f_{I0} , que cumplan con las condiciones dadas más arriba. La condición 1 implica que f_{I1} y f_{I0} deben ser simétricas respecto a f_c, con una separación menor que 2000 Hz y mayor que 1000 Hz (condición 2). Reemplazando los valores de f_c y f_d en f_1, f_2 , f_3 y f_4,

$f_1 = 1700 + f_0$; $f_2 = 1700 - f_0$; $f_3 = 1300 + f_0$; $f_4 = 1300 - f_0$.

Sea $f_{01} = f_{I0} - f_{I1}$; debe cumplirse entonces que $1000\ \text{Hz} < f_{01} < 2000$ Hz y hagamos la siguiente figura:

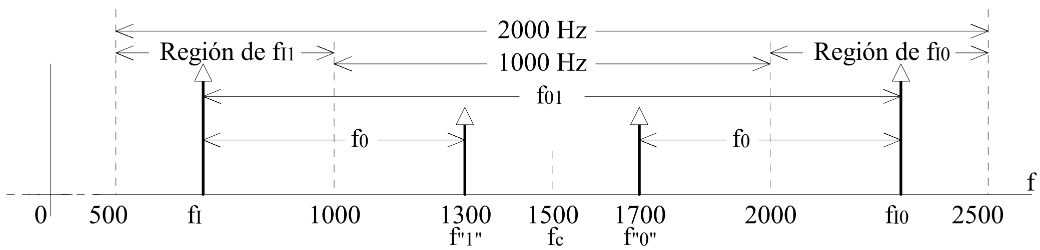


Fig. P2.28.3

En la Fig. P2.28.3 podemos ver que 500 Hz < f_{I1} < 1000 Hz y 2000 Hz < f_{I0} < 2500 Hz.

También: $f_{I1} = f_c - \frac{f_{01}}{2}$; $f_{I0} = f_c + \frac{f_{01}}{2}$; $f_0 = f_{"1"} - f_{I1} = f_{I0} - f_{"0"}$

Por lo tanto, si se elige el valor de la separación f_{01} podemos determinar f_{I1} , f_{I0} y f_0. Por ejemplo, sea la separación f_{01} = 1200 Hz. Reemplazando más arriba, obtenemos:

$f_{I1} = 1500 - \frac{1200}{2} = 900\text{Hz}$; $f_{I0} = 1500 + \frac{1200}{2} = 2100\,\text{Hz}$. Podemos constatar que estos valores cumplen con las condiciones 1 y 2. En efecto,

$$\frac{f_{I1} + f_{I0}}{2} = f_c = \frac{900 + 2100}{2} = 1500 \quad \to \text{cumple con la condición 1}$$

$$f_{I0} - f_{I1} = 2100 - 900 = 1200\text{Hz} \to \quad \text{cumple con la condición 2.}$$

Nótese entonces que las condiciones (1) y (2), para los datos del problema, se cumplen cuando $500\,\text{Hz} < f_{I1} < 1000\text{Hz}$; $2000\,\text{Hz} < f_{I0} < 2500\text{H}$; $300\,\text{Hz} < f_0 < 800\,\text{Hz}$

La ventaja del sistema con heterodinación es que permite una mejor recuperación de las señales o frecuencias en la recepción y el diseño de los filtros se simplifica.

2.29. En sistemas FSK binarios y m-arios las señales $s_j(t)$ transmitidas deben cumplir con la propiedad de ortogonalidad. En efecto, este principio establece
que el conjunto de señales $s_j(t)$ para j = 1, 2, 3,....,M es ortogonal, es decir, se verifica que

$$\int_0^{T_s} s_i(t) \cdot s_j(t) \cdot dt = \begin{cases} \frac{A^2 T_s}{2} = E_s & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

Las señales $s_j(t)$ son ortogonales en el intervalo T_s, tienen duración T_s y todas tiene la misma energía E_s. En el caso binario las frecuencias instantáneas, Fig. P29.1, son f_1 y f_0, siendo $\Delta f = 2f_d$ la separación y f_d la constante de desviación de frecuencia. La portadora es f_c y la frecuencia de señalización es $f_b = 1/T_b$.

(a) Demuestre que en el caso binario, para que las señales s_1 (t) y $s_0(t)$ sean ortogonales, debe cumplirse con las siguientes condiciones:

$f_d = \frac{m}{2} f_b$; $f_1 = \frac{n-m}{2} f_b$;

$f_0 = \frac{n+m}{2} f_b$ y $f_c = \frac{n}{2} f_b$

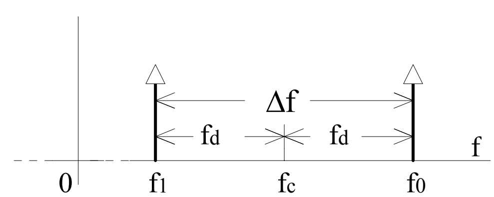


Fig. P2.29.1

donde m y n son enteros distintos de cero y n > m.

(b) El Módem V.23 (véase el problema anterior)
trabaja a una velocidad de modulación de 600 baudios. Verifique si este módem cumple con la propiedad de ortogonalidad.

Solución:

(a) De la Fig. P2.29.1, $s_1(t) = A\cos(2\pi f_1 t)$ y $s_0(t) = A\cos(2\pi f_0 t) = A\cos[2\pi(f_1 + \Delta f)t]$

De la propiedad de ortogonalidad,

$$A^2 \int_0^{T_b} \cos(2\pi f_1 t)\cos[2\pi(f_1 + \Delta f)t]dt = \frac{A^2}{2}\int_0^{T_b}\{\cos[2\pi(2f_1 + \Delta f)t] + \cos(2\pi\Delta f t)\}dt = 0$$

$$\frac{A^2}{2}\int_0^{T_b}\cos[2\pi(2f_1 + \Delta f)t]dt + \frac{A^2}{2}\int_0^{T_b}\cos(2\pi\Delta f t)dt = 0$$

Para que esta expresión se cumpla, las integrales deben ser cero en el intervalo $[0, T_b]$, es decir, debe verificarse, como se muestra en la Fig. P2.29.2, que el área neta de cada integral en un intervalo T_b cualquiera debe ser cero.

Puede observarse en la Fig. P2.29.2 que $2f_1 + \Delta f = \frac{n}{T_b}$ y $\Delta f = \frac{m}{T_b}$, donde m y n son enteros distintos de cero; pero como $\Delta f = 2f_d$, entonces $f_d = \frac{m}{2} f_b$. Asimismo, $2f_1 + 2f_d = nf_b$ y como $f_c = f_1 + f_d$, entonces $f_c = \frac{n}{2} f_b$. En la misma forma podemos demostrar que

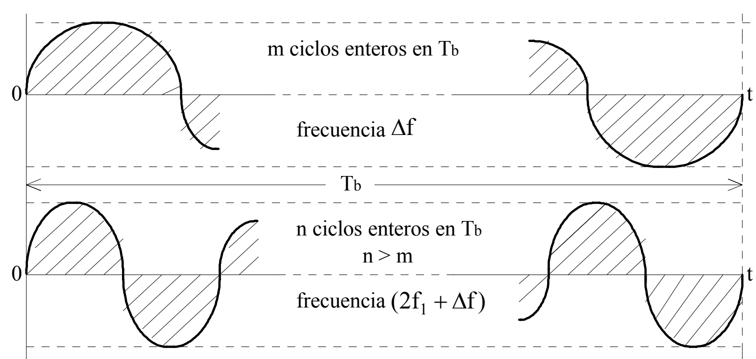


Fig. P2.29.2

$f_1 = \frac{n-m}{2} f_b$ y $f_0 = \frac{n+m}{2} f_b$, donde m y n son enteros distintos de cero y $n > m$.

(b) Para el Módem V.23, $f_1 = 1300$ Hz; $f_0 = 1700$ Hz; $f_b = 600$ Hz.

Entonces: $f_d = 200 = \frac{m}{2}600$; de donde $m = \frac{2}{3} \neq$ entero; $f_c = \frac{n}{2}600$, de donde,

$n = 5$ entero. Se verifica que $n > m$.

Como m no es entero, las señales $s_1(t)$ y $s_0(t)$ del Módem V.23 no son perfectamente ortogonales. Por ejemplo, si hacemos $m = 1$ y dejamos $n = 5$ con la misma frecuencia de señalización $f_b = 600$ Hz, las frecuencias que satisfacen la propiedad de ortogonalidad son:

$f_c = 1500$ Hz; $f_1 = 1200$ Hz; $f_0 = 1800$ Hz y $f_d = 300$ Hz

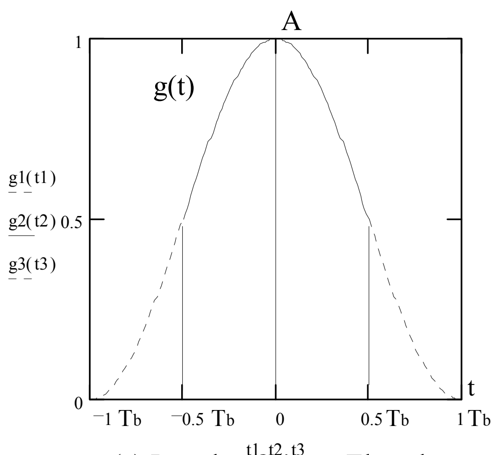
2.30. En algunos sistemas, en vez de impulsos rectangulares, se emplean impulsos “coseno elevado”, como se muestra en la Fig. P2.30(a), dados por la ecuación

$$g(t)=\frac{A}{2}[1+\cos(\pi f_b t)] \quad \text{para} \quad -\frac{T_b}{2}\le t\le\frac{T_b}{2}$$

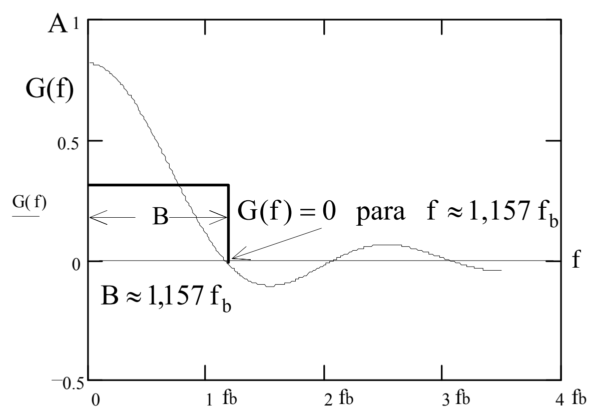
Demuestre que el espectro G(f) de g(t) viene dado por

$$G(f)=\frac{A}{2f_b}\mathrm{sinc}(\frac{f}{f_b})+\frac{A}{4f_b}\left[\mathrm{sinc}(\frac{f+\frac{f_b}{2}}{f_b})+\mathrm{sinc}(\frac{f-\frac{f_b}{2}}{f_b})\right]$$

Dibuje la forma del espectro (frecuencias positivas solamente). Si el ancho de banda B de G(f) se puede considerar como la distancia al primer cero de G(f), demuestre que $B\approx 1{,}157\, f_b$.



(a) Impulso Coseno Elevado



(b) Espectro del Impulso Coseno Elevado

Fig. P2.30

Solución:

g(t) se puede expresar en la forma $g(t)=\frac{A}{2}[1+\cos(\pi f_b t)]\Pi(\frac{t}{T_b})$

$g(t)=\frac{A}{2}\Pi(\frac{t}{T_b})+\frac{A}{2}\cos(\pi f_b t)\Pi(\frac{t}{T_b})$; pero $\Pi(\frac{t}{T_b})\Leftrightarrow\frac{1}{f_b}\mathrm{sinc}(\frac{f}{f_b})$ y por el Teorema de la Modulación, la densidad espectral de g(t) es

$$G(f)=\frac{A}{2f_b}\mathrm{sinc}(\frac{f}{f_b})+\frac{A}{4f_b}\left[\mathrm{sinc}(\frac{f+\frac{f_b}{2}}{f_b})+\mathrm{sinc}(\frac{f-\frac{f_b}{2}}{f_b})\right]$$

En la Fig. P2.30(b) se grafica esta expresión. Nótese que el primer cero de G(F) ocurre cuando $G(f)=0$ para $f=1{,}157\, f_b$, es decir, el ancho de banda de G(f) será $B\approx 1{,}157\, f_b$.

2.31. Repetir el problema anterior cuando los impulsos son trapezoidales, Fig. P2.31(a).

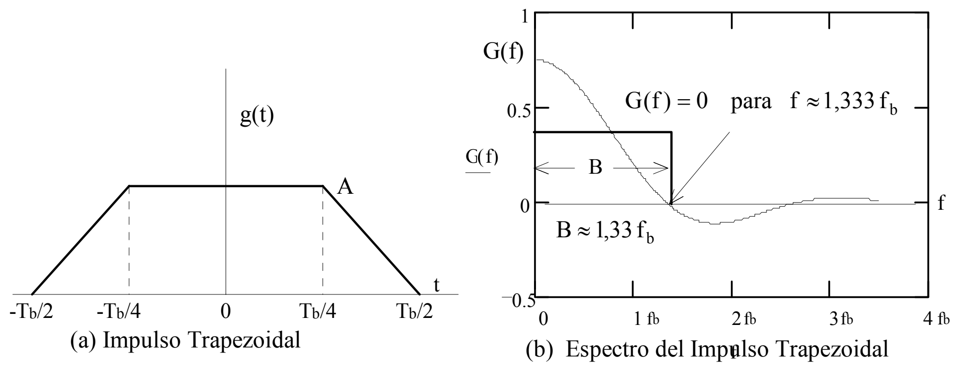


Fig. P2.31

Demuestre que en este caso el espectro del impulso trapezoidal tiene la forma

$$G(f) = \frac{A}{f_b}\operatorname{sinc}^2(\frac{f}{2f_b}) - \frac{A}{4f_b}\operatorname{sinc}^2(\frac{f}{4f_b}).$$ Demuestre también que $B \approx 1{,}133\, f_b$

Solución:

La señal g(t) se puede representar como la diferencia de dos triángulos. En efecto,

$g(t) = 2A\Lambda(\frac{t}{T_b/2}) - A\Lambda(\frac{t}{T_b/4})$, cuya Transformada de Fourier es

$$G(f) = \frac{A}{f_b}\operatorname{sinc}^2(\frac{f}{2f_b}) - \frac{A}{4f_b}\operatorname{sinc}^2(\frac{f}{4f_b}) = \frac{A}{f_b}\frac{\operatorname{sen}^2(\frac{\pi f}{2f_b})}{(\frac{\pi f}{2f_b})^2} - \frac{A}{4f_b}\frac{\operatorname{sen}^2(\frac{\pi f}{4f_b})}{(\frac{\pi f}{4f_b})^2}$$

En la Fig. P2.31(b) se grafica esta expresión (frecuencias positivas solamente). El primer cero de G(f) ocurre para $f \approx 1{,}133\, f_b$, es decir, el ancho de banda de G(f) es $B \approx 1{,}133\, f_b$.

2.32. Sea el circuito de la Fig. P2.32(a) que representa el circuito de salida de un modulador M-PSK o M-QAM, como se muestra en la Fig. 2.52 del TEXTO 1.

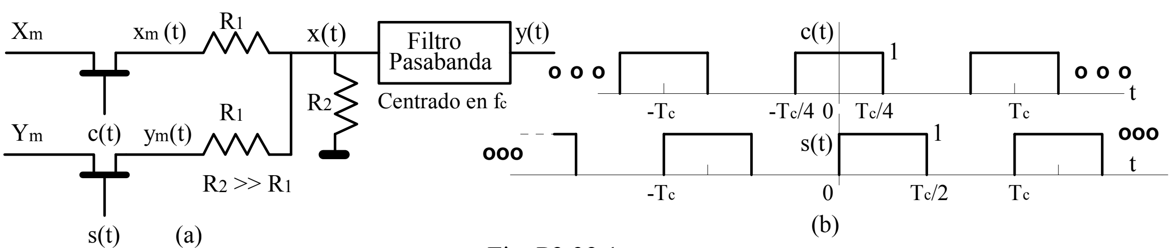


Fig. P2.32.1

c(t) y s(t) tienen la forma dada en la Fig. P2.32.1(b).

Suponga que Y_m y X_m son las componentes de un fasor cualquiera en el diagrama de Fresnel.

Demuestre que y(t) es una señal modulada PSK de la forma dada por la expresión (2.65) del TEXTO 1.

Sugerencia: Exprese c(t) y s(t) como desarrollos en Serie de Fourier.

Solución:

Por la rama de X_m: $x_m(t) = X_m\, c(t)$. Pero c(t) se puede desarrollar en Serie de Fourier de la forma $c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(j2\pi n f_c t)$; $f_c = 1/T_c$. De la expresión (1.51) del TEXTO 2, con el desarrollo en Serie de Fourier se obtiene $C_n = \frac{1}{2}\mathrm{sinc}(\frac{n}{2}) = \frac{1}{n\pi}\mathrm{sen}(\frac{n\pi}{2})$; de donde,

$C_n = \frac{1}{n\pi}(-1)^{(n-1)/2}$ para n impar; $C_n = 0$ para n par y $n \neq 0$.

También, $C_0 = \frac{1}{2}$ para $n = 0$; C_0 es la componente continua de c(t).

Como C_n es real, el desarrollo de Fourier de c(t) es una serie de cosenos de la forma

$c(t) = C_0 + 2C_1\cos(\omega_c t) + 2C_3\cos(3\omega_c t) + 2C_5\cos(5\omega_c t) + ...$; de donde

$$x_m(t) = X_m C_0 + 2X_m C_1\cos(\omega_c t) + 2X_m C_3\cos(3\omega_c t) + 2X_m C_5\cos(5\omega_c t) + ...$$

Por la rama de Y_m: $y_m(t) = Y_m\, s(t)$, donde $s(t) = c(t - \frac{T_c}{4}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(-j\frac{n\pi}{2})\exp(j2\pi n f_c t)$.

Haciendo $S_n = C_n \exp(-j\frac{n\pi}{2})$, entonces $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n \exp(j2\pi n f_c t)$

Desarrollando el exponencial de S_n y rearreglando, se obtiene:

$S_n = -j\frac{1}{n\pi}$ para n impar; $S_n = 0$ para n par y $n \neq 0$. También $S_0 = \frac{1}{2}$ y $|C_n| = |S_n|$

Como S_n es imaginario, el desarrollo en Serie de Fourier de s(t) es una serie de senos de la forma $s(t) = S_0 + 2S_1\mathrm{sen}(\omega_c t) + 2S_3\mathrm{sen}(3\omega_c t) + 2S_5\mathrm{sen}(5\omega_c t) + ...$, de donde

$$y_m(t) = Y_m S_0 + 2Y_m S_1\mathrm{sen}(\omega_c t) + 2Y_m S_3\mathrm{sen}(3\omega_c t) + 2Y_m S_5\mathrm{sen}(5\omega_c t) + ...$$

El circuito de entrada al filtro pasabanda tiene la configuración mostrada en la Fig. P2.32.2.

Podemos demostrar, aplicando el Teorema de Superposición, que

$$x(t) = \frac{R_1 R_2}{R_1(R_1 + R_2) + R_1 R_2}[x_m(t) + y_m(t)]$$

pero si $R_2 >> R_1$, entonces $x(t) = \frac{1}{2}[x_m(t) + y_m(t)]$

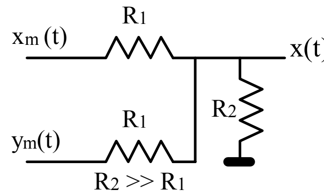


Fig. P2.32.2

Reemplazando los desarrollos de $x_m(t)$ y de $y_m(t)$, y haciendo $S_n = C_n$, se obtiene:

$$x(t) = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{l} C_0(X_m + Y_m) + 2X_mC_1\cos(\omega_c t) + 2Y_mC_1\,\mathrm{sen}(\omega_c t) + 2X_mC_3\cos(3\omega_c t) + \\ + 2Y_mC_3\,\mathrm{sen}(3\omega_c t) + \text{Términos de frecuencia superiores a } 3f_c \end{array}\right]$$

El filtro pasabanda de salida deja pasar solamente las componentes centradas en f_c, de donde

$y(t) = C_1(X_m + Y_m)[\cos(\omega_c t) + \mathrm{sen}(\omega_c t)]$, que expresada en forma polar es

$y(t) = C_1\sqrt{X_m^2 + Y_m^2}\cos[\omega_c t - \phi_m]$, donde $\phi_m = \mathrm{arctg}\dfrac{Y_m}{X_m}$

Si hacemos $A_m = C_1\sqrt{X_m^2 + Y_m^2}$, entonces $y(t) = A_m\cos(\omega_c t - \phi_m)$, que representa la expresión general de una señal modulada en fase.

2.33. Sea el circuito de la Fig. P2.33.

El filtro pasabanda está centrado en f_c. Las señales c(t) y s(t) son las mismas del problema anterior.

Si z(t) es una señal PSK de la forma $z(t) = A_m\cos(\omega_c t - \phi_m)$, determine las señales $y'_m(t)$ y $x'_m(t)$ y demuestre que $\phi_m = \mathrm{arctg}\dfrac{y'_m(t)}{x'_m(t)}$.

Nótese que el circuito mostrado en la Fig. P2.33 corresponde al circuito de entrada de un demodulador PSK o M-QAM, como se muestra en la Fig. 2.53 del TEXTO 1.

Solución:

$x_m(t) = z(t)c(t)$. Aplicando el mismo procedimiento del problema anterior, podemos obtener:

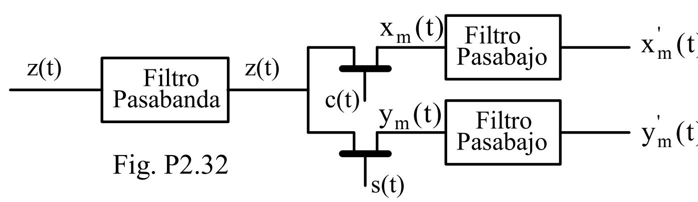


Fig. P2.32

$$x_m(t) = A_m\cos(\omega_c t - \phi_m)[C_0 + 2C_1\cos(\omega_c t) + 2C_3\cos(3\omega_c t) + \ldots\ldots\ldots +]$$

$$x_m(t) = A_mC_0\cos(\omega_c t - \phi_m) + A_mC_1\cos(2\omega_c t - \phi_m) + A_mC_1\cos(\phi_m) +$$
$$+ A_mC_3\cos(4\omega_c t - \phi_m) + A_mC_3\cos(2\omega_c - \phi_m) + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

El filtro pasabajo deja pasar solamente la componente continua, es decir,

$x'_m(t) = A_mC_1\cos(\phi_m)$

Haciendo el mismo procedimiento para la rama inferior, obtenemos: $y'_m(t) = A_mC_1\,\mathrm{sen}(\phi_m)$

Dividiendo estos dos términos: $\dfrac{y'_m(t)}{x'_m(t)} = \dfrac{\mathrm{sen}(\phi_m)}{\cos(\phi_m)} = \mathrm{tg}(\phi_m)$, de donde $\phi_m = \mathrm{arctg}\dfrac{y'_m(t)}{x'_m(t)}$

Nótese que, conocido el ángulo ϕ_m, se puede determinar la combinación de los dígitos de salida. Por ejemplo, en un Módem Bell 208A, si $\phi_m = 0$ la salida será 1 0 0 , y si $\phi_m = \pi$ la salida será un 0 1 0.

2.34. Demuestre, mediante un diagrama de tiempos, que el circuito de la Fig. P2.34.1 permite generar las señales c(t) y s(t) de los problemas anteriores.

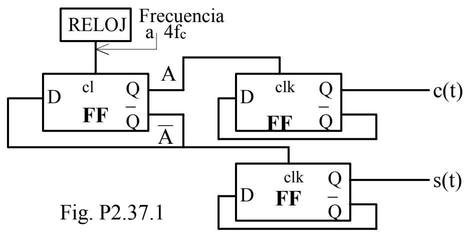


Fig. P2.37.1

Solución:

Se hace un diagrama de tiempos como el mostrado en la siguiente página, Fig. P2.33.2.

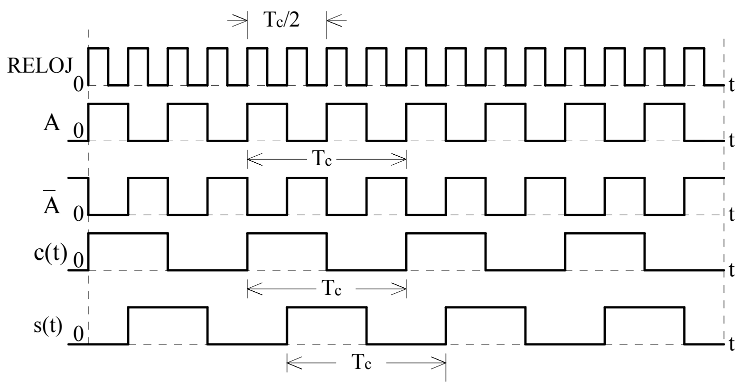


Fig. P2.33.2.

Suponga que para $t < 0$, $A = c(t) = s(t) = 0$. El primer impulso de reloj ocurre para $t = 0$.

2.35. En la Fig P2.35.1 se muestra un codificador de línea que transforma señales NRZ unipolares a señales NRZ bipolares de amplitud ±V.

Determinar la salida cuando a la entrada se aplica una secuencia unipolar NRZ de la forma

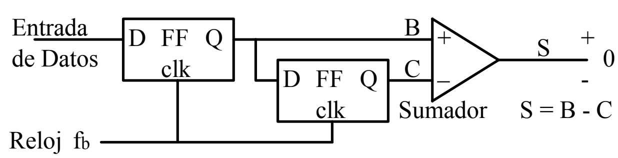


Fig. P2.35.1

$\overleftarrow{0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1}$. Suponga que inicialmente ($t < 0$) $A = 1$; $B = C = S = 0$

Solución: Se hace un diagrama de tiempo como el de la Fig. P2.35.2.

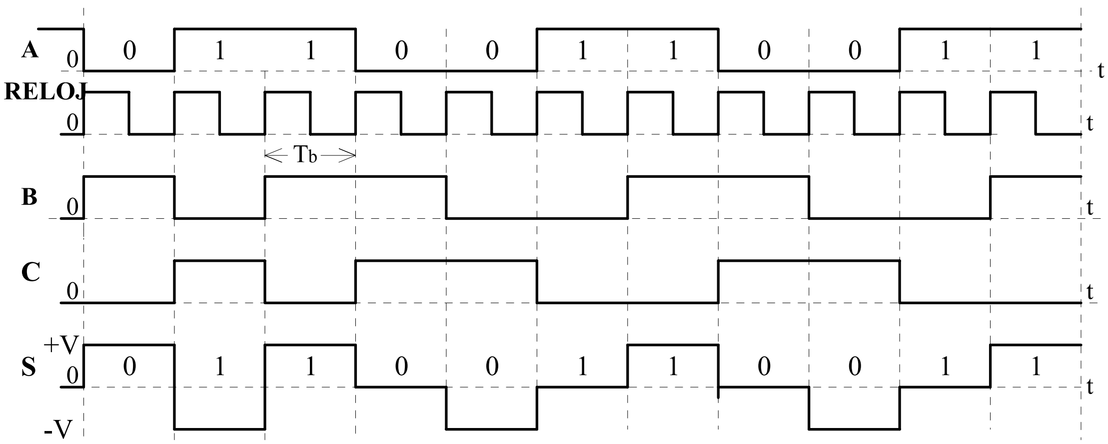


Fig. P2.35.2

Nótese el parecido de este codificador con el codificador del problema 2.18; sin embargo, trabajan en forma diferente.

2.36. En la Fig. P2.36.1 se muestra un codificador de línea que convierte una secuencia binaria NRZ unipolar en otra secuencia binaria NRZ unipolar. Se da la tabla de verdad del comparador. Inicialmente, Q = 0. Determine la secuencia de salida cuando la secuencia NRZ de entrada ← tiene la forma 1 0 0 1 0 1 1 1 0 .

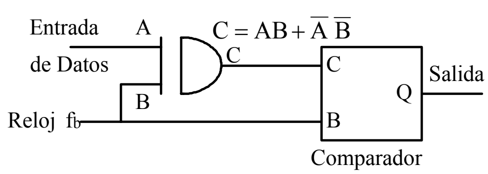


Fig. P2.36.1

C	B	Q_{n+1}
0	0	Q_n
0	1	Q_n
1	0	Q_n
1	1	$\overline{Q}_n$

Solución:
Se hace un diagrama de tiempo como el de la Fig. P2.36.2.

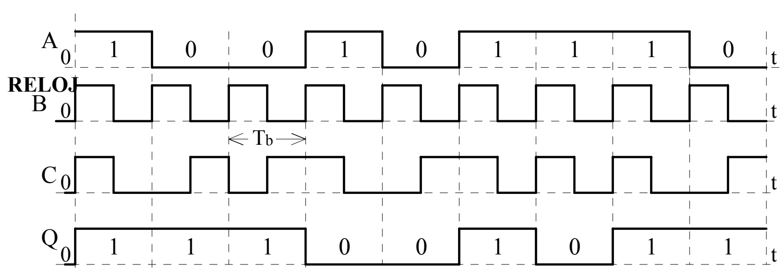


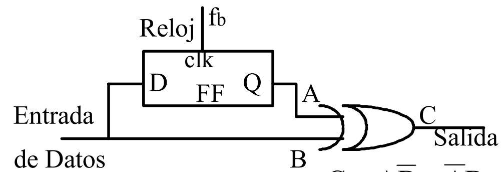
Fig. P2.36.2.

2.37. Demuestre que el circuito mostrado en la Fig. P2.37.1 permite descodificar, es decir, recuperar la secuencia original a partir de la salida Q del problema anterior.

Inicialmente (t < 0), B = 0.

Solución:

Se hace un diagrama de tiempo como el mostrado en la Fig. P2.37.2



$C = A\overline{B} + \overline{A}B$

Fig. P2.37.1

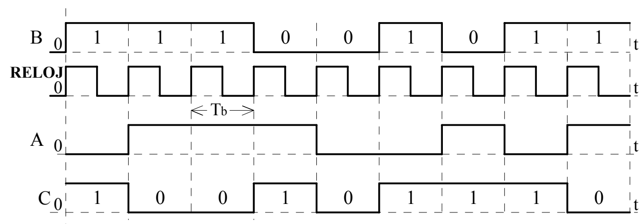


Fig. P2.37.2

Nótese que esta salida es igual a la entrada A del circuito del problema anterior.

2.38. Utilizando el método visto en la Sección 2.7.2 del TEXTO 1, demuestre que los parámetros de diseño de los siguientes módems de la Serie V del UIT-T son (hacer R_1 = 5K y $R_1 + R_2 + R_3$ = 10K):

(a) Módem UIT-T V.27, 4800 bps.

Nota: $x \oplus y = x\overline{y} + \overline{x}y$; $\overline{x \oplus y} = xy + \overline{x}\,\overline{y}$; $\overline{x}(\overline{y \oplus z}) + x(y \oplus z) = \overline{x \oplus y \oplus z}$

$S_x = \overline{B} \rightarrow [+];\ U_x = C(A \oplus B);\ V_x = A \oplus B \oplus C;\ W_x = 0;\ 0_x = \overline{C}(A \oplus B)$

$S_y = \overline{A} \rightarrow [+];\ U_y = \overline{C}(A \oplus B);\ V_y = V_x;\ W_y = 0;\ 0_y = U_x$

$R_1 = 5K;\ R_2 = 1{,}47K;\ R_3 = 3{,}53K;\ R_4 = 0$

(b) Módem UIT-T V.32, 9600 bps.

$S_x = B \rightarrow [+];\ U_x = C(A \oplus B) + D(\overline{A \oplus B});\ V_x = \overline{C}(A \oplus B) + \overline{D}(\overline{A \oplus B});\ W_x = 0_x = 0$

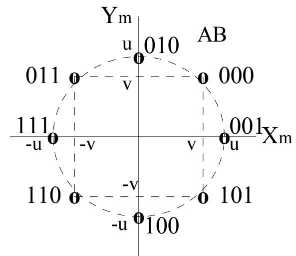
$S_y = A \rightarrow [+];\ U_y = C(A \oplus B) + D(\overline{A \oplus B});\ V_y = \overline{C}(\overline{A \oplus B}) + \overline{D}(A \oplus B);\ W_y = 0_y = 0$

$R_1 = 5K;\ R_2 = \frac{10}{3}K;\ R_3 = \frac{5}{3}K;\ R_4 = 0$

Solución:

Hacer R_1 = 5K; $R_1 + R_2 + R_3$ = 10K

(a) Módem V.27, 4800 bps, 1600 baudios. En la Fig. P2.38.1 se muestra el diagrama de Fresnel de este módem y la tabla de codificación correspondiente.



(a) Diagrama de Fresnel, Módem V.27

A	B	C	X	Ym
0	0	0	v	v
0	1	0	0	u
0	1	1	-v	v
1	1	1	-u	0
1	1	0	-v	-v
1	0	0	0	-u
1	0	1	v	-v
0	0	1	u	0

(b) Tabla de Codificación

Fig. P2.38.1

De la tabla de codificación se puede ver que

Signo de X_m: $\begin{matrix} S_x = B \rightarrow [-] \\ S_x = \overline{B} \rightarrow [+] \end{matrix}$; Signo de Y_m: $\begin{matrix} S_y = A \rightarrow [-] \\ S_y = \overline{A} \rightarrow [+] \end{matrix}$

Módulo de X_m:

$$u \rightarrow U_x = ABC + \overline{A}\,\overline{B}\,C = C(AB + \overline{A}\,\overline{B}) = C(\overline{A \oplus B})$$

$$v \rightarrow V_x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,C + A\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C = \overline{A}(\overline{B}\,\overline{C} + BC) + A(B\,\overline{C} + \overline{B}\,C)$$

$$= \overline{A}(\overline{B \oplus C}) + A(B \oplus C)$$

$$0 \rightarrow 0_x = \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,\overline{C} = \overline{C}(\overline{A}\,B + A\,\overline{B}) = \overline{C}(A \oplus B)$$

Como el diagrama solamente tiene dos componentes **u** y **v**, entonces $W_x = 0$.

Módulo de Y_m:

$$u \rightarrow U_y = \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,\overline{C} = \overline{C}(AB + \overline{A}\,\overline{B}) = C(A \oplus B)$$

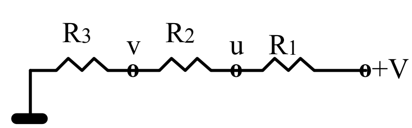
$$v \rightarrow V_y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,C + A\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C = \overline{A}(\overline{B}\,\overline{C} + B\,C) + A(B\,\overline{C} + \overline{B}\,C)$$

$$= \overline{A}(\overline{B \oplus C}) + A(B \oplus C)$$

$$0 \rightarrow 0_y = A\,B\,C + \overline{A}\,\overline{B}\,C = C(A\,B + \overline{A}\,\overline{B}) = C(\overline{A \oplus B})$$

$$W_y = 0$$

Cálculo de las Resistencias: de la figura ➔



$$v = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V; \quad u = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V$$

$$\frac{v}{R_3} = \frac{u}{R_2 + R_3}; \quad \frac{u}{v} = \frac{R_2 + R_3}{R_3}$$

También: $R_1 = 5K$; $R_1 + R_2 + R_3 = 10$ K y

$R_2 + R_3 = 5$ K

Del Diagrama de Fresnel, $\frac{v}{u} = \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \frac{u}{v} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{R_2 + R_3}{R_3} = \sqrt{2}$

Pero $R_2 + R_3 + 5K; \quad R_3 = \frac{5000}{\sqrt{2}} = 3536$ Ohm ; R_2 = 5000-3536 = 1564 Ohm. Entonces,

R_1 = 5 K; R_2 = 1464 Ohm; R_3 = 3536 Ohm.

El Convertidor XY del Módem V.27 tiene entonces la configuración dada en la Fig. P2.37.2.

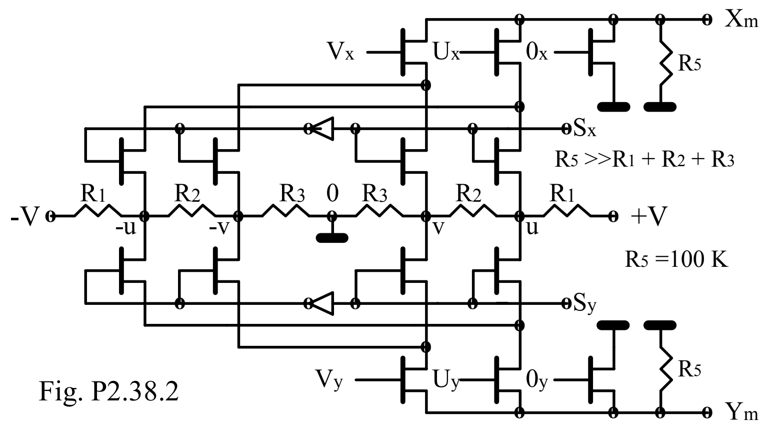
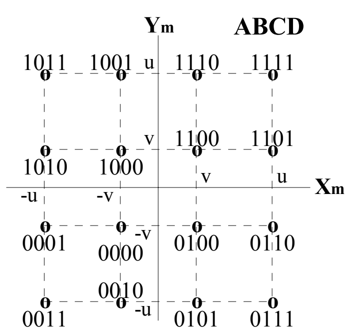


Fig. P2.38.2

(b) Módem V.32, 9600 bps, 2400 baudios, 16-QAM.

Del diagrama de Fresnel del Módem V.32 se construye la Tabla de Codificación como se muestra en la Fig. P2.37.3:



(a) Diagrama de Fresnel, Módem V.32

A	B	C	D	Xm	Ym
0	0	0	0	-v	-v
0	0	0	1	-u	-v
0	0	1	1	-u	-u
0	0	1	0	-v	-u
0	1	0	0	v	-v
0	1	0	1	v	-u
0	1	1	1	u	-u
0	1	1	0	u	-v
1	1	0	0	v	v
1	1	0	1	u	v
1	1	1	1	u	u
1	1	1	0	v	u
1	0	0	0	-v	v
1	0	0	1	-v	u
1	0	1	1	-u	u
1	0	1	0	-u	v

(b) Tabla de Codificación

Fig. P2.38.3

De la Tabla de Codificación:

$$S_x = \begin{bmatrix} \overline{B} \rightarrow [-] \\ B \rightarrow [+] \end{bmatrix} \quad ; \quad S_y = \begin{bmatrix} \overline{A} \rightarrow [-] \\ A \rightarrow [+] \end{bmatrix}$$

Módulo de X_m :

$$v \rightarrow V_x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D +$$

$$+ A\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,B\,C\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D = \overline{D}(\overline{A \oplus B}) + \overline{C}\,(A \oplus B)$$

$$u \rightarrow U_x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,B\,C\,D + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} +$$

$$+ A\,B\,\overline{C}\,D + A\,B\,C\,D + A\,\overline{B}\,C\,D + A\,\overline{B}\,C\,\overline{D} = D\overline{(A \oplus B)} + C(A \oplus B)$$

$$W_x = 0$$

Módulo de Y_m:

$$v \rightarrow V_y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} +$$

$$+ A\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,B\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,C\,\overline{D} = \overline{C}\overline{(A \oplus B)} + \overline{D}(A \oplus B)$$

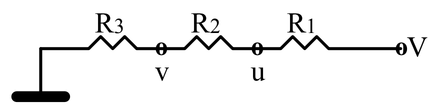
$$u \rightarrow U_y = \overline{A}\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,C\,D +$$

$$+ A\,B\,C\,D + A\,B\,C\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,C\,D = C\overline{(A \oplus B)} + D(A \oplus B)$$

$$W_y = 0$$

Cálculo de las resistencias:

$$v = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}V; \; u = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}V$$



$\frac{v}{R_3} = \frac{u}{R_2 + R_3}$. Del Diagrama de Fresnel: $\frac{u}{v} = \frac{R_2 + R_3}{R_3} = 3; \quad R_2 = 2R_3$

$R_1 = 5K$; $R_1 + R_2 + R_3 = 10K$; $R_2 + R_3 = 5K$; de donde $R_1 = 5K$; $R_2 = (10/3)K$; $R_3 = (5/3)K$; $R_4 = 0$; $R_5 = 100K$

El Convertidor XY para el Módem V.32 16-QAM tiene la siguiente configuración:

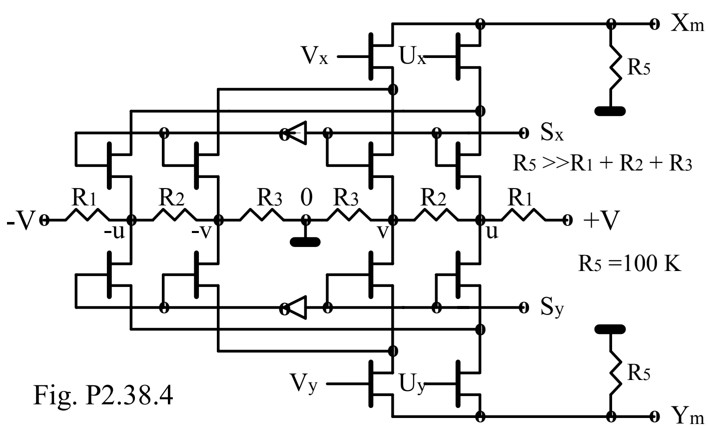


Fig. P2.38.4

CAPITULO III

No hay problemas para este capítulo

CAPITULO IV

Ejemplos adicionales

Ejemplo 4.1

Vamos a representar la palabra AbQ3 mediante el Código ASCII (con el LSB a la izquierda, paridad par) tanto en transmisión asincrónica como en sincrónica.

Solución:

Transmisión asincrónica, paridad par

Los caracteres conservan los dígitos de arranque, paridad y pare

En ASCII: A => 01000001011; b => 00100011111;

Q => 01000101111; 3 => 01100110111

AbQ3 en Código ASCII => 01000001011001000111110100010111101100110111

Transmisión sincrónica, sin dígitos redundantes

A => 1000001; b => 0100011; Q => 1000101; 3 => 1100110

AbQ3 en Código ASCII => 1000001010001110001011100110

Ejemplo 4.2

Vamos a comparar la velocidad neta de información en dos sistemas, uno asincrónico y otro sincrónico, para una misma velocidad de transmisión en el medio, por ejemplo, V_i = 9600 bps.

La cantidad neta de información a transmitir es I_n = 1024 bits

La velocidad neta de transmisión se puede definir mediante la expresión

$$V_{in} = \frac{\text{Cantidad de Información neta transmitida (bits)}}{\text{Tiempo Total de Transmisión (segundos)}} \text{ bps}$$

Operación Asincrónica:

Carácter de Código de un dígito de arranque, ocho de información y dos de pare. Entre carácter y carácter habrá un intervalo de tiempo (gap) igual a la duración de un dígito.

Operación Sincrónica:

La trama tiene la forma de la Fig. 4.3 del Texto 1. No hay gaps entre caracteres.

Se pide:

(a) La velocidad neta de información en Modo Asincrónico

(b) La velocidad neta de información en Modo Sincrónico

Solución:

Modo Asincrónico

Como los caracteres tienen 8 bits de información neta cada uno, los 1024 bits cabrán en N caracteres, donde N = 1024/8 = 128 caracteres.

Sea T_b la duración de un dígito y como la velocidad en el medio es V_i, entonces

$T_b = 1/V_i = 1/9600$.

La suma de los gaps de duración T_b dará un tiempo $T_g = (N - 1)T_b$

El tiempo total T_A será igual a $T_A = 11N \cdot T_b + (N-1)T_b = \dfrac{12N-1}{V_i}$

$T_A = 0{,}16$ seg. La velocidad neta de información en Modo Asincrónico será

$$V_{inA} = \frac{I_n}{T_A} = \frac{1024}{0{,}16} = 6404{,}17 \text{ bps}$$

Nótese que la velocidad neta de información es menor que la velocidad de transmisión en el medio.

Modo Sincrónico

Habrá N = 128 caracteres de información más 4 caracteres redundantes (SYN, SYN, SOH y EOT).

El tiempo total será $T_S = 11N \cdot T_b + 4x11 \cdot T_b = \dfrac{11(N+4)}{V_i} = 0{,}1513 \text{ seg}$

La velocidad neta de información será $V_{inS} = \dfrac{I_n}{T_S} = 6770{,}25 \text{ bps}$

Nótese que la velocidad neta de información en modo asincrónico es menor que en modo sincrónico.

Ejemplo 4.3

Sea el Protocolo HDLC:

Se han recibido tres secuencias codificadas en HDLC. Examine cuidadosamente estas secuencias y diga qué tipo de información contienen. La codificación utilizada en las tramas está en EBCDIC; los 16 dígitos xxxx....xx corresponden al FCS, que suponemos están correctos, es decir, que no hay error. Nota: Estas secuencias no son transparentes.

(a) 0111111011010000111111000xxxxx...xx01111110

(b) 0111111000101000110001100xxxxx...xx01111110

(c) 01111110110011000101101100100111110010111000011xxxxx...xx01111110

Solución:

El primero y último octetos son las banderas y no los tomaremos en cuenta. Hay que separar la secuencia en grupos de ocho dígitos e identificar cada uno de los campos.

(a) 01111110-11010000-11111000-xxxxx...xx-01111110

Dirección: 11010000 → Estación 11 (El LSB está a la izquierda)

Control: 11111000 → Indica que es una Trama U → SARM: Establecer el Modo de Respuesta Asincrónico. Como el dígito P está a "1", éste es un comando desde la Estación Maestra; por lo tanto, significa que la dirección es "a la Estación 11".

El mensaje, un comando, es el siguiente: "**A la Estación 11: Establecer el Modo de Respuesta Asincrónico**".

(b) 01111110-00101000-11000110-xxxxx...xx-01111110

Dirección: 00101000 → Estación 20 (El LSB está a la izquierda)

Control: 11000110 → Indica que es una Trama U → UA: Reconocimiento No Numerado. Es una respuesta afirmativa a los comandos SNRM, SARM, DISC o SIM. Como el dígito F = 0, es una respuesta y significa que la dirección es "desde la Estación 20"

El mensaje, una respuesta, es el siguiente: "**Desde la Estación 20: Reconocimiento No Numerado**". La Estación Secundaria ha establecido el Modo de Respuesta Asincrónico para el intercambio de información.

(c) 01111110-11001100-01011011-00100111-11001011-10000011-xxxxx...xx-01111110

Dirección: 11001100 → Estación 51 (El LSB está a la izquierda)

Control: 0-101-1-011 → Primer dígito cero. Indica que este es una Trama de Datos → I

N(S) = 101 → 5; Ultimo mensaje correcto enviado: 5 - 1 = 4

P = 1 → Comando: indica "a la Estación 51"

N(R) = 011 → 6; Ultimo mensaje correcto recibido: 6 - 1 = 5

Información (Código EBCDIC): 00100111-11001011-10000011 → ULA

El mensaje, un comando, es el siguiente: "**A la Estación 51: Información enviada: ULA. Se han enviado 4 mensajes correctos (0, 1, 2, 3) y se han recibido 5 mensajes correctos (0, 1, 2, 3, 4)**".

Ejemplo 4.4

Se tiene la siguiente Trama HDLC transparente:

0111111010000000111110100110101111101110110111110

Identifique el tipo de trama y diga cuáles fueron los ceros insertados para lograr la transparencia.

Solución:

Recordemos el Modo Transparente en HDLC: "Cada vez que se encuentren cinco UNOS seguidos que no sean las banderas, se insertará un CERO".

Separemos la secuencia en grupos y si cinco UNOS están seguidos de un CER0, este es un CERO agregado para transparencia:

01111110-10000000-11111**0**100-1101011111**0**111011-01111110.

En el tercero y cuarto grupos hay cinco UNOS seguidos de un CERO. Este es un CERO insertado, que mostramos en negrita para identificarlo. La secuencia sin los CEROS insertados será entonces

01111110-10000000-11111100-110101111111011-01111110

Ahora podemos identificar la secuencia (no tomamos en cuenta las banderas) :

Dirección: 10000000 $\rightarrow$ Estación 1 (Estación B)

Control: 11111100 $\rightarrow$ Trama Sin Numeración U $\rightarrow$ SABM: Establecer el Modo de Respuesta Balanceado. Este modo es propio del LAPB de X.25. Como P = 1, es un comando que indica la dirección "a la Estación B" (que es la número 1). En este mensaje la Estación A le pide a la Estación B establecer el modo SABM para iniciar un intercambio de información.

Ejemplo 4.5

Sea un sistema cuyas capas son:

APLICACIÓN => TCP => IP => HDLC => X.21

De la Capa Aplicación bajan 1500 octetos; la velocidad de transmisión en el medio es de 7500 bps. Se pide:

(a) ¿En cuánto tiempo se transmiten los 1500 octetos?

(b) ¿Cuántos octetos vienen de la Capa Aplicación si el tiempo de transmisión es de 5 segundos?

Solución:

(a) De la Capa Aplicación bajan 1500 octetos; en la Capa TCP se le agregan 20 octetos para un total de 1520 octetos en la Capa TCP.

En la Capa IP se le agregan otros 20 octetos para un total de 1540 octetos en la Capa IP.

En la Capa HDLC se le agregan 6 octetos para un total de 1546 octetos que serán transmitidos a través de la Interfaz X.21 por un medio a una velocidad de 7500 bps.

La información a transmitir es entonces, I = 8 x 1546 = 12368 bits, y la velocidad de transmisión $V_i = 7500$ bps

Por definición, $V_i = \frac{I}{T}$, de donde $T = \frac{I}{V_i} = \frac{12368}{7500} = 1{,}649$ segundos

Los 1500 octetos se transmiten en 1,649 segundos.

(b) De la Capa Aplicación bajan N octetos. Como se le agregan 20 octetos en la Capa TCP, 20 octetos en la Capa IP y 6 Octetos en la Capa HDLC, en la Capa HDLC habrá (N + 46) octetos que se transmitirán en 5 segundos a una velocidad de transmisión de 7,5 kbps.

La información a transmitir es $I = 8(N + 46)$ bits y $T = \frac{8(N+46)}{7500} = 5$

De donde $\quad N = \dfrac{7500x5}{8} - 46 = 4642 \text{ octetos}$

De la Capa Aplicación bajaron 4642 octetos

4.1. Consideremos un enlace punto a punto como el mostrado en la Fig. P4.1(a). Este sistema trabaja en Operación Maestra/Esclava.

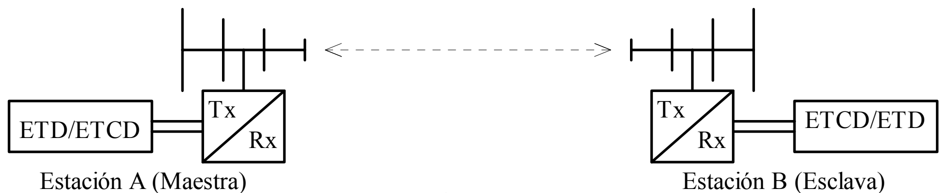


Fig. P4.1(a)

La velocidad de transmisión en el sistema es de V_i bps.

Características del Transceptor (Tx/Rx): tiempo de alzada = t_a seg

tiempo de preámbulo = t_p seg

Cualquier otro parámetro de tiempo, por ejemplo, retardo RTS/CTS, ON/OFF = t_x seg

(Todos estos tiempos vienen dados por el fabricante del transmisor y del módem)

Tiempo de propagación en la atmósfera t_c = 6 a 10 μs/km. Si la distancia es menor que 1000 km, se puede despreciar el tiempo de propagación.

Tiempo de procesamiento de la respuesta en el receptor = t_{pr} seg

El número de octetos a nivel de Capa Enlace del Bloque de Interrogación es de X octetos, mientras que para el Bloque de Respuesta es de Y octetos.

(a) Determine el Ciclo de Interrogación/Respuesta del Enlace, es decir, el tiempo entre el instante en que el ETD A inicia una interrogación y el instante en que termina de recibir la respuesta desde el ETD B.

(b) Sea un sistema punto a punto en una instalación industrial. El protocolo utilizado es el BSC, donde, a nivel de Capa Enlace, los bloques tienen la siguiente configuración:

			26 octetos		2 oct.
SYN	SYN	STX	TEXTO	ETX	BCC

Bloque de Interrogación

			256 octetos		2 oct.
SYN	SYN	STX	TEXTO	ETX	BCC

Bloque de Respuesta

t_a = 60 ms; t_p = 70 ms; t_c despreciable; t_x = 60 ms; t_{pr} = 120 ms

Se desea que el Ciclo de Interrogación/Respuesta esté entre 0,9 seg y 1,1 seg , determine la velocidad de transmisión apropiada y seleccione un tipo de módem UIT-T.

Solución:

(a) Tiempo de Interrogación:

X octetos a V_i bps $\rightarrow$ $T_X = \dfrac{8X}{V_i} = t_{i1}$

Tiempo de alzada, preámbulo, ..., etc $\rightarrow$ $t_{i2} = t_a + t_p + t_c + t_x$

Tiempo de Interrogación $\rightarrow$ $T_I = t_{i1} + t_{i2} = T_X + t_a + t_p + t_c + t_x$

Tiempo de Respuesta:

Y octetos a V_i bps $\rightarrow$ $T_Y = \dfrac{8Y}{V_i} = t_{r1}$

Tiempo de alzada, ..., tiempo de procesamiento $\rightarrow$ $t_{r2} = t_a + t_p + t_c + t_x + t_{pr}$

Tiempo de Respuesta $\rightarrow$ $T_R = t_{r1} + t_{r2} = T_Y + t_a + t_p + t_c + t_x + t_{pr}$

La duración T del Ciclo de Interrogación /Respuesta en un enlace punto a punto es

$$T = T_I + T_R = \frac{8}{V_i}(X+Y) + 2(t_a + t_p + t_c + t_x) + t_{pr} \qquad \text{(A)}$$

En la expresión (A) hagamos $t_r = 2(t_a + t_p + t_c + t_x) + t_{pr}$, donde t_r es el tiempo total de retardo en el enlace. La expresión (A) queda en la forma

$$T = \frac{8}{V_i}(X+Y) + t_r$$

y la velocidad de transmisión V_i , $\qquad V_i = \dfrac{8(X+Y)}{T - t_r}$

Como V_i es una magnitud positiva ($V_i > 0$), debe verificarse entonces que $T > t_r$, es decir, el ciclo de interrogación/respuesta deberá ser siempre mayor que el retardo total en el enlace. De hecho, en la práctica es común que $T >> t_r$.

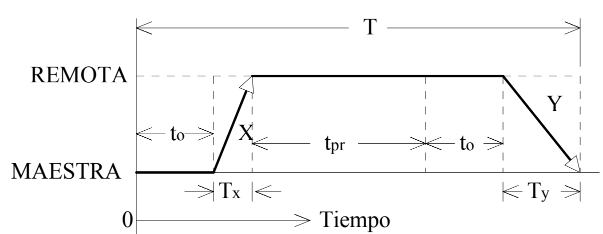


Fig. P4.1(b)

El intercambio entre la Estación A (Maestra) y la Estación B (Esclava o Remota) se puede visualizar mucho mejor mediante un diagrama de tiempo como el de la Fig. P4.1(b).

En esta figura, $t_o = t_a + t_p + t_c + t_x$

T_x y T_y es el tiempo de transmisión de los bloques X y Y, respectivamente.

Esta figura nos permite determinar la velocidad neta de transmisión. Sea V_i esta velocidad;

por definición, $V_{in} = \frac{8(X+Y)}{T}$ bps

La velocidad neta de transmisión siempre es menor que la velocidad de transmisión en el canal.

Nótese que si el sistema fuera multipunto con N estaciones secundarias, el período de Interrogación/Respuesta de una estación secundaria sería

$$T_T = NT = N[\frac{8}{V_i}(X+Y) + 2(t_a + t_p + t_c + t_x) + t_{pr}] \qquad (B)$$

Esta fórmula implica que todas las remotas son iguales y están a la misma distancia. En un caso práctico hay que tomar las características propias de cada remota y su distancia correspondiente; sin embargo, si la distancia es menor de 1000 km, se desprecia el tiempo de propagación.

(b) Vemos que X = 32 octetos; Y = 262 octetos;

De la ecuación (A) de la parte (a),

Para T = 0,9 seg,

$$V_i = \frac{8(32+262)}{0{,}9 - 2(60+70+60)10^{-3} - 120x10^{-3}} = 5880 \text{ bps}$$

Para T = 1,1 seg,

$$V_i = \frac{8(32+262)}{1{,}1 - 2(60+70+60)10^{-3} - 120x10^{-3}} = 3920 \text{ bps}$$

Se puede seleccionar el Módem V.32 QAM que permite operar también a 4800 bps. En este caso el ciclo de interrogación/respuesta es T = 0,99 seg, lo cual está dentro de lo especificado. La velocidad neta de transmisión con el módem de 4800 bps será

V_{in} = 8(32+262)/0,99 = 2376 bps

Si se considera que esta velocidad no es apropiada, no queda más remedio que utilizar un módem de más alta velocidad. Por ejemplo, si se utiliza el Módem V.32 pero a 9600 bps, de la expresión (A) el tiempo T será T = 0,745 seg y la velocidad neta será V_{in} = 3157 bps. En un caso práctico el diseñador del sistema debe establecer la solución más apropiada según la aplicación.

4.2. Sea un sistema Polling multipunto con una maestra M y cuatro esclavas iguales A, B, C y D. Los bloques de interrogación son de 64 octetos y los de respuesta de 1024 octetos. El tiempo total de (alzada + preámbulo + etc.) es de 50 ms y el tiempo de procesamiento de la respuesta es de 100 ms. La distancia máxima es menor que 1000 km. La velocidad de transmisión es de 9600 bps. El polling se efectúa en la forma siguiente:

Se interroga A y se espera la respuesta. Se interroga B y se espera la respuesta. Se vuelve a interrogar A y se espera la respuesta. Se interroga C y se espera la respuesta. Se vuelve a interrogar A y se espera la respuesta. Se interroga D y se espera la respuesta. Este proceso se repite cíclicamente.

Determine los períodos de interrogación de las remotas A, B, C y D.

Solución:

X = 64 octetos; Y = 1024 octetos; t_r = 50 ms; t_{pr} = 100 ms; V_i = 9600 bps. Se desprecia el tiempo de propagación.

Como las remotas son iguales, el ciclo de interrogación/respuesta individual es el mismo. Sea T_o su duración. De la expresión (A) del problema anterior,

$$T_o = \frac{8(64+1024)}{9600} + 2x50x10^{-3} + 100x10^{-3} = 1{,}107 \text{ seg}$$

En el diagrama de tiempo siguiente se muestra la forma como se efectúa el polling (no se muestran los tiempos de overhead o retardo)

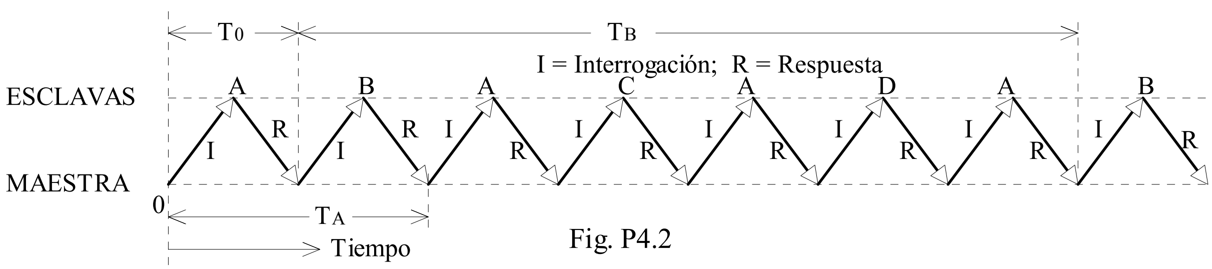


Fig. P4.2

El período de las remotas B, C y D es el mismo. Entonces, del diagrama de tiempo,

Período de la Estación A: $T_A = 2\ T_o = 2{,}213$ seg

Período de las Estaciones B, C y D: $T_B = T_C = T_D = 6T_o = 6{,}64$ seg

4.3. En la memoria de una Esclava hay 20480 bits de información que deben ser transmitidos a una Maestra para efectos de control y supervisión de un proceso. El sistema es asincrónico y utiliza caracteres EBCDIC con un dígito de arranque y uno de pare. La transmisión se efectúa por conductores metálicos con Módems V.22bis.

El intercambio se inicia cuando la Maestra envía 10 caracteres en polling. La Esclava procesa esta información durante 100 ms y responde con un bloque que contiene 264 caracteres de los cuales 256 son caracteres de información neta. La Maestra recibe esta información y responde instantáneamente con un ACK de tres caracteres. Al recibir este ACK la Esclava espera 100 ms para transmitir otro bloque de 264 caracteres. La Maestra contesta con un ACK y así sucesivamente hasta que se agota la memoria. El intercambio termina cuando, agotada la memoria, la esclava responde con un EOT de tres caracteres al ACK recibido desde la Maestra.

Determinar el tiempo necesario para transmitir todo el contenido de la memoria. Determine también la velocidad neta de transmisión.

Solución:

El intercambio se puede caracterizar mediante un diagrama de tiempo como el de la Fig. P4.3

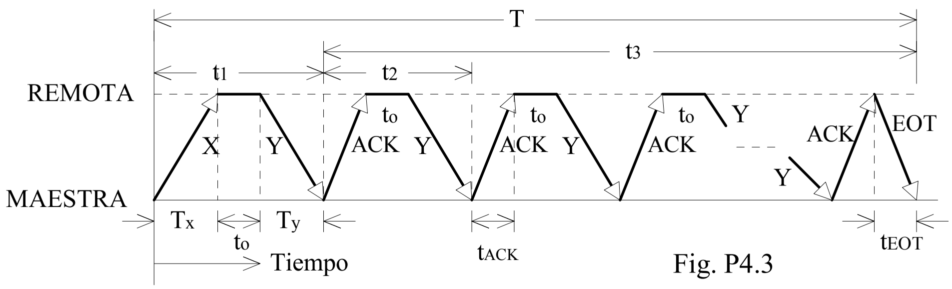


Fig. P4.3

Cada caracter contiene 8 dígitos de información (en EBCDIC) y 2 dígitos redundantes para un total de 10 dígitos por carácter

Sea X = 10→ caracteres de interrogación; Y = 256→ caracteres de respuesta;

$T_x = 10X/V_i$ duración de X; $T_y = 10Y/V_i$ duración de Y; t_o = tiempo de espera en la Esclava;

$t_{ACK} = 10x3/V_i$ duración del ACK. $t_{EOT} = t_{ACK}$. El Módem V.22bis transmite a 2400 bps.

Sea N el número de bloques de respuesta necesarios para transmitir todo el contenido de la memoria que es de $C_m = 20480$ bits . Entonces, de la Fig. P4.3 podemos ver que

$t_1 = T_x + t_o + T_y$; $t_2 = t_{ACK} + t_o + T_y$; $t_3 = (N-1)t_2 + t_{ACK} + t_{EOT}$

Asímismo, como cada bloque contiene 256 caracteres de información neta y cada carácter 8 bits de información, se tiene que

$C_m = 20480 = 256xNx8$, de donde N = 10 bloques Y

Tiempo Total: $T = t_1 + t_3 = T_x + t_o + T_y + (N-1)(t_{ACK} + t_o + T_y) + t_{ACK} + t_{EOT}$

$T = T_x + N(t_{ACK} + t_o + T_y) + t_{EOT}$

Reemplazando valores numéricos,

T = 12,179 seg

El contenido de la memoria se transmite en 12,179 segundos. La velocidad neta de transmisión de información es

$$V_{in} = \frac{C_m}{T} = \frac{20480}{12{,}179} = 1681 \text{ bps}$$

Nótese que la velocidad neta de transmisión es menor que la velocidad de transmisión del módem V.22bis.

4.4. A la entrada de un multiplexor TDM llegan tres palabras codificadas en ASCII sincrónico. Esta palabras son: (a) km, (b) Hz y (c) bps. La velocidad de las señales de entrada es de 9600 bps. El multiplexor asigna tres ranuras, una para cada tres caracteres de entrada: en la primera ranura van los primeros caracteres de las entradas; en la segunda ranura van los segundos caracteres de las entradas, y en la tercera ranura van los terceros caracteres de las entradas. Si alguna entrada no tiene información a transmitir, el multiplexor llena el espacio vacío correspondiente con CEROS.

(a) Calcule la velocidad de salida del multiplexor
(b) Dibuje la secuencia de CEROS y UNOS a la salida del multiplexor para las tres señales de salida.

4.5. Sea un sistema digital que utiliza el Protocolo BSC.

(a) En la Estación Maestra el bloque de información que viene de la Capa Red consta de 1024 dígitos y en la Capa Enlace se le agrega un Header de 48 dígitos, siendo el BCC de 16 dígitos y la transmisión se efectúa con un Módem UIT-T V.22. ¿ En cuánto tiempo se transmite la trama?

(b) En la práctica hay que tomar en cuenta los tiempos de retardo ya vistos. Si tomamos los mismos valores dados en el Problema 4.2 y que el bloque de respuesta no contiene un Header, determine el ciclo de Interrogación/Respuesta utilizando el mismo Módem V.22 de la parte (a).

(c) La información que viene de la Capa Red proviene de un instrumento de medida. Esta información tiene la forma [RS – XTE – GOT – DLE – SOH – HOS - ETX – DLE - CTE] (Cada uno de estos términos representa un caracter ASCII). Asímismo, en la Capa Enlace se le agrega un Header de la forma [QR – RST – NAK – DLE – OT – ETH].

Muestre la forma de la trama transmitida con transparencia de datos.

(d) Para la trama de la parte (c), con los mismos valores dados en el Problema 4.2, determine el tiempo de transmisión de la trama con y sin transparencia.

Solución:

(a) La trama a nivel de Capa Enlace tienen la forma

[SYN][SYN][SOH][HEADER][STX][TEXTO][ETX][BCC]

donde el Header contiene 48 dígitos y el Texto 1024 dígitos, para un total de 1128 dígitos. Como el sistema es binario, cada dígito contiene un bit de información, y la información total será I = 1128 bits. También, por definición, $V_i = \frac{I}{T}$ bps . El Módem V.22 transmite a una velocidad de 1200 bps, de modo que el tiempo de transmisión T de la trama BSC será:

$$T = \frac{I}{V_i} = \frac{1128}{1200} = 0{,}94\,\text{seg} \quad .$$

(b) $t_r = 50$ ms; $t_{pr} = 100$ ms; $V_i = 1200$ bps.

En el Transmisor: [SYN][SYN][SOH][HEADER][STX][TEXTO][ETX][BCC]

En el Receptor: [SYN][SYN][STX][TEXTO][ETX][BCC]

Entonces, X = 141 octetos; Y = 134 octetos. De la expresión (A) del Problema 4.1,

$$T = \frac{8(141+134)}{1200} + 2x50x10^{-3} + 100x10^{-3} = 2{,}03\,\text{seg}$$

Nótese que este valor es más del doble que el obtenido en la parte (a), aún cuando el bloque de respuesta es más pequeño. En la práctica industrial hay que tener en cuenta todos estos aspectos pues se pueden producir retardos inadmisibles y la velocidad neta de transmisión puede ser excesivamente pequeña.

(c) Recordemos el algoritmo para el MODO TRANSPARENTE BSC:

1. Se inserta un carácter DLE delante de cada carácter de control válido (excepto SYN) presente en la Trama BSC.
2. Si un carácter DLE aparece dentro del Header o dentro del Texto, se inserta delante de él otro DLE, quedando en la forma DLE DLE.

Nota: los caracteres DLE insertados se mostrarán en **negrita**.

Texto original: [RS – XTE – GOT – DLE – SOH – HOS - ETX – DLE - CTE]

Texto Transparente: [RS – XTE – GOT – **DLE** - DLE – **DLE** - SOH – HOS – **DLE** - ETX – **DLE** –DLE - CTE]

Header Original: [QR – RST – NAK – DLE – OT – ETH]

Header Transparente: [QR – RST – **DLE** - NAK – **DLE** - DLE – OT – ETH]

La Trama BSC Transparente transmitida tendrá la forma:

[SYN][SYN][**DLE**][SOH][HEADER TRANSP.][**DLE**][STX][TEXTO TRANSP.][**DLE**][ETX][BCC]

Nótese que ahora la trama contiene 9 caracteres más que la trama original.

(d) La trama BSC original contiene 22 octetos y su tiempo de transmisión será

$$T = \frac{8x22}{1200} + 2x50x10^{-3} + 100x10^{-3} = 1{,}467x1`0^{-3}\ s = 1{,}467\ \text{milisegundos}$$

A la Trama BSC se le han agregado nueve octetos (caracteres DEL) para efectos de transparencia. La Trama BSC Transparente contendrá ahora 31 octetos y su tiempo de transmisión será

$$T' = \frac{8x31}{1200} + 2x50x10^{-3} + 100x10^{-3} = 2{,}067\ \text{milisegundos}$$

Nótese cómo ha aumentado el tiempo de transmisión. Esta es una de las desventajas del Protocolo BSC, sobre todo cuando la transmisión es a larga distancia.

4.6. En un sistema X.25 el Paquete de Datos contiene 2048 octetos en su campo Datos de Usuario.

(a) ¿Cuántos paquetes por segundo se puede transmitir utilizando un Módem V.32/V.42bis?

(b) Repetir cuando los paquetes se transmiten por una Troncal T1 que transmite a 1544 kbps.

Solución

En el Paquete de Datos X.25 se le agregan tres octetos de encabezado a los Datos de Usuario, para un total de 2051 octetos en el Paquete de Datos, es decir, 16408 dígitos a nivel de Capa Red. En el nivel de Capa Enlace se le agregan otros seis octetos (dos banderas, dirección, control y FCS) para un total de 2057 octetos, que corresponden entonces a una información I_p = 16456 bits por paquete.

Sea V_p la velocidad en paquetes/segundo y V_i la velocidad de transmisión en el medio; se tiene entonces que

$$V_p = \frac{V_i \text{ bits/seg}}{I_p \text{ bits/paquete}} = \frac{V_i}{I_p} \text{paquetes/segundo}$$

(a) El Módem V.32/V.42bis transmite a una V_i = 38400 bits/seg; entonces, la velocidad en paquetes por segundo será

$$V_p = \frac{38400}{16456} = 2{,}333 \quad \text{paquetes por segundo}$$

(b) En la Troncal T1 la velocidad es $Vi = 1544 \text{ kbps} = 1544x10^3$ bits/seg. La correspondiente velocidad en paquetes por segundo será

$$V_p = \frac{1544x10^3}{16456} = 93{,}826 \quad \text{paquetes por segundo}$$

4.7. Se va a efectuar una transmisión de la forma TCP/IP/HDLC. De la Capa Aplicación vienen 450 octetos de información. Si la transmisión se efectúa por un canal de 64 kbps, ¿En cuánto tiempo se transmiten los 450 octetos?

Solución:

Sea la Fig. 4.39 del TEXTO 1. De la Capa Aplicación bajan 450 octetos = 8x450 = 3600 dígitos. En la Capa TCP se le agregan 160 dígitos, para un total en la Capa TCP de 3760 dígitos. Estos 3760 dígitos bajan a la Capa IP en donde se le agregan 160 dígitos, para un total en la Capa IP de 3920 dígitos. Estos 3920 dígitos bajan a la Capa Enlace HDLC en donde se le agregan 48 dígitos, para un total en la Capa Enlace de 3968 dígitos, que corresponden a una información I = 3968 bits en la trama a transmitir.

Si en el canal la velocidad es V_i = 64 kbps, entonces, por definición, $V_i = \frac{I}{T}$ bps, de donde

$T = \frac{I}{V_i} = \frac{3968}{64x10^3} = 62x10^{-3}$ s. Los 450 octetos se transmiten en 62 milisegundos.

Si la transmisión hubiera sido por una Troncal E1 que transmite a 2048 kbps, el tiempo de transmisión sería $T = \frac{3968}{2048x10^3} = 1{,}938$ milisegundos.

Obsérvese que la velocidad neta de transmisión es $V_{in} = \frac{8x450}{1{,}938x10^{-3}} = 1858$ kbps y no 2048 kbps.

4.8. En un sistema X.25 el Paquete de Datos contiene 2048 octetos en su campo Datos de Usuario.

(a) Dibuje la arquitectura completa de la Recomendación UIT-T X.25

(b) ¿Cuántos paquetes por segundo se pueden transmitir utilizando un Módem V.32/V.42bis?

(c) Repetir cuando los paquetes se transmiten por una Troncal T1 que transmite a 1544 kbps.

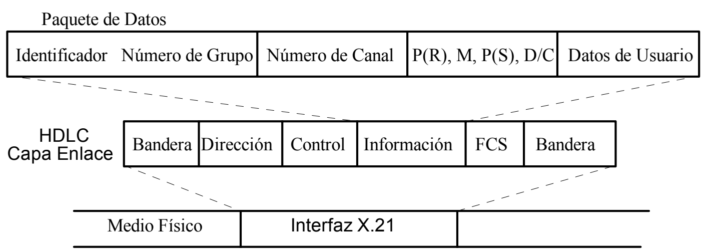
Solución:

En el Paquete de Datos X.25 se le agregan tres octetos de encabezado a los Datos de Usuario, para un total de 2051 octetos en el Paquete de Datos, es decir, 16408 dígitos a nivel de Capa Red. En el nivel de Capa Enlace se le agregan otros seis octetos (dos banderas, dirección, control y FCS) para un total de 2057 octetos, que corresponden entonces a una información I_p = 16456 bits por paquete a nivel de capa física.

Sea V_p la velocidad en paquetes/segundo y V_i la velocidad de transmisión en el medio; se tiene entonces que

$$V_p = \frac{V_i \text{ bits/seg}}{I_p \text{ bits/paquete}} = \frac{V_i}{I_p} \quad \text{paquetes/segundo}$$

(c) La arquitectura de la Rec. X.25 tiene la forma



(d) El Módem V.32/V.42bis transmite a una velocidad V_i = 38400 bps; entonces, la velocidad en paquetes por segundo será

$$V_p = \frac{38400}{16456} = 2{,}333 \quad \text{paquetes por segundo}$$

(e) En una Troncal T1 la velocidad de transmisión es Vi = 1544 kbps = $1544\text{x}10^3$ bps. La correspondiente velocidad en paquetes por segundo será

$$V_p = \frac{1544\text{x}10^3}{16456} = 93{,}826 \quad \text{paquetes por segundo}$$

CAPITULO V

5.1. Consideremos el proceso químico ilustrado en la figura P5.1 para la fabricación de un producto.

N1 y N2 miden Nivel Alto y Bajo, respectivamente; T mide la temperatura

V1, V2, ..., V11 son las variables del proceso. Los demás elementos se explican por sí mismos.

El sistema opera en Manual y Automático. En Manual es controlado por un operador; en Automático es controlado por un Autómata, por ejemplo, un PLC . Inicialmente el tanque está vacío, todas las válvulas están cerradas y el sistema está en Operación Manual.

El operador abre las válvulas A y B para llenar el tanque. Cuando el tanque se llena se pasa a Operación Automática, se cierran las válvulas A y B, se abre la válvula D, se enciende la llama y el motor comienza a accionar al agitador. La válvula D gradúa la intensidad de la llama dentro de un rango ajustable de temperaturas. El contenido del tanque experimenta un proceso de reducción cuyo límite inferior lo da N2. Cuando N2 detecta el nivel bajo, el producto está listo, se cierra la válvula D, se detiene el agitador, se abre la válvula C para que salga el producto y se activa una señal audible (chicharra) para que el operador actúe. Una vez que el producto ha salido, el operador cierra la válvula C, el sistema pasa a Operación Manual y queda listo para un nuevo ciclo. En caso de llama apagada se cierra la válvula D y se activa una sirena de alarma para que el operador actúe.

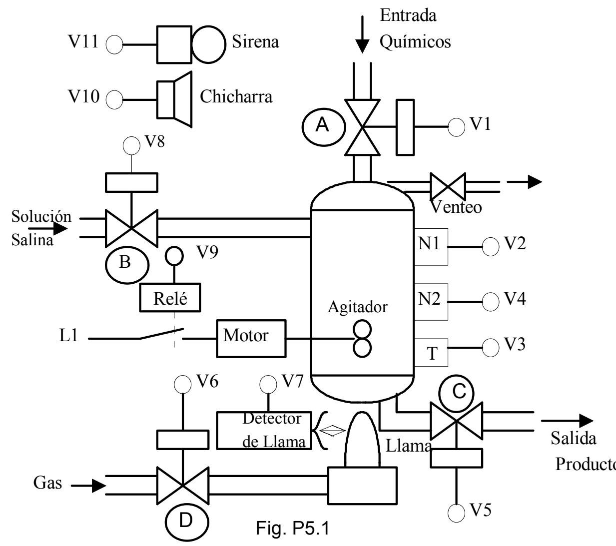


Fig. P5.1

En este sistema, identifique y defina:

(a) Las variables discretas; (b) Las variables analógicas continuas; (c) Los Sensores
(d) Los Actuadores; (e) Las variables de Operación Manual; (f) Las variables de Operación Automática; (g) Los lazos de control
Solución

Mediante una Tabla como la siguiente se puede describir las partes (a) hasta (f):

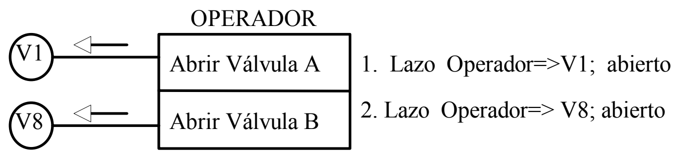
Variable	Función	Continua/ Discreta	Sensor/ Actuador	Operación Manual y/o Automática
V1	Abrir/Cerrar Válvula A	Discreta	Actuador	Manual y Automática
V2	Detector de Nivel Alto	Discreta	Sensor	Automática
V3	Medidor de Temperatura	Continua	Sensor	Automática
V4	Detector de Nivel Bajo	Discreta	Sensor	Automática
V5	Abrir/Cerrar Válvula C	Discreta	Actuador	Manual y Automática
V6	Graduar Llama	Continua	Actuador	Automática
V7	Detector de Llama	Discreta	Sensor	Automática
V8	Abrir/Cerrar Válvula B	Discreta	Actuador	Manual y Automática
V9	Arranque /Pare Agitador	Discreta	Actuador	Automática
V10	Chicharra de Aviso	Discreta	Actuador	Manual y Automática (*)
V11	Sirena de Alarma	Discreta	Actuador	Manual y Automatica (*)

(*) Activación Automática, Parada Manual.

(g) Lazos de Control

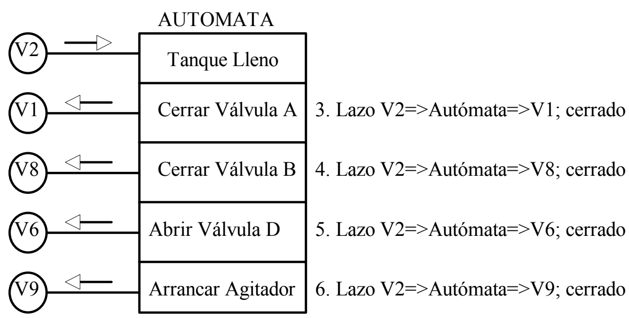
Operación Manual

Fase de Arranque



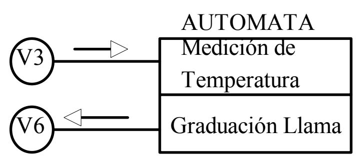
Operación Automática

Fase de iniciación del proceso

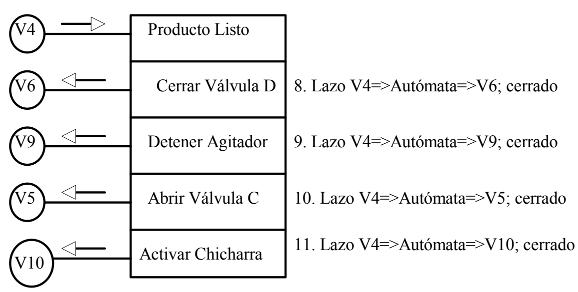


Proceso en progreso

Monitoreo de la Temperatura

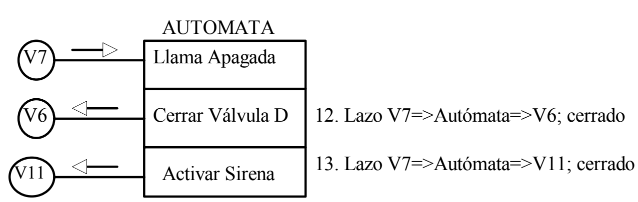


Fase de Finalización del proceso



Condiciones Anormales: Llama Apagada.

Activación de Alarmas



<u>En el sistema hay 13 lazos: 2 abiertos y 11 cerrados.</u>

El lector puede considerar otras opciones.

5.2. Consideremos el proceso industrial ilustrado en la parte (a) de la Fig. P5.2.

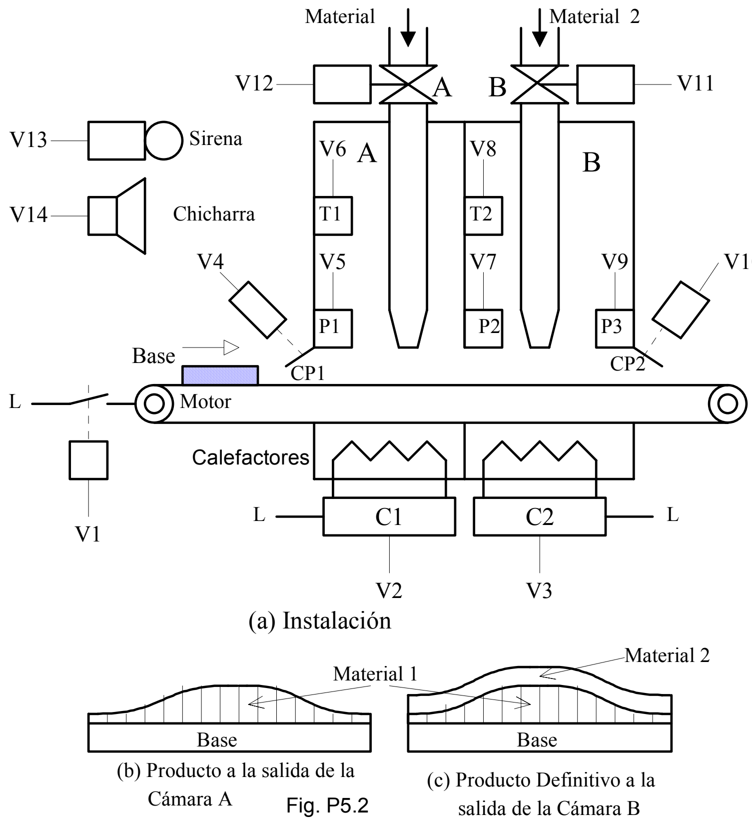


Fig. P5.2

Se tiene dos hornos A y B en los cuales entra una correa transportadora que lleva una base sobre la cual se va a depositar dos materiales: Material 1 y Material 2. La correa lleva la base al Horno A en donde se le deposita Material 1 a una temperatura T1 constante, pero la válvula A tiene apertura variable de tal manera que el Material 1 se deposita en la forma mostrada en la parte (b). La correa sigue hacia el horno B en donde la temperatura T2 es variable y sobre la base se deposita el Material 2 formando una capa de espesor uniforme. Esto quiere decir que la válvula B tiene apertura constante.

La operación del sistema es como sigue. Inicialmente el operador arranca manualmente la correa transportadora, lo cual hace también que los calefactores C1 y C2 se enciendan y el sistema pasa a Operación Automática. Cuando el detector de posición P1 detecta la llegada de la base, abre la compuerta CP1 para que la base entre en el Horno A y pasado un retardo establecido en el autómata, cierra la compuerta CP1 y abre la válvula A. La correa se mueve a través del Horno A a temperatura constante y el Material 1 se deposita en la forma mostrada en la parte(a). La correa se sigue moviendo y al llegar al Horno B el detector de posición P2 detecta la presencia de la base ya con el Material 1. Se cierra la válvula A, se apaga el calefactor C1 y se abre la válvula B. En el Horno B la temperatura es variable y está controlada por el autómata que regula al calefactor C2; el Material 2 se deposita formando una capa uniforme, como se muestra en la parte (c)

La correa se sigue moviendo a través del Horno B hasta que llega a un punto donde es detectada por el detector de posición P3, considerándose que el producto final está listo. Se cierra la válvula B, se apaga el calefactor C2, se abre la compuerta CP2, y se avisa al operador con una señal audible (chicharra); el producto sale del horno B y pasado un retardo establecido en el autómata, la compuerta CP2 se cierra y se detiene la correa transportadora.

Las condiciones de alarma son las siguientes:

1. Si la temperatura T1 se sale fuera de su rango, se cierra la válvula A, se apagan los calefactores C1 y C2, y se activa una alarma (sirena) para que el operador actúe.
2. Si la temperatura T2 se sale fuera de su rango, se cierra la válvula B, se apaga el calefactor C2 y se activa una alarma (sirena) para que el operador actúe.

En este sistema identifique y defina:

Las variables discretas y continuas, las variables de captación (sensores), las variables de control (actuadores), las variables de operación manual y/o automática.

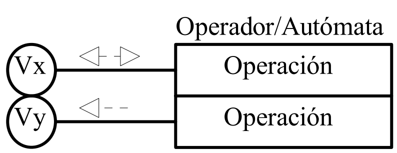
Represente su respuesta mediante una tabla de la forma

Variable	Función	Continua/ Discreta	Captación/ Control	Operación Manual y/o Automática
Vx				

5.3. Sea el proceso industrial del problema anterior.

Identifique los lazos de control y clasifíquelos como abiertos o cerrados.

Represente su respuesta en la forma



Lazo N. Vx => Operador/Autómata => Vy; abierto/cerrado

5.4. En una instalación industrial una maestra MTU controla 10 estaciones remotas (RTU), las cuales atienden, cada una, 16 señales analógicas continuas de 16 dígitos cada una, y 64 puntos discretos.

Cada vez que una RTU es interrogada, ella transmite la información de 8 señales continuas y 32 puntos discretos. La RTU manda toda la información en dos interrogaciones seguidas.

Se va a utilizar el Protocolo HDLC a una velocidad de Vi bps. En el campo de información de la trama se coloca la información solicitada, primero las señales analógicas continuas y a continuación las discretas. La MTU hace sus peticiones mediante una trama Sin Numeración SNRM.

Se desea que la información completa de cada RTU sea entregada en períodos de

T = 2 segundos. Seleccionar también un Módem UIT-T apropiado.

Vamos a determinar la velocidad de transmisión apropiada, en bps, para lograr este objetivo. Se desprecian los tiempos de overhead (alzada, preámbulo, propagación, etc.) pero el tiempo de procesamiento en la RTU es de t_{pr} = 20 milisegundos.

Solución.

El proceso completo de Interrogación /Respuesta se puede representar como se muestra en la figura siguiente:

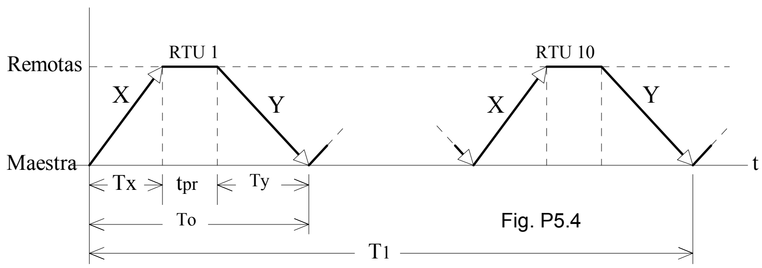


Fig. P5.4

Primer ciclo interrogación/respuesta (RTU 1):

Tiempo de Interrogación

La trama SNRM contiene 6 octetos (no contiene información); entonces,

Información contenida en la trama: $I_x = 8x6 = 48$ bits

Tiempo de transmisión de la trama: $T_x = \frac{I_x}{V_i} = \frac{48}{V_i}$

Tiempo de Respuesta

La información neta para transmitir de una RTU en cada interrogación es

I_n = 8x16 +32 = 160 bits equivalente a 20 octetos

A esta información se le agrega la información contenida en el resto de la trama HDLC: 2 banderas, dirección, control y FCS. La información total en la trama será

$I_y = I_n + 16 + 8 + 8 + 16 = 208$ bits

Tiempo de transmisión de la trama: $T_y = \frac{I_y}{V_i} = \frac{208}{V_i}$

Tiempo de procesamiento: $t_{pr} = 20\,\text{ms}$

De acuerdo con la figura anterior, el período de interrogación de una RTU será

$$T_o = T_x + t_{pr} + T_y = \frac{I_x + I_y}{V_i} + t_{pr}$$

El tiempo de transmisión para la diez RTU es, de la figura,

$$T_1 = 10xT_o$$

En este tiempo T_1 se enviará solamente la mitad de la información, de modo que el tiempo T para el envío de toda la información será

$$T = 2T_1 = 20T_o = \frac{20(I_x + I_y)}{V_i} + 20t_{pr}$$

Finalmente, la velocidad necesaria para enviar toda la información en un tiempo T de 2 segundos será

$$V_i = \frac{20(I_x + I_y)}{T - 20t_{pr}} = \frac{20(48 + 208)}{2 - 20x20x10^{-3}} = 3200\ \text{bps}$$

La velocidad apropiada es de 3200 bps y puede utilizarse un Módem UIT-T V.32, a 4800 bps.

5.5. En un sistema con protocolo ASCII ANSI X3.28 se produjo el siguiente diálogo entre la MTU y una Estación Remota.

Petición: La MTU solicita a la estación remota # 12 el valor del voltaje en un punto especificado del sistema. Vamos a suponer que los tres caracteres de codificación para los parámetros son:

Leer => DC1; Voltaje => DC2; Punto especificado => DC3

Respuesta La estación remota # 12 responde diciendo que el valor del voltaje pedido es de +146.5

(a) Estructure los formatos correspondientes mostrando las secuencias que se verían en un Analizador Digital. La paridad es par. En el BCC coloque XY, pero en ASCII.

(b) Si estas secuencias se transmiten utilizando un Módem V.22bis, calcule el tiempo de transmisión correspondiente

Solución:

(a)

Petición:

EOT => 0001000011

Dirección: 12 => 1122 => 0100011011 0100011011 0010011011 001001101

Parámetros: DC1 DC2 DC3 => 0100010001 0100100001 0110010011

ENQ => 0101000001

La trama de comando o petición tiene la forma (vista en el analizador)

0001000011010001101101000110110010011011001001101010001000101001000010110010011010100000 1

Respuesta:

STX => 0010000011

Parámetros: DC1 DC2 DC3 => 0100010001 0100100001 0110010011

Data: +146.5 => 01101010010100011011000101101101101100100011010110101011001

ETX => 0110000001

BCC => XY => 00001101110100110101

La trama de respuesta tiene la forma (vista en el analizador)

0010000001101000100010100100000101100100110110101001010001101100010110110110
11001000110101101010110010110000001000011011110100110101

(b)

<u>Petición</u>

EOT => 10 bits

Dirección: 12 => 1122 => 40 bits

Parámetros: DC1 DC2 DC3 => 30 bits

ENQ => 10 bits

Información en la trama de petición: Ip = 10 + 40 + 30 + 10 = 90 bits

El Módem V.22bis transmite a una velocidad Vi = 2400 bps; por lo tanto, el tiempo de transmisión de la trama de petición será Tp = Ip/Vi = 90/2400 = 37,5 ms.

<u>Respuesta</u>:

STX => 10 bits

Parámetros: DC1 DC2 DC3 => 30 bits

Data: +146.5 => 60 bits

ETX => 10 bits

BCC => 20 bits

Información total en la trama de respuesta: Ir = 10 + 30 + 60 + 10 + 20 = 130 bits

Tiempo de transmisión de la trama de respuesta: Tr = 130/2400 = 54,2 ms

5.6. Se tiene una configuración HART multipunto con N transmisores. Estos transmisores producen una señal cada T segundos y la mantienen en un registro para su transmisión. Desde la sala de control se desea interrogar estos transmisores a una frecuencia tal que cada vez que un transmisor sea interrogado contenga información nueva. El formato HART puede contener hasta 20 caracteres en el campo Preámbulo, hasta 5 caracteres el campo Direcciones y hasta 25 caracteres en el campo Información. Cada carácter contiene 11 bits. Nótese que la velocidad de transmisión es de 1200 bps.

(a) Si la trama HART contiene 20 caracteres en el campo Preámbulo, 5 caracteres en el campo Direcciones y 25 caracteres en el campo Información, calcular el tiempo necesario para transmitir una trama HART.

(b) Si N = 10, determinar el tiempo T y el período de interrogación T_m de la maestra.

(c) Se puede disminuir el número de caracteres en el campo Preámbulo y en el campo Direcciones a fin de disminuir el tiempo de refrescamiento T y el período de interrogación de la maestra. Si se quiere que el período de interrogación de la maestra sea de 0,4 segundos, determinar cuantos caracteres se pueden disminuir en los campos Preámbulo y Direcciones.

Solución:

(a) Vi = 1200 bps.

La trama HART contendrá 20 caracteres en el campo Preámbulo, 5 en el campo Direcciones, 1 en el campo Byte de Partida, 1 en el campo Comando, 1 en el campo Conteo, 2 en el campo Status, 25 en el campo Información y 1 en el campo BCC, para un total de 56 caracteres de 11 bits. Entonces,

Vi = 1200 bps; Nc = 56 ; Ic = 56 x 11 = 616 bits

Tiempo de Transmisión de una trama: Tc = I/Vi = 616/1200 = 0,5133 seg

(b) El período de interrogación T_m de la maestra debe ser igual al tiempo de transmisión Tc de una trama, es decir, T_m = Tc, y el tiempo T de refrescamiento de los transmisores debe ser igual a NTc, en cuyo caso, para N = 10,

T = NT_m = 10x0,5133 = 5,133 seg.

Los transmisores deberán producir una señal cada 5,133 seg y la mantendrán en un registro para ser transmitida. El período de interrogación de la maestra será

T_m = 0,5133 seg.

(c) Vimos que Ic = 11Nc, de donde Tc = 11Nc/Vi . Como T_m = Tc, entonces

T_m = 11Nc/Vi = 0,4; Nc = 0,4Vi/11 = 43 caracteres

T = NT_m = 10x0,4 = 4 segundos

Hay que eliminar 56 - 43 = 13 caracteres. Como solamente hay 10 remotas, el campo Direcciones puede contener 1 carácter solamente, pero en formato corto; aquí recuperamos 4 caracteres. Los otros 9 caracteres se deducen del campo Preámbulo que pasará a contener 11 caracteres. En el campo Información no es aconsejable disminuir el número de caracteres. El lector puede repetir los pasos anteriores si la dirección es en formato largo.

5.7. Se tiene un SCADA con Protocolo Modbus. En un momento dado se produce el siguiente diálogo entre la MTU y una de sus RTU:

Petición. La MTU le pide a la RTU 25 que le envíe el estado (ON/OFF) de las entradas de 16 puntos comenzando por la entrada 10127.

Respuesta. La RTU 25 le contesta que el estado de las entradas pedidas es:

De 10127 a 10134: ON-OFF-ON-OFF-ON-ON-OFF-OFF

De 10135 a 10142: OFF-ON-ON-OFF-ON-ON-OFF-ON

Construya los formatos correspondientes a estos mensajes. En el Campo CRC coloque XXXH solamente.

Solución:

Tipo de mensaje: Petición

Dirección: 25 => 19H

Función: Leer Estado de entradas 02H

Punto de Partida: 10127 => 126 => 007EH

Número de puntos: 16 => 0010H

CRC: XXXH

Tipo de mensaje: <u>Respuesta</u>

Dirección: 25 => 19H

Función: Leer Estado de entradas 02H

16 puntos discretos caben en dos octetos; por lo tanto,

Número de Octetos: 2 => 0002H

Contenido del Octeto Superior. Entradas 10142 a 10135:

ON-OFF-ON-ON-OFF-ON-ON-OFF => 10110110 => B6H

Contenido del Octeto Inferior. Entradas 10134 a 10127:

OFF-OFF-ON-ON-0FF-ON-OFF-ON => 00110101 => 35H

CRC: XXXH

Los mensajes tendrán entonces los formatos siguientes:

Petición

Dirección	Función	Información		CRC
		Punto de Partida	Número de Puntos	
19H	02H	007EH	0010H	XXXH

Respuesta

Dirección	Función	Información		CRC
		Número de Octetos	Estado de Entradas	
19H	02H	0002H	B6H 35H	XXXH

5.8. Se tiene un SCADA con Protocolo Modbus. Durante un intercambio entre la MTU y algunas de sus RTU se registró un enlace petición/respuesta cuyo formato se muestra en la figura siguiente. Se considera que los CRC no muestran error. La longitud de los registros es de un octeto. La numeración está en hexadecimal.

Determine la información contenida en los dos mensajes.

Petición

Dirección	Función	Registro Inicial		Número de Registros		CRC
17H	03H	00H	02H	00H	02H	XXXH

Respuesta

Dirección	Función	Número de Octetos	Datos del Registro		CRC
17H	03H	02H	07H	FFH	XXXH

Solución:

Petición

Dirección: 17H.   Dirección de la RTU 23

Función: 03H.   Leer Registro de Salida. El número de registros va desde 40001 a 49999. Son variables continuas

Registro Inicial: 0002H.   Primer registro: 0002H + 1 = 2+1 = 3. El primer registro es el 40003

Número de Registros: 0002H.   El número de registros a leer es 0002H = 2. Hay que leer el contenido de los registros 40003 y 40004. Supongamos que en el primer registro están los valores en Volts y en el segundo valores de temperatura, en grados C

El mensaje dice: "**MTU   solicita de la RTU 23 el contenido de los registros 40003 y 40004**"

Respuesta

Dirección: 17H.   Dirección de la RTU 23
Función: 03H.   Leer Registro de Salida. El número de registros va desde 40001 a 49999
Número de Octetos: 02H. El número de octetos es 02H = 2. El primer octeto es el 40001 y el segundo octeto es el 40002
Datos de los Registros: 18H FFH.   El contenido del registro 40001 es 18H = 24
El contenido del registro 40002 es   FFH = 255

El mensaje dice: **"RTU 23 responde: El contenido del registro 40001 es de 24 V**
El contenido del registro 40002 es de 255 grados   C"

5.9. Consideremos el formato para mensajes globales en BSAP. Si de la Capa Aplicación bajan 241 caracteres y la velocidad de transmisión en el medio es de 9600 bps, determine el tiempo que tarda en transmitirse el mensaje global. El sistema opera en sincrónico (caracteres de 8 dígitos sin gaps entre caracteres)

Solución:

Número de Octetos

De la Capa de Aplicación: 241 caracteres

En la Capa Transporte: $5 + 241 = 246$ caracteres

En la Capa Red: $5 + 246 = 251$ caracteres

En la Capa Enlace: $8 + 251 = 259$ caracteres

Información a transmitir: $I = 8x259 = 2072$ bits

Velocidad de transmisión $V_i = 9600$ bps $= I/T$

Tiempo de Transmisión: $T = \frac{I}{V_i} = \frac{2072}{9600} = 215{,}8$ milisegundos

Nótese que en la práctica hay que agregar los tiempos de alzada, de preámbulo, de procesamiento, etc. para el número de estaciones de tránsito entre la estación transmisora y la estación receptora.

CAPITULO VI

No hay problemas numéricos en este capítulo

CAPITULO VII

7.1. En las siguientes secuencias codificadas el dígito de paridad está en **negrita**. Diga qué tipo de paridad (Par o Impar) es:

10010110**1**, 01011100101**0**, 101001110111001001 10**1**, 0111100101000110100101000**0**

Solución:

Recordemos la Regla de Paridad: "Si la Ponderación (número de UNOS de la palabra codificada) es cero o par, se tiene la Paridad Par. Si la Ponderación es impar, se tiene la Paridad Impar."

Primera secuencia → 5 UNOS → paridad impar
Segunda secuencia → 6 UNOS → paridad par

Tercera secuencia → 12 UNOS → paridad par

Cuarta secuencia → 11 UNOS → paridad impar

7.2. En el Código de Ponderación Constante, escriba todas las secuencias de longitud 5 que contienen tres UNOS.

Solución:

$n = 5$; $m = 3$. Se desarrollan todas las 2^n secuencias y de allí se extraen aquellas que contienen tres UNOS; son $2^5 = 32$ secuencias:

00000	00001	00010	00011	00100	00101	00110	**00111**
01000	01001	01010	**01011**	01100	**01101**	**01110**	01111
10000	10001	10010	**10011**	10100	**10101**	**10110**	10111
11000	**11001**	**11010**	11011	**11100**	11101	11110	11111

Las secuencias que contienen tres UNOS están remarcadas en **negrita**; son 10. Por lo tanto, Número de palabras codificadas $N = 10$.

Verificación: de la expresión (7.3) del TEXTO 1, $N = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$

7.3. Uno de los esquemas de corrección de error más conocido es la "suma de verificación (checksum)" que se utiliza en el protocolo XMODEM. La operación consiste en sumar los valores de los caracteres contenidos en el campo Información y dividir la suma por 255. El cociente se descarta y lo que se transmite como BCC es el resto de la división. Matemáticamente, el BCC se puede generalizar mediante la expresión

$$BCC = \text{Resto}\left|\frac{\sum_{1}^{N} \text{Valor de los caracteres ASCII}}{2N - 1}\right|$$

donde N es el número de caracteres de la palabra mensaje; el número n de dígitos del BCC es igual a $n = \log_2(N) + 1$. En el caso del protocolo XMODEM, $N = 128$ y $n = 8$ dígitos; el BCC irá en un octeto.

Durante un intercambio de información en XMODEM la suma de los valores de los 128 caracteres contenidos en el campo Información es igual a 10850. Determine el BCC correspondiente.

Solución:

En el CODEC se efectúa la siguiente operación (que para más claridad la efectuamos en decimal):

$$\begin{array}{ll} 10850 & \underline{|\,255\quad} \\ 0650 & \quad 42 \quad \text{El cociente no se utiliza} \\ \boxed{140} & \Rightarrow \text{Resto} \Rightarrow \quad BCC = \underset{MSB}{1}000110\underset{LSB}{0} \end{array}$$

El BCC que se le agrega a la trama es entonces 00110001. Nótese que el LSB se envía de primero.

7.4. Se va a transmitir el texto “el código corrector” en la forma mostrada en la Fig. 7.3 del TEXTO 1. Determine el BCC y el rendimiento total referido a la cantidad de información del texto a transmitir. (El espacio se representa como []: es el carácter SP)

← Sentido de Transmisión LRC (Par) →

Caracteres	e	l	[]	c	o	d	i	g	o	[]	c	o	r	r	e	c	t	o	r		BCC
b_1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	→	1
b_2	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	→	1
b_3	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	→	0
b_4	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	→	0
b_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	→	0
b_6	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	→	0
b_7	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	→	1
VRC (Impar) ↓	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0		0

El BCC es → **1 1 0 0 0 0 1 0**

El rendimiento de este texto es

$$\text{Rendimiento}\,\% = \frac{\text{Número de Dígitos de Información}}{\text{Número Total de Dígitos}}100 = \frac{19\text{x}7}{20\text{x}8}100 = 83{,}13\,\%$$

7.5. Código Matricial. Se recibió la siguiente secuencia codificada

011011101100111001011011011101

Diga cuál fue la palabra mensaje transmitida y el rendimiento de transmisión.

Solución:

011011101100111001011011011101 → 30 dígitos = 5 filas x 6 columnas

La matriz es de 5 filas por 6 columnas

Los 30 dígitos se colocan en una matriz de 5 filas por 6 columnas y se verifica la paridad tanto horizontal como verticalmente. Puede observarse que la paridad no se verifica en el dígito B3, es decir, hay un error en el dígito B3 que debe entonces ser un CERO. Por lo tanto, la palabra mensaje transmitida fue 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 .

El rendimiento será: $E\% = \frac{4\text{x}5}{5\text{x}6}100 = 66{,}6\%$

	1	2	3	4	5	6
A	0	1	1	0	1	1
B	1	0	1	1	0	0
C	1	1	1	0	0	1
D	0	1	1	0	1	1
E	0	1	1	1	0	1

7.6.Código Matricial. Se quiere transmitir la siguiente palabra mensaje:

01101111100111100011

Determine la secuencia transmitida y la redundancia correspondiente.

Solución:

01101111100111100011→ 20 dígitos = 4 x 5

Se puede colocar dentro de una matriz de 5 filas por 6 columnas, como se muestra en la figura $\rightarrow$

De la matriz de la figura, el mensaje codificado es

011011111100011110000110111111

La Redundancia de este código es:

$$R\% = [1 - \frac{4x5}{5x6}]100 = 33{,}3\%$$

	1	2	3	4	5	6
A	0	1	1	0	1	1
B	1	1	1	1	0	0
C	0	1	1	1	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1

7.7.Código de Hamming. Se quiere transmitir la palabra mensaje 10011100.

Determine la palabra codificada transmitida y el rendimiento del código.

Solución:

Vemos que la palabra mensaje consta de 8 dígitos, de donde $m = 8$. De la Tabla de Codificación de Hamming, $n = 12$; por lo tanto $k = 4$. Los dígitos redundantes son entonces, c_1, c_2 , c_3 y c_4 donde, de la Tabla de Codificación de Hamming,

$$c_1 = d_1 \oplus d_2 \oplus d_4 \oplus d_5 \oplus d_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$
$$c_2 = d_1 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_6 \oplus d_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$
$$c_3 = d_2 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_8 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$
$$c_4 = d_5 \oplus d_6 \oplus d_7 \oplus d_8 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

La palabra codificada transmitida tendrá entonces la forma: 100111000110

El rendimiento es $E = \frac{8}{12}100 = 66{,}6\%$

7.8. Código de Hamming. Se recibió la siguiente secuencia codificada: 110011111000.

Determine la palabra mensaje transmitida.

Solución:

Vemos que la palabra codificada consta de 12 dígitos. De la Tabla de Codificación de Hamming: $n = 12$; $m = 8$ y $k = 4$. Por lo tanto , $c_1 = 1$; $c_2 = 0$; $c_3 = 0$; $c_4 = 0$.

Primero hay que recalcular los dígitos de paridad para ver si hay error en la transmisión:

$$c_1 = d_1 \oplus d_2 \oplus d_4 \oplus d_5 \oplus d_7 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$
$$c_2 = d_1 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_6 \oplus d_7 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$
$$c_3 = d_2 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_8 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$
$$c_4 = d_5 \oplus d_6 \oplus d_7 \oplus d_8 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

Los dígitos de paridad son diferentes, hay error en la transmisión; por lo tanto, hay que determinar el síndrome

	c_1	c_2	c_3	c_4	
Cálculo del Síndrome:					
Dígitos recalculados:	0	1	0	0	
Dígitos recibidos:	1	0	0	0	
SINDROME	1	1	0	0	$\neq$ 0
	c_4	c_3	c_2	c_1	
Síndrome Invertido	0	0	1	1	==> 3

El dígito 3, columna 3, referido a la Tabla de Codificación de Hamming, es d_1 y está en error: es un UNO y debe ser CERO. Por lo tanto la palabra mensaje transmitida fue 01001111.

El lector puede verificar si esta palabra es la verdadera si calcula los dígitos redundantes, los cuales deben ser $c_1 = 1$; $c_2 = c_3 = c_4 = 0$.

7.9. Código de Redundancia Cíclica (CRC). Sea un mensaje cuyo polinomio generador tiene la forma $M(X) = X^7 + X^4 + X^2 + X + 1$. Se utiliza el polinomio generador CRC-12 que tiene la forma $PG(X) = X^{12} + X^{11} + X^3 + X^2 + X + 1$.

(a) Determine la palabra codificada que se transmite.
(b) Verifique si ha habido o no error en la transmisión (Si el Resto calculado en el receptor es cero, no hubo error en la transmisión)
(c) Repita la parte (a) pero solamente determine el BCC operando directamente sobre el registro. Las salidas de las células del registro deben inicializarse a cero.

Solución:

Utilizaremos el algoritmo dado en el TEXTO 1.

$PG(X) = X^{12} + X^{11} + X^3 + X^2 + X + 1$ => $\overleftarrow{1100000001111}$ $\rightarrow$ k = 13 dígitos

$M(X) = X^7 + X^4 + X^2 + X + 1$ => $\overleftarrow{10010111}$ $\rightarrow$ m = 8 dígitos

La palabra codificada tendrá n = m + k – 1 = 20 dígitos
El BCC tendrá n – m = 20 – 8 = 12 dígitos
Procedimiento:

1. Producto $X^{n-m}M(X) = X^{12}(X^7 + +X^4 + X^2 + X + 1)$

$$= X^{19} + X^{16} + X^{14} + X^{13} + X^{12}$$

$X^{n-m}M(X)$ $\rightarrow$ 10010111000000000000

2. División de $X^{n-m}M(X)$ por PG(X)

```
10010111000000000000      ÷      1100000001111
1100000001111↓                   ---------------
 1010111011110                         ↑
 1100000001111↓                El Cociente no se utiliza
  1101110100010
  1100000001111↓↓↓
     1110101101000
     1100000001111↓↓
     001010110011100
       1100000001111
        110110010011    ⇒ C(X) →   BCC de 12 dígitos
```

3. El resto C(X) se suma al producto $X^{n-m}M(X)$ para obtener T(X):

$X^{n-m}M(X)$	→	10010111000000000000
C(X)	→	110110010011
T(X)	→	**10010111110110010011** ⇒ 20 dígitos

Esta es la palabra codificada que se transmite.

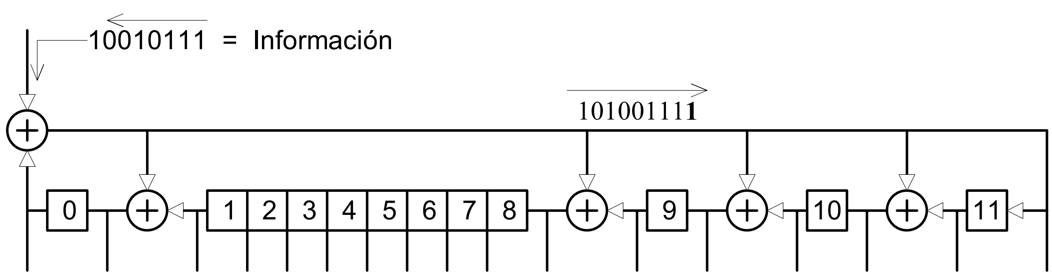
Veamos ahora lo que sucede en el receptor.

4. En el receptor se divide T(X) por PG(X):

```
10010111110110010011     ÷     1100000001111
1100000001111↓                 ----------------
 1010111101000                        ↑
 1100000001111↓              El Cociente no se utiliza
  1101111001110
  1100000001111↓↓↓
     1111000001100
     1100000001111↓↓
       1100000001111
       1100000001111
       0000000000000   ⇒   Resto = 0
```

Puesto que el resultado es cero, no hubo error en la transmisión.

(b) Vamos ahora a operar en forma directa sobre el Registro. El UNO que aparece en negrita es un estado inicial arbitrario



0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	**1**	Estado Inicial
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	
1		**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**		**0**		**1**		**1**		=> **BCC**

Este BCC es igual al obtenido en forma numérica. En el receptor se hace la misma operación sobre T(X), con la diferencia de que el resultado de la operación debe ser cero.

7.10. Sea un registro CRC cuyo polinomio generador es $PG)(X) = X^4 + X + 1$

(a) Dibuje el Registro CRC correspondiente

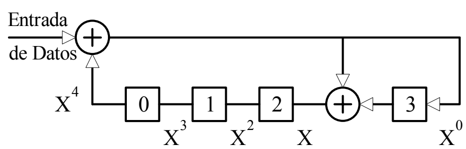
(b) Si el polinomio mensaje es $M(X) = X^7 + X^6 + X^2 + X$, repita las operaciones de las partes (a) y (b) del problema anterior.

(c) ¿Cuánto vale el rendimiento de este código?

Solución:

$PG(X) = X^4 + X + 1 \rightarrow \overleftarrow{10011} \rightarrow k = 5$ dígitos

(a) El Registro CRC tiene la forma



(b) Forma numérica:

$M(X) = X^7 + X^6 + X^2 + X \rightarrow 11000110 \rightarrow m = 8$ dígitos

$n = 8 + 5 - 1 = 12$ dígitos; $n - m = 4$ dígitos

$PG(X) \rightarrow 10011$

$X^{n-m}M(X) \rightarrow 110001100000 \rightarrow 12$ dígitos

```
110001100000    ÷    10011
10011
 10111
 10011
    10010
    10011
         10000
         10011
```

0011 $\rightarrow$ **C(X)** $\rightarrow$ **BCC** $\rightarrow$ 4 dígitos

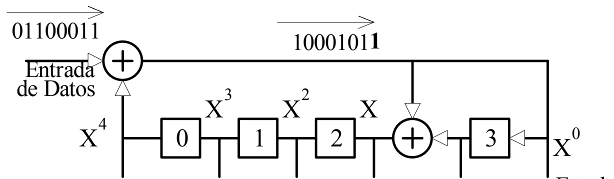
$TG(X) \rightarrow 110001100011$

En el receptor se divide T(X) por PG(X)

```
110001100011    ÷    10011
10011
  10111
  10011
     10010
     10011
          10011
          10011
```

0000 $\rightarrow$ **Resto = 0**. No hubo error en la transmisión.

Trabajemos ahora directamente sobre el registro:



0	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	Estado Inicial
0	0	1	0	1	1	
0	1	0	1	1	0	
1	0	1	1	0	1	
0	1	1	1	1	0	
1	1	1	0	0	0	
1	1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	1	
0	**0**	**1**		**1**	=> C(X)	

(c) El Rendimiento es $E\% = \frac{8}{12}100 = 67\%$

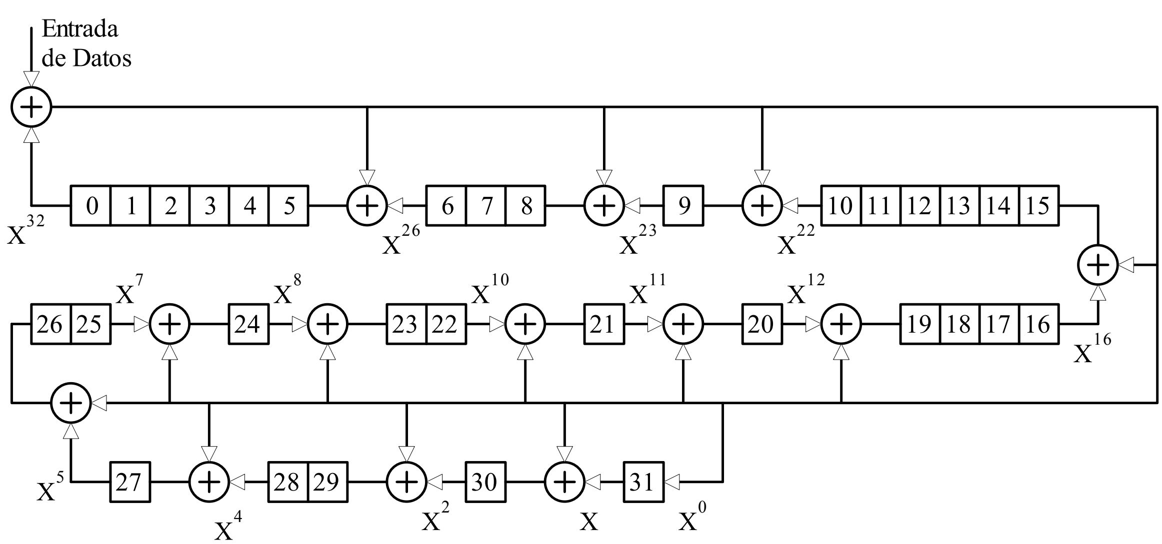
7.11. Dibuje el registro CRC utilizado en las redes ETHERNET.

Solución:

El polinomio generador es

$$PG(X) = X^{32} + X^{26} + X^{23} + X^{22} + X^{16} + X^{12} + X^{11} + X^{10} + X^{8} + X^{7} + X^{5} + X^{4} + X^{2} + X + 1$$

El correspondiente registro CRC tiene la siguiente configuración



7.12. Dibuje el registro CRC utilizado en el Protocolo Industrial DNP 3.0 cuyo polinomio generador es

$PG(X) = X^{16} + X^{13} + X^{12} + X^{11} + X^{10} + X^{8} + X^{6} + X^{5} + X^{2} + 1$

CAPITULO VIII

8.1. En un multicanal se dispone de tres supergrupos, uno de los cuales tiene tres grupos ocupados completamente con canales de voz, y dos grupos con 4 canales de datos de –10 dBm0 cada uno. Los otros dos supergrupos están vacíos. Se desea agregar a los tres supergrupos 50 canales de voz y canales de datos de –10 dBm0.

(a) Determine el número apropiado de canales de datos.

(b) Haga la distribución de los canales sin que se excedan las normas del UIT-T.

(c) Si la relación entre los canales de voz y datos es de 4 a 1, determine la cantidad de canales de voz y de datos que se pueden conectar, y la distribución correspondiente.

Solución:

(a) y (b)

Son tres supergrupos de 60 canales cada uno. En un supergrupo hay 30 canales de voz y 8 canales de datos de –10 bBm0. Los otros dos supergrupos están vacíos. Hay que agregar, en los tres supergrupos, 50 canales de voz y canales de datos de –10 dBm0.

La potencia de un supergrupo es, de la expresión (8.12) del TEXTO 1,

$$P_{MV} = -1 + 4\log_{10}(60) = 6{,}113 \text{ dBm0}$$

Y en total se tiene 36 + 50 = 86 canales de voz.

Vamos a hacer el cálculo en dos formas:

<u>Primera Forma</u>: Se llena un supergrupo completamente con 60 canales de voz, y los otros 26 canales de voz se reparten por igual en los otros supergrupos junto con los canales de datos de –10 dBm0. Por consiguiente, por supergrupo se tiene 13 canales de voz y N_{CD} canales de datos de –10 dBm0. Entonces, de la expresión (8.17),

$$N_{CD} = 10^{0,1(6,113+10)} - 10^{-0,1(1-10)}(13)^{0,4} = 18 \text{ canales de datos de } -10 \text{ dBm0 por supergrupo}$$

Nótese que el resultado de esta operación es 18,7; pero como el número de canales es un número entero, siempre se redondea al número entero <u>inferior</u>.

La distribución de los canales se puede hacer en la forma siguiente:

Supergrupo I:	60 canales de voz			
Supergrupo II:	13	“ “ “	+	18 canales de datos
Supergrupo III:	<u>13</u>	“ “ “”	+	<u>18</u> “ “ “
Total:	86 canales de voz		+	36 canales de datos de –10 dBm0.

Hemos agregado 50 canales de voz y 28 canales de datos, quedando vacíos 58 canales

Segunda Forma: Se distribuyen los 86 canales de voz y los de datos uniformemente en los tres supergrupos. Podemos tomar 29 canales de voz y N_{CD} canales de datos de –10 dBm0 por supergrupo. De la expresión (8.17),

$$N_{CD} = 10^{0,1(6,113+10)} + 10^{-0,1(1-10)}(29)^{0,4} = 10 \text{ canales de datos de } -10 \text{ dBm0}$$

Para 28 canales de voz el valor de N_{CD} es el mismo.

La distribución será:

Supergrupo I:	29 canales de voz	+	10 canales de datos	
Supergrupo II:	29 " " "	+	10 " " "	
Supergrupo III:	<u>28</u> " " "	+	<u>10</u> " " "	
Total:	86 canales de voz	+	30 canales de datos de –10 dBm0	

Hemos agregado 50 canales de voz y 22 canales de datos, quedando vacíos 64 canales.

Esta distribución es menos eficiente que la anterior pues contiene 6 canales de datos menos.

(b) $K_{VD} = \frac{4}{1} = 4; \quad P_D = -10 \text{ dBm0}; P_{MM} = 6{,}113 \text{ dBmo.}$ De la expresión (8.16),

$$N_{CD} + \left[10^{-0,1(1-10)}\right](4N_{CD})^{0,4} - \left[10^{0,1(6,113+10)}\right] = 0$$
$$N_{CD} + 13{,}83(N_{CD})^{0,4} - 40{,}86 = 0$$

Resolviendo esta ecuación con una calculadora HP15C, se obtiene:

$N_{CD} = 8$, de donde $N_{CV} = 4N_{CD} = 32$ canales

La distribución será entonces:

Supergrupo I:	32 canales de voz	+	8 canales de datos	
Supergrupo II:	32 " " "	+	8 " " "	
Supergrupo III:	<u>32</u> " " "	+	<u>8</u> " " "	
Total:	96 canales de voz	+	24 canales de datos de –10 dBm0.	

Hemos agregado, en los tres supergrupos originales, una cantidad de 60 canales de voz y 16 canales de datos de –10 dBm0 dejando vacíos 60 canales. En los tres supergrupos la relación voz/datos es 4 a 1.

8.2. Se tiene un Supergrupo Master el cual contiene 200 canales de voz y 20 canales de datos de – 8 dBm0. Se desea conectar 400 canales de voz adicionales y completar con canales de datos de – 8 dBm0.

(a) ¿Cuántos canales de datos se puede agregar?

(b) Efectúe la distribución cuidando que ningún equipo se sature.

(c) Se desea más bien que los canales de datos y de voz estén en una relación de 1 a 4. ¿Cuántos canales de voz y de datos se puede agregar? Efectúe la distribución de los canales.

Solución:

(a) y (b)

El Supergrupo Master contiene 900 canales y tiene ocupados 200 canales de voz y 20 canales de datos de –8 dBm0. De la expresión (8.19), la potencia de un Supergrupo Master es

$P_{MV} = P_{MM} = -15 + 10\log_{10}(900) = 14{,}542$ dBm0

$N_{CV} = 200 + 400 = 600$ canales de voz

Igual que en el problema anterior, vamos a tomar dos formas de distribución: la forma concentrada y la forma uniforme.

<u>Primera Forma</u>: Un Supergrupo Master consta de tres Grupos Master de 300 canales cada uno. Los 600 canales se conectan a dos Grupos Master, y en el tercer Grupo Master se conecta solamente los canales de datos de –8 dBm0. La potencia de un Grupo Master es, de la ecuación (8.10) del TEXTO 1,

$$P_{MM} = -15 + 10\log_{10}(300) = 9{,}771 \text{ dBm0}$$

La cantidad de canales de datos que se puede conectar al Grupo Master se obtiene despejando N_{CD} en la expresión (8.23) con $P_{MM} = 9{,}771$ y $P_D = -8$ dBm0. Entonces,

$$N_{CD} = 10^{0,1(9,771+8)} = 59 \text{ canales de datos de } -8 \text{ dBm0}$$

Este valor pudo haberse obtenido de la Tabla III de la página 484 del TEXTO 1. La distribución será:

Grupo Master I: 300 canales de voz

Grupo Master II: 300 " " "

Grupo Master III: 59 canales de datos de –8 dBm0

Son 600 canales de voz y 59 canales de datos de –8 dBm0. Se ha agregado 400 canales de voz y 39 canales de datos de –8 dBm0, quedando vacíos 241 canales.

<u>Segunda Forma</u>: Los 600 canales de voz se pueden dividir en 200 canales por Grupo Master y se completa con canales de datos de –8 dBm0. En este caso, de la expresión (8.23) del TEXTO 1 ó de la Tabla III, con $N_{CV} = 200$; $P_{MM} = 9{,}771$ y $P_D = -8$dBm0, se obtiene:

$$N_{CD} = 10^{0,1(9,771+8)} - 10^{-0,1(15-8)}200 = 19 \text{ canales de datos}$$

La distribución queda en la forma:

Grupo Master I: 200 canales de voz + 19 canales de datos

Grupo MasterII: 200 " " " + 19 " " "

Grupo Master III: <u>200</u> " " " + <u>19</u> " " "

Total: 600 canales de voz + 57 canales de datos de –8 dBm0

Se han agregado entonces 400 canales de voz y 37 canales de datos de –8 dBm0. Quedan vacíos 243 canales. Nótese que casi no hay diferencia entre las dos formas de distribución, aunque la primera forma es preferible pues no implican combinaciones de canales de voz y datos en los Grupos Master I y II.

(c) $K_{VD} = 4/1 = 4$; $P_{MM} = 14{,}542$ y $P_D = -8$ dBm0.

De la expresión (8.22) del TEXTO 1,

$$N_{CD} = \frac{10^{0,1x14,542}}{10^{-1,5}(4) + 10^{0,1(-0,8)}} = 99 \quad \text{canales de datos;} \qquad N_{CV} = 4N_{CD} = 396 \text{ canales de voz}$$

Distribución en forma concentrada:

Grupo Master I: 300 canales de voz

Quedan 96 canales de voz que con canales de datos se conectarán al Grupo Master II. Entonces,

$$N_{CD} = 10^{0,1(9,771+8)} - 10^{-0,1(15-8)}(96) = 40 \quad \text{canales de datos}$$

$N_{CV} = 96$ canales de voz.

Para el Grupo Master III, que sólo tiene canales de datos,

$$N_{CD} = 10^{0,1(9,771+8)} = 59 \quad \text{canales de datos de } -8 \text{ dBm0.}$$

La distribución concentrada será:

Grupo Master I:	300 canales de voz		
Grupo Master II:	96 canales de voz	+	40 canales de datos
Grupo Master III:	_____		59 " " "
Total:	396 canales de voz	+	99 canales de datos de –8 dBm0.

Si la distribución se hace en forma distribuida, entonces,

Grupo Master I:	132 canales de voz	+	33 canales de datos
Grupo Master II:	132 " " "	+	33 " " "
Grupo Master III:	132 " " "	+	33 " " "
Total:	396 canales de voz	+	99 canales de datos de –8 dBm0.

Quedan vacíos 405 canales. Nótese que en las dos distribuciones las cantidades de canales de datos son las mismas; sin embargo, la primera distribución es preferible.

8.3. Se tiene un Supergrupo Master libre. Se desea conectar a él 12 canales de datos de –5 dBm0, 30 canales de –8 dBm0, 48 canales de –10 dBm0, 78 canales de –13 dBm0 y canales de voz.

(a) Determinar la cantidad de canales de voz que se puede conectar

(b) Efectuar la distribución de los canales cuidando que ningún equipo se sature

Solución:

(a) y (b). Potencia de un Supergrupo Master de 900 canales: $P_{MM} = 14{,}542$ dBm0

De la ecuación (8.29) del TEXTO 1,

$$N_{CV} = 10^{0,1(15+P_{MM})} - \sum_{k=1}^{K} 10^{0,1(15+P_{Dk})} N_{CDk}$$

Son cuatro grupos de datos, de donde K = 4. Entonces,

$$N_{CV} = 10^{0,1(15+14,542)} - \left[10^{0,1(15-5)}12 + 10^{0,1(15-8)}30 + 10^{0,1(15-10)}48 + 10^{0,1(15-13)}78\right] = 354 \text{ canales de voz}$$

Esta es la cantidad de canales de voz que se puede agregar.

Distribución Concentrada.

El Supergrupo Master tiene tres Grupos Master de 300 canales.

Grupo Master I: 300 canales de voz

Queda por repartir 54 canales de voz y todos los canales de datos, los cuales vamos a repartir en los dos Grupos Master restantes. Pero primero vamos a verificar que de verdad estos Grupos Master podrán soportar la carga propuesta. De la expresión (8.28) del TEXTO 1, con N_{CV} = 27 obtenemos la potencia necesaria P'_{MM}.

Si $P'_{MM} < P_{MM} = 9{,}771$ dBm0 (que es la potencia de un Grupo Master) los Grupos Master no estarán sobrecargados. Entonces, para cada Grupo Master,

$$P'_{MM} = 10\log_{10}\left[10^{-1,5}27 + 10^{-0,1x5}6 + 10^{-0,1x8}15 + 10^{-1,5x10}24 + 10^{-1,5x13}39\right] = 9{,}769 \text{ dBm0}$$

Vemos que $P'_{MM} = 9{,}769 < P_{MM} = 9{,}771$, lo que indica que los Grupos Master no estarán sobrecargados.

Veamos ahora cómo estarán distribuidos los canales de voz y datos en los dos Grupos Master. Las cantidades de canales a distribuir por Grupo Master son:

27 canales de voz
6 " " datos de –5 dBm0
15 " " " " –8 "
24 " " " " –10 "
39 " " " " – 13 "

El Grupo Master contiene 5 Supergrupos de 60 canales cada uno. Para una mejor utilización del equipo vamos a ir llenando Supergrupo por Supergrupo.

Para el Supergrupo I: Los 6 canales de datos de –5 dBm0 más N_{CV} canales de voz.

P_{MM} = -1 + 4 $\log_{10}(60)$ = 6,113 dBm0; de donde,

$$N_{CV} = \left[10^{0,1(1+6,113)} - 10^{0,1(1-5)}6\right]^{2,5} = 12 \text{ canales de voz}$$

Supergrupo I: 12 canales de voz + 6 canales de datos de –5 dBm0

Para el Supergrupo II: Los 15 canales de datos de –8 dBm0 más N_{CV} canales de voz; de donde,

$$N_{CV} = \left[10^{0,1(1+6,113)} - 10^{0,1(1-8)}15\right]^{2,5} = 6 \text{ canales de voz}$$

Supergrupo II: 6 canales de voz + 15 canales de datos de – 8 dBm0

Para el Supergrupo III: Los 9 canales de voz que restan (27 en total) más N_{CD} canales de datos de –13 dBm0. Con P_{MM} = 6,113 dBm0 y N_{CV} = 9, se obtiene

$$N_{CD} = 10^{0,1(6,113+13)} - 10^{-0,1(1-13)}(9)^{0,4} = 43 \text{ canales de datos de } -13 \text{ dBm0}$$

Por consiguiente, se puede conectar los 39 canales pues el equipo puede soportar hasta 43 canales de datos de –13 dBm0. Entonces,

Supergrupo III: 9 canales de voz + 39 canales de datos de –13 dBm0

Para el Supergrupo IV: los 24 canales de datos de –10 dBm0 que restan

El Supergrupo V: Vacío.

En resumen, la distribución de canales de voz y de datos en los tres Grupos Master del Supergrupo Master es la siguiente:

Grupo Master I: 300 canales de Voz

En los Grupos Master I y II se tendrá:

Supergrupo I: 12 canales de voz + 6 canales de datos de - 5 dBm0
Supergrupo II: 6 " " " + 15 " " " " - 8 dBm0
Supergrupo III: 9 " " " + 39 " " " " - 13 dBm0
Supergrupo IV: 24 " " " " - 10 dBm0
Supergrupo V: Vacío

En Total, quedan vacíos 378 canales (189 canales en cada Grupo Master)

8.4. La relación de pérdidas de transmisión entre una antena transmisora y una receptora viene dada por la expresión $L = \left[\frac{4\pi d}{\lambda}\right]^2$, donde λ, en metros, es la longitud de onda a la frecuencia de operación y d, en metros, la separación entre las antenas transmisora y receptora. Estas pérdidas generalmente se expresan en dB en la forma $P_{erd(dB)} = 10\log_{10}(P_{erd})$ dB. Manipulando estas expresiones, demuestre que

(a) $$L_{dB} = 32,44 + 20\log_{10}(f_{MHz}) + 20\log_{10}(d_{km}) \quad \text{dB}$$

donde f_{MHz} es la frecuencia de operación en MHz, y d_{km} es la separación entre las antenas, en kilómetros.

(b) $$L_{dB} = 92,44 + 20\log_{10}(d_{km}) + 20\log_{10}(F_{GHz}) \quad \text{dB}$$

donde f_{GHz} es la frecuencia de operación en GHz, y d_{km} es la separación entre las antenas, en km.

8.5. La potencia disponible en una fuente de ruido viene dada por la expresión $P_a = kTB$ W donde k es la constante de Boltzmann (1,3805x10^{-23} J/K), y T, en kelvins, la temperatura absoluta de la fuente. B es el ancho de banda de operación.

(a) Demuestre que $P_{a(dBW)} = -228,6 + 10\log_{10}(T) + 10\log_{10}(B)$ dBW

(b) Demuestre que a la temperatura ambiente (T = 290 kelvins) sobre un ancho de banda de 1 Hz la potencia disponible es $P_{a(dBW)} = -204$ dBW

(c) Demuestre que a la temperatura ambiente y sobre un ancho de banda B, En dBW, $P_{a(dBW)} = -204 + 10\log_{10}(B)$ dBW

En dBm, $P_{a(dBm)} = -174 + 10\log_{10}(B)$ dBm

8.6. Al nivel de ruido térmico también se le conoce con el nombre de "Umbral de Ruido Térmico". Este umbral viene dado por la expresión $P_t = kTBF$ W donde F es la cifra de ruido del receptor (dada por el fabricante del receptor; es un dato de diseño). El ancho de banda B generalmente es el ancho de banda de frecuencia intermedia $B_{IF.}$

(a) Demuestre que el umbral de ruido térmico, en dBW, es

$$P_{t(dBW)} = -228{,}6 + 10\log_{10}(T) + 10\log_{10}(B) + N_F \quad \text{dBW}$$

donde N_F es el equivalente, en dB, de la cifra de ruido F.

(b) Demuestre que el umbral de ruido térmico a la temperatura ambiente de un receptor con una cifra de ruido de 12 dB y un ancho de banda de frecuencia intermedia de 4,2 MHz es

$$P_{t(dBW)} = -125{,}74 \text{ dBW} \quad \text{ó} \quad P_{t(dBm)} = -95{,}74 \text{ dBm}$$

8.7. La relación S/N en un radioenlace de FM viene dada por la expresión $\frac{S}{N} = \frac{P_R}{2kTBF(\frac{\Delta f}{f_c})^2}$.

donde F = cifra de ruido del receptor; Δf = máxima desviación del tono de prueba, en kHz

P_R = nivel de la potencia recibida, en mW;

f_c = frecuencia central del canal más alto dentro de la banda de base, en kHz

(a) Demuestre que esta relación, en dB, viene dada por

$$\left[\frac{S}{N}\right]_{dB} = P_{R(dBW)} + 225{,}6 - 10\log_{10}(T) - 10\log_{10}(B) - F_{dB} - 20\log_{10}(\frac{\Delta f}{f_c}) \quad \text{dB}$$

(b) Demuestre que para P_R = 1 mW, Temperatura ambiente, Ancho de banda de 3,3 kHz,

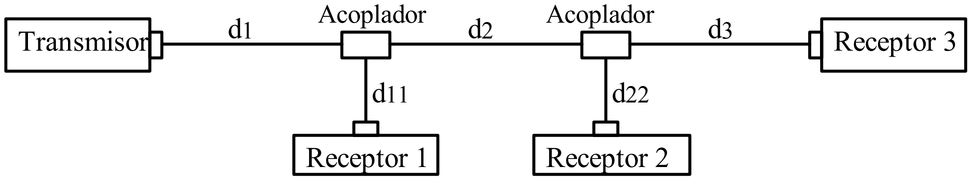
F = 15, Δf = 282,8 kHz, f_c = 1248 kHz,

se verifica que $[S/N]_{dB}$ = 130,48 dB

CAPITULO IX

9.1. Cable Coaxial.

Consideremos el sistema multipunto mostrado en la figura siguiente



Las distancias de los tramos de cable son:

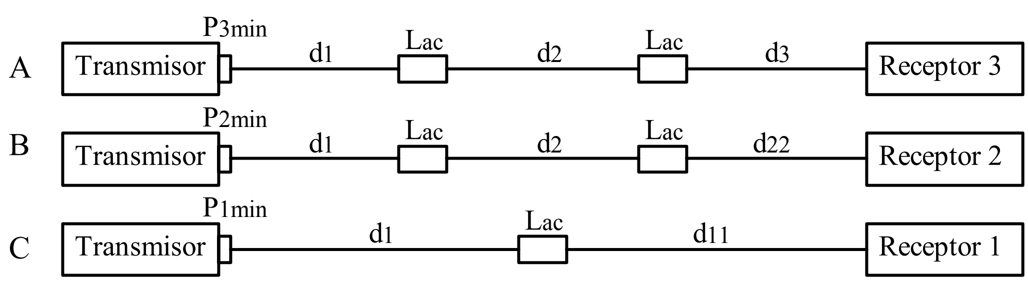
$d_1 = 200$ m; $d_{11} = 20$ m; $d_2 = 350$ m; $d_{22} = 30$ m; $d_3 = 200$ m

El sistema trabaja a la temperatura ambiente (T = 290 kelvins); la frecuencia de operación es de 400 MHz y se utilizará cable coaxial RG213U de 50 Ohm. Para asegurar una calidad mínima especificada, por ejemplo, un BER $\leq 10^{-6}$, la relación S/N mínima en el receptor más alejado (receptor 3) debe ser de 40 dB. Las cifras de ruido de los receptores son de 8 dB. La pérdida en cada acoplador es de 3 dB. Se desprecia cualquier otro tipo de pérdida (se supone que no hay empalmes en el cable).

Se quiere calcular la potencia mínima total del transmisor y la relación S/N a la entrada de los receptores 1 y 2.

Solución

La potencia mínima total del transmisor se puede calcular por superposición. En efecto, para los tres receptores se tendrá la configuración siguiente, comenzando por el receptor más alejado, el receptor 3.



L_{ac} es la atenuación de los acopladores, y para el cable coaxial RG231U las características aplicables en el presente caso son $< 4{,}5\,\text{dB}\,@\,450\,\text{MHz}; 30{,}5\,\text{m} >$.

Configuración A

$d_{T3} = d_1 + d_2 + d_3 = 750$ m; $f_T = 400$ MHz

De (9.2), $\alpha'_T = \dfrac{4{,}5}{30{,}5}\sqrt{\dfrac{400}{450}} = 0{,}139\ \text{dB/m}\ @\ 400\ \text{MHz}$

$P_v = 2L_{ac} = 6$ dB; $N_F = 8$ dB; B = 6 MHz; T = 290 kelvins; $[S_i/N_i]_{min} = 40$ dB

De (9.10), $P_{3min} = 40 + (6 + 750\text{x}0{,}139 - 174 + 10\log(6\text{x}10^6) + 8)$

$P_{3min} = 52{,}109$ dBm = 162,508 W

Configuración B

$d_{T2} = d_1 + d_2 + d_{22} = 580$ m

$P_{2min} = 40 + (6 + 580\text{x}0{,}139 - 174 + 10\log(6\text{x}10^6) + 8)$

$P_{2min} = 28{,}461$ dB = 0,702 W

Configuración C

$d_{T1} = d_1 + d_{11} = 220$ m

P_{1min} = 40 + (3 + 220x0,139 - 174 + 10 log(6x10^6) + 8)

P_{1min} = -24,616 dB = 3,455 μW

La potencia mínima total del transmisor será

$P_{min} = P_{1min} + P_{2min} + P_{3min}$ = 163,209 W = 52,127 dBm

Esta es la potencia total mínima del transmisor que asegurará el BER especificado en el receptor más alejado.

Ahora podemos calcular las relaciones S/N a la entrada de los receptores 1 y 2.

De (9.9),

$$[S_i / N_i]_1 = P_{min} - (L_{ac} + d_{T1} \cdot \alpha'_T - 174 + 10\log(6x10^6) + 8) = 116{,}743\,dB$$

$$[S_i / N_i]_2 = P_{min} - (2L_{ac} + d_{T2} \cdot \alpha'_T - 174 + 10\log(6x10^6) + 8) = 63{,}666\,dB$$

Nótese lo holgados que trabajan los receptores 1 y 2.

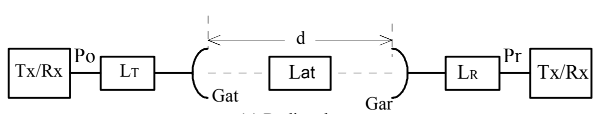
La potencia máxima del transmisor será entonces mayor que P_{min}, es decir, $P_{max} > 163{,}209\,W$; en esta forma nos aseguraremos que la relación SN en el receptor más alejado sea siempre mayor que el valor especificado. Nótese que tanto P_{max} como P_{min} deben de estar dentro del rango de transmisión R_T del transmisor. Por ejemplo, si R_T = 10 dB, se puede elegir un transmisor con un rango de transmisión regulable de $[60\,dBm,\ 50\,dBm]$. El rango de transmisión de un transmisor lo da el fabricante.

Podemos estimar también los siguientes parámetros para el receptor más alejado:

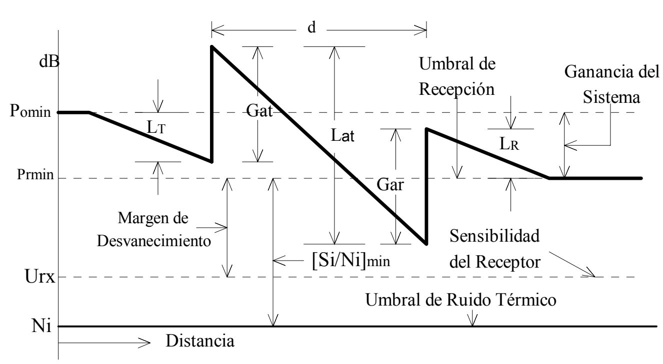
Umbral de recepción, $U_{rec} = P_{3min} - P_{erd}$ = -58,218 dB

El Umbral o Sensibilidad del receptor U_{rx} deberá ser menor que el umbral de recepción U_{rec}, es decir, $U_{rx} < U_{rec}$ = -58,218 dB . Cuanto mayor es la diferencia $[U_{rec} - U_{rx}]$, mejor será la capacidad del receptor para soportar caídas de potencia de la señal.

9.2. Consideremos un radioenlace de microondas y sea la figura siguiente, en donde se muestra los parámetros y el diagrama de niveles de potencia del enlace:



(a) Radioenlace



(b) Diagrama de Niveles de Potencia

En este radio enlace se tiene:

Distancia entre antenas,	$d = 43$ km
Frecuencia de operación,	$f = 4{,}041$ GHz
Ancho de Banda,	$B = 10$ MHz
Temperatura,	$T = T_o = 290$ kelvins
Pérdidas en las líneas de transmisión,	$L_t = L_r = 4{,}7$ dB
Ganancia de las antenas,	$G_{at} = G_{ar} = 30$ dB
Cifra de Ruido del Receptor,	$N_F = 10$ dB
Pérdidas por absorción gaseosa,	$L_g = 0{,}6$ dB
Sensibilidad del Receptor,	$Urx = -82$ dB
Relación S/N mínima para un BER de 10^{-6},	$[S/N]_{min} = 20$ dB

Se pide:

(a) Calcular la potencia mínima necesaria del transmisor, la ganancia del sistema y el margen de desvanecimiento del receptor

(b) Si la potencia del transmisor aumenta al doble, calcular la nueva relación S/N en el receptor y el nuevo margen de desvanecimiento

Solución:

(a) Pérdidas en el espacio libre

$$L_{dB} = 92{,}4 + 20\log_{10}(d_{km}) + 20\log_{10}(F_{GHz}) \quad \text{dB}$$

$L_{dB} = 137{,}199$ dB

Pérdidas totales en la trayectoria,

$L_{at} = L_{dB} + L_g = 137{,}799$ dB

Umbral de Ruido a T = 290 kelvins

$$N_i = N_T + N_F = -174 + 10\log_{10}(B) + N_F \quad \text{dBm}$$

$N_i = -94$ dBm

Potencia mínima de salida del transmisor

$$P_{omin} = [S_i / N_i]_{min} + [N_i + L_t + L_{at} + L_r] - [G_{at} + G_{ar}] \quad \text{dBm}$$

$P_{omin} = 13{,}199$ dBm = 20,89 mW

De la figura, la ganancia Gs del sistema es

$$Gs = P_{omin} - P_{rmin} = (L_t + L_{at} + L_r) - (G_{at} + G_{ar})$$

$Gs = 87{,}199$ dB

También, $P_{rmin} = P_{omin} - Gs = -74$ dBm

y el margen de desvanecimiento en el receptor,

$M_{rx} = P_{rmin} - U_{rx} = 8$ dB

(b) Aumentar la potencia del transmisor al doble de la potencia mínima equivale a un aumento de 3 dB; por lo tanto,

$Po = P_{omin} + 3 = 16{,}199$ dBm

Como la ganancia Gs del sistema es constante, se verifica que

$Gs = Po - Pr$, de donde $Pr = Po - Gs$; Pr es la potencia recibida en el receptor. Por lo tanto,

$Pr = Po - Gs = - 71$ dBm

La nueva relación SN vendrá dada por la expresión

$S/N = Pr - Ni = 23$ dB

El nuevo margen de desvanecimiento del receptor será

$Mrx = Pr - U_{rx} = 11$ dB

Nótese que el aumento de 3 dB en la potencia, inmediatamente se reflejó en la relación S/N y en el margen de desvanecimiento del receptor, los cuales aumentaron también en 3 dB.

En la figura se muestra el diagrama de niveles de potencia del enlace.

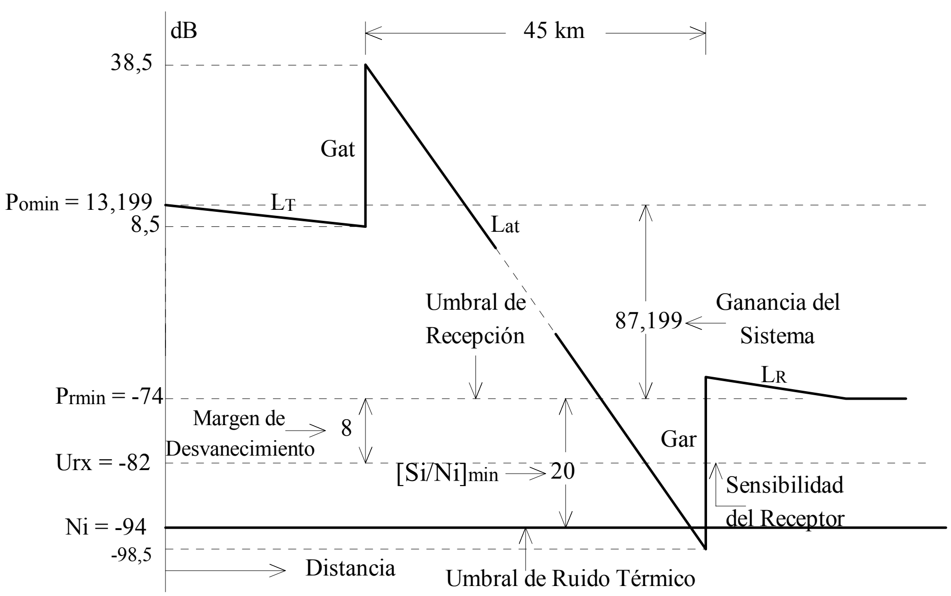


Diagrama de Niveles de Potencia

9.3. Sea un enlace de microondas donde:

Distancia entre Antenas,	$d = 45$ km
Frecuencia de Operación,	$f = 7{,}1$ GHz
Ancho de Banda,	$B = 10$ MHz
Temperatura,	$T = To = 290$ kelvins
Pérdidas en las Líneas de Transmisión,	$L_t = L_r = 3{,}4$ dB

Ganancia de las Antenas, $G_{at} = G_{ar} =$ 30,5 dB
Cifra de Ruido del Receptor, N_F = 10 dB
Pérdidas por Absorción Gaseosa, L_g = 0,3 dB
Sensibilidad del Receptor, U_{rx} = -80 dB
Relación S/N en el Receptor, $[S_i/N_i]$ = 30 dB
Se supone que el BER está dentro de lo especificado.

Para este radioenlace, dibuje el diagrama de niveles de potencia y demuestre que:

(a) La potencia de salida del transmisor es P_o = 24,589 dBm

(b) La potencia de entrada al receptor es P_r = -64 dBm

(c) El margen de desvanecimiento es M_{rx} = 16 dB