

# UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

## Guía de Turbinas Hidráulicas

Escuela de Mecánica  
Departamento de Ciencias Térmicas

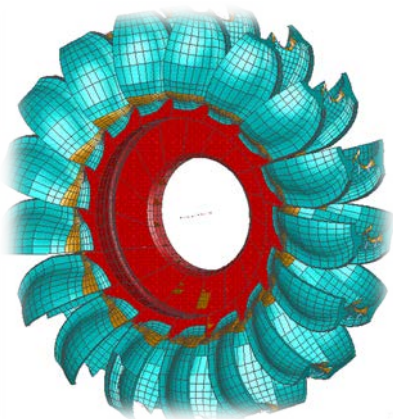


UNIVERSIDAD  
DE LOS ANDES  
VENEZUELA

Prof. Jesús Muñoz

Prof. Rafael Santos

2014



INGENIERÍA MECÁNICA

# **Capítulo 1**

## **Introducción. Termodinámica de las turbinas hidráulicas**

- 1.1 Introducción.
- 1.2 Definición de elementos constructivos comunes.
- 1.3 Clasificación.
- 1.4 Vistas y proyecciones utilizadas en el análisis.
- 1.5 La ecuación de conservación de energía. Aplicación a Turbomáquinas Hidráulicas (Ecuación de Bernoulli).
- 1.6 Aplicación a Turbomáquinas Hidráulicas Motoras (THM): Turbinas hidráulicas.
- 1.7 Aplicación global a Turbinas Hidráulicas.
- 1.8 Problemas.

## Capítulo 1

### Introducción. Termodinámica de las turbinas hidráulicas

#### 1.1 Introducción

En muchas partes del mundo, donde hay una carga suficiente y la razón de flujo es grande, se emplean hidroturbinas para producir energía eléctrica. En contraste con las bombas, las turbinas extraen energía útil del agua que fluye en un sistema de tuberías. Una turbina intercambia energía continuamente con un fluido y transforma la energía cinética y de presión del fluido en energía mecánica. El intercambio de energía se realiza en un rotor o impulsor provisto de alabes o paletas, el cual interactúa con el fluido a través del principio de conservación de cantidad de movimiento angular.

En las turbomáquinas llamadas también máquinas de corriente, los cambios en la dirección y valor absoluto de la velocidad del fluido juegan un papel esencial. El órgano transmisor de energía (conocido como rodete, rotor o impulsor) se mueve siempre con movimiento rotativo. El principio de funcionamiento de las turbomáquinas es la ecuación de Euler. Son máquinas dinámicas y ocurren cambios de velocidades importantes dentro de ellas. Las bombas dinámicas proporcionan generalmente mayor caudal que las bombas de desplazamiento positivo y una descarga más estacionaria, pero son poco efectivas para bombear líquidos muy viscosos.

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos sobre la clasificación de las turbinas, lo cual es fundamental para el desarrollo y aplicación de los conceptos de la termodinámica y dinámica de fluidos en los capítulos siguientes.

#### 1.2 Definición de los elementos constructivos comunes.

Toda turbina consta de las siguientes partes fundamentales (ver Fig. 1.1):

Eje. Transporta la energía mecánica desde la máquina.

Rotor o impulsor. Es el componente móvil y consiste en una rueda con paletas (álaves) o cucharas que rota solidaria con el eje, a través del cual fluye el fluido continuamente intercambiando energía por medio del principio de conservación de cantidad de movimiento angular. La energía disponible en el líquido se transfiere al eje por medio del rotor, y el momento de torsión que resulta, transferido por el eje giratorio, puede impulsar un generador eléctrico.

Estator. Corona con paletas o alabes fijos a la carcasa. No existe intercambio de energía con el fluido. Su función es controlar la dirección del fluido y transformar la presión del fluido en velocidad, es decir, actúa como tobera.

Carcaza. Envoltorio de la máquina. Puede actuar como estator sin alabes en máquinas radiales y mixtas.

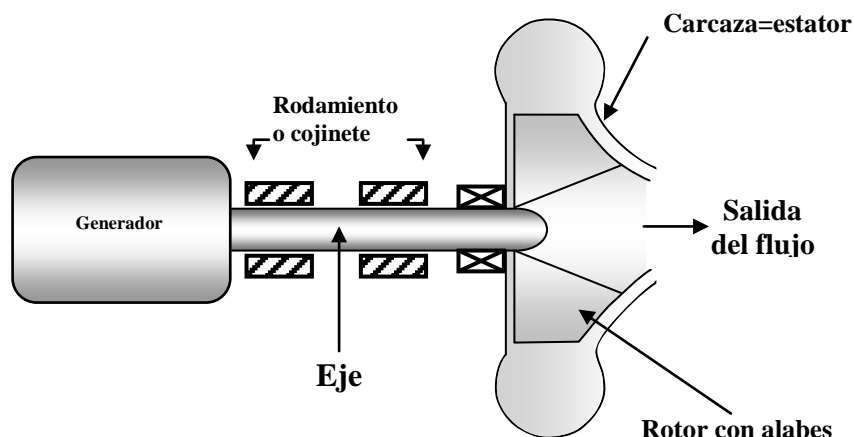


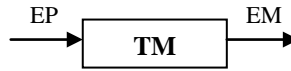
Figura 1.1. Turbina radial. Esquema meridional

#### 1.3. Clasificación

**Según el fluido de trabajo son:** Turbomáquinas Hidráulicas (TH) porque trabajan con agua, el cual se puede considerar como incompresible, es decir, la densidad es constante ( $\rho = \text{cte.}$ ).

Según la dirección del intercambio de energía entre fluido y rodete son:

**Turbomáquinas Motoras (TM).**



Son aquellas que extraen energía del fluido. En estas el fluido suministra a la máquina una energía preferiblemente de presión proveniente de la energía geodésica que poseía en el embalse y que a su vez la máquina (turbina) transforma en energía mecánica.

Donde: EM = energía mecánica

EP = energía de presión

Las **Turbomáquinas Hidráulicas Motoras (THM)** son las Turbinas Hidráulicas: Pelton, Francis, Kaplan o Axial. Estas turbinas dominan la generación de energía eléctrica aprovechando los saltos de agua correspondientes a algunos metros, hasta centenares o miles de metros de desnivel.

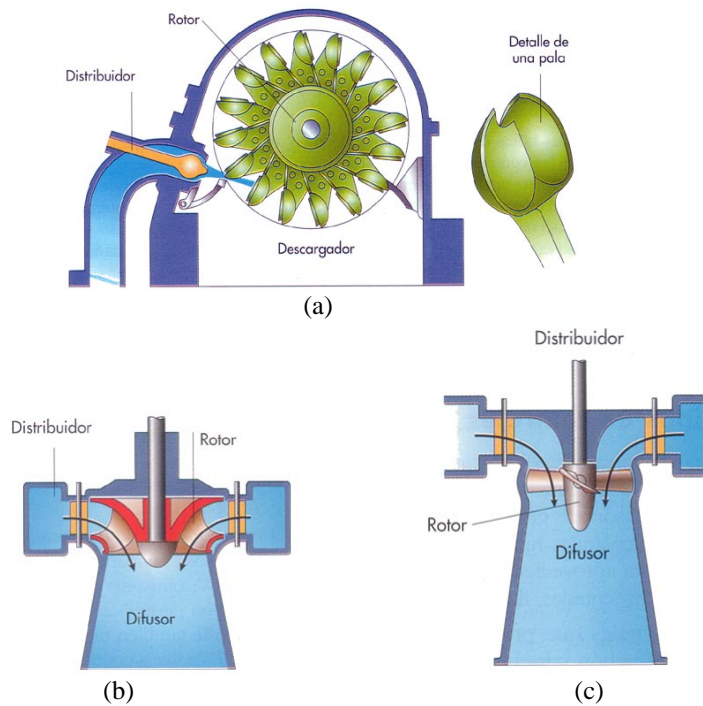
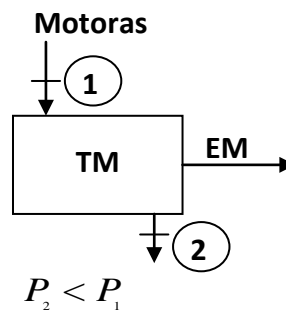


Figura 1.2. (a) Turbina Pelton, (b) turbina Francis y (c) turbina Kaplan

En las Turbinas existen canales móviles de flujo en el rotor o impulsor y canales fijos de flujo en el estator. En TM los canales fijos y móviles actúan como toberas para la velocidad absoluta y relativa respectivamente.



El fluido sufre un proceso de expansión. Los canales de flujo deben actuar como toberas.

Figura 1.3. Cambio de presión en una turbina

Una etapa se define como la pareja de un rotor y un estator. La Fig. 1.4 muestra la conformación de una etapa en Turbomáquinas Generadora y Motoras.

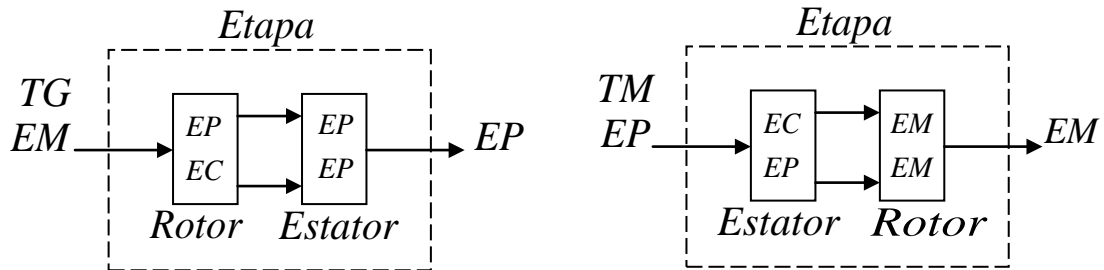


Figura 1.4. Conformación de una etapa en turbomáquinas generadoras y motoras

**Según la variación de presión estática en los alabes las turbinas hidráulicas son:**

Hay dos tipos de turbinas. **La turbina de reacción** utiliza tanto la energía de flujo como la energía cinética del líquido; la conversión de energía ocurre en un espacio cerrado a presiones mayores que la atmosférica. Las turbinas de reacción pueden subdividirse, según la carga disponible, en turbinas Francis o de hélice conocida como turbina Kaplan. **La turbina de impulso (o de acción)** requiere que la energía de flujo del líquido se convierta en energía cinética por medio de una tobera antes de que el líquido choque con la rueda; la energía adopta la forma de un chorro de alta velocidad a presión atmosférica o casi atmosférica.

El grado de reacción de una turbomáquina es la fracción de trabajo intercambiado con el fluido que es trabajo de presión que cede el fluido al rotor. El trabajo total intercambiado es la suma de la energía dinámica y la energía de presión. Las turbomáquinas en que el grado de reacción es igual a cero se llaman de impulso o acción. Las turbinas hidráulicas de acción constituyen la clase especial de las turbinas Pelton.

**Según la dirección del flujo con respecto al eje:**

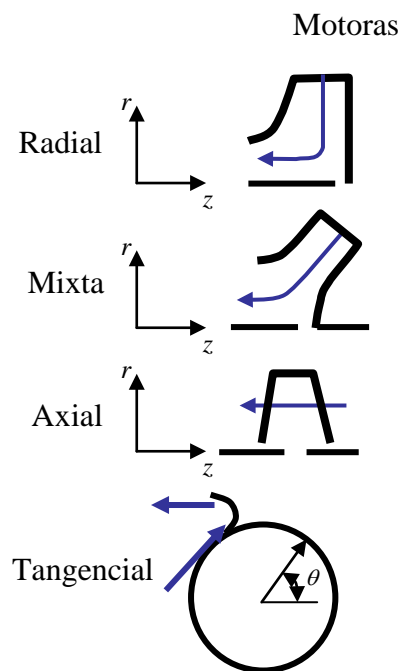


Figura 1.5 Dirección del flujo con respecto al eje en turbinas

En la máquina radial la velocidad en ningún punto del rodete tiene componente axial (según el eje  $z$ ); sólo tiene dos componentes: tangencial y radial.

En la máquina axial la velocidad en ningún punto tiene componente radial (según el eje  $r$ ); sólo tiene dos componentes: axial y periférica.

En la máquina de flujo mixto o radio-axial velocidad tiene tres componentes según los tres ejes.

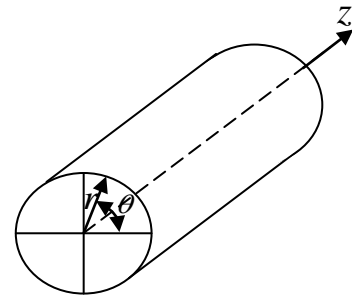
En ninguna máquina falta la componente tangencial de la velocidad, cuya variación a su paso por la máquina es esencial en la transmisión de la energía.

**Las turbinas hidráulicas Pelton** constituyen una clase especial, porque en ellas el flujo es meramente tangencial.

**Las turbinas hidráulicas** son rara vez radiales. La turbina Francis frecuentemente es de flujo mixto. La turbina Kaplan es de flujo axial.

#### 1.4. Vistas y proyecciones utilizadas en el análisis.

Las Turbomáquinas se estudian en un sistema coordenado cilíndrico: axial, radial y tangencial ( $z, r, \theta$ ). Para facilitar el análisis se divide el problema tridimensional en dos problemas bidimensionales unidos por una dirección común.



Los planos y vistas utilizadas en el análisis de las *Turbomáquinas centrífugas radiales y mixtas* se esquematizan en la Fig. 1.6. El plano Meridional contiene al eje de la máquina y está formado por las direcciones axial y radial de un sistema coordenado cilíndrico. Se observa el ancho de los álabes a la entrada y salida del rotor,  $B_1$  y  $B_2$ , y los diámetros a la entrada y salida del rotor,  $D_1$  y  $D_2$ . El plano transversal es perpendicular al eje y está formado por las direcciones radial y tangencial de un sistema coordenado cilíndrico. Se observa la forma y los ángulos  $\beta'_1$  y  $\beta'_2$  de los álabes y los diámetros de entrada y salida del rotor,  $D_1$  y  $D_2$ . Los ángulos del alabe se forman entre una tangente al alabe y una tangente al círculo de entrada y salida.

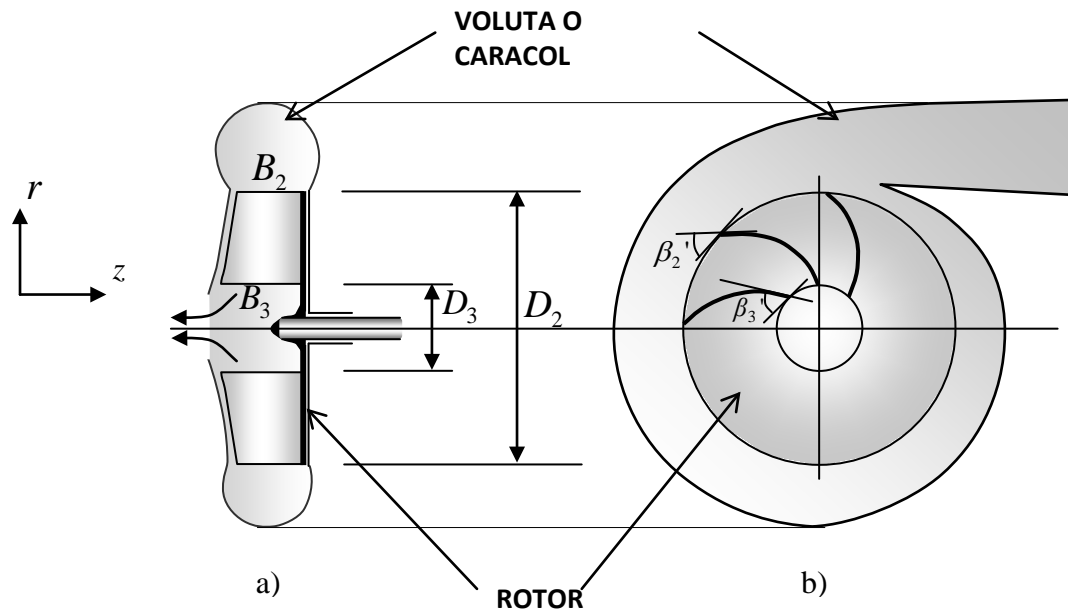


Figura 1.6. Turbina centrífuga. a) Esquema meridional b) Plano transversal

La Fig. 1.7 muestra los planos y vistas utilizadas en el análisis de Turbomáquinas axiales. El plano Meridional contiene al eje de la máquina y está formado por las direcciones axial y radial de un sistema coordenado cilíndrico. Se observa la proyección circular del alzado de los álabes y el canal anular de flujo conformado por la carcasa,  $D_t$ , y el cubo del rotor,  $D_r$ . El plano Transversal es

perpendicular al eje y está formado por las direcciones radial y tangencial de un sistema coordenado cilíndrico, pero no es de utilidad en el análisis de éste tipo de Turbomáquinas. La rejilla o cascada plana de alabes, por el contrario, si tiene gran utilidad y se define como una superficie cilíndrica de radio medio ' $r_m$ ', interceptada con los alabes del rotor y estator y desarrollada, sobre un plano conformado por las direcciones axial y tangencial. Se observa el perfil aerodinámico de los alabes y los ángulos  $\beta'_2$  y  $\beta'_3$  de los alabes a la entrada y salida del rotor. Los ángulos del alabe se forman entre una tangente a la línea media del alabe y la dirección axial a la entrada y salida del rotor.

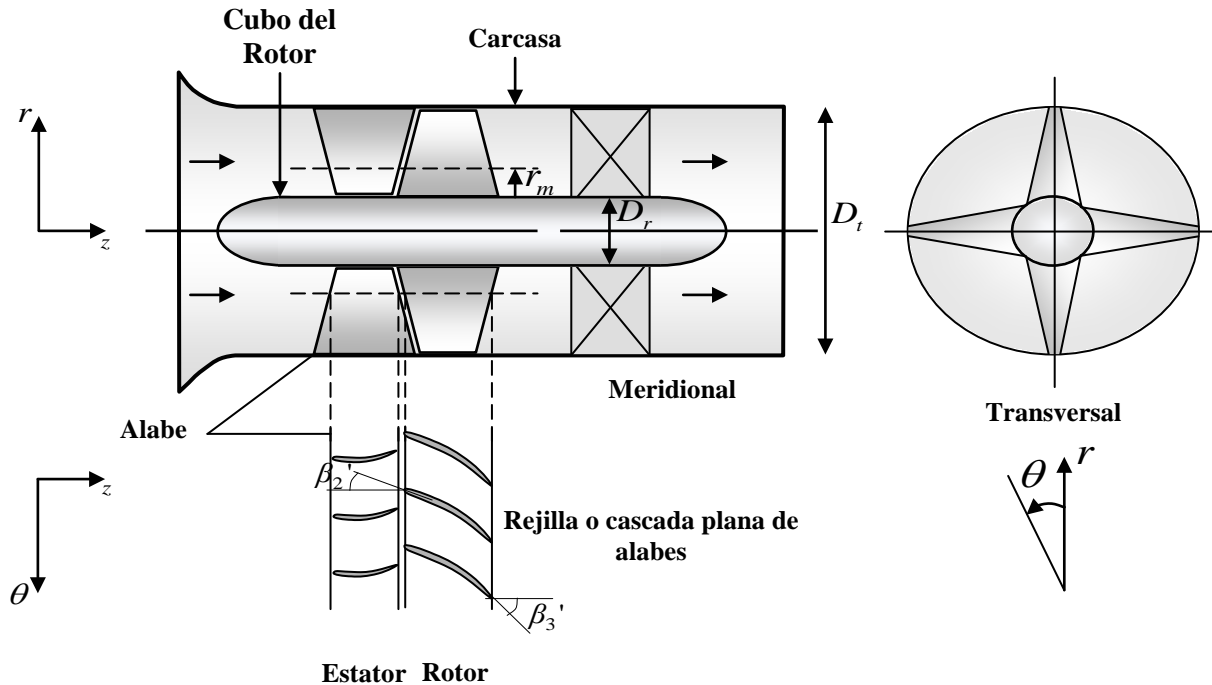
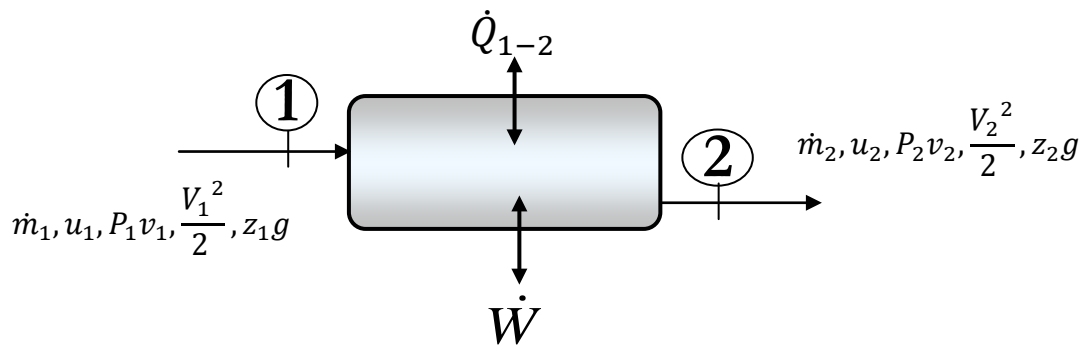


Figura 1.7. Vistas en turbinas axiales. Con la rejilla o cascada plana de alabes denotada en línea punteada.

### 1.5 La ecuación de conservación de energía. Aplicación a Turbomáquinas Hidráulicas (Ecuación de Bernoulli).



Para régimen permanente, flujo unidimensional, una entrada y una salida, la ecuación de conservación de la masa resulta:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

La 1ª Ley de la Termodinámica para régimen permanente, flujo unidimensional y despreciando el calor intercambiado entre la máquina y el ambiente resulta en:

$$\dot{m} \left( u_1 + P_1 v_1 + \frac{v_1^2}{2} + z_1 g \right) \pm \dot{W}_{1-2} = \dot{m} \left( u_2 + P_2 v_2 + \frac{v_2^2}{2} + z_2 g \right) \quad (1.1)$$

Dividiendo entre el flujo másico,  $\dot{m}$  y multiplicando por  $1/g$  se tiene:

$$\frac{u_1}{g} + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 \pm \frac{w_{1-2}}{g} = \frac{u_2}{g} + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad (1.2)$$

Donde se ha usado la condición de fluido incompresible:  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ . Las unidades del término  $\left[ \frac{w_{1-2}}{g} \right]$  en el Sistema Internacional son:

$$\frac{J}{Kg m} \frac{s^2}{m} = \frac{N \times m}{Kg m} \frac{s^2}{m} = \frac{Kg m \times m \times m s^2}{s^2 \times Kg m} \frac{s^2}{m} = m$$

es decir, unidades de longitud o altura. Por esta razón, se acostumbra escribir

$$\frac{w_{1-2}}{g} = H_{1-2}$$

y llamar  $H_{1-2}$  la altura intercambiada entre la entrada y la salida de la máquina. Sin embargo, el significado físico de  $H_{1-2}$  es energía por unidad de peso, ya que:

$$H_{1-2} = m = \frac{Nm}{N}$$

Donde  $N$  se refiere a la unidad de fuerza en el sistema internacional llamada Newton.

El peso específico y la densidad del fluido están relacionados de la siguiente manera:  $\gamma = \rho g$

Por lo tanto:

$$\left( \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 \right) - \frac{1}{g} (u_2 - u_1) \pm H_{1-2} = \left( \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \right) \quad (1.3)$$

La energía interna del fluido,  $u$ , se incrementa debido a la fricción hidráulica, cambios bruscos de dirección, desprendimiento de capa límite, etc. Es decir, el incremento de  $u$ , representa pérdidas por irreversibilidades que ocurren en el interior de la máquina y se acostumbra a escribir:

$$h_{fint} = \frac{1}{g} (u_2 - u_1) \quad (1.4)$$

donde  $h_{fint}$  se denomina altura de pérdidas o energía por unidad de peso perdida debido a irreversibilidades dentro de la turbomáquina hidráulica.

El balance de energía resulta en:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_{fint} \pm H_{1-2} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad (1.5)$$

La altura de pérdidas  $h_{fint}$  es muy difícil de calcular analíticamente, por lo que se toma en cuenta a través del rendimiento interno de la máquina. Entonces cuando se aplica la Ecuación de energía entre la entrada y la salida de la turbomáquina hidráulica se tiene:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 \pm H_{1-2} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad (1.6)$$

La presión total,  $P_0$ , en un fluido incompresible se define como:

$$P_0 = P + \gamma \frac{v^2}{2g} \quad (1.7)$$

donde  $P$  es la presión estática y  $\gamma \frac{v^2}{2g}$  es la presión dinámica. Usando  $P_0$ , el balance de energía resulta en:

$$\frac{P_{01}}{\gamma} + z_1 \pm H_{1-2} = \frac{P_{02}}{\gamma} + z_2 \quad (1.8)$$



si la diferencia de cotas entre la entrada y la salida de la máquina se puede despreciar se tiene:

$$\frac{P_{01}}{\gamma} \pm H_{1-2} = \frac{P_{02}}{\gamma} \quad (1.9)$$

### 1.6 Aplicación a Turbomáquinas Hidráulicas Motoras (THM): Turbinas hidráulicas

La altura o energía por unidad de peso realmente extraída del fluido es

$$H_T = \frac{P_{01} - P_{02}}{\gamma} + z_1 - z_2 \quad (1.10)$$

y la potencia hidráulica extraída del fluido:

$$\dot{W}_{hid} = \gamma Q H_T \quad (1.11)$$

La potencia que el fluido comunica al rotor,  $\dot{W}_{rotor}$ , es menor que  $\dot{W}_{hid}$  en una cantidad igual a la potencia hidráulica perdida en irreversibilidades internas,  $\dot{W}_{phid}$ .

$$\dot{W}_{rotor} = \dot{W}_{hid} - \dot{W}_{phid} \quad (1.12)$$

Donde:

$$\dot{W}_{phid} = \gamma Q h_{fint} \quad (1.13)$$

Por lo tanto,

$$\dot{W}_{rotor} = \gamma Q H_{rotor} = \gamma Q (H_T - h_{fint}) \quad (1.14)$$

Donde:

$$H_{rotor} = H_T - h_{fint} \quad (1.15)$$

Se define el rendimiento hidráulico o interno de la turbina como:

$$\eta_i = \frac{\dot{W}_{rotor}}{\dot{W}_{hid}} = \frac{H_{rotor}}{H_T} \quad (1.16)$$

La Fig. 1.8 es un esquema de las diferentes potencias involucradas en la turbina, donde se puede apreciar que la potencia mecánica que sale por el eje de la turbina es menor que la potencia comunicada al rotor en una cantidad igual a la potencia mecánica perdida por el roce mecánico que ocurre por ejemplo en los rodamientos o cojinetes.

$$\dot{W}_{mec} = \dot{W}_{rotor} - \dot{W}_{pmec} \quad (1.17)$$

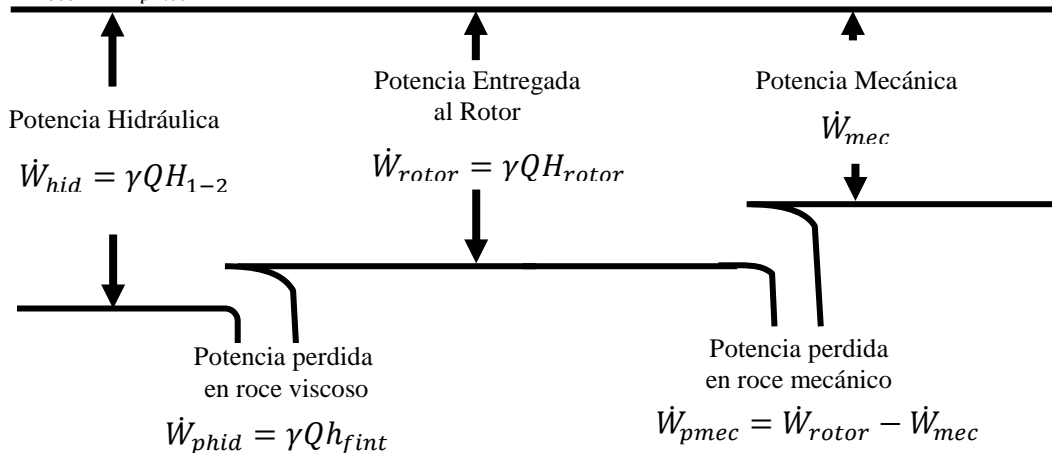


Figura 1.8 Esquema de potencias involucradas en la turbina

Se define el rendimiento mecánico de la turbina como:

$$\eta_{mec} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{rotor}} \quad (1.18)$$

El rendimiento total o global se define como:

$$\eta_T = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{hid}} \quad (1.19)$$

$$\eta_T = \frac{\dot{W}_{rotor}}{\dot{W}_{hid}} \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{rotor}} \quad (1.20)$$

$$\eta_T = \eta_i \eta_{mec} \quad (1.21)$$

### Ejemplo 1.1

Una turbina Francis tiene una altura disponible de 27.1 m. El gasto de la planta es de 28.7 m<sup>3</sup>/s. La potencia transmitida al generador es de 6720 KW y la eficiencia mecánica es de 98%. Calcular:

- La potencia perdida en la transmisión entre el rodete y el generador por causa de fricción mecánica.
- La potencia perdida internamente.
- La eficiencia interna y la eficiencia global.

Datos:

$$H_T = 27.1 \text{ m}$$

$$Q = 28.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\dot{W}_{mec} = 6720 \text{ KW}$$

$$\eta_{mec} = 98\%$$

- Potencia debido a perdidas mecánicas:

$$\dot{W}_{pmec} = \dot{W}_{rotor} - \dot{W}_{mec}$$

$$\dot{W}_{pmec} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\eta_{mec}} - \dot{W}_{mec} = \dot{W}_{mec} \left( \frac{1}{\eta_{mec}} - 1 \right)$$

$$\dot{W}_{pmec} = 6720 \text{ KW} \left( \frac{1}{0.98} - 1 \right) = 137.14 \text{ KW}$$

- Potencia perdida internamente

$$\dot{W}_{phid} = \dot{W}_{hid} - \dot{W}_{rotor}$$

$$\dot{W}_{hid} = \gamma Q H_T = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 28.7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 27.1 \text{ m}$$

$$\dot{W}_{hid} = 7629.92 \text{ KW}$$

$$\dot{W}_{rotor} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\eta_{mec}} = \frac{6720 \text{ KW}}{0.98} = 6857.14 \text{ KW}$$

$$\dot{W}_{phid} = 7629.92 \text{ KW} - 6857.14 \text{ KW} = 772.78 \text{ KW}$$

- Eficiencia interna

$$\eta_i = \frac{\dot{W}_{rotor}}{\dot{W}_{hid}} = \frac{6857.14 \text{ KW}}{7629.92 \text{ KW}} = 0.8987$$

$$\eta_i = 89.87 \%$$

Eficiencia global

$$\eta_T = \eta_i \eta_{mec} = 0.8987 \times 0.98 = 0.8807$$

$$\eta_T = 88.07\%$$

### 1.7 Aplicación global a Turbinas Hidráulicas

La aplicación de la ecuación de Bernoulli al esquema de la figura 1.9 incluyendo los conductos y accesorios que conducen y controlan el fluido desde el reservorio de aducción hasta la entrada a la máquina y desde la salida de la máquina hasta el reservorio de descarga resulta en:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 - H_T - h_{f1-2} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad (1.22)$$

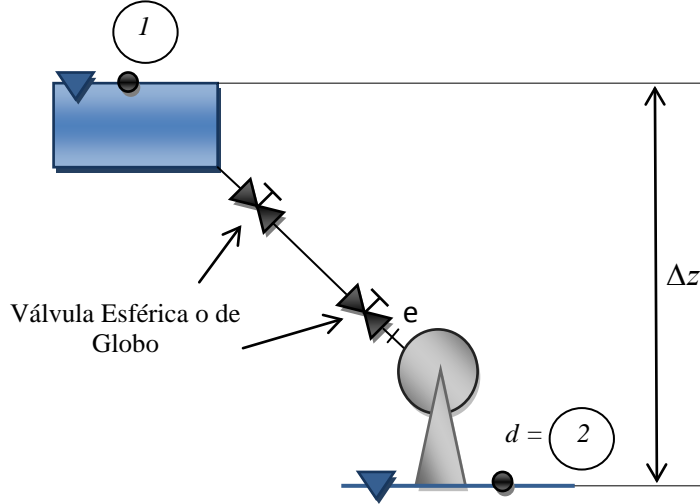


Figura 1.9. Esquema para la aplicación global de la ecuación de Bernoulli a THM.

El tubo de descarga de una turbina hidráulica actúa como un difusor para disminuir la velocidad del fluido en la descarga y recuperar así la energía cinética, transformándola a presión. Su comportamiento se incluye en la eficiencia interna de la turbina; es decir, forma parte integral de la máquina. Los depósitos siempre están abiertos a la atmósfera,  $P_1 = P_2 = P_{atm} = 0$  en unidades manométricas. Además, la velocidad del fluido sobre las superficies libres de los depósitos es muy baja y puede despreciarse  $V_1 \approx V_2 \approx 0$ .

Entonces:

$$H_T = \Delta z - h_{f1-2} \quad (1.23)$$

La altura disponible en el fluido para entregar a la turbina es igual al salto geodésico menos la altura de pérdidas que ocurren en la tubería forzada de aducción.

Para calcular las pérdidas primarias se usa la ecuación de Darcy-Weisbach

$$h_{fp} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1.24)$$

O en función del caudal:

$$h_{fp} = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q^2 \quad (1.25)$$

donde 'f' es el factor de fricción de Moody

Para las pérdidas secundarias se tienen dos métodos cálculo:

Método de Longitud Equivalente:

$$h_{fs} = f \left( \frac{\sum L_{eq}}{D} \right) \frac{V^2}{2g} \quad (1.26)$$

donde  $\sum L_{eq}$  es la sumatoria de las longitudes equivalentes de todos los accesorios instalados en la tubería.

También:

$$h_{fs} = K \frac{V^2}{2g} \quad (1.27)$$

Donde:

$$K = f \frac{L_{eq}}{D} \quad (1.28)$$

Es el coeficiente adimensional de pérdida de carga secundaria.

Usando el método de longitud equivalente, las pérdidas totales en la tubería forzada:

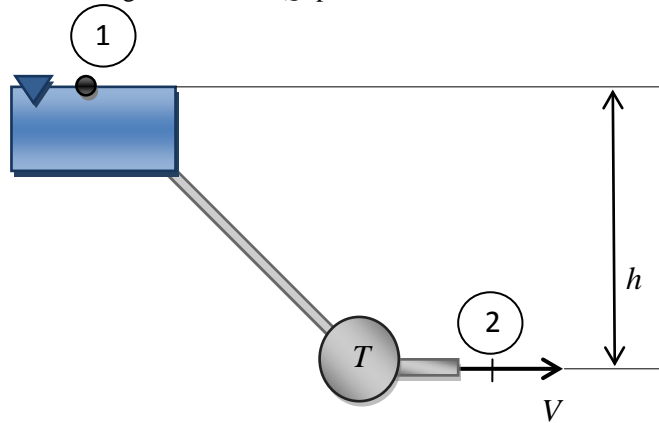
$$h_{f1-e} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + f \left( \frac{\sum L_{eq}}{D} \right) \frac{V^2}{2g} = f \frac{(L + \sum L_{eq})}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1.29)$$

O usando la formulación en caudal:

$$h_{f1-e} = \frac{8f(L + \sum L_{eq})}{g\pi^2 D^5} Q^2 \quad (1.30)$$

### Ejemplo 1.2

En la instalación de turbina anexa, las pérdidas totales por fricción en las tuberías se pueden expresar como  $K \left( \frac{V^2}{2g} \right)$  donde  $V$  es la velocidad del agua en la descarga. La sección transversal de flujo de la tubería es  $A$  y es constante a lo largo de la misma. Obtener una expresión en función del caudal de agua turbinado,  $Q$ , para:



- Altura de turbina,  $H_T$ .
- Potencia mecánica entregada por la turbina si esta tiene una eficiencia  $\eta_T$
- La condición para máxima potencia entregada por la turbina, suponiendo  $\Delta z$ ,  $K$  y  $\eta_T$  constantes y  $Q$  variable.

- Altura de la turbina

$$H_T = \Delta z - K \frac{V^2}{2g} = \Delta z - K \frac{Q^2}{2gA^2}$$

- Potencia mecánica con  $\eta_T$  conocida

$$\dot{W}_{hid} = \gamma Q H_T = \gamma Q \left( \Delta z - K \frac{Q^2}{2gA^2} \right)$$

$$\dot{W}_{mec} = \gamma Q \eta_T \left( \Delta z - K \frac{Q^2}{2gA^2} \right)$$

- Condición de caudal para obtener la máxima potencia mecánica

$$\frac{d\dot{W}_{mec}}{dQ} = \gamma \eta_T \Delta z - \frac{3\gamma \eta_T K Q^2}{2gA^2} = 0$$

$$Q^2 = \frac{2g\Delta z A^2}{3K}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2g\Delta z A^2}{3K}}$$

### Ejemplo 1.3

Una turbina hidráulica tipo Francis se coloca al final de una galería de presión que tiene 400 m de longitud y 1 m de diámetro interno, tubería de hormigón liso con  $\varepsilon = 0.04 \text{ mm}$ . La diferencia de cota entre la entrada de la turbina y la superficie libre en el embalse son 120 m. Considere que todas las pérdidas de carga de la galería de presión (tubería de suministro de agua colocada entre la entrada de la turbina y la presa) se pueden calcular con  $K \frac{V^2}{2g}$ , con  $K$  constante y  $V$  la velocidad media en la tubería. Siendo

$K = f \frac{L}{D}$ ; donde  $L$  es la longitud de la tubería de la galería de presión y  $D$  su diámetro interno. Si la eficiencia global de la turbina es  $\eta_T = 85\%$ . Para agua a  $20^\circ\text{C}$ , calcular:

- La potencia máxima que se puede obtener de dicha turbina
- Girando a 1200 rpm cual será el torque generado

Datos:

$$\text{Agua } 20^\circ\text{C } \rho = 998 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}; \nu = 1.01 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$L = 400 \text{ m}$$

$$D = 1 \text{ m}$$

$$\varepsilon = 0.04 \text{ mm}$$

$$\Delta z = 120 \text{ m}$$

$$h_{f1-2} = K \frac{V^2}{2g}$$

$$\text{Con } K = f \frac{L}{D}$$

$$\eta_T = 85\%$$

$$N = 1200 \text{ rpm}$$

- La condición de caudal para máxima potencia mecánica se muestra en el ejemplo anterior

$$Q = \sqrt{\frac{2g\Delta z A^2}{3K}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 120 \text{ m} \times \left(\frac{\pi \times 1}{4}\right)^2 \text{ m}^4}{3f \frac{400}{1}}}$$

Como no se conoce el número de Reynolds, el factor de fricción  $f$ , no puede calcularse debido a que no se conoce el caudal  $Q$ , una primera suposición para factor de fricción se toma en la región completamente rugosa del diagrama de Moody en función de la rugosidad relativa.

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.04 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0.00004 \text{ con este valor se obtiene } f = 0.01 \text{ (Ver Apéndice, resumen de ecuaciones)}$$

Sustituyendo este valor de  $f$  se obtiene una primera magnitud para el caudal

$$Q = 11 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Re_D = \frac{4Q}{\pi D \nu} = \frac{4 \times 11 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\pi \times 1 \text{ m} \times 1.01 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 1.4 \times 10^7$$

Con  $Re_D$  y  $\frac{\varepsilon}{D}$  se recalcula el valor de  $f$  en el diagrama de Moody y se obtiene:

$$f = 0.01 \text{ como no cambio el factor de fricción, el caudal manejado por la turbina será: } Q = 11 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

La potencia máxima se calcula usando la ecuación del ejemplo anterior con

$$K = 0.01 \times \frac{400 \text{ m}}{1 \text{ m}} = 4$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{mec} &= \gamma Q \eta_T \left( \Delta z - K \frac{Q^2}{2gA^2} \right) \\ &= 998 \times 9.81 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 11 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 0.85 \times \left( 120 \text{ m} - 4 \frac{11^2 \frac{\text{m}^6}{\text{s}^2}}{2 \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \left(\frac{\pi \times 1}{4}\right)^2 \text{ m}^2} \right) \end{aligned}$$

$$\dot{W}_{mec} = 7323991.59 \text{ W} = 7.32 \text{ MW}$$

- Torque generado

$$\dot{W}_{mec} = \omega T$$

$$T = \frac{\dot{W}_{mec}}{\omega} = \frac{7323991.59 \text{ W}}{1200 \times \frac{\pi}{30}} = 58282.47 \text{ Nm}$$

#### Ejemplo 1.4

Una turbina hidráulica con una eficiencia global de 85% y eficiencia mecánica 95% genera una potencia mecánica de 16 MW. La tubería forzada tiene una longitud de 2 Km, un diámetro de 24 pulg (DI=DN) y es de concreto ( $\varepsilon = 0.15 \text{ mm}$ ). La turbina maneja un caudal de  $4 \text{ m}^3/\text{s}$ . Calcule: a) La diferencia de cota que aprovecha la turbina, b) La eficiencia hidráulica del sistema que transporta el agua a la turbina, c) El esquema de potencias.

Datos:

$$\text{Agua } 20^\circ\text{C } \rho = 998 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}; \nu = 1.01 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\eta_T = 85\%$$

$$\eta_{mec} = 95\%$$

$$\dot{W}_{mec} = 16 \text{ MW}$$

$$L = 2000 \text{ m}$$

$$D = 24 \text{ pulg} = 0.6096 \text{ m}$$

$$\varepsilon = 0.15 \text{ mm}$$

$$Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$$

a) Diferencia de cota

$$H_T = \Delta z - h_{f1-2}$$

Se requiere calcular primero la altura de la turbina  $H_T$  y las pérdidas en la tubería forzada

$$\dot{W}_{hid} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\eta_T} = \frac{16 \text{ MW}}{0.85} = 18.82 \text{ MW}$$

$$\dot{W}_{hid} = \gamma Q H_T \rightarrow H_T = \frac{\dot{W}_{hid}}{\gamma Q} = \frac{18.82 \times 10^6 \text{ W}}{998 \times 9.81 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 4 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 480.57 \text{ m}$$

Pérdidas en la tubería forzada

$$h_{f1-2} = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q^2$$

$$Re_D = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4 \times 4 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\pi \times 0.6096 \text{ m} \times 1.01 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 8.3 \times 10^6$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.15 \text{ mm}}{609.6 \text{ mm}} = 0.00025$$

Con  $Re_D$  y  $\frac{\varepsilon}{D}$  se calcula el valor de  $f$  en el diagrama de Moody y se obtiene:

$$f = 0.014$$

$$h_{f1-2} = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q^2 = \frac{8 \times 0.014 \times 2000 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \pi^2 \times 0.6096^5 \text{ m}^5} 4^2 \frac{\text{m}^6}{\text{s}^2} = 439.72 \text{ m}$$

$$\Delta z = H_T + h_{f1-2} = 480.57 \text{ m} + 439.72 \text{ m} = 920.29 \text{ m}$$

b) Eficiencia hidráulica del sistema de transporte

$$\eta_{SH} = \frac{\Delta z - h_{f1-2}}{\Delta z} = \frac{920.29 \text{ m} - 439.72 \text{ m}}{920.29 \text{ m}} = 0.5222$$

$$\eta_{SH} = 52.22\%$$

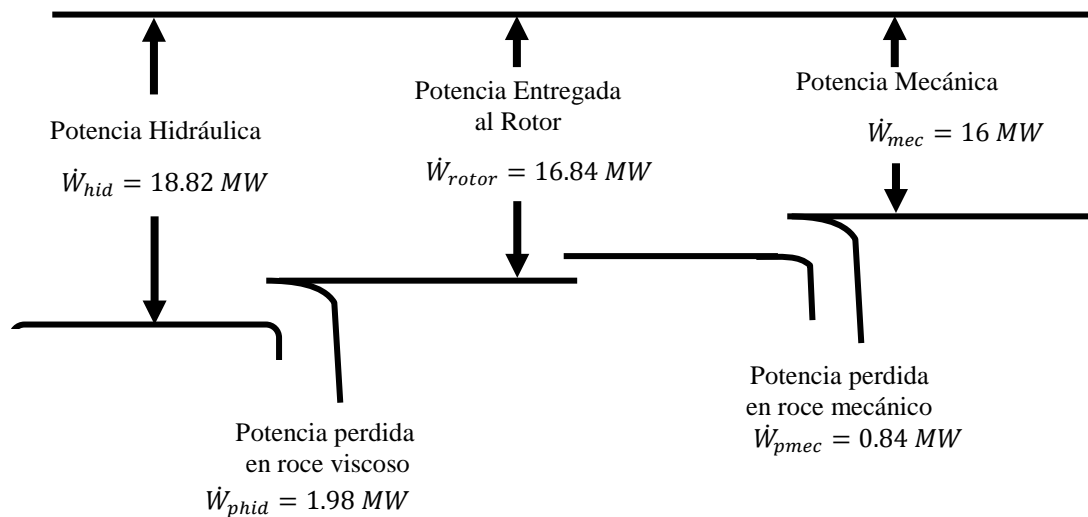
c) Esquema de potencias

A continuación se presentan los cálculos de las potencias que faltan para presentar el esquema:

$$\dot{W}_{rotor} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\eta_{mec}} = \frac{16 \text{ MW}}{0.95} = 16.84 \text{ MW}$$

$$\dot{W}_{phid} = \gamma Q h_{fint} = \dot{W}_{hid} - \dot{W}_{rotor} = 18.82 \text{ MW} - 16.84 \text{ MW} = 1.98 \text{ MW}$$

$$\dot{W}_{pmec} = \dot{W}_{rotor} - \dot{W}_{mec} = 16.84 \text{ MW} - 16 \text{ MW} = 0.84 \text{ MW}$$



### 1.8 Problemas

1.1 Una turbina aprovecha un salto geodésico de 1000 m y un caudal de 1 m<sup>3</sup>/s. Si el rendimiento del sistema hidráulico que suministra el agua a la turbina es de 75%, calcule la potencia hidráulica de la turbina. Si la eficiencia global es 80% calcule la potencia mecánica. Densidad del agua 998 Kg/m<sup>3</sup>.

1.2 Una turbina hidráulica con una eficiencia global de 85%, y eficiencia mecánica de 95% genera una potencia mecánica de 16 MW. La tubería forzada tiene una longitud de 2 Km y un diámetro de 24 pulg y es de concreto ( $\varepsilon=0.15\text{ mm}$ ). La turbina maneja un caudal de 4 m<sup>3</sup>/s. Calcule: a) **La máxima diferencia de cota** requerida, b) **la eficiencia hidráulica del sistema**, c) **El esquema de potencias de la turbina con sus respectivos valores**.

1.3 Estime la longitud total de la tubería forzada del sistema hidráulico de suministro de agua (Eficiencia de 78.5% ) hacia una turbina que funciona con un caudal de 2.2 m<sup>3</sup>/s con tubería rugosa ( $\varepsilon=0.1\text{ mm}$ ) y diámetro 24 pulg ( $DN=DI$ ). El salto geodésico es 600 m. Calcule la potencia hidráulica del sistema, la potencia debido a pérdidas por irreversibilidades internas del la turbina y la potencia mecánica si esta tiene una eficiencia global de 85% con una eficiencia mecánica aproximada de 98%.

1.4 Una turbina hidráulica tipo Francis se coloca al final de una galería de presión que tiene 400 m de longitud y 1 m de diámetro interno. La diferencia de cota entre la entrada de la turbina y la superficie libre en el embalse son 120 m. Considere que todas las pérdidas de carga de la galería de presión (tubería de suministro de agua colocada entre la entrada de la turbina y la presa) se pueden calcular como  $K \frac{V^2}{2g}$  ( $K$  es constante y  $V$  la velocidad media de la tubería). Siendo  $K = f \frac{L}{D}$  ( $f$  es el coeficiente de fricción de la tubería,  $L$  la longitud de la tubería y  $D$  el diámetro interno de la tubería). El valor de  $f$  en este caso se determina con la ecuación de Blasius,  $f = \frac{0.316}{(Re_D)^{1/4}}$  Siendo  $Re_D$  el valor del número de Reynolds de la tubería de presión. Considere la viscosidad cinemática del agua igual a  $1 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ . Si la eficiencia global de la turbina es de 85%.

Calcular:

- La potencia máxima que se puede obtener de dicha turbina
- Girando a 1200 RPM cual será el torque generado.

1.5 La Central Hidroeléctrica de Santo Domingo tiene una diferencia de cota geodésica de 950 m. Si se construye una galería (tubería) de concreto de 2 m de diámetro interno con una longitud de 5000 m. Determine:

- La Altura disponible para la turbina
- La potencia mecánica que se puede obtener si el rendimiento global de la turbina es 80 %.
- Si las pérdidas de carga del sistema se pueden calcular por medio de la ecuación  $K \frac{V^2}{2g}$  que valor tiene la constante  $K$ .
- ¿Cuál sería el rendimiento del sistema de alimentación de la turbina?
- Que potencia se obtendría si en lugar de una tubería de 2 m de diámetro se utiliza una tubería de 3 m de diámetro y cuál o cuáles serían las condiciones que definen la utilización de una u otra tubería.

1.6 La represa de Santo Domingo tiene una cota sobre el nivel del mar de 1500 m.s.n.m. La tobera de descarga a la turbina Pelton tiene un diámetro de 15 cm y se encuentra a 600 m.s.n.m. La tubería que une la presa con la casa de turbinas tiene una inclinación constante en todo su recorrido de 60° respecto a la horizontal y tiene un diámetro interno de 2 m. Si consideramos la tubería como tubería lisa. Calcular:

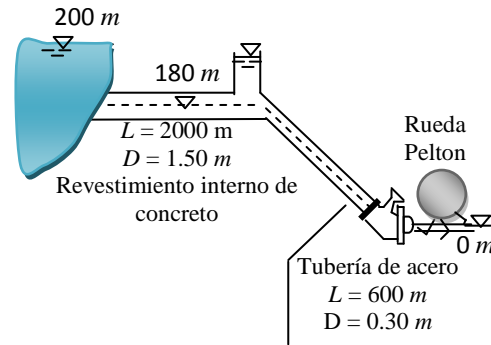
- La presión estática a la mitad de la tubería.
- La potencia que se podría obtener si el rendimiento global de la turbina es de 85%.
- El rendimiento del sistema de suministro de agua a la turbina,

1.7 La válvula de descarga produce una pérdida evaluada con  $0.1Vs^2/2g$  donde  $Vs$  es la velocidad del chorro descargado, cuyo diámetro es de 0.10 m. Calcular:

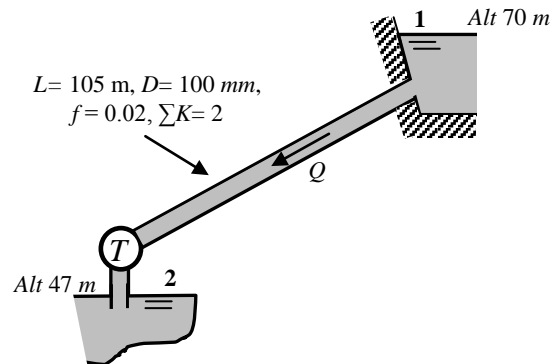
El gasto descargado

El nivel del agua en el pozo de oscilación

La potencia del sistema en KW



1.8 La propietaria de un terreno construyó un depósito elevado de agua a una altura de 70 m. El tanque de descarga está a una altura de 47 m. La longitud total de tubería a utilizar es de 105 m con un diámetro de 100 mm, El coeficiente de fricción estimado es de 0.02, y la sumatoria de  $\sum K=2$  por pérdidas secundarias. Use la condición de potencia máxima respecto al caudal para estimar el flujo volumétrico disponible. ¿Qué potencia de fluido se espera suministrar a la turbina?





## **Capítulo 2**

### **Análisis Dimensional de Turbinas Hidráulicas. Leyes de semejanza**

- 2.1 Introducción.
- 2.2 Parámetros dimensionales importantes para las turbinas hidráulicas.
- 2.3 Aplicación de los números PI a las turbinas hidráulicas
  - 2.3.1 Similitud.
  - 2.3.2 Parámetros simplificados.
- 2.4 Diámetro óptimo o económico de la tubería.
- 2.5 Curvas de funcionamiento para turbinas
- 2.6 Velocidad específica  $n_{sT}$ ,  $n_{sT,US}$
- 2.7 Velocidad específica  $ns$  y diámetro específico  $ds$
- 2.8 Velocidad específica de succión,  $S$ .
- 2.9 Problemas.

## Capítulo 2

### Análisis Dimensional de Turbinas Hidráulicas

#### 2.1. Introducción.

El estudio de las turbomáquinas no puede resolverse sólo mediante métodos analíticos, su desarrollo depende en gran medida de resultados experimentales. El trabajo experimental en el laboratorio consume tiempo y es caro. Un objetivo evidente es obtener la mayor información posible de unos cuantos experimentos. El análisis dimensional es una herramienta que ayuda a alcanzar este objetivo. Cuando la prueba experimental de un prototipo real de una turbina de tamaño natural es imposible o prohibitivamente costosa, la prueba de modelos en el laboratorio es la única manera factible de atacar el problema. Para poder predecir el comportamiento del prototipo a partir de mediciones en el modelo, el flujo del modelo y el del prototipo deben relacionarse mediante leyes de escalamiento conocidas. Las turbomáquinas dependen de parámetros geométricos y de flujo, el Teorema Pi o Teorema de Buckingham es el procedimiento formal mediante el cual el grupo de variables que gobierna alguna situación física se reduce a un número menor de grupos adimensionales. El empleo del Teorema Pi de Buckingham permite desarrollar rápida y fácilmente los importantes parámetros adimensionales de las turbomáquinas, aplicables a turbinas hidráulicas.

#### 2.2 Parámetros dimensionales importantes para las turbinas hidráulicas.

Las turbinas hidráulicas trabajan siempre con agua que se obtiene directamente de un río o de un embalse o represamiento de agua. Se definen los grupos adimensionales (grupos Pi) para turbinas de manera similar a las bombas y ventiladores, los cuales en conjunto conforman las turbomáquinas hidráulicas. Sin considerar el número de Reynolds y los efectos de la rugosidad, se trata con las siguientes variables dimensionales:

##### a) Variables relativas a la máquina.

$Q$  = Caudal de fluido manejado la turbina.

$gH_T$  = la gravedad multiplicada por la carga hidrostática neta o simplemente altura de la turbina, que es la energía por unidad de peso intercambiada con el fluido. En el caso de una turbina hidráulica,  $H_T$  es la altura aprovechada del fluido que se utiliza para calcular la **potencia máxima** o potencia hidráulica. Para todas las turbomáquinas hidráulicas es la altura que se obtiene al aplicar la ecuación de Bernoulli. La altura de la turbina sería la diferencia entre la altura total o global ( $H_{total} = \Delta z$ ) menos las pérdidas en el sistema conformado por la tubería forzada o canal de toma.

$D$  = Diámetro del rodete.

$N$  = RPM de la máquina.

$\dot{W}_{mec}$  = Potencia mecánica en el eje, también conocida como potencia al freno. Es la **potencia mínima** que se puede aprovechar en el eje de la máquina.

$\eta$  = Eficiencia total de la máquina, adimensional. Para una turbina hidráulica en que la potencia mínima es la potencia mecánica, la eficiencia se obtiene de la relación potencia mecánica entre potencia hidráulica.

##### b) Variables relativas al fluido.

$\rho$  = Densidad del fluido.

Aplicando el teorema Pi de Buckingham se obtienen los parámetros adimensionales para turbinas hidráulicas:

Relación funcional adimensional:

$$\frac{gH_T}{N^2 D^2}, \eta, \frac{Q}{ND^3} = f \left[ \frac{\dot{W}_{mec}}{\rho N^3 D^5} \right]$$

La potencia hidráulica es:

$$\dot{W}_{hid} = \rho g Q H_T \quad (2.1)$$

$$\eta = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{hid}} \quad (2.2)$$

Por lo tanto,

$$\dot{W}_{mec} = \eta \rho g Q H_T \quad \text{Dividiendo todo por } \rho N^3 D^5$$

$$\frac{\dot{W}_{mec}}{\rho N^3 D^5} = \eta \frac{\rho g Q H_T}{\rho N^3 D^5} \rightarrow \hat{P} = \eta \frac{Q}{ND^3} \frac{gH}{N^2 D^2}$$

Así se obtiene la relación funcional adimensional para turbinas hidráulicas:

$$\hat{P} = \eta \phi \psi \quad (2.3)$$

#### 2.3 Aplicación de los números PI a las turbinas hidráulicas

**2.3.1. Similitud.-** Cuando la prueba experimental de un prototipo de turbomáquina de tamaño natural no es posible, debido a que la experimentación resulta extremadamente costosa, la prueba sobre un modelo en el laboratorio sobre el cual se puedan realizar experimentos de bajo costo es la única manera de atacar el problema. Si se va a predecir el comportamiento del prototipo a partir de mediciones en el modelo, es obvio que no se puede efectuar cualquier prueba sobre cualquier modelo. Las condiciones de operación de las dos máquinas de diferente tamaño (modelo y prototipo) deben ser tales que los Números Pi tengan el mismo

valor, a pesar de los valores individuales de las variables que intervienen, entonces se obtienen condiciones físicas exactamente similares en cada una de ellas. La similitud física completa implica:

- Similitud Geométrica. Requiere que el modelo y el prototipo sean de la misma forma y que las relaciones de dimensiones lineales sean las mismas en todas partes mediante un factor de escala constante.
- Similitud cinemática. Significa que las velocidades en puntos correspondientes están en la misma dirección y que las relaciones de velocidad son las mismas; relacionadas en magnitud mediante un factor de escala constante, es decir, los triángulos de velocidades de las condiciones de flujo son similares.
- Similitud dinámica. Significa que las relaciones de las diferentes fuerzas son las mismas en todas partes mediante un factor de escala constante. Dos flujos deben poseer tanto similitud geométrica como cinemática para ser similares dinámicamente, en ese caso, los datos medidos en un flujo de modelo pueden relacionarse cuantitativamente con las condiciones de flujo del prototipo.

A menudo no es posible obtener la similitud completa cuando intervienen varios números  $\pi$  en el proceso, debido a que un cambio en la escala lineal requiere de una relación exacta de escala entre otras variables, que no siempre puede ser satisfecha. Tal problema se presenta a menudo en turbomáquinas hidráulicas para satisfacer el número de Reynolds. Para alcanzar la similitud dinámica entre modelo y prototipo geoméricamente similares, debemos duplicar al menos tres de los grupos adimensionales obtenidos mediante el Teorema Pi de Buckingham para turbomáquinas hidráulicas, parámetros  $\phi, \psi, \hat{P}$ .

En un problema de similitud la relación de escala entre prototipo y modelo  $\lambda = \frac{D_p}{D_m}$  (relación entre los diámetros de los rotores de prototipo y modelo) es siempre diferente de uno.

Se debe cumplir  $\phi_p = \phi_m, \quad \psi_p = \psi_m, \quad \hat{P}_p = \hat{P}_m$

$$\frac{Q_p}{N_p D_p^3} = \frac{Q_m}{N_m D_m^3} \quad (2.4)$$

$$\frac{H_p}{N_p^2 D_p^2} = \frac{H_m}{N_m^2 D_m^2} \quad (2.5)$$

$$\frac{\dot{W}_{mecp}}{\rho_p N_p^3 D_p^5} = \frac{\dot{W}_{mecm}}{\rho_m N_m^3 D_m^5} \quad (2.6)$$

Se usa el subíndice 'p' para representar los datos o incógnitas del prototipo y el subíndice 'm' para el modelo. Si el modelo y el prototipo trabajan con el mismo fluido, se puede simplificar la densidad en la igualación de los coeficientes de potencia.

No es posible satisfacer todos los criterios cuando se realizan pruebas de modelo de turbinas, porque el número de Reynolds que puede lograrse en este tipo de pruebas es por lo común mucho menos grande que el del prototipo, y las superficies de modelo tienen rugosidad y la distancia entre las puntas de aspas y la carcasa relativos más grandes. Cuando el prototipo a escala es considerablemente más grande que el modelo, el rendimiento del prototipo es por lo general mejor. Existen ecuaciones empíricas para considerar el incremento de eficiencia entre un modelo pequeño y un prototipo más grande. Moody en 1926, recomendó una de esas ecuaciones y puede usarse como primera corrección, considerando que en la práctica los ingenieros encuentran un incremento real de eficiencia de dos tercios del incremento que expresa la ecuación de Moody.

Ecuación de Moody de (1ra corrección) para eficiencia de turbinas:

$$\eta_{TP} = \left[ 1 - (1 - \eta_{Tm}) \left( \frac{1}{\lambda} \right)^{1/5} \right] \quad (2.7a)$$

Considerando el factor de dos tercios se calcula la segunda corrección.

Con  $\eta_{TP}$  la eficiencia del prototipo más grande y  $\eta_{Tm}$  del modelo más pequeño y  $\lambda = \frac{D_p}{D_m}$  la relación de escala.

Usando la ecuación empírica de Moody para estimar la eficiencia de modelo más pequeño a partir de la eficiencia de prototipo considerablemente más grande se tiene:

$$\eta_{Tm} = 1 - (1 - \eta_{TP}) \lambda^{1/5} \quad (2.7b)$$

**2.3.2 Parámetros simplificados.** Si los efectos de viscosidad; es decir, del número de Reynolds son secundarios como generalmente es el caso, se puede obtener información muy importante para una misma máquina trabajando con el mismo fluido, aplicando solamente los coeficientes de caudal, altura y potencia.

Para una misma máquina que trabaja con un fluido específico, el diámetro  $D$  es constante, entonces  $\lambda = \frac{D_p}{D_m} = 1$ , también la densidad  $\rho$  es constante, así los grupos adimensionales se simplifican. Con estas restricciones existe entonces una relación simple entre las rpm de la máquina y las demás variables.

Se usa el subíndice '1' para representar los parámetros que son datos o incógnitas de la máquina en una condición de operación específica (o simplemente parámetros de funcionamiento 1), y se usa el subíndice '2' para representar los parámetros que son datos o incógnitas de la misma máquina después de haber variado algún parámetro de las condiciones de funcionamiento 1, obteniéndose así, nuevos parámetros de funcionamiento de la máquina (o simplemente parámetros de funcionamiento 2).

Se debe cumplir  $\phi_1 = \phi_2$ ,  $\psi_1 = \psi_2$ ,  $\hat{P}_1 = \hat{P}_2$

$$\frac{Q_1}{N_1} = \frac{Q_2}{N_2} \quad (2.8)$$

$$\frac{H_1}{N_1^2} = \frac{H_2}{N_2^2} \quad (2.9)$$

$$\frac{\dot{W}_{mec1}}{N_1^3} = \frac{\dot{W}_{mec2}}{N_2^3} \quad (2.10)$$

### Ejemplo 2.1

Se requiere una turbina hidráulica para trabajar a 30000 *Hp* bajo una altura de 125 *pies*, 80 *RPM* y con una eficiencia estimada igual a 88%. Un modelo de esta turbina se quiere experimentar en un laboratorio que permite potencias de 50 *Hp* y alturas de 20 *pies*. ¿Cuál será la velocidad de rotación del modelo, la razón de escala y el caudal?

Datos:

Tabla 2.1. Datos con similitud

Variable	Prototipo	Modelo
$\dot{W}_{mec}$	30000 <i>Hp</i>	50 <i>Hp</i>
$H_T$	125 <i>pies</i>	20 <i>pies</i>
$N$	80 <i>RPM</i>	?
$\lambda$	?	
$Q$		?
$\eta_T$	88%	

Combinando el coeficiente de altura y de potencia, se puede eliminar la relación de diámetros:

$$\frac{g H_p}{N_p^2 D_p^2} = \frac{g H_m}{N_m^2 D_m^2} \Rightarrow \frac{D_p}{D_m} = \left( \frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} \left( \frac{N_m}{N_p} \right)$$

$$\frac{\dot{W}_{mecp}}{N_p^3 D_p^5} = \frac{\dot{W}_{mecm}}{N_m^3 D_m^5} \Rightarrow \frac{D_p}{D_m} = \left( \frac{\dot{W}_{mecp}}{\dot{W}_{mecm}} \right)^{1/5} \left( \frac{N_m}{N_p} \right)^{3/5}$$

- a) Velocidad de rotación del modelo

Combinando las ecuaciones anteriores para eliminar la relación de diámetros se tiene:

$$N_m = N_p \left( \frac{H_m}{H_p} \right)^{5/4} \left( \frac{\dot{W}_{mecp}}{\dot{W}_{mecm}} \right)^{1/2}$$

$$N_m = 80 \left( \frac{20}{125} \right)^{5/4} \left( \frac{30000}{50} \right)^{1/2}$$

$$N_m = 198 \text{ RPM}$$

- b) Razón de escala

$$\frac{D_p}{D_m} = \left( \frac{125}{20} \right)^{1/2} \left( \frac{198}{80} \right)$$

$$\frac{D_p}{D_m} = 6.19$$

- c) Caudal del modelo

Se calcula primero el caudal del prototipo

$$\dot{W}_{hidp} = \frac{\dot{W}_{mecp}}{\eta_{Tp}}$$

$$\begin{aligned}\dot{W}_{hidp} &= \frac{30000Hp \frac{746 W}{1Hp}}{0.88} = 25431818.18 W \\ Q_p &= \frac{\dot{W}_{hid}}{\gamma H_{Tp}} \\ Q_p &= \frac{25431818.18 W}{998 \frac{Kg}{m^3} \times 9.81 \frac{m}{s^2} \times 125 pies \frac{0.3048 m}{1 pie}} \\ Q_p &= 68.18 \frac{m^3}{s} = 2407.73 \frac{pies^3}{s} \\ \frac{Q_m}{N_m D_m^3} &= \frac{Q_p}{N_p D_p^3} \\ Q_m &= Q_p \frac{N_m}{N_p} \frac{1}{\lambda^3} \\ Q_m &= 68.18 \frac{m^3}{s} \left( \frac{198}{80} \right) \frac{1}{6.19^3} \\ Q_m &= 0.71 \frac{m^3}{s} = 25.13 \frac{pies^3}{s}\end{aligned}$$

**Ejemplo 2.2**

Se va a diseñar una turbina hidráulica para producir 27 MW a 94 RPM, La eficiencia hidráulica del sistema de transporte de agua a la turbina es 75%. La turbina aprovecha una diferencia de altura geodésica de 22 m. Para chequear el diseño se construye un modelo que produce 37.5 KW bajo una altura de 4.9 m. Calcular:

- Las RPM del modelo
  - La razón de escala
- Con una eficiencia del modelo de 88%, calcular:
- El gasto a través del modelo
  - El gasto a través del prototipo

Tabla 2.2. Datos con similitud

Variable	Prototipo	Modelo
$\dot{W}_{mec}$	27 MW	37.5 KW
$H_T$		4.9 m
$N$	94 RPM	?
$\lambda$		?
$\eta_T$		88%
$Q$	?	?

Combinando el coeficiente de potencia y de altura, se puede eliminar la relación de diámetros.

$$\begin{aligned}\left[ \frac{P_{mp}}{\rho_p N_p^3 D_p^5} \right] &= \left[ \frac{P_{mm}}{\rho_m N_m^3 D_m^5} \right] \Rightarrow \frac{D_p}{D_m} = \left( \frac{P_{mp} \rho_m N_m^3}{P_{mm} \rho_p N_p^3} \right)^{\frac{1}{5}} \\ \frac{g H_p}{N_p^2 D_p^2} &= \frac{g H_m}{N_m^2 D_m^2} \Rightarrow \frac{D_p}{D_m} = \left[ \frac{H_p}{H_m} \left( \frac{N_m}{N_p} \right)^2 \right]^{1/2}\end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$N_m = N_p \frac{\left( \frac{P_{mp}}{P_{mm}} \right)^{1/2}}{\left( \frac{H_p}{H_m} \right)^{5/4}}$$

La altura del prototipo la podemos calcular usando la eficiencia hidráulica del sistema de transporte de agua a la turbina

$$\begin{aligned}\eta_{SH} &= \frac{H_p}{\Delta z} \\ H_p &= 0.75 \times 22 \\ H_p &= 16.5 m\end{aligned}$$

- Régimen de revoluciones

$$N_m = 94 \frac{\left(\frac{27000}{37.5}\right)^{1/2}}{\left(\frac{16.5}{4.9}\right)^{5/4}} \Rightarrow N_m = 553.0 \text{ RPM}$$

b) Razón de escala

$$\frac{D_p}{D_m} = \left[ \frac{16.5}{4.9} \left( \frac{553.0}{93.7} \right)^2 \right]^{1/2} \Rightarrow \frac{D_p}{D_m} = 10.83$$

$$\eta_m = \frac{P_{mec}}{P_{hid}} \Rightarrow \gamma Q_m H_m = \frac{P_{mec_m}}{\eta_m}$$

c) Gasto del modelo

$$Q_m = \frac{P_{mec_m}}{\eta_m \gamma H_m} = \frac{37.5 \times 1000 W}{0.88 \times 1000 \frac{kgf}{m^3} \times 9.81 \frac{New}{kgf} \times 4.9 m} = 0.8865 \frac{m^3}{s} = 886.5 \text{ l/s}$$

e) Gasto del prototipo

$$\frac{Q_p}{N_p D_p^3} = \frac{Q_m}{N_m D_m^3}$$

$$Q_p = Q_m \frac{N_p}{N_m} (D_p / D_m)^3$$

$$Q_p = 886.5 \frac{94}{553} (10.83)^3 = 191410.97 \text{ l/s}$$

## 2.4 Diámetro óptimo o económico de la tubería.

En un sistema, el diámetro óptimo o económico de la tubería es aquel para el cual la suma de los costos de instalación, mantenimiento y operación es mínima.

Un criterio más sencillo consiste en especificar la velocidad más económica en la tubería, de acuerdo a los datos de Richter que se indican en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Velocidad media económica en tuberías,  $m/s$

Tuberías en instalaciones hidroeléctricas con turbinas	
Con inclinación y diámetro pequeño	2.0 a 4.0
Con inclinación y diámetro grande	3.6 a 8.0
Horizontales y gran longitud	1.0 a 3.0

### 2.5 Curvas de funcionamiento para turbinas.

Las curvas de funcionamiento para turbinas se obtienen experimentalmente en un banco de pruebas como el que se muestra esquemáticamente en la figura 2.1. Usualmente se experimenta sobre el modelo debido al gran tamaño del prototipo. Los fabricantes publican dos tipos de curvas para presentar al usuario el rango de funcionamiento de sus productos: curvas elementales dimensionales (figura 2.2) y curvas completas dimensionales o diagramas de concha (figura 2.3).

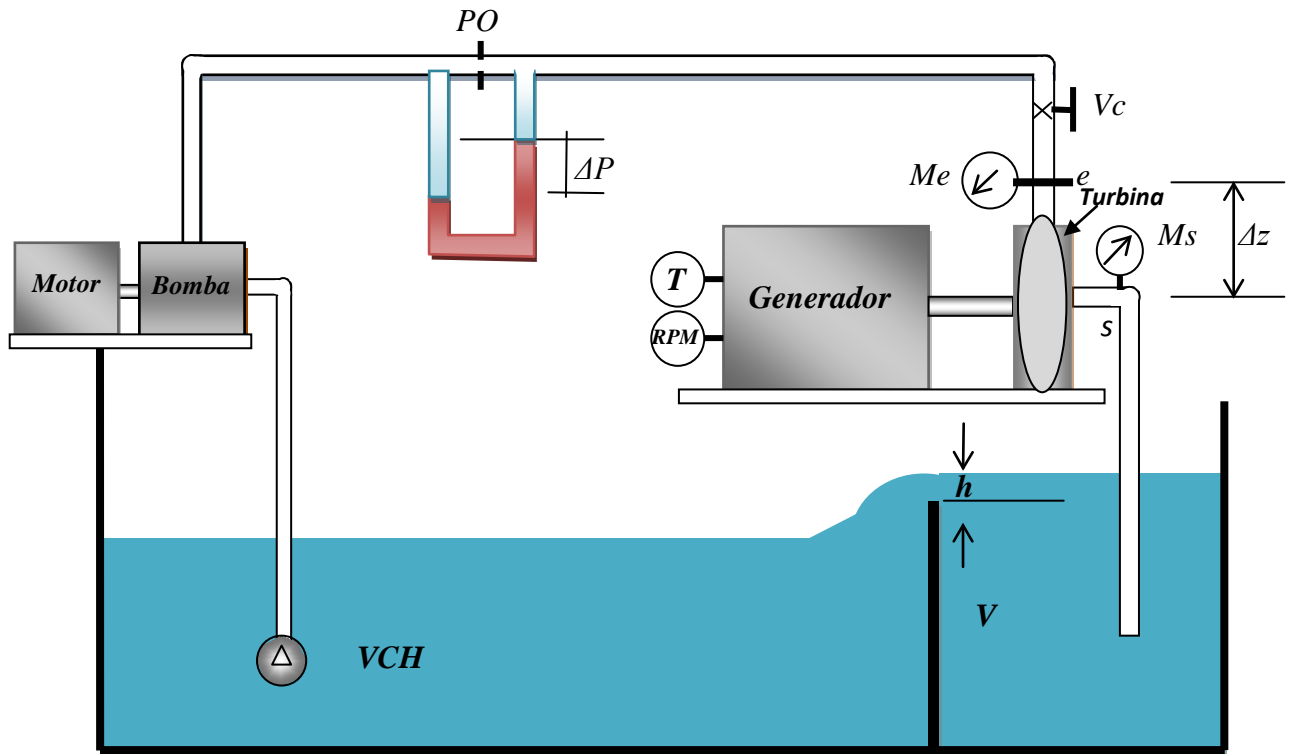


Figura 2.1 Esquema de un banco de prueba para Turbinas Hidráulicas.

#### Accesorios de control de flujo:

VCH = Válvula Check.

#### Instrumentación:

Me = Manómetro de entrada.

PO = Placa orificio.

V = Vertedero.

#### Equipo:

Motor = motor de corriente directa,  
Bomba.

Vc = Válvula de compuerta,

Ms = Manómetro de salida.

T = Torquímetro.

RPM = Tacómetro.

Turbina

Generador

Ecuaciones de Cálculo:

$$H = \frac{P_e - P_s}{\gamma} + \frac{V_e^2 - V_s^2}{2g} + (ze - zs) \quad (2.11)$$

$Q = f(\Delta P \text{ en PO ó 'h' en el Vertedero según curvas de calibración})$

$$P_m = \frac{T \pi N}{30} \quad (2.12)$$

$$\eta = \frac{P_m}{P_{hid}} = \frac{P_m}{\gamma Q H} \quad (2.13)$$

## a) Curvas elementales dimensionales.

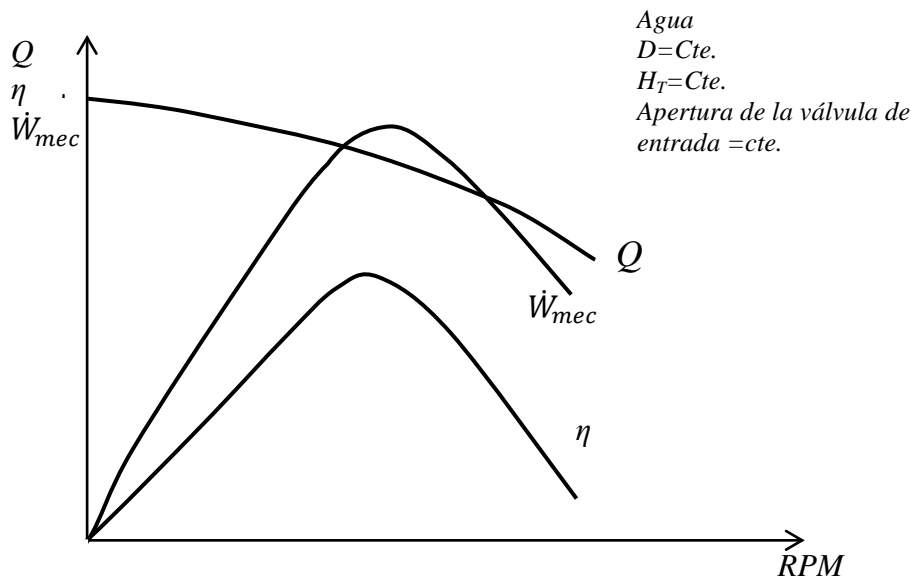


Figura 2.2 Curvas elementales dimensionales para turbinas

## b) Curvas completas dimensionales

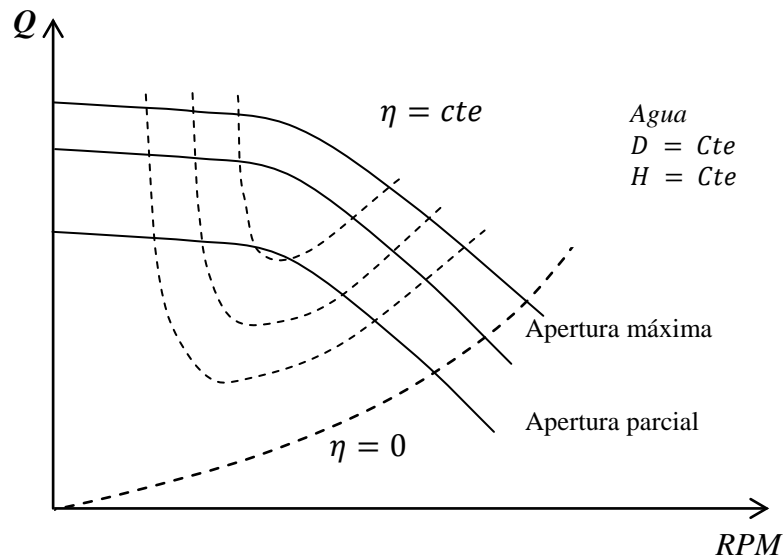


Figura 2.3. Curvas completas dimensionales para turbinas

Para un régimen de revoluciones constante, si se desea mantener el ángulo de entrada de la velocidad absoluta al rotor  $\alpha_2$  apropiado, el álabe guía o álabe direccionador se ajusta a medida que el caudal cambia. En funcionamiento normal una turbina opera bajo una carga  $H_T$  casi constante, así que las características de desempeño son diferentes con respecto a las bombas. Para una turbina que opera bajo una carga constante, las cantidades importantes son las *variaciones de la descarga* o *caudal*, el *régimen de revoluciones* y la *eficiencia*. Las interrelaciones de los tres parámetros se muestran en la curva de la figura 2.4. Observe la disminución en el caudal a medida que la velocidad aumenta con un ajuste de álabes guía dados. La eficiencia se reduce por los mecanismos siguientes: (1) pérdidas de carga por fricción y pérdidas de carga en el tubo de aspiración; (2) separación por falta de coincidencia entre el ángulo de entrada del flujo y el ángulo de las aspas; (3) necesidad de alcanzar cierta velocidad de la turbina antes de obtener una salida de potencia útil; y (4) pérdidas mecánicas atribuidas a cojinetes, sellos y demás.



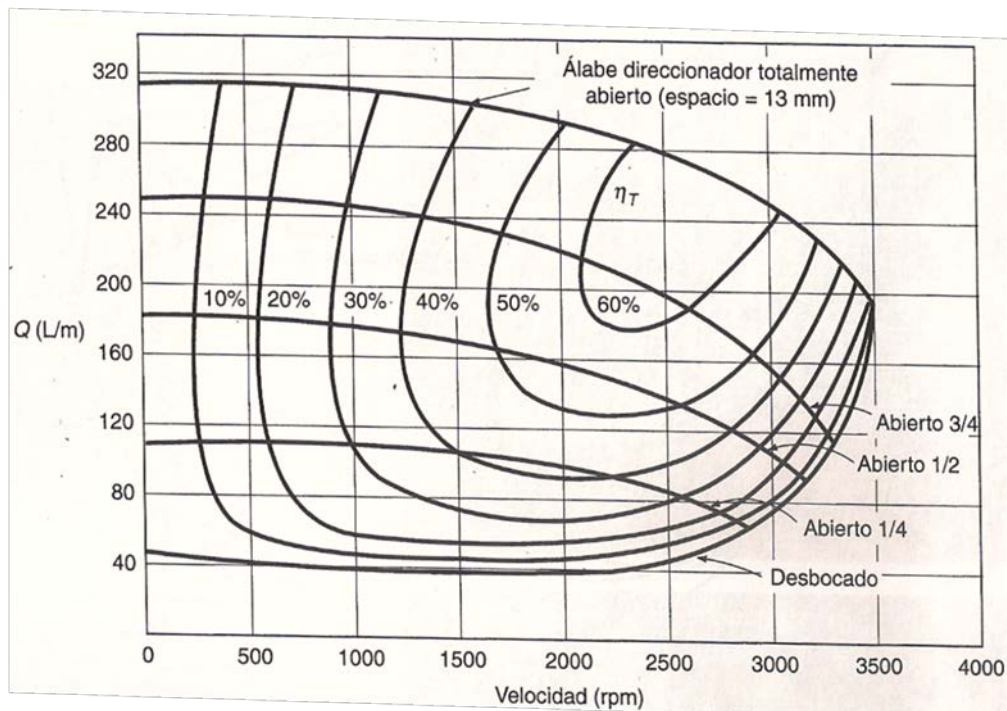


Figura 2.4 Curvas completas dimensionales para una turbina Francis modelo:  $D = 82.5 \text{ mm}$ ,  $H_T = 15 \text{ m}$ . (Cortesía de Gilbert Gilkes and Gordon, Ltd.)

En la figura 2.5 se muestra una curva de rendimiento adimensional representativa de una turbina Francis. La velocidad y la carga se mantienen constantes, y los álabes direccionadores se ajustan automáticamente a medida que el caudal varía, a fin de lograr una eficiencia máxima.

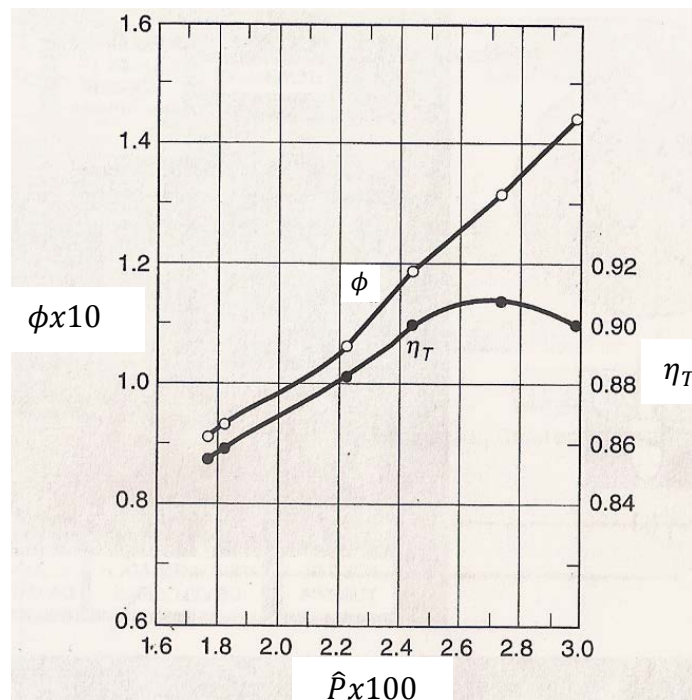


Figura 2.5 Curva de desempeño para una turbina Francis:  $D = 1000 \text{ mm}$ ,  $\omega = 37.7 \text{ rad/s}$ ,  $n_{sT} = 1.06$ ,  $\psi = 0.23$ . (Datos cortesía de Gilbert Gilkes and Gordon, Ltd)

## 2.6 Velocidad específica $n_{sT}$

Es posible correlacionar una turbomáquina de una familia dada con un número adimensional que caracteriza su operación en condiciones óptimas. Ese número se denomina velocidad específica. Para una turbina, la velocidad específica  $n_{sT}$ , es un parámetro adimensional asociado a una familia dada de turbinas que operan con eficiencia máxima,  $N$ ,  $H_T$ , y  $\dot{W}_{mec}$  conocidos. El diámetro  $D$  se elimina y la velocidad específica para turbinas se define con  $\hat{P}$  (coeficiente de potencia) que es el parámetro adimensional independiente en vez de  $\phi$  (coeficiente de flujo).

$$n_{sT} = \frac{N\pi (\dot{W}_{mec}/\rho)^{1/2}}{30 (gH_T)^{5/4}} \quad (2.14)$$

La velocidad específica de turbina se llama también velocidad específica de potencia. Aunque  $n_{sT}$  es por definición un parámetro adimensional, en Estados Unidos los ingenieros están acostumbrados a usar unidades incongruentes que transforman a  $n_{sT}$  en una cantidad adimensional problemática. Se usa la velocidad rotacional en revoluciones por minuto ( $RPM$ ), la potencia mecánica ( $\dot{W}_{mec}$ ) en unidades de caballos de fuerza y la carga ( $H$ ) en unidades de pies. Además, pasan por alto la constante gravitacional  $g$  y la densidad ( $\rho$ ) en la definición de  $n_{sT}$  (se supone que la turbina trabaja en la tierra y que el fluido de trabajo es agua). Se define:

Velocidad específica de la turbina, en unidades usuales de EUA:

$$N_{sT,US} = N, RPM \frac{(\dot{W}_{mec,HP})^{1/2}}{(H_T, pies)^{5/4}} \quad (2.15)$$

Cuando se transforma de manera apropiada, el factor de conversión es  $n_{sT} = 0.023 N_{sT,US}$  o  $N_{sT,US} = 43.50 n_{sT}$

Como ya se ha estudiado hay dos tipos de turbinas. La turbina de reacción utiliza tanto la energía de flujo como la energía cinética del líquido; la conversión de energía ocurre en un espacio cerrado a presiones mayores que la atmosférica. Las turbinas de reacción pueden subdividirse, según la carga disponible, en turbinas Francis o de hélice. La turbina de impulso (o de acción) requiere que la energía de flujo del líquido se convierta en energía cinética por medio de una tobera antes de que el líquido choque con la rueda; la energía adopta la forma de un chorro de alta velocidad a presión atmosférica o casi atmosférica. Las turbinas pueden clasificarse según la velocidad específica, como se muestra en la figura 2.6.

Desde el punto de vista técnico la velocidad específica de la turbina se podría aplicar a cualquier condición de operación, sin embargo, lo correcto es definir la velocidad específica de la turbina sólo en el punto de mejor eficiencia de la turbina. El resultado es un solo número que identifica a la turbina y es útil para la selección preliminar de la turbina.

Como se grafica en la figura 2.6, las turbinas de impulsión tienen un rendimiento óptimo para  $n_{sT}$  cercano a 0.15, mientras que las turbinas Francis y Kaplan funcionan mejor a  $n_{sT}$  cercano a 1 y 2.5, respectivamente. Si  $n_{sT}$  es menor que 0.3 una turbina de impulsión es la mejor elección. Si  $n_{sT}$  está entre 0.3 y 2, una turbina Francis es la mejor elección. Cuando  $n_{sT}$  es mayor que dos, debe emplearse una turbina Kaplan.

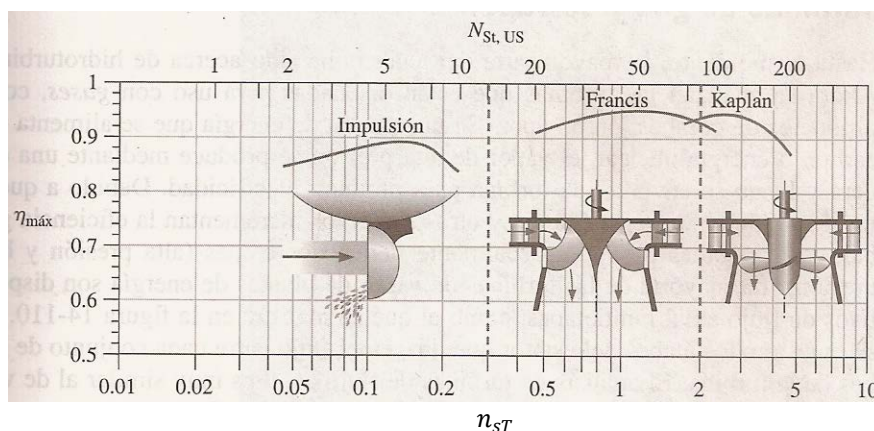


Figura 2.6 Eficiencia máxima como función de la velocidad específica de turbina para tres tipos principales de turbina dinámica.

La figura 2.7 ilustra los intervalos de aplicación de diversas turbinas hidráulicas. Se emplean unidades de bomba /turbina reversibles en instalaciones hidroeléctricas de bombeo/almacenamiento. Se bombea agua de un depósito más bajo a uno más alto durante períodos de baja demanda para las plantas eléctricas convencionales. Después el agua se libera del depósito superior y las bombas se hacen girar en reversa para generar potencia durante períodos de alta demanda de energía eléctrica.

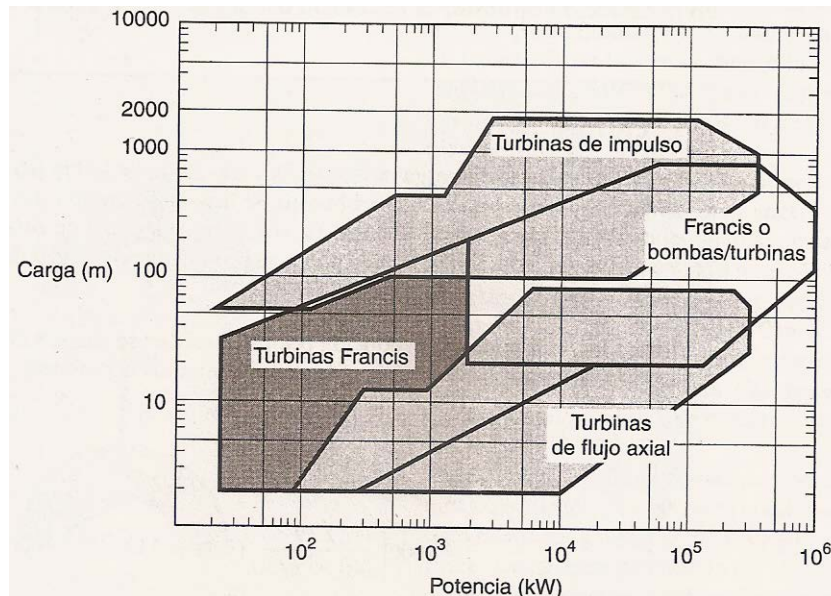


Figura 2.7 Intervalos de aplicación para turbinas hidráulicas

## 2.7 Velocidad específica y Diámetro Específico $ns$ , $ds$ .

Al igual que para las bombas, para turbinas también se define la velocidad específica como un parámetro adimensional importante que se obtiene al combinar el coeficiente de caudal y el coeficiente de altura para eliminar el diámetro del rotor en el punto de mayor eficiencia:

$$ns = \frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}} = \frac{N\pi}{30} \frac{Q^{1/2}}{(gH_T)^{3/4}} \quad (2.16)$$

En la práctica, se elimina la gravedad  $g$  de la ecuación, y se usa la velocidad de rotación en revoluciones por minuto  $RPM$ , por lo que pierde su carácter adimensional. Con el caudal  $Q$  en  $\text{pie}^3/\text{s}$  y  $H_T$  en pies, se transforma en  $Ns$  dimensional. La relación entre el  $ns$  adimensional y el  $Ns$  dimensional es:  $Ns=128.8ns$ .

El diámetro específico es un parámetro adimensional importante que se obtiene al combinar el coeficiente de caudal y el coeficiente de altura para eliminar las  $RPM$  de la maquina:

$$ds = \frac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}} = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}} \quad (2.17)$$

En la práctica, se elimina por conveniencia la gravedad  $g$ , por lo que pierde su carácter adimensional. Con el diámetro en pies, el caudal  $Q$  en  $\text{pie}^3/\text{s}$  y  $H_T$  en pies, se transforma en  $Ds$  dimensional. La relación entre el  $ds$  adimensional y el  $Ds$  dimensional es:  $Ds=0.42ds$ .

El diámetro específico relaciona el diámetro del rotor con los valores de  $Q$  y  $H$  en el punto de máxima eficiencia de la característica  $H - Q$ ; por lo tanto,  $ds$ , al igual que  $ns$ , permite escoger la  $TH$  más eficiente para realizar ciertas condiciones de trabajo.

En conclusión, si se grafica  $ds$  en función de  $ns$ , se obtiene una mejor idea de la configuración del impulsor y de la eficiencia aproximada de la turbomáquina. La figura 2.8 permite predecir el tipo de turbina que mejor se adapta a una aplicación determinada

y estimar al mismo tiempo la eficiencia que podría esperarse y el tamaño aproximado del rotor, gráfica basada en la experiencia con máquinas diseñadas y fabricadas con las últimas tecnologías disponibles.

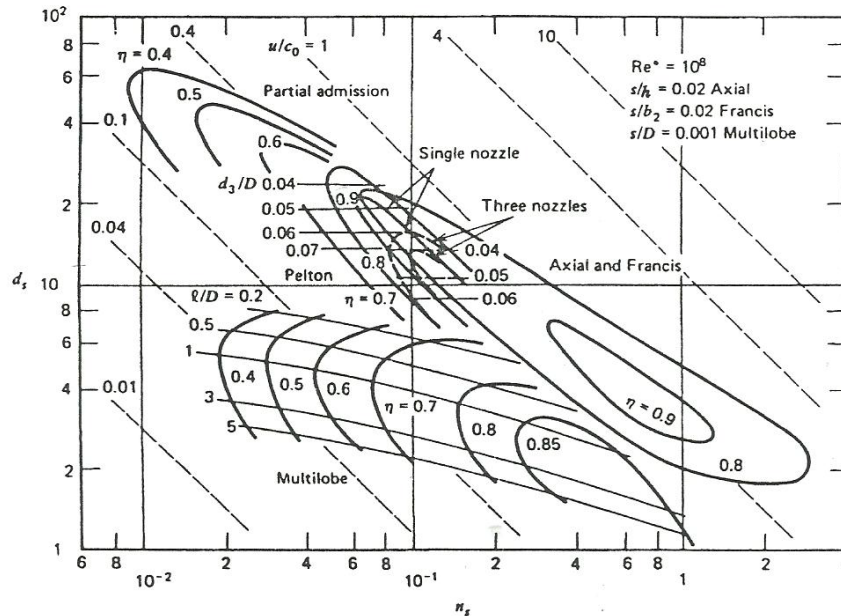


Figura 2.8 Gráfica  $ds$  vs  $ns$  para selección o diseño preliminar de turbinas hidráulicas, para  $Re \geq 1 \times 10^8$ . Se usa la definición para la velocidad específica dada por la ecuación 2.16 y para el diámetro específico la ecuación 2.17.

### Ejemplo 2.3

La planta hidroeléctrica General José Antonio Páez ubicada en Venezuela dispone de una altura de 990 m y de un caudal por máquina de 6.5 m<sup>3</sup>/s. De acuerdo a las características del generador, la turbina debe rotar a 380 RPM. Se desea conocer el tipo de turbina y el diámetro aproximado de la misma.

Para entrar en la Fig. 2.8 se debe calcular  $ns$  adimensional:

$$ns = \frac{380 \pi (6.5)^{1/2}}{30 (9.81 \times 990)^{3/4}} = 0.1037$$

Con  $ns = 0.1037$  se puede observar en la figura 2.6 que la turbina es del tipo Pelton con tres toberas y que se puede esperar una eficiencia de 90% con un diámetro específico  $ds = 14$ . Por lo tanto, el diámetro del rotor es:

$$D = \frac{14 (6.5)^{1/2}}{(9.81 \times 990)^{1/4}} = 3.6 \text{ m}$$

## 2.8 Velocidad específica de succión, $S$ .

Se usa para prevenir cavitación en la máquina. La cavitación se refiere a condiciones en ciertos puntos dentro de la turbomaquinaria donde la presión local cae hasta la presión de vapor del líquido; el resultado es la formación de cavidades llenas de vapor. Al ser transportadas estas cavidades a través de la turbomáquina hacia regiones de mayor presión, se colapsan rápidamente, generando presiones localizadas extremadamente altas. Las burbujas que colapsan cerca de fronteras sólidas pueden debilitar la superficie sólida, y después de ciclos de colapso repetidos puede haber erosión y fatiga de la superficie. Los indicios de cavitación incluyen ruido, vibraciones, una erosión rápida o deterioro en las paredes de la carcasa y rotor por picaduras y una caída brusca en la altura manométrica y el caudal, por lo tanto el rendimiento disminuye. En la turbinas de reacción, las regiones más susceptibles a dañarse son las que están un poco más allá de las zonas de baja presión en el lado de atrás de los impulsores.

El criterio de control de la cavitación es la  $NPSH$  (Net Positive Suction Head) que es la carga disponible a la entrada de la bomba o a la salida del rotor de la turbina, entrada al tubo de desfogue para evitar la cavitación o evaporación del líquido. La salida del rotor, entrada al tubo de desfogue de la turbina de reacción, es la región donde la presión es más baja y donde puede aparecer antes la cavitación.

Consideremos una turbina que opera como se muestra en la figura 2.9. El punto 0 está en la superficie del líquido en el reservorio de descarga, y el punto 3 es el punto de presión mínima dentro de la turbina a la salida del impulsor. Si escribimos la ecuación de



energía del punto 3 al punto 0. Se toman presiones absolutas y el datum en el punto donde se calcula la NPSH, es decir, el punto 3, se obtiene:

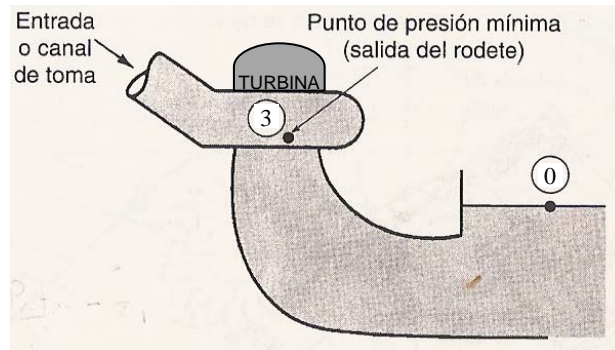


Figura 2.9 Consideraciones de cavitación entre la salida del rotor de la turbina y el nivel del reservorio de descarga

$$\frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} - h_{f3-0} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - z_0$$

$$\frac{V_3^2}{2g} = \frac{P_{atm} - P_3}{\gamma} - z_0 + h_{f3-0} \quad (2.18)$$

Donde  $h_{f3-0}$  es la pérdida entre 3 y 0, y la energía cinética en 0 se supone insignificante. **La presión mínima permisible en el punto 3 es la presión de vapor  $P_v$ .** Si sustituimos esto en la expresión, se puede decir que **el miembro izquierdo de la ecuación (2.18) representa la carga de energía cinética máxima que puede haber en el punto 3 cuando la cavitación es inminente**, ecuación (2.19). Entonces la carga neta de succión positiva NPSH, por sus siglas en inglés (net positive Suction head) se define así:

$$NPSH = \frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} - z_0 + h_{f3-0} \quad (2.19)$$

O simplemente:

$$NPSH = H + Ha - Hv \quad (2.20)$$

Dónde:

$H$  = altura de líquido en la brida de succión de una bomba o en la descarga del rotor de una turbina y entrada al tubo de desfogue en términos de presión manométrica.

$$H = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} = -z_0 + h_{f3-0} \quad (2.21)$$

Donde  $P_3$  y  $V_3$  son la presión y velocidad a la salida del rotor o entrada al tubo de desfogue. La presión estática  $P_3$  debe expresarse en unidades manométricas y se ha tomado como datum el punto donde se calcula la NPSH; por lo tanto,  $z = 0$  en (3).

$Ha$  = presión atmosférica local transformada a altura de líquido =  $\frac{P_{atm}}{\gamma}$

$Hv$  = presión de vapor o de saturación del líquido correspondiente a la temperatura de trabajo y transformada a altura de líquido =  $\frac{P_{sat}}{\gamma}$

**La velocidad específica de succión** se define como:

$$S = \frac{\omega Q^{1/2}}{(g NPSH)^{3/4}} = \frac{N \pi Q^{1/2}}{30 (g NPSH)^{3/4}} \quad (2.22)$$

$$NPSH = [m]; \quad Q = \left[ \frac{m^3}{s} \right]; \quad \omega = \left[ \frac{rad}{s} \right]; \quad N = [rpm]; \quad g = 9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

Empíricamente se ha demostrado que la cavitación ocurre cuando:

$$S \geq 3.96 \text{ para turbinas} \quad \text{y} \quad S \geq 2.95 \text{ para bombas}$$

Cuando **no se tiene la curva de NPSH**, se puede usar el valor empírico de  $S=3.96$  para calcular un valor mínimo de  $NPSH$ . Este valor se puede usar para estimar la máxima altura  $h$  del tubo troncocónico o tubo de desfogue, el cual deberá reducirse para evitar cavitación obteniendo así un valor de  $S < 3.96$ .

La ecuación 2.19 se puede dividir entre la altura de la turbina para dar:

$$\sigma = \frac{\frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} - z_0 + h_{f3-0}}{H_T} = \frac{NPSH}{H_T} \quad (2.23)$$

Donde  $\sigma$  es el **número de cavitación**. Este parámetro también se emplea para establecer criterios de diseño en lo tocante a la cavitación. **Se determina experimentalmente un número de cavitación crítico, que indica que la cavitación es inminente.** Entonces **para que no haya cavitación,  $\sigma$  debe ser mayor que el número de cavitación crítico.** El número de cavitación está en una forma adimensional, que es preferible a la forma dimensional de la  $NPSH$ .

El número de cavitación se usa comúnmente para caracterizar el comportamiento de cavitación de una turbina. En la figura 2.10 se muestra una gráfica representativa del número de cavitación contra la eficiencia de la turbina, que el fabricante de la turbina obtiene experimentalmente. Con este tipo de curva es posible establecer procedimientos operativos relacionados con los ajustes a los niveles de elevación aguas arriba y abajo, y además determinar los niveles admisibles del número de cavitación.

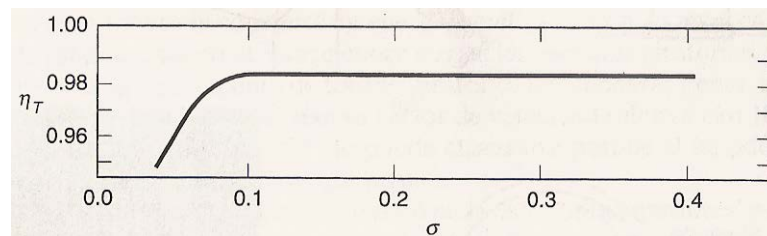


Figura 2.10 Curva de número de cavitación representativa (Cortesía de Voith Hydro, Inc.)

#### Ejemplo 2.4

Estimar la altura máxima del tubo troncocónico de descarga de una turbina Francis para evitar la ocurrencia de cavitación a la salida de la turbina. La  $ns$  de la turbina es igual a 1 y trabaja bajo una altura de 40 m. La presión atmosférica del lugar es de 9.8 m. c. a. y la temperatura ambiente es de 21°C. Las pérdidas en el tubo troncocónico se estiman en un 5% de la longitud del tubo.

Datos:

$$ns = 1$$

$$H_T = 40 \text{ m}$$

$$P_{atm} = 9.8 \text{ m. c. a.}$$

Agua a 21°C

$$h_{f3-0} = 0.05h$$

$$ns = \frac{\pi N (Q)^{1/2}}{30(g H_t)^{3/4}} \quad S = \frac{\pi N Q^{1/2}}{30 (g H_s)^{3/4}} \quad \frac{ns}{S} = \left( \frac{H_s}{H_t} \right)^{3/4}$$

Se puede usar el valor empírico de  $S=3.96$  para calcular un valor mínimo de  $NPSH$ . Este valor se puede usar para estimar la máxima altura  $h$  del tubo troncocónico o tubo de desfogue de la descarga de la turbina, la cual se deberá reducir según un factor de seguridad para asegurar un valor de velocidad específica inferior a 3.96 y evitar la cavitación.

$$H_s = H_T \left( \frac{ns}{S} \right)^{4/3} = 40 \left( \frac{1}{3.96} \right)^{4/3} = 6.38 \text{ m}$$

$$H_a = 9.8 \text{ m}; \quad H_v = 0.26 \text{ m}$$

$$H = H_s - H_a + H_v$$

$$H = 6.38 - 9.8 + 0.26 = -3.16$$

$$\frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} - h_{f3-0} = \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} - h$$

$$\frac{P_0}{\gamma} = 0; \quad \frac{V_0^2}{2g} = 0$$

$$\frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} = H$$

$$h = -H + h_{f3-0} = -H + 0.05h$$

$$h = \frac{3.16}{0.95} = 3.33 \text{ m}$$

La altura del tubo troncocónico de descarga debe ser menor que 3.33 m para evitar la ocurrencia de cavitación.

Si tomamos  $h = 3 \text{ m}$

$$H = -3 + 0.05 \times 3 = -2.85 \text{ m}$$

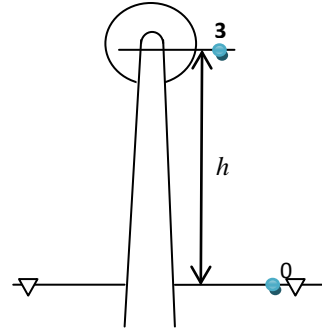
$$H_s = H + H_a - H_v = -2.85 + 9.8 - 0.26$$

$$H_s = 6.69 \text{ m}$$

$$\frac{ns}{S} = \left(\frac{H_s}{H_T}\right)^{3/4} \rightarrow S = ns \left(\frac{H_T}{H_s}\right)^{3/4}$$

$$S = 1 \left(\frac{40}{6.69}\right)^{3/4} = 3.82$$

Como  $S < 3.96$  no ocurre cavitación



### Ejemplo 2.5

Se cuenta con una descarga de  $2100 \text{ m}^3/\text{s}$  y una carga de  $113 \text{ m}$  para un esquema hidroeléctrico de bombeo-almacenamiento propuesto. Se instalarán bombas/turbinas Francis reversibles; en el modo de operación de turbina,  $n_{sT} = 2.19$ , la velocidad de rotación es de  $240 \text{ RPM}$  y la eficiencia es del  $80\%$ . Determine la potencia producida por cada unidad y el número de unidades requeridas.

De la ecuación para la velocidad específica de la turbina se despeja la potencia mecánica:

$$n_{sT} = \frac{N\pi (\dot{W}_{mec}/\rho)^{1/2}}{30 (gH_T)^{5/4}}$$

$$\dot{W}_{mec} = \rho \left[ \frac{n_{sT}}{\frac{N\pi}{30}} (gH_T)^{5/4} \right]^2 = 1000 \left[ \frac{2.19}{\frac{240 \times \pi}{30}} (9.81 \times 113)^{5/4} \right]^2 = 3.11 \times 10^8 \text{ W}$$

Usando la definición para la eficiencia global de la turbina:

$$\eta_T = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{hid}} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\gamma Q H_T}$$

Despejando el caudal:

$$Q = \frac{\dot{W}_{mec}}{\gamma H_T \eta_T} = \frac{3.11 \times 10^8}{9800 \times 113 \times 0.8} = 351 \text{ m}^3/\text{s}$$

El número de unidades que se requieren es igual a la descarga disponible dividida entre la descarga por cada unidad, o sea  $2100/351=5.98$ . Por lo tanto se necesitan seis unidades.

## 2.9 Problemas

2.1 Una turbina Francis modelo a escala 1/5 genera 3 KW a 360 RPM bajo una carga de 1.8 m. Calcule la velocidad y potencia de la turbina a escala normal si opera bajo una carga de 5.8 m. Suponga que ambas unidades operan con eficiencia máxima.

2.2 Se diseña una turbina para una represa hidroeléctrica. En vez de partir desde cero, los ingenieros deciden adaptar geoméricamente una turbina diseñada con anterioridad que tiene excelente historia de rendimiento. La turbina existente o modelo tiene un diámetro de 2.05 m y gira a 120 RPM. En su punto de mejor eficiencia, el flujo volumétrico es  $350 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 75.0 m de agua y potencia mecánica 242 MW. La nueva turbina es para una instalación más grande. Su generador girará a la misma velocidad de 120 RPM, pero su carga hidrostática neta será mayor e igual a 104.0 m. Calcule para la nueva turbina: el diámetro de modo que funcione con mayor eficiencia y el caudal, la potencia mecánica y la eficiencia. Calcule y compare la velocidad específica de las turbinas modelo y prototipo.

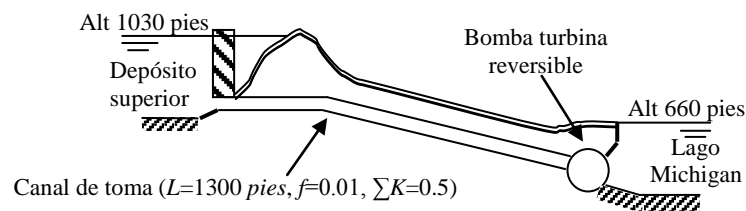
2.3 Se va a construir un modelo para estudiar el desempeño de una turbina cuyo rodete tiene un diámetro de 1 m, una salida máxima de 2200 KW bajo una carga de 50 m y una velocidad de 240 RPM. Determine el diámetro del rodete del modelo y su velocidad si la potencia correspondiente del modelo es de 9 KW y la carga es de 7.6 m.

2.4 Una instalación hidroeléctrica tiene disponible  $H_T = 80 \text{ m}$  y  $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$ . Se propone usar una turbina Francis con las características operativas en eficiencia máxima que se muestran en la figura 2.5. Determine la velocidad y el diámetro que debe tener la máquina.

2.5 Se necesita una turbina de agua que opere a 420 RPM bajo una carga neta de 3 m, una descarga de  $0.312 \text{ m}^3/\text{s}$  y con una eficiencia de 0.9. Se realizarán pruebas con un modelo a escala de 1/6 que opera a 2000 RPM utilizando agua. Para la turbina modelo determine la carga, la razón de flujo, la potencia producida y la eficiencia esperada.

2.6 Una instalación de turbina de reacción por lo regular incluye un tubo de aspiración (figura 2.7) cuya función es convertir energía cinética del fluido que sale del rotor en energía de flujo. Considere una turbina que opera con  $85 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $H_T = 31.8 \text{ m}$ . El radio del tubo de aspiración en la salida del rotor es de 2.5 m y el diámetro al final del tubo es de 5 m. Las pérdidas en el tubo de aspiración son insignificantes. Para agua a  $20^\circ\text{C}$  calcule la presión en la salida del rotor si en la figura 2.7,  $h = z_3 - z_0 = 2.5 \text{ m}$ . Calcule el valor permisible de  $h$  si el número de cavitación permisible es  $\sigma = 0.14$ .

2.7 El sistema de almacenamiento bombeado Ludington (ver figura) en la costa oriente del lago Michigan consiste en seis canales de toma que suministran una descarga combinada de  $73530 \text{ pie}^3/\text{s}$  en el modo de operación de generación de potencia. Cada turbina genera 427300 HP con una eficiencia de 0.85. ¿Qué diámetro deben tener los canales de toma para que el sistema opere en las condiciones de diseño? Clasifique el tipo de turbina utilizado.



2.8 Una turbina Francis de la misma familia que la representada en la figura 2.5 opera a una velocidad de 480 RPM bajo una carga de 9.5 m, Determine el diámetro del rodete, la descarga y la potencia generada si la turbina opera con máxima eficiencia.

2.9 La carga disponible desde el nivel del depósito  $\Delta z$  hasta las cuatro toberas de una rueda Pelton con ruedas gemelas es de 305 m. La longitud de la tubería de alimentación, o canal de toma, es de 3 Km con un factor de fricción de 0.02 y  $\Sigma K=2.0$ . La turbina genera 10.4 MW con una eficiencia de 0.85. Si la carga a través de la turbina es el 95% de la carga disponible ¿Qué diámetro tiene

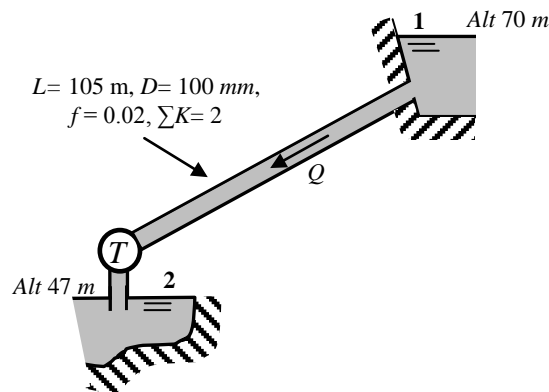


el canal de toma? Si la velocidad de cada chorro se calcula con la ecuación  $V_j = C_v \sqrt{2gH_T}$  con  $C_v = 0.98$ , calcule el diámetro de cada chorro.

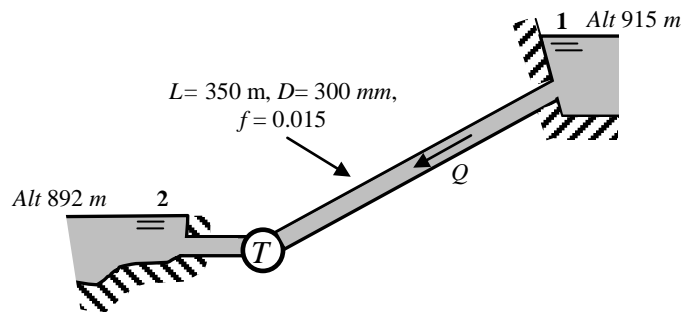
2.10 En un proyecto hidroeléctrico de baja carga, se cuenta con  $282 \text{ m}^3/\text{s}$  de agua bajo una carga de  $3.7 \text{ m}$ . Se propone usar turbinas Francis con velocidad específica de 2.42, para las que la velocidad de rotación es de  $50 \text{ RPM}$ . Determine el número de unidades requeridas y la potencia que generará cada máquina. Suponga una eficiencia de 0.9.

Repita su cálculo si se emplean turbinas de hélice en lugar de unidades Francis. Suponga una velocidad específica de 4.15 y una eficiencia de 0.9.

2.11 La propietaria de un terreno construyó un depósito elevado de agua a una altura de  $70 \text{ m}$ . El tanque de descarga está a una altura de  $47 \text{ m}$ . La longitud total de tubería a utilizar es de  $105 \text{ m}$  con un diámetro de  $100 \text{ mm}$ . El coeficiente de fricción estimado es de  $0.02$ , y la sumatoria de  $\sum K=2$  por pérdidas secundarias. Ella estima que cuenta con  $1200 \text{ L/min}$ . ¿Qué potencia de fluido se espera suministrar a la turbina? Si se instalara una turbina similar a aquella cuyas características se muestran en la figura 2.5, calcule la velocidad y el tamaño requeridos para esta instalación. Estime la eficiencia y ¿Qué potencia alimentará el generador?



2.12 Un diseño propuesto para un proyecto hidroeléctrico se basa en una descarga de  $0.25 \text{ m}^3/\text{s}$  a través de un canal de toma y la turbina que se muestra en la figura. Puede suponerse un factor de fricción constante de  $f = 0.015$ , y las pérdidas menores son insignificantes. Determine la potencia hidráulica en kilowatts que se puede esperar de la instalación. Suponiendo que la eficiencia de la turbina es de 0.85, demuestre que el tipo de máquina que debe instalarse es una turbina Francis si la velocidad de rotación deseada es de  $1200 \text{ RPM}$ . Estime el tamaño de la turbina.



# **Capítulo 3**

## **Fluidodinámica de las Turbomáquinas**

- 3. Introducción.
- 3.1 Turbinas de reacción
- 3.2 Triángulos de velocidades en el rotor
- 3.3 Ecuación de cantidad de movimiento angular
- 3.4 Triángulos de velocidades en Turbinas hidráulicas radiales y mixtas
- 3.5 Triángulos de velocidades en Turbinas hidráulicas axiales
- 3.6 Aplicación de la ecuación de Euler a turbinas hidráulicas.
- 3.7 Ecuación de Euler en términos energéticos
- 3.8 Grado de reacción
- 3.9 Coeficiente de utilización
- 3.10 Triángulos de velocidades de turbinas de acción: Turbina Pelton
- 3.11. Problemas.

### Capítulo 3

#### Fluidodinámica de las Turbinas Hidráulicas

#### 3. Introducción.

Las turbinas hidráulicas son turbomáquinas que permiten la transferencia de energía del agua a un rotor provisto de álabes, mientras el flujo pasa a través de éstos. Para lograr la interacción más eficiente posible con el fluido de trabajo, el estudio requiere el diseño hidrodinámico del rotor que es el órgano intercambiador de energía. Los triángulos de velocidades representan las condiciones del flujo y determinan bajo el principio de conservación de momento angular, el intercambio de energía en el rotor calculado con la ecuación de Euler. Las turbomáquinas son máquinas dinámicas debido a que el intercambio de energía se produce por la variación en la dirección y magnitudes de las velocidades. Si la turbina aprovecha solamente la energía cinética del agua, se denomina de impulso, de la que es ejemplo característico la Pelton. Cuando la turbina es capaz de utilizar la energía estática o de presión del agua se llama de reacción, como son la Francis y la Kaplan. El grado de reacción de estas máquinas es siempre inferior a la unidad, lo que quiere decir que también pueden aprovechar la energía dinámica del agua. El diseño del rotor según la carga y el caudal, está determinado por la velocidad específica, operando cada una dentro de las condiciones propias de cada tipo para mayor eficiencia. En la Francis se puede advertir el cambio de forma que va teniendo el rodete, con mayor o menor acción radial o axial, según la carga y el caudal, esto es, a mayores cargas mayor acción radial y a mayores caudales mayor acción axial. En la Kaplan el número de álabes disminuye al aumentar la velocidad específica, esto es, al aumentar el caudal y disminuir la carga.

#### 3.1 Turbinas de reacción

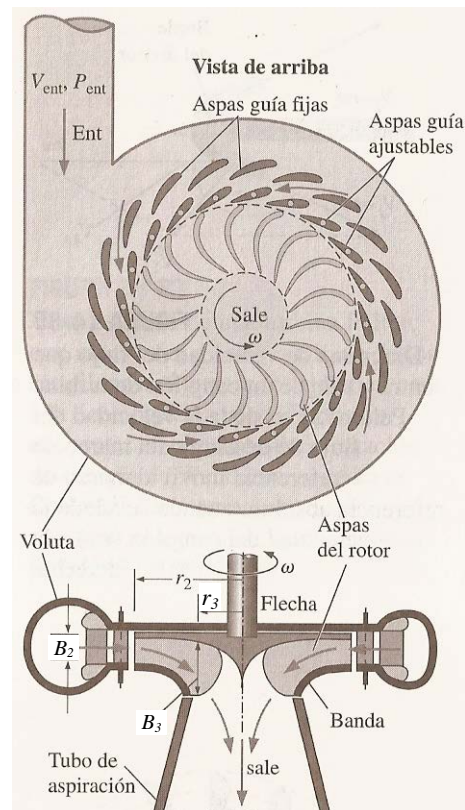


Figura 3.1a. Turbina de reacción tipo Francis

En base a la figura 3.1a, la hidroturbina de reacción consta de aspas guía fijas llamadas aspas directrices fijas o aspas del distribuidor fijas; aspas guía ajustables denominadas también aspas del distribuidor ajustables o aspas (o álabes) guía (o directrices) ajustables (u orientables) o compuertas distribuidoras; y unas aspas giratorias conocidas como aspas del rodete o rotor. El flujo entra tangencialmente a presión alta, es desviado hacia el rotor mediante las aspas del distribuidor fijas a medida que se desplaza a lo largo de la carcasa en espiral o voluta, y luego pasa por las aspas del distribuidor ajustables con una componente de velocidad tangencial grande. La cantidad de movimiento se intercambia entre el fluido y el rotor a medida que gira éste último, y hay una gran caída de presión. A diferencia de la turbina de impulsión, el agua llena por completo la carcasa de una turbina de

reacción. Por esta razón, una turbina de reacción produce, por lo general, más potencia que una turbina de impulsión del mismo diámetro, carga hidrostática neta o altura de turbina y flujo volumétrico. La variación del ángulo de las aspas del distribuidor ajustables sirve para controlar el gasto volumétrico en el rotor y en la mayoría de los diseños las aspas ajustables del distribuidor pueden aproximarse entre sí, de modo que se reduce el flujo de agua hacia el rotor. En condiciones de diseño, el flujo que sale de las aspas ajustables del distribuidor choca paralelo al borde del asa del rotor, desde un marco de referencia giratorio, es decir, relativo, esto quiere decir que la velocidad del flujo relativo en la entrada es aproximadamente tangente a las aspas del rotor, para evitar pérdidas por impacto. En un diseño adecuado el número de aspas ajustables del distribuidor no comparte un denominador común con el número de aspas del rotor. De lo contrario, habría vibración intensa causada por el impacto simultáneo de dos o más estelas de las aspas ajustables del distribuidor en los bordes delanteros de las aspas del rotor. Por ejemplo en la figura 3.1 hay 17 aspas móviles del rotor y 20 directrices. El número de aspas ajustables del distribuidor y el número de aspas del distribuidor fijas es por lo general el mismo. Esto no es un problema, ya que ninguna de ellas gira, y no interesa la interacción de estela no estacionaria.

La turbina Francis es algo similar en configuración geométrica a una bomba centrífuga o de flujo mixto, pero con el flujo en dirección contraria. Sin embargo una bomba típica que opere a la inversa no sería una turbina muy efectiva. La turbina Francis se nombra en honor a James B. Francis (1815-1892), quien la diseñó en la década de 1840. La turbina Kaplan se parece a un ventilador axial que funciona en sentido contrario. Un ventilador de ventana que gira en la dirección equivocada cuando el viento sopla fuerte hacia la ventana representa el principio de operación básico de la turbina Kaplan. La turbina Kaplan se nombra en honor a su inventor, Viktor Kaplan (1876-1934).

En base a la figura 3.1b, si el flujo entra de manera radial al rotor, la turbina se llama turbina Francis de flujo radial (figura 3.1b (a)). Si el flujo entra al rotor con cierto ángulo entre radial y axial, la turbina se llama turbina Francis de flujo mixto (rotor con banda figura 3.1b (b)). Las turbinas Francis son más adecuadas para cargas hidrostáticas que están entre las cargas hidrostáticas altas de las turbinas Pelton y las cargas hidrostáticas bajas de las turbinas Kaplan. Si el rotor no tiene banda y el agua entra al rotor parcialmente girada, se llama turbina de hélice de flujo mixto o sólo turbina de flujo mixto (figura 3.1b (c)). Por último, si el flujo es desviado axialmente antes de entrar al rotor, la turbina se denomina turbina de flujo axial (figura 3.1b (d)). Los rotores de una turbina de flujo axial por lo general tienen sólo de tres a ocho aspas, menos que las turbinas Francis. De éstas existen dos tipos: Turbinas Kaplan y turbinas de hélice. Las turbinas Kaplan son de doble regulación porque el flujo se controla de dos maneras, al girar las aspas del distribuidor ajustables y al cambiar el ángulo de inclinación de las aspas pivotadas del rotor. Las turbinas de hélice son casi idénticas a las turbinas Kaplan, excepto que las aspas del rotor están fijas (no pivotadas, el ángulo de inclinación no es ajustable), y el caudal se regula sólo por medio de las aspas ajustables del distribuidor (regulación simple). En comparación con las turbinas Pelton y Francis, las turbinas Kaplan y las de hélice son más adecuadas para carga hidrostática baja y flujo volumétrico alto. Sus eficiencias compiten con las de las turbinas Francis y pueden ser tan altas como 94%.

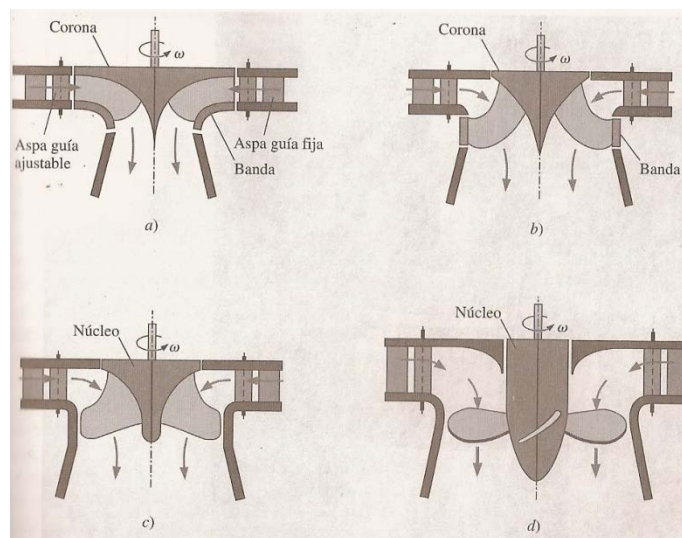


Figura 3.1b Turbinas de reacción

Las centrales hidroeléctricas constan de un reservorio donde el agua está sin movimiento a presión atmosférica y en su elevación más alta. El caudal fluye por un gran tubo llamado canal de toma que pasa por la presa. El flujo al canal de toma puede detenerse cuando se cierra una gran compuerta llamada compuerta de aguas arriba en la entrada del canal de toma. El flujo pasa por la turbina que se conecta mediante una flecha al generador eléctrico. A la salida del rotor de la turbina el agua que sale aún tiene energía cinética considerable y quizá movimiento giratorio. Para recuperar algo de esta energía cinética que de otro modo se desperdiciaría, el agua entra a un difusor de área extensible llamado tubo de aspiración, tubo de desfogue o tubo troncócnico, que vuelve horizontal al flujo y lo desacelera, al mismo tiempo que incrementa la presión antes de descargar el agua corriente abajo, en el denominado canal de descarga. En la salida del tubo de aspiración, la velocidad es considerablemente menor que a la salida del rotor y toda la energía cinética que sale del tubo de aspiración se disipa en el canal de descarga. Esto representa una pérdida de carga irreversible. En un tubo de aspiración diseñado adecuadamente ocurre una recuperación de presión importante y hace que la presión en la salida del rotor sea menor que la que tendría sin el tubo de aspiración, así que se incrementa el cambio de presión desde la entrada hasta la salida de la turbina. No obstante, los diseñadores deben ser cuidadosos porque las presiones por debajo de la presión atmosférica podrían originar cavitación, la cual es indeseable.

La mayoría de las centrales hidroeléctricas tienen varias turbinas dispuestas en paralelo. Esto ofrece a la compañía de luz la oportunidad de apagar algunas turbinas durante las horas de poca demanda de energía y para dar mantenimiento.

### 3.2 Análisis del flujo entre el distribuidor y el rotor de turbinas radiales: Turbina Francis

En la turbina Francis el agua pasa por una válvula de mariposa entrando a la voluta que rodea al rodete. Puesto que el agua sale de la voluta hacia adentro en toda su circunferencia interior, el área seccional de la voluta tiene que disminuir en la dirección de flujo para conservar la velocidad media de agua constante. De la voluta el agua pasa a través del distribuidor, constituido de álabes directrices cuya apertura está controlada mediante el mecanismo de Fink. Se nota que a la vez que se cambia la apertura, también se cambia la posición angular de los álabes directrices. Estos álabes controlan el gasto e imparten una componente tangencial a la velocidad del fluido. Luego el agua pasa por el rodete donde cede su energía. En una planta generadora se requiere mantener constante la velocidad angular del rodete. Por tanto, es necesario aumentar el gasto cuando la demanda de potencia aumenta para evitar que la elevación del momento de fuerza sobre el rodete provoque una disminución de la velocidad angular. En todos los diseños modernos, la salida del rodete es de flujo mixto. Algunos diseños antiguos tenían flujo radial puro en la salida. El agua pasa a un tubo de aspiración, que funciona como difusor, elevando la altura piezométrica  $\left(\frac{p}{\gamma} + z\right)$  y reduciendo la altura dinámica  $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$ . Así, el tubo de aspiración produce un vacío relativo en la salida del rodete y permite que éste aproveche la energía cinética presente en su salida. Por esta razón, el tubo de aspiración es una parte esencial de toda instalación de la turbina Francis. En la ausencia de este tubo, la descarga ocurriría a la presión atmosférica; la caída de presión a través del rodete sería menor de lo que es con el tubo de aspiración y la extracción de energía del fluido sería menor, porque se perdería la energía cinética en la descarga del rodete.

La forma de los álabes en la entrada de la turbina Francis admite triángulos de velocidades en tres intervalos distintos del ángulo de entrada ( $\beta'_2 < 90^\circ, \beta'_2 = 90^\circ, \beta'_2 > 90^\circ$ ). Para la condición de diseño, el ángulo relativo del flujo es igual al ángulo de entrada de los álabes y la velocidad relativa es tangente al álabe. Así, se produce una entrada suave del fluido al rodete y se evita la separación de flujo que da lugar a la formación de remolinos y a las pérdidas de energía útil del fluido en forma de energía térmica. Se llama al fenómeno de formación de remolinos en la entrada, choque. En la condición de diseño se dice que el fluido entra al rodete sin choque. También para la condición de diseño, la velocidad absoluta en la salida del rodete no tiene componentes tangenciales. Esta condición es necesaria para la operación óptima, porque el tubo de aspiración no recupera con eficiencia la energía cinética relacionada con la componente tangencial. Tanto los rodets de flujo radial puro como los rodets de flujo mixto cumplen con las mismas condiciones de diseño.

Puesto que la turbina tiene que funcionar fuera de las condiciones de diseño por lo menos una parte del tiempo para acomodar diferentes demandas de potencia, no siempre es posible cumplir con las condiciones mencionadas. Fuera de diseño, el ángulo del flujo no sería igual al ángulo del álabe y habrá una componente tangencial de la velocidad absoluta en la salida del rodete.

### 3.3 Triángulo de Velocidades en el Rotor.

Se supone que el flujo es unidimensional; es decir, las propiedades varían en la dirección de movimiento del fluido y son uniformes sobre cualquier sección de flujo, así que, la velocidad puede representarse por un vector único y puede variar solamente en la dirección de flujo.

En todos los tipos de turbomáquinas, los triángulos de velocidades se forman con las velocidades absoluta, tangencial y relativa debido al efecto dinámico de rotación.

Para un análisis de primera aproximación se supone que las aspas son infinitamente delgadas. Se supone también que las aspas están alineadas de manera que el flujo es siempre tangente a la superficie del asa, y se ignoran los efectos viscosos (capas límite en las superficies)

Dirección meridional coincide con la dirección radial en máquinas radiales y con la dirección axial en máquinas axiales

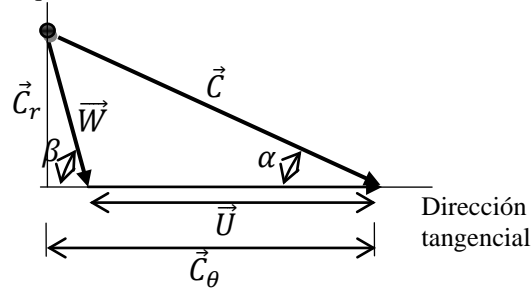


Figura 3.2 Triángulo de velocidades y ángulos de turbina de reacción

$\vec{C}$  Es la velocidad absoluta del fluido, es la velocidad vista por un observador fijo, por ejemplo en la carcasa.

$\vec{C}_\theta$  Componente de  $\vec{C}$  que produce intercambio de energía entre el fluido y el rotor por medio del principio de conservación de momentun angular.

$\vec{C}_r$  Componente de  $\vec{C}$  que se usa para calcular el flujo másico a través del rotor por medio del principio de conservación de masa.

$\vec{U}$  Es la velocidad tangencial del alabe a una distancia  $r$  del centro de rotación.  $\vec{U} = \omega r = \frac{\pi DN}{60}$

$\omega$  Velocidad angular del rotor [ $rad/s$ ]

$N$  Régimen de revoluciones en revoluciones por minuto  $RPM$

$\vec{W}$  Es la velocidad relativa, es la velocidad vista por un observador que gira con el rotor. Suponiendo conducción perfecta sigue la dirección tangente a la línea media entre alabes, ver figura 3.3.

$\alpha$  Es el ángulo que se forma entre la velocidad absoluta y la dirección tangencial o axial.

$\beta$  Es el ángulo que se forma entre la velocidad relativa y la dirección tangencial o axial.

En las turbinas motoras se designa la entrada a la turbina con el subíndice 1. El subíndice 2 representa la salida del estator y por ende la entrada al rotor, finalmente 3 representa la salida del rotor.

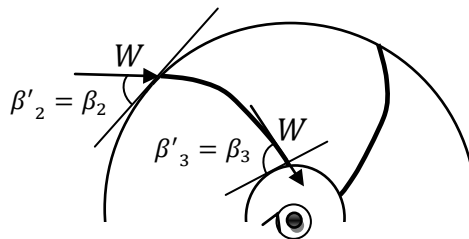


Figura 3.3 Conducción perfecta: Ángulo de flujo igual al ángulo del álabe.

En base a la figura (3.4), para una turbina radial, en cualquier punto sobre la línea media entre alabes se observan las siguientes velocidades:

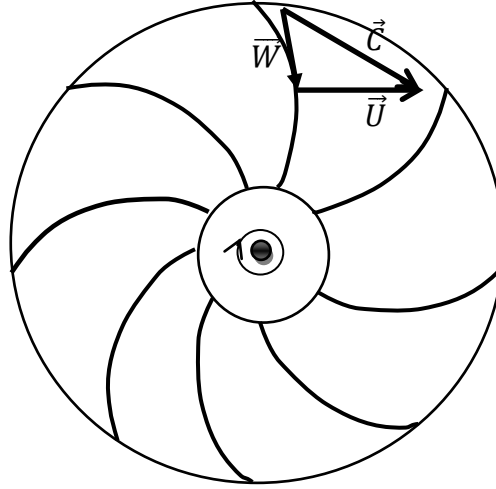


Figura 3.4. Triángulo de velocidades en una turbomáquina motora radial, turbina Francis de flujo radial

### 3.4 Ecuación de cantidad de movimiento angular.

El principio de conservación de cantidad de movimiento angular aplicado volumen de control finito resulta en:

$$\vec{r} \times \vec{F}_S + \iiint \vec{r} \times \vec{g} \rho dV + \vec{T}_{eje} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint \vec{r} \times \vec{V} \rho dV + \iint \vec{r} \times \vec{V} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{A})$$

En el análisis de Turbomáquinas se elige un volumen de control fijo que encierra al rotor para evaluar el momento de torsión del eje. Los momentos de torsión debidos a fuerzas de superficie pueden ignorarse y la contribución de la fuerza de gravedad puede despreciarse por simetría. Por lo tanto, para flujo estable, la ecuación de cantidad de movimiento angular se convierte en:

$$\vec{T}_{eje} = \int \int \vec{r} \times \vec{V} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (3.1)$$

El sistema de coordenadas fijo de la figura 3.5 se elige con el eje z alineado con el eje de rotación de la máquina. Se supone que el fluido entra al rotor en la posición radial  $r_2$ , con velocidad absoluta uniforme  $C_2$  y abandona el rotor en la posición radial  $r_3$ , con velocidad absoluta uniforme  $C_3$  por lo tanto los triángulos de velocidades se dibujan entre 2 y 3.

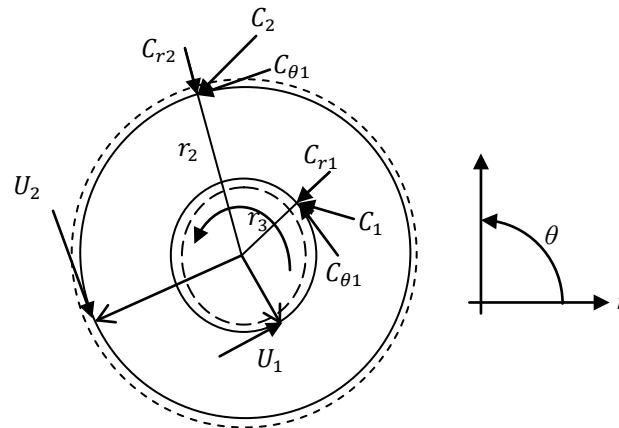


Figura 3.5 Volumen de control finito y componentes de velocidad absoluta

Resolviendo la integral de superficie se tiene:

Resolviendo primero el producto vectorial:  $\vec{r} \times \vec{C} = |\vec{r}| |\vec{C}| \text{Sen} \theta \hat{k}$

Con  $\theta = 270^\circ + \alpha$

$$\vec{r} \times \vec{C} = |\vec{r}| |\vec{C}| (-\text{Cosa}) \hat{k} = -r C_\theta \hat{k}$$

Por el producto punto  $\vec{V} \circ d\vec{A}$  en la entrada 2 es negativo y en la salida 3 es positivo así se obtiene:

$$T_{eje} \hat{k} = (r_2 C_{\theta 2} - r_3 C_{\theta 3}) \dot{m} \hat{k} \quad (3.2)$$

o en forma escalar:

$$T_{eje} = (r_2 C_{\theta 2} - r_3 C_{\theta 3}) \dot{m} \quad (3.3)$$

Es la relación básica entre el momento de torsión y el momentun angular para todas las Turbinas y generalmente recibe el nombre de ecuación de Euler de las Turbomáquinas aplicada a una turbina.

La potencia en el rotor está dada por el producto escalar de la velocidad angular del rotor y el momento de torsión.

$$\dot{W}_{rotor} = \vec{\omega} \circ \vec{T}_{eje} = \omega \hat{k} \circ (r_2 C_{\theta 2} - r_3 C_{\theta 3}) \dot{m} \hat{k} \quad (3.4)$$

$$\dot{W}_{rotor} = \omega (r_2 C_{\theta 2} - r_3 C_{\theta 3}) \dot{m} \quad (3.5)$$

Introduciendo  $U = r\omega$

$$\dot{W}_{rotor} = (U_2 C_{\theta 2} - U_3 C_{\theta 3}) \dot{m} \quad (3.6)$$

Esta relación es estrictamente válida sí no existen pérdidas mecánicas ni pérdidas hidráulicas, en este caso, la potencia en el rotor es igual a la potencia hidráulica y mecánica ya que la eficiencia sería de un 100 %. Las turbomáquinas reales tienen una eficiencia menor del 100%, por lo tanto la ecuación de Euler representaría la potencia intercambiada en el rotor. Dividiendo entre la gravedad 'g' y el flujo másico  $\dot{m}$  se obtiene la altura intercambiada entre fluido rodete, ecuación que se utiliza para turbinas hidráulicas:

$$H_{rotor} = H_{2-3} = \frac{1}{g} (U_2 C_{\theta 2} - U_3 C_{\theta 3}) \quad (3.7)$$

La potencia en el rotor en turbomáquinas hidráulicas se calcula con la ecuación:

$$\dot{W}_{rotor} = \gamma Q H_{rotor} = \rho Q (U_2 C_{\theta 2} - U_3 C_{\theta 3}) \quad (3.8a)$$

El esquema de potencias de la turbina se muestra en la figura 3.6.

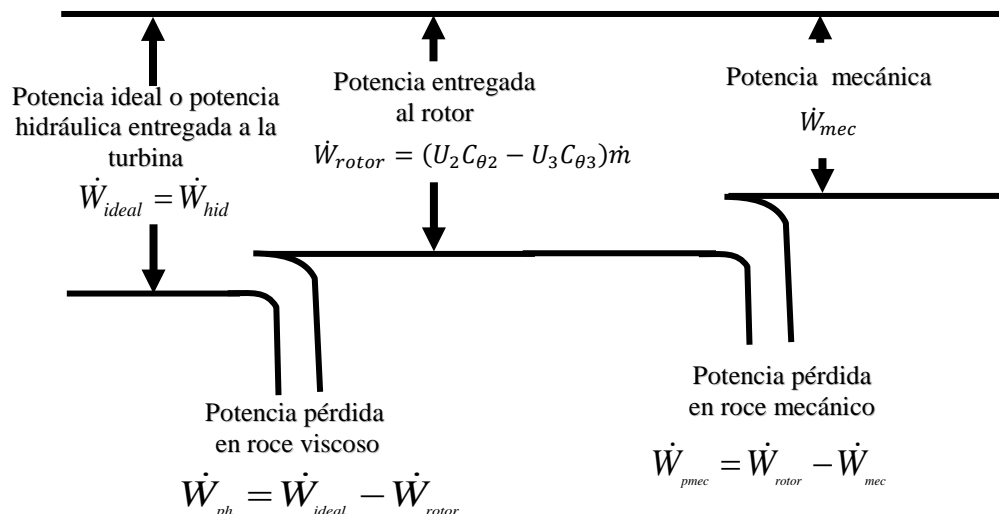


Figura 3.6 Esquema de potencias de turbinas



Se puede ver de la ecuación de Euler, ecuación 3.8a, que la potencia máxima se obtiene cuando  $C_{\theta 3}$  va en sentido contrario a  $U_3$ , es decir, cuando el aspa del rotor desvía el flujo tanto que la dirección del movimiento giratorio a la salida del rotor es contraria a la rotación del rotor. Esta situación se llama el movimiento giratorio invertido. En la práctica, los rotores de aspa fija en la mayoría de las hidroturbinas Francis se diseñan de manera que suministren una pequeña cantidad del movimiento giratorio invertido al flujo que sale del rotor. Sin embargo, no se desea un gran movimiento giratorio invertido ya que la eficiencia disminuye con rapidez porque mayor es la energía cinética del agua a la salida de la turbina, gran parte de la cual termina siendo desperdiciada. Además, si el movimiento giratorio invertido puede incrementar la potencia de salida, el giro extra necesita una carga hidrostática neta o altura de turbina mayor para un determinado gasto volumétrico.

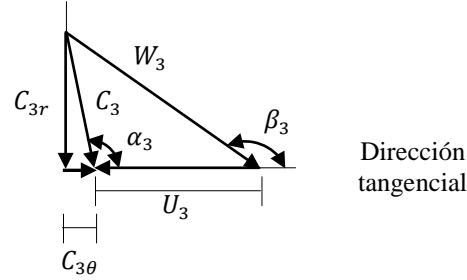


Figura 3.7 Triángulo de velocidades en la salida con movimiento giratorio invertido, se puede observar  $C_{3\theta}$  en sentido contrario a  $U_3$ .

En este caso la ecuación de Euler será:

$$\dot{W}_{rotor} = \gamma Q H_{rotor} = \rho Q (U_2 C_{\theta 2} + U_3 C_{\theta 3}) \quad (3.8b)$$

### 3.5 Triángulo de velocidades de turbomáquinas radiales y mixtas

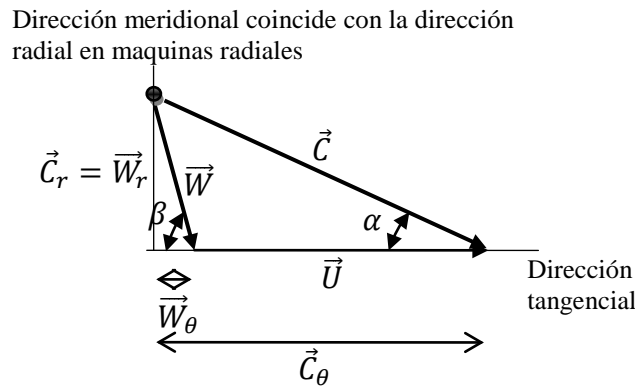


Figura 3.8 Triángulo de velocidades en Turbomáquinas radiales y mixtas. Tipo Francis

Se cumple la ecuación vectorial:  $\vec{C} = \vec{U} + \vec{W}$ . La Figura 5.4 muestra el triángulo de velocidades en detalle.

$$\vec{C}_\theta = \vec{U} + \vec{W}_\theta \quad (3.9)$$

$$|\vec{U}| = |\vec{C}_\theta| - |\vec{W}_\theta| \quad (3.10)$$

$\beta$  = ángulo entre la velocidad relativa  $W$  y la dirección tangencial. Es igual ángulo del alabe,  $\beta'$ , si la conducción del fluido es perfecta, ya que en este caso  $\vec{W}$  es tangente al alabe.

$\alpha$  = ángulo entre la velocidad absoluta  $C$  y la dirección tangencial.

Puede existir incidencia a la entrada del alabe; sin embargo, el deslizamiento no existe en turbomáquinas motoras. El ángulo de salida del flujo  $\beta_3$  siempre es menor que el ángulo del alabe  $\beta_3'$  en este tipo de máquinas debido al fenómeno de desviación; el

vector  $\vec{W}$  no sale tangente al álabe debido principalmente al crecimiento de la capa límite. Sin embargo, para simplificar se supone que los ángulos del flujo  $\beta$  son iguales a los ángulos del alabe  $\beta'$ .

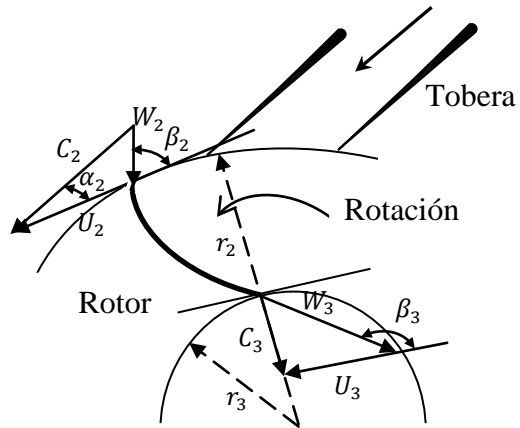


Figura 3.8a Triángulos de velocidades para Turbomáquina Motora radial o mixta.

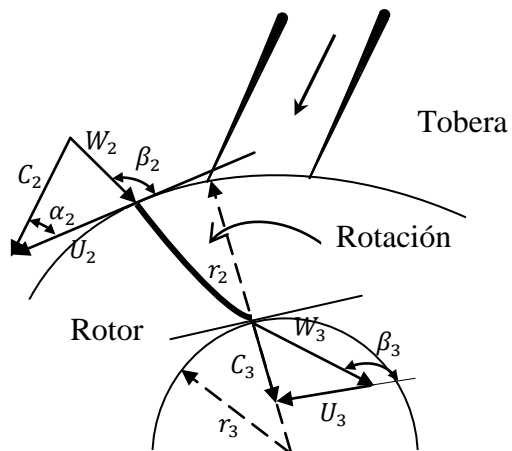


Figura 3.8b Triángulos de velocidades para Turbomáquina Motora radial o mixta.

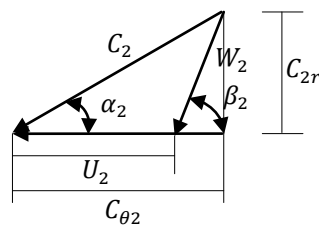


Figura 3.9a Triángulo de entrada al rotor

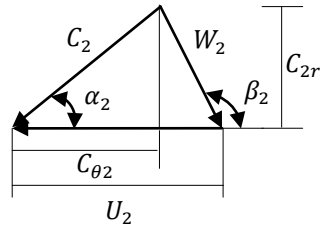


Figura 3.9b Triángulo de entrada al rotor

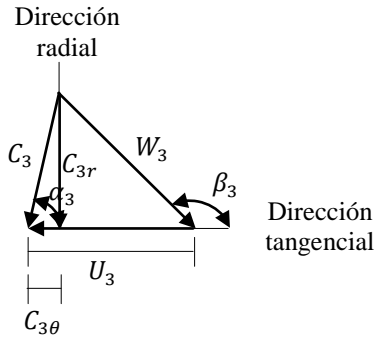
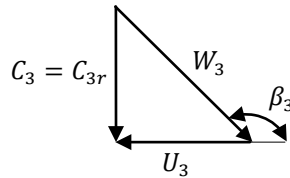


Figura 3.10 Triángulo de velocidades en la salida de un rotor centrífugo (con movimiento giratorio)

Es conveniente que la velocidad absoluta en la salida del rotor tenga la dirección radial, tal como se muestra en la figura 3.8a y 3.8b, lo que representa el mayor aprovechamiento posible de la energía cinética por parte de la máquina. En este caso el triángulo de velocidades en la salida es un triángulo rectángulo y la componente de  $C_3$  en la dirección tangencial,  $C_{3\theta}$  es igual a cero.



### 3.11 Triángulo de velocidades en la salida de un rotor centrífugo con la velocidad absoluta en la dirección radial (sin movimiento giratorio)

Los canales fijos actúan como toberas para la velocidad absoluta  $\vec{C}$  y los canales móviles actúan como toberas para la velocidad relativa  $\vec{W}$ ; por lo tanto,  $C_2 > C_1$  y  $W_3 > W_2$ . Además,  $U_2 > U_3$  porque  $r_2 > r_3$  y  $C_3 < C_2$  porque se extrae energía del fluido.

El caudal en la entrada y salida del rotor se calcula con la ecuación:

$$Q = C_{2r} \pi D_2 B_2 = C_{3r} \pi D_3 B_3 \quad (3.11)$$

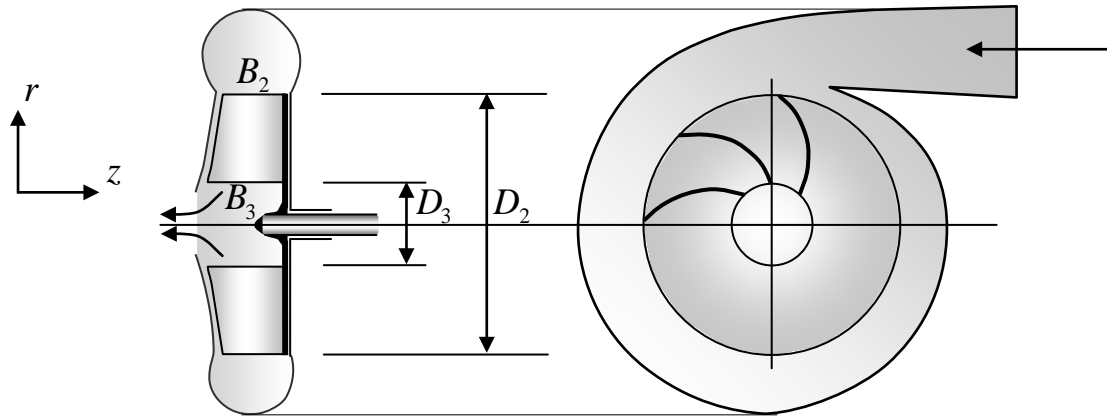


Figura 3.12 Turbina radial con salida radial

En una turbina radial con salida axial (ver figura 3.15) el triángulo de velocidades se dibuja como se muestra en la figura 3.13:

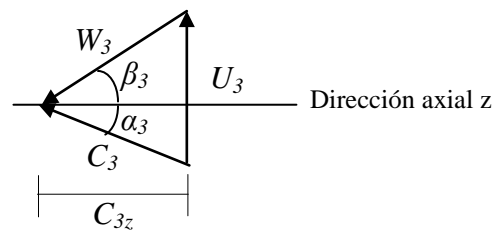


Figura 3.13 Triángulo de velocidades de un rotor centrífugo de una turbomáquina motora con salida axial

Si el fluido sale de la turbina en la dirección axial se tiene:

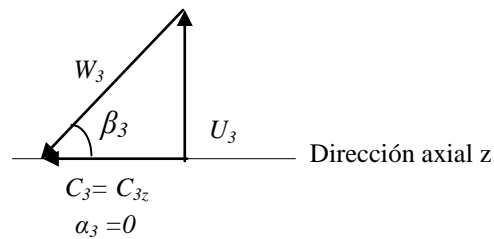


Figura 3.14 Triángulo de velocidades de un rotor centrífugo de turbomáquina motora con salida axial y la velocidad absoluta en la dirección axial

En este caso, el caudal se calcula con la ecuación:

$$Q = C_{3z} \pi (r_t^2 - r_r^2) \quad (3.12)$$

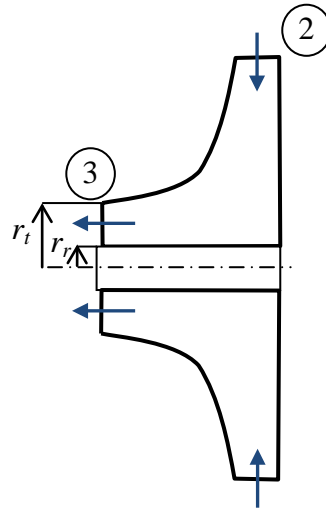


Figura 3.15 Rotor centrífugo de turbomáquina motora con salida axial

El álabe de la turbina de flujo radial puede ser de álabe radial, en las condiciones de diseño el ángulo del flujo sería igual al ángulo del álabe e igual a  $90^\circ$

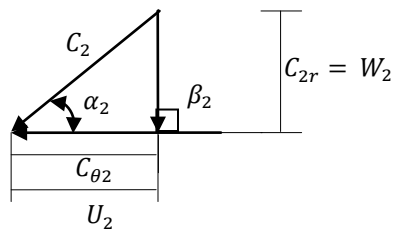


Figura 3.16 Triángulo de entrada al rotor con álabe radial, es decir,  $\beta_2 = 90^\circ$

### 3.6 Triángulo de velocidades de turbinas hidráulicas axiales

Las Figuras 3.17, 3.18 y 3.19 muestran los triángulos de velocidades de entrada y salida.

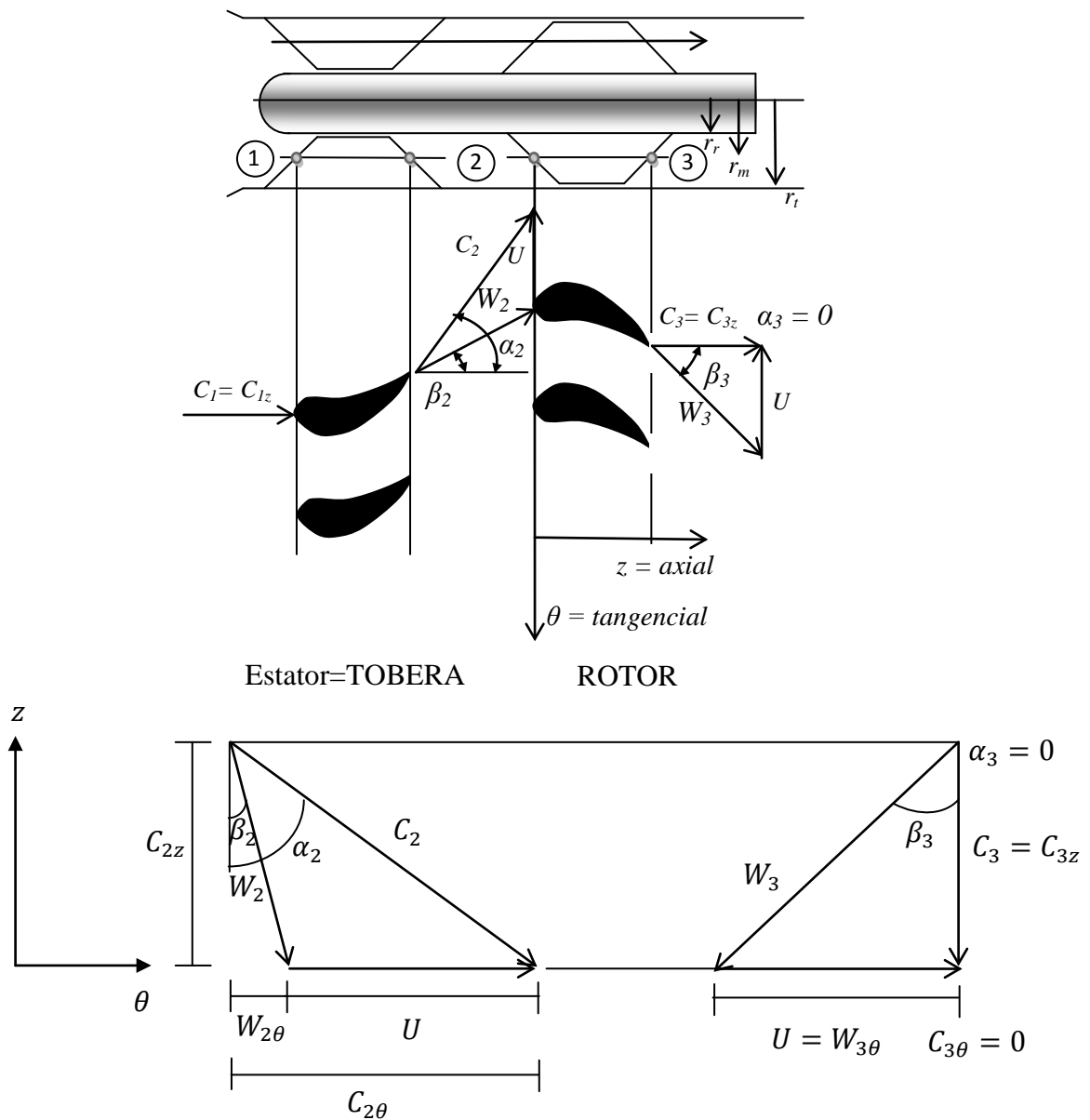


Figura 3.17. Triángulos de velocidades en Turbomáquinas Motoras axiales

La Figura 3.17 muestra en detalle los triángulos de velocidades de entrada y salida para una situación general. La velocidad tangencial de rotación del alabe se mantiene constante entre la entrada y la salida porque el fluido no cambia su posición radial en su paso a través del rotor.

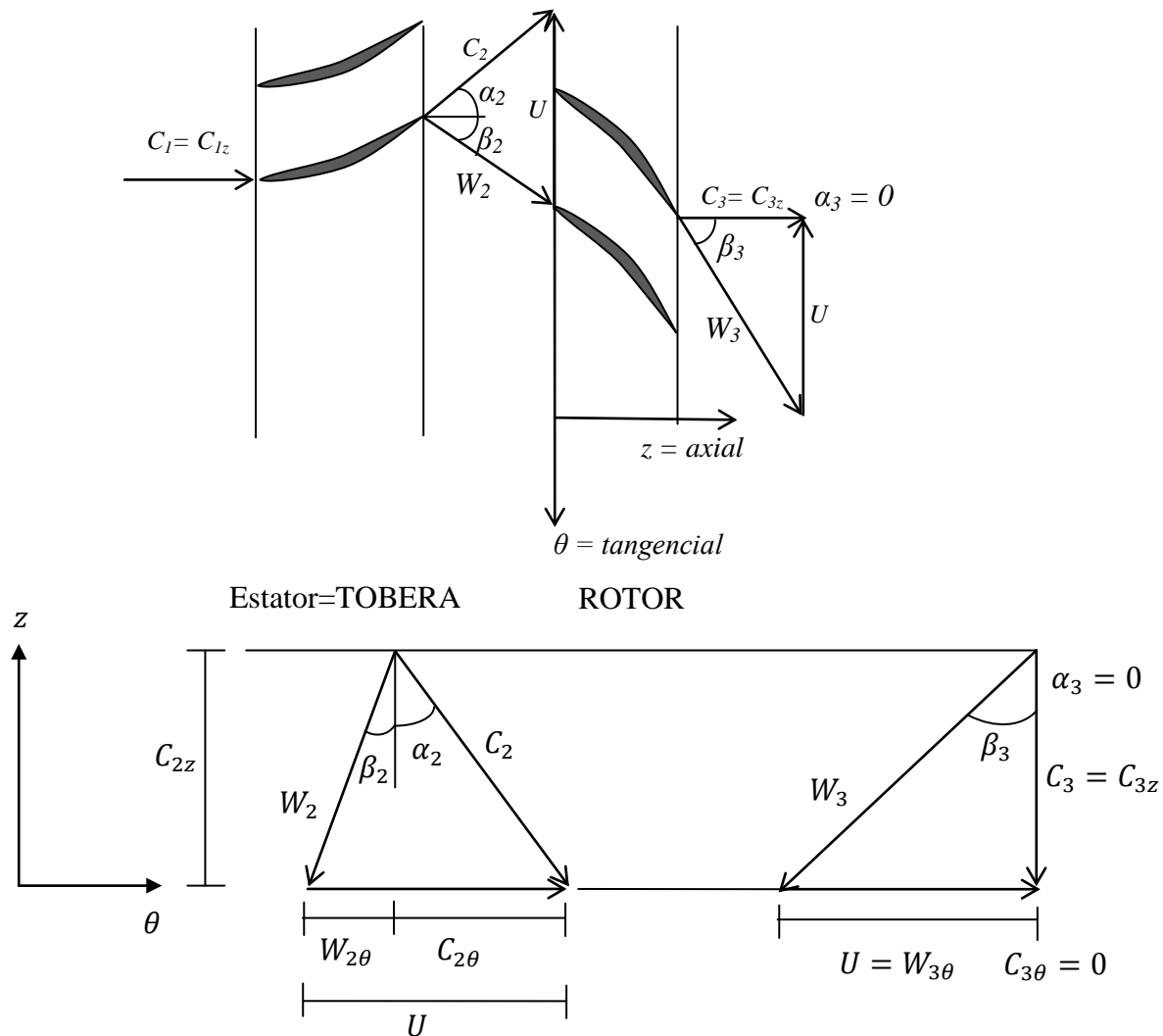


Figura 3.18 Triángulos de velocidades en Turbomáquinas Motoras axiales.

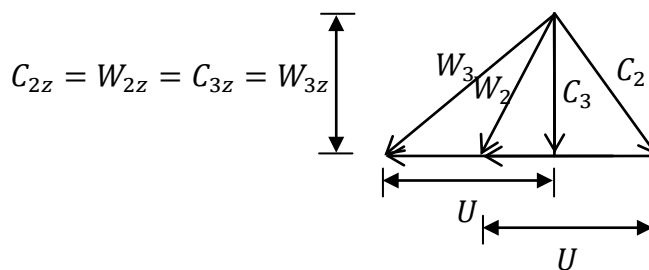


Figura 3.19 Diagrama de vértice común de turbomáquinas motoras axiales

Los canales fijos actúan como toberas para la velocidad absoluta  $\vec{C}$  y los canales móviles actúan como toberas para la velocidad relativa  $\vec{W}$ ; por lo tanto,  $C_2 > C_1$  y  $W_3 > W_2$ . Además,  $U_2 = U_3$  porque el radio medio es constante y  $C_3 < C_2$  porque el rotor le extrae energía al fluido. Por criterio de diseño  $C_{1z} = C_{2z} = C_{3z}$

### 3.7 Aplicación de la ecuación de Euler a turbinas hidráulicas

Turbinas Francis: Turbomáquinas Hidráulicas Motoras Radiales o Mixtas.

$$H_{rotor} = \frac{1}{g}(U_2 C_{\theta 2} - U_3 C_{\theta 3}) \quad (3.13)$$

Para máxima transferencia de energía en el rotor la velocidad  $C_{\theta 3}$  debe ser nula; es decir, la velocidad absoluta de salida debe ser meridional o radial. Esto evita circulación del flujo innecesaria y pérdidas de energía.

$$H_{rotor} = \frac{U_2 C_{\theta 2}}{g} \quad (3.14)$$

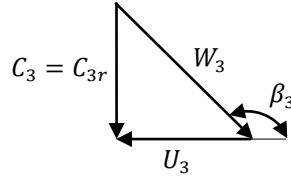


Figura 3.20 Triángulo con velocidad absoluta de salida radial

Turbinas Kaplan: Turbomáquinas Hidráulicas Motoras Axiales.

$$H_{rotor} = \frac{1}{g}U(C_{\theta 2} - C_{\theta 3}) \quad (3.15)$$

Para máxima transferencia de energía en el rotor la velocidad  $C_{\theta 3}$  debe ser nula; es decir, la velocidad absoluta de salida debe ser axial. La velocidad absoluta  $C_3$  se procura que sea axial o con una componente giratoria mínima, a fin de tener un buen desfogue y para reducir su magnitud, aumentando el coeficiente de utilización que se define más adelante.

$$H_{rotor} = \frac{1}{g}UC_{\theta 2} \quad (3.16)$$

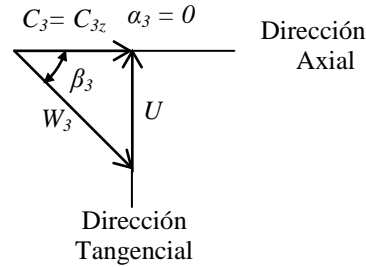


Figura 3.21. Triángulo con velocidad absoluta de salida axial

### 3.8 Ecuación de Euler en Términos Energéticos

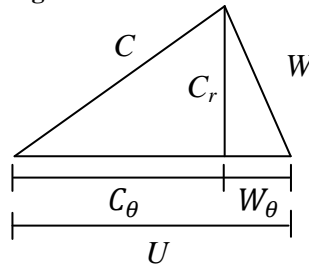


Figura 3.22 Triángulo de velocidades

$$\begin{aligned} C^2 &= C_r^2 + C_\theta^2 & \rightarrow C_r^2 &= C^2 - C_\theta^2 \\ W^2 &= C_r^2 + (U - C_\theta)^2 & \rightarrow C_r^2 &= W^2 - (U - C_\theta)^2 \end{aligned}$$

Igualando se tiene:

$$C^2 - C_\theta^2 = W^2 - (U - C_\theta)^2$$



$$C^2 - C_\theta^2 = W^2 - (U^2 - 2UC_\theta + C_\theta^2)$$

$$UC_\theta = \frac{C^2 - W^2 + U^2}{2} \quad (3.17)$$

La ecuación de Euler para una turbinas hidráulicas:

$$H_{rotor} = \frac{1}{g} (U_2 C_{\theta 2} - U_3 C_{\theta 3})$$

Sustituyendo la ecuación (3.17) se tiene:

$$H_{rotor} = \frac{1}{g} \left( \frac{C_2^2 - W_2^2 + U_2^2}{2} - \frac{C_3^2 - W_3^2 + U_3^2}{2} \right) \quad (3.18)$$

Arreglando la ecuación se obtiene la ecuación de Euler en términos energéticos para turbomáquinas hidráulicas motoras

$$H_{rotor} = \frac{1}{g} \left( \frac{C_2^2 - C_3^2}{2} + \frac{W_3^2 - W_2^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_3^2}{2} \right) \quad (3.19)$$

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre la entrada y la salida del rotor, despreciando la variación en la energía potencial y sin tener en cuenta las pérdidas en el mismo, se tiene:

$$H_{rotor} = \left( \frac{P_2 - P_3}{\gamma} + \frac{C_2^2 - C_3^2}{2g} \right) \quad (3.20)$$

Igualando las ecuaciones (3.19) y (3.20):

$$\frac{P_2 - P_3}{\gamma} = \frac{1}{g} \left( \frac{W_3^2 - W_2^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_3^2}{2} \right) \quad (3.21)$$

Evidentemente, el término  $\frac{C_2^2 - C_3^2}{2g}$  representa la altura dinámica intercambiada en el rotor.

Los términos  $\frac{W_3^2 - W_2^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_3^2}{2g}$  representan la altura de presión intercambiada en el rotor.

El término  $\frac{U_2^2 - U_3^2}{2g}$  le da la caracterización de turbina centrípeta a la turbina Francis por tener un recorrido radial de agua de afuera hacia adentro en la transferencia energética con el rotor. En las turbinas Kaplan desaparece este término, ya que la velocidad tangencial o velocidad de arrastre conserva el mismo valor a la salida que a la entrada, pues no hay traslación radial del agua durante el paso de ésta por el rotor, sino solamente axial.

La altura de Euler es la altura total que representa la suma del intercambio de energía dinámica y de presión entre el fluido y el rotor debido a la acción dinámica que produce las variaciones en las velocidades del fluido según el principio de conservación de momentun angular.

$$H_{rotor} = \frac{1}{g} (w_{dinamica} + w_{presion}) = H_{dinamica} + H_{presion} \quad (3.22)$$

Ecuación de Euler en términos energéticos para una turbina hidráulica:

$$H_{rotor} = \frac{1}{g} \left( \frac{C_2^2 - C_3^2}{2} + \frac{W_3^2 - W_2^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_3^2}{2} \right) \quad (3.23)$$

### 3.9 Grado de Reacción

Es la fracción o porcentaje de energía de presión intercambiada en el rotor.

En las turbomáquina hidráulicas se calcula con la siguiente ecuación:

$$Gr = \frac{H_{presion}}{H_{rotor}} \times 100 \quad (3.24)$$

El grado de reacción de una turbomáquina se refiere al modo como trabaja el rodete. En una turbina se distingue la altura cinética y la altura de presión que da el fluido al rodete. Las máquinas en que el grado de reacción es igual a cero se llaman de acción o impulso tal como lo es la turbina Pelton.

En la turbina Francis el grado de reacción está siempre entre cero y uno y, por lo general, próximo a un medio, bien sea por encima o por debajo de este valor según las características del aprovechamiento, o lo que es igual, según el valor de la velocidad específica de la turbina. Para la turbina Francis pura o radial la velocidad específica es baja y relativamente es bajo el grado de reacción. La carga dinámica es alta por ser relativamente alta la carga en este tipo de turbinas, dando lugar a velocidades absolutas de entrada altas, ya que éstas son proporcionales a la carga. En la Francis mixta sucede lo contrario, las cargas son proporcionalmente más bajas, las velocidades específicas más altas y el grado de reacción más alto.

En las turbinas Kaplan el grado de reacción es inferior a la unidad y positivo

### 3.10 Coeficiente de utilización

El agua no puede ceder toda su energía al rotor a su paso por entre los álabes; necesita conservar una energía cinética residual para que pueda correr hasta la descarga, manteniendo unas condiciones de flujo estable. Se define así un factor de utilización que se designa con la letra griega  $\varepsilon$  y que viene dado por la relación siguiente:

$$\varepsilon = \frac{\text{Energía utilizada}}{\text{Energía utilizable}} = \frac{H_{rotor}}{H_{rotor} + \frac{C_3^2}{2g}} \quad (3.25)$$

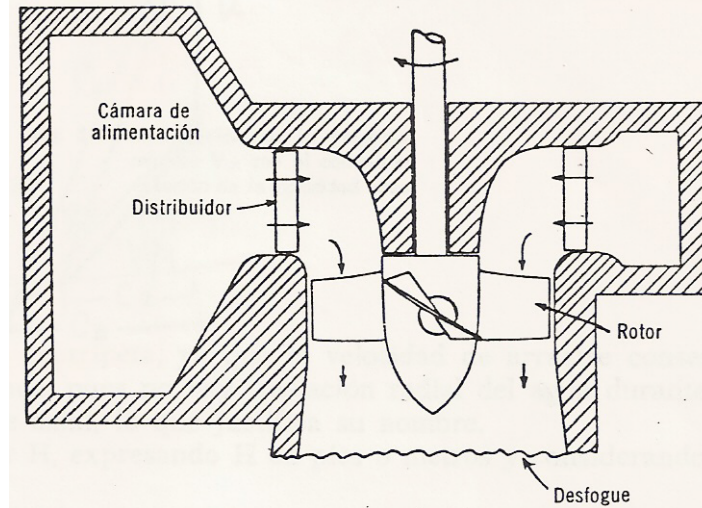
Como se puede observar, este factor de utilización siempre será menor que la unidad, o sea  $\varepsilon < 1$

En la turbina axial o Kaplan se escribe el factor de utilización en función del grado de reacción y de las velocidades absolutas de entrada y salida.

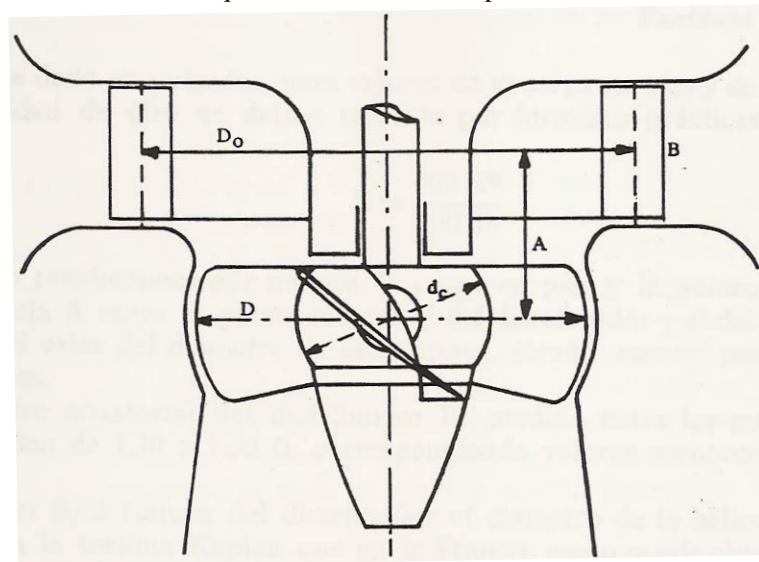
$$\varepsilon = \frac{C_2^2 - C_3^2}{C_2^2 - Gr C_3^2} \quad (3.26)$$

Se observa que en la turbina Kaplan se mejora el coeficiente de utilización con un grado de reacción alto.

### 3.11 Análisis del flujo entre el distribuidor y el rotor de turbinas axiales: Turbina Kaplan



3.23a Esquema de una turbina Kaplan



3.23b Dimensiones fundamentales de una turbina Kaplan

En una turbina Kaplan, el agua, procedente de la cámara de alimentación o ducto de escurrimiento, se presenta radial a nivel del distribuidor y guiada por los álabes del distribuidor, avanza y gira en una zona de vórtices libres, que es la zona existente entre el distribuidor y el rotor (figura 3.23a), hasta alcanzar a este último en la dirección axial, atacando el álabe con una velocidad absoluta  $C_2$ , que es variable en magnitud y dirección para cada punto del borde de ataque del álabe, debido al cambio en la posición radial que hace que varíe la velocidad tangencial  $U$  y la componente tangencial de la velocidad absoluta  $C_{\theta 2}$ . Finalmente el agua avanza al tubo de desfogue. La zona de acción del rotor se encuentra comprendida generalmente entre dos superficies cilíndricas coaxiales en las turbinas de hélice y entre dos superficies esféricas concéntricas en las turbinas Kaplan, para permitir en este caso el pivoteo de los álabes. En una posición radial, la velocidad tangencial  $U_2$  conocida también como velocidad de arrastre y la velocidad relativa respecto al eje  $W_2$ , cierra el triángulo vectorial  $\vec{C}_2 = \vec{U}_2 + \vec{W}_2$ . La velocidad relativa  $W_2$  debe incidir sobre el álabe de forma que se logre una máxima acción del agua, evitando separación o choques, que reduzcan el rendimiento. La magnitud de la componente axial  $C_z$  se conserva por criterio de diseño. La velocidad absoluta a la salida  $C_3$  se procura que sea axial o con una componente giratoria mínima, a fin de tener un buen desfogue y para reducir su magnitud, aumentando el coeficiente de utilización. Como la velocidad tangencial del álabe  $U$  calculada en el radio medio es constante, los dos puntos de entrada y salida del rotor están a la misma distancia del eje, se tendrá que diseñar el borde de fuga de forma que la componente relativa del agua  $W_3$  cierre el triángulo vectorial con esta velocidad  $W_3$  tangente al álabe.

Esta disposición del álabe para una correcta incidencia del agua, es la correspondiente a las condiciones de diseño de toda turbina de hélice. En el caso de la Kaplan, se consigue, como ya se dijo, para diversas condiciones de trabajo, en virtud del cambio de paso que puede operarse en los álaves.

El diseño de los álaves suele hacerse para el 80% de la capacidad de gasto de la turbina, ya que en estas condiciones se favorece el rendimiento global del álabe en las diferentes condiciones de carga parcial o sobrecarga, en las que con frecuencia se ve obligada a trabajar la máquina. Para las condiciones de diseño la apertura del ángulo del distribuidor suele ser de  $45^\circ$ , pudiendo variar entre  $20^\circ$  y  $50^\circ$  en términos generales.

En base a la figura 3.18, el alabeo en los bordes de ataque y de fuga se define por los valores de los ángulos  $\beta_2$  y  $\beta_3$ , a lo largo de dichos bordes.

$$\tan\beta_2 = \frac{U - C_{\theta 2}}{C_z}; \quad \tan\beta_3 = \frac{U}{C_z} \quad (3.28)$$

$$C_z = \frac{Q}{A} \quad \text{con } A = \pi(r_t^2 - r_r^2) \text{ es el área de paso} \quad (3.29)$$

En términos de los diámetros y en base a la figura 3.23b, el área de paso será:

$$A = \pi \frac{(D^2 - d_c^2)}{4} \quad (3.30)$$

En base a la figura 3.23b,  $D$  es el diámetro del rotor o hélice y  $d_c$  el diámetro del cubo del rotor.

La componente giratoria  $C_{\theta 2}$  se calcula en cada punto de la zona de vórtices libres, que precede al rotor, aplicando el principio de conservación del momento de la cantidad de movimiento.

El diámetro ecuatorial del distribuidor medido entre los puntos de pivoteo de los álaves se designará con el subíndice cero,  $D_0$ , y la sección de salida del distribuidor se designa con superíndice prima y se puede conocer la componente de giro a la salida del distribuidor  $C_{\theta 0}'$  en el radio  $R_0'$ . El momento de la cantidad de movimiento sobre la unidad de masa será  $C_{\theta 0}'R_0'$ , que será constante en toda la zona de vórtices libres, pues no hay momento exterior en esa zona. Por lo tanto, con la sección de ataque del agua al rotor designada con el subíndice 2, se tendrá:

$$C_{\theta 0}'R_0' = C_{\theta 2}R_2 = \text{constante} \quad (3.31)$$

Donde  $R_2$  puede variar del cubo al extremo del álabe y en consecuencia  $C_{\theta 2}$  varía también, pero en forma opuesta a  $R_2$ , para conservar el valor constante del producto. Como  $C_z$  es constante, la  $\tan\beta_2$  ó  $\beta_2$  varía con  $U$  y con  $C_{\theta 2}$ , o lo que es igual con el radio. Normalmente los cálculos en una maquina axial se hacen en el radio medio.

El valor del diámetro del rotor o hélice (ver figura 3.22b) se fija por la experiencia a través de ecuaciones empíricas, entre ellas la siguiente:

$$D = \sqrt{\frac{68HP}{H_T(\text{pies})}} \quad (3.32)$$

En la cual el diámetro  $D$  viene dado en pulgadas, para valores de la carga en pies y de la potencia en caballos. La velocidad de giro se define también por ecuaciones prácticas, como la siguiente:

$$N = \frac{950H_T^{3/4}}{(HP)^{1/2}} \quad (3.33)$$

Donde  $N$  viene en revoluciones por minuto, la carga en pies y la potencia en caballos.

Según la figura 3.22b, la distancia  $A$  entre el plano ecuatorial del distribuidor y el del rodete móvil está entre el 40 y el 50% del valor del diámetro de este último, siendo menor para valores altos de la velocidad específica. El diámetro ecuatorial del distribuidor  $D_0$ , medido entre los puntos de pivoteo de los álaves, es del orden de 1.20 a 1.30  $D$ , correspondiendo valores menores para mayor velocidad específica.

La relación  $B/D$  (altura del distribuidor al diámetro de la hélice) es del orden de 0.40, esto es, mayor en la turbina Kaplan que en la Francis, debido a la necesidad de aumentar las secciones de paso a mayores caudales, sin agrandar exageradamente el diámetro del distribuidor. La proporción entre el diámetro del cubo y el de la hélice ( $d_c/D$ ) se da en la siguiente figura en función de la carga.

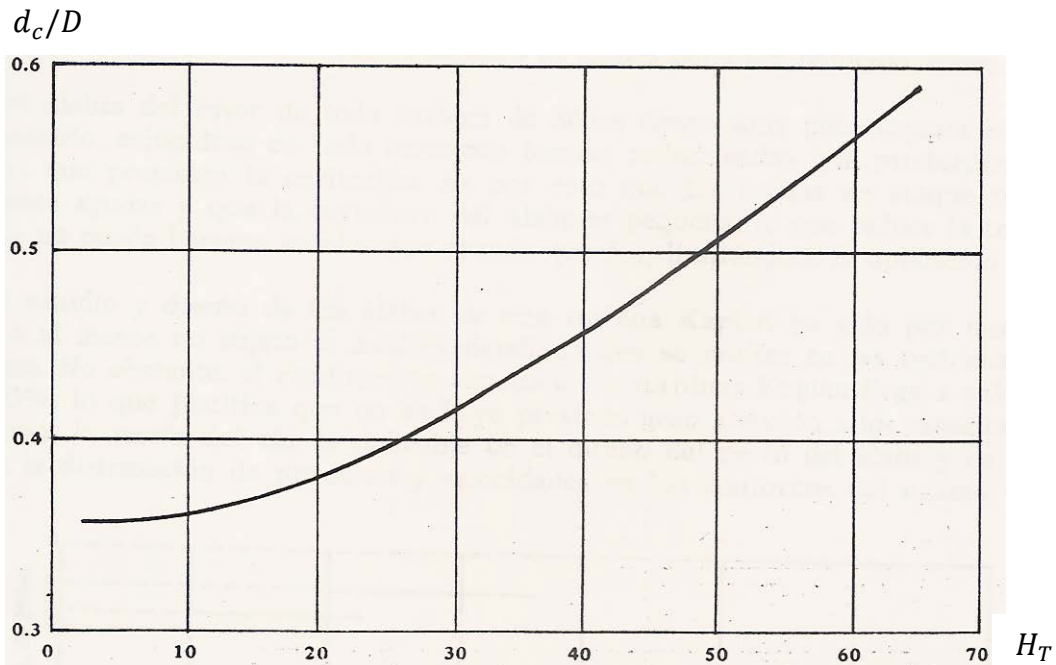


Figura 3.24 Relación entre el diámetro del cubo al diámetro de la hélice en función de la altura de la turbina

El cubo es muy robusto en la turbina Kaplan (más aún que en la de hélice) ya que debe alojar el mecanismo de reglaje del paso de los álabes del rotor y al mismo tiempo soportar el tremendo par que produce la acción del agua sobre los álabes.

El número de álabes del rotor depende de la altura disponible en la turbina y puede variar de 4 a 8, aunque hay turbinas Kaplan para altas cargas que llegan a tener 9 álabes. Los álabes son de grandes dimensiones a causa de la gran cantidad de agua con que deben operar para transmitir potentes pares al eje de la unidad.

### 3.12 Triángulos de velocidades de turbinas de acción: Turbina Pelton

En el caso de las turbinas Pelton, turbinas de flujo tangencial, los alabes reciben un chorro de alta velocidad y a presión atmosférica; por lo que el fluido está a presión constante, y por tanto su grado de reacción es nulo, denominándose turbina de acción. El fluido se envía por una o varias toberas aceleradoras de modo que la mayor parte de la energía del agua se convierte en energía cinética. El chorro a alta velocidad choca con los álabes en forma de cubeta llamados cucharas o cucharones o cangilones o paletas que transfieren la energía a la flecha o eje de la turbina. Lester A. Pelton (1829-1908) inventó en 1878 la turbina de impulsión moderna y más eficiente. Los cangilones de una rueda Pelton están diseñados para que dividan el flujo a la mitad y cambien la dirección del flujo casi  $180^\circ$  (respecto a un marco de referencia que se mueve con la rueda Pelton). Según la leyenda Pelton modeló la arista del divisor según las fosas de la nariz de una vaca. Una porción de la parte extrema de cada cangilón no alineado con el chorro (cangilón  $n+1$ ), se corta para que la mayor parte del chorro pueda atravesarlo, gracias a una abertura en la parte extrema, así, el chorro puede entonces alcanzar el cangilón más alineado (cangilón  $n$ ), ver figura 3.25. De esta manera, se utiliza la cantidad máxima de cantidad de movimiento del chorro.

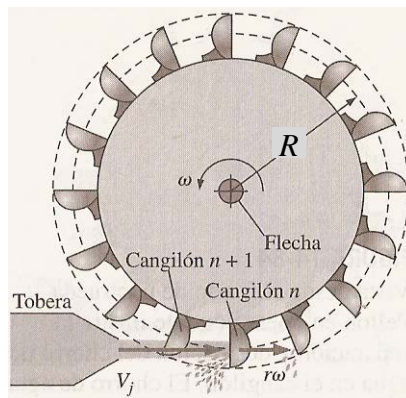


Figura 3.25 Esquema de la turbina de impulsión tipo Pelton

El tamaño del cangilón y el diámetro del chorro de agua son pequeños en comparación con el radio de la rueda, se aproximan  $r_1$  y  $r_2$  como iguales a  $R$ . Se supone que el agua se desvía hacia un ángulo  $\beta_2$  sin perder velocidad; en el marco de referencia relativo que se mueve con el cangilón, así la velocidad relativa se mantiene constante en magnitud. En el marco de referencia absoluto, necesario para la aplicación de la ecuación de Euler, la velocidad del chorro  $C_j$  es igual a la velocidad  $C_1$  y es igual a la velocidad tangencial en la entrada  $C_{1\theta}$ . Se construye un diagrama de velocidades en la figura 3.27 y 3.28 como ayuda para calcular la componente tangencial de la velocidad absoluta a la salida  $C_{2\theta}$  y aplicar la ecuación de Euler.

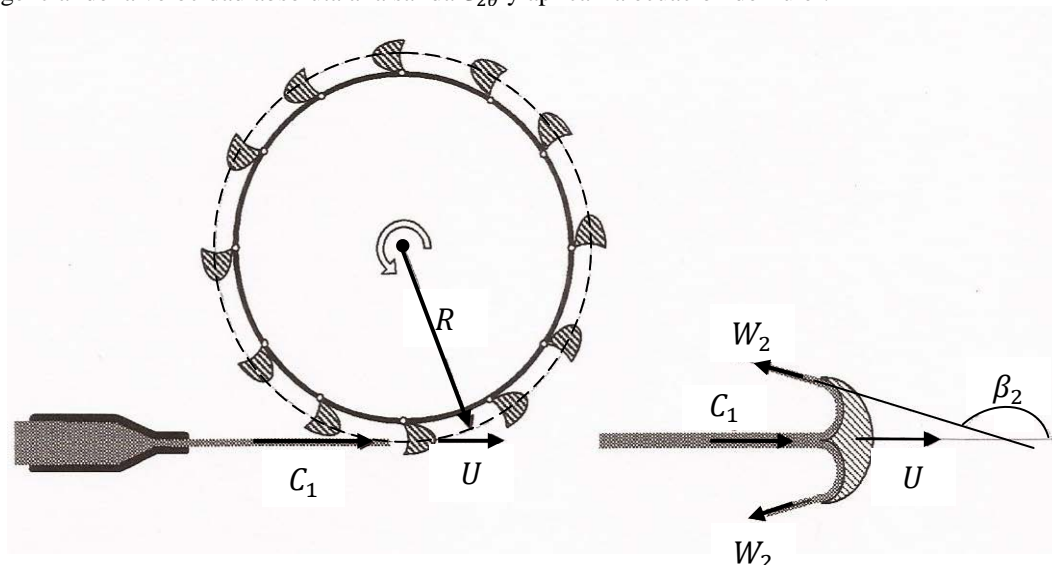


Figura 3.26. Rotor de una turbina Pelton. Detalle de una de las cucharas con las velocidades del flujo y ángulo de desviación.

El módulo de la velocidad relativa de entrada del chorro al alabe  $W_1$  se mantiene constante en su interacción con el chorro, sin considerar efectos disipativos, con lo que el módulo de la velocidad relativa de salida será igual al de la entrada, es decir,  $W_1 = W_2$ . La velocidad real  $W_2$  es algo menor que  $W_1$ .

La trayectoria de una partícula de agua en la cuchara es tangencial, de manera que en las turbinas Pelton se verifica siempre:  $U_1 = U_2 = U = \omega R$ .

La velocidad absoluta de entrada es tangencial, por lo que  $C_1 = C_{1\theta} = C_j$ . Donde  $C_j$  es la velocidad del chorro. El triángulo de velocidades en la entrada queda reducido a tres vectores tangenciales:

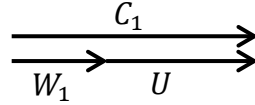


Figura 3.27 Velocidades en la entrada

Se cumple  $\vec{C}_1 = \vec{W}_1 + \vec{U}$ , de donde  $W_1 = C_1 - U$ , donde  $U = \frac{\pi DN}{60}$

En el triángulo de velocidades de la salida, la dirección de la velocidad relativa está marcada por el ángulo de salida del álabe. El álabe se diseña de tal forma que el chorro incidente se divide en dos chorros simétricos horizontales, con lo que se compensan los esfuerzos en el álabe en dirección axial. Se tienen dos triángulos de velocidades de salida simétricos, uno por cada uno de los lados por los que salen los chorros, cada uno con la mitad del caudal de entrada.

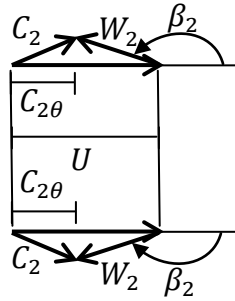


Figura 3.28 Triángulos de velocidades en la salida

La ecuación de Euler se escribe:

$$H_{rotor} = \frac{1}{g} U (C_{1\theta} - C_{2\theta}) \quad (3.34)$$

Donde:

$$\begin{aligned} C_{2\theta} &= U - W_2 \cos(180^\circ - \beta_2) = U + W_2 \cos \beta_2 = \\ C_{2\theta} &= U + (C_j - U) \cos \beta_2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} H_{rotor} &= \frac{1}{g} U (C_{1\theta} - (U + (C_j - U) \cos \beta_2)) \\ H_{rotor} &= \frac{1}{g} U (C_j - U) (1 - \cos \beta_2) \end{aligned} \quad (3.36)$$

La potencia del rotor:

$$\dot{W}_{rotor} = \gamma Q H_{rotor}$$

Sustituyendo la ecuación 3.28 se tiene:

$$\begin{aligned}\dot{W}_{rotor} &= \gamma Q \frac{1}{g} U (C_j - U) (1 - \cos \beta_2) \\ \dot{W}_{rotor} &= \rho Q U (C_j - U) (1 - \cos \beta_2)\end{aligned}\quad (3.37)$$

La potencia máxima se logra en teoría si  $\beta_2$  es  $180^\circ$ . Sin embargo si ese fuera el caso, el agua que sale de un cangilón golpearía la parte posterior del cangilón vecino que viene detrás, así se reduciría el par de torsión y la potencia generada. Por lo regular  $\beta_2$  varía entre  $160^\circ$  y  $168^\circ$ . El factor de eficiencia debido a  $\beta_2$  menor de  $180^\circ$  es:

$$\eta_\beta = \frac{\dot{W}_{rotor}}{\dot{W}_{rotor,teorica}} = \frac{1 - \cos \beta_2}{1 - \cos 180^\circ} \quad (3.38)$$

Cuando  $\beta_2 = 160^\circ$ , por ejemplo  $\eta_\beta = 0.97$ , que corresponde a una pérdida de cerca de 3%.

La potencia del rotor es igual a cero si  $U = 0$  (la rueda no gira en absoluto). La potencia en el rotor es también cero si  $U = C_j$  (el cangilón se mueve a la velocidad del chorro). En alguna parte entre estos dos extremos se ubica la velocidad óptima de la rueda. Si se deriva la ecuación 3.37 respecto a  $U$  y se iguala a cero, la potencia máxima ocurre cuando  $U = \frac{C_j}{2}$  (el cangilón se mueve a la mitad de la velocidad del chorro).

Para una turbina Pelton real, existen pérdidas además de la ecuación 3.38: la fricción mecánica, el arrastre de los cangilones, la fricción a lo largo de las superficies internas de los cangilones, el desalineo del chorro y el cangilón cuando gira, la salpicadura hacia atrás y las pérdidas en la tobera aceleradora. Aun así, la eficiencia de una turbina Pelton diseñada adecuadamente se aproxima a 90%.

La Potencia hidráulica de la turbina Pelton:

$$\dot{W}_{hid} = \gamma Q H_T$$

Aplicando Bernoulli se tiene que  $H_T$  es:

$$H_T = \Delta z - h_{f1-2}$$

Donde  $h_{f1-2}$  da cuenta de las pérdidas en la tubería forzada.

Si la pérdida en la tobera, se estima mediante un coeficiente de velocidad  $C_v$ , la velocidad del chorro puede darse en términos de la carga disponible  $H_T$ , representando ésta la carga piezométrica inmediatamente arriba de la tobera.

$$C_j = C_v \sqrt{2gH_T} \quad (3.39)$$

Los valores de  $C_v$  típicamente,  $0.92 \leq C_v \leq 0.98$

La relación entre la potencia hidráulica y la potencia del rotor está dada por el rendimiento interno o hidráulico:

$$\eta_h = \frac{\dot{W}_{rotor}}{\dot{W}_{hid}}$$

Finalmente la potencia útil o realmente aprovechada de la turbina Pelton será la potencia mecánica. La relación entre la potencia del rotor y la potencia mecánica viene determinada por el rendimiento mecánico:

$$\eta_{mec} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{rotor}}$$



**Ejemplo 3.1**

Una turbina Francis aprovecha un salto geodésico de 200 m. Las pérdidas en la tubería forzada se estiman en unos 20 m. El rendimiento mecánico de la turbina es de 97%. La turbina recibe un caudal de 2 m<sup>3</sup>/s. La turbina gira a 300 RPM y el diámetro del rodete es 2 m. La componente de la velocidad absoluta que produce intercambio de energía entre el fluido y el rodete tiene una magnitud de 45 m/s y está diseñada para máxima transferencia de energía.

- Calcular el rendimiento interno de la turbina.
- La potencia disponible en el fluido.
- La potencia perdida en roce viscoso.
- La potencia perdida en roce mecánico.
- Triángulo de velocidades de la entrada si el ancho del alabe es constante en cualquier posición radial e igual a 10 cm.
- Si el diámetro de salida es 20 cm dibujar el Triángulo de velocidades.
- Calcule el Grado de reacción de la Turbina Francis.

Datos:

$$\Delta Z = 200 \text{ m}$$

$$h_{f1-2} = 20 \text{ m}$$

$$\eta_{mec} = 97\%$$

$$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$N = 300 \text{ RPM}$$

$$D_2 = 2 \text{ m}$$

$$C_{2\theta} = 45 \text{ m/s}$$

$$B_2 = 10 \text{ cm}$$

$$D_3 = 20 \text{ cm}$$

- Rendimiento interno:

$$\eta_h = \frac{H_{rotor}}{H_T}$$

$$H_T = \Delta Z - h_{f1-2} = 200 - 20 = 180 \text{ m}$$

$$H_{rotor} = \frac{U_2 C_{2\theta}}{g}$$

$$U_2 = \frac{\pi D_2 N}{60} = \frac{\pi \times 2 \times 300}{60} = 31.42 \text{ m/s}$$

$$H_{rotor} = \frac{31.42 \times 45}{9.81} = 144.13 \text{ m}$$

$$\eta_h = \frac{144.13}{180} = 0.80$$

- Potencia hidráulica:

Se supone agua a 20°C.

$$\dot{W}_{hid} = \gamma Q H_T = 998 \times 9.81 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 180 \text{ m} = 3.524 \text{ MW}$$

- Potencia debido a pérdidas hidráulicas:

$$\dot{W}_{ph} = \dot{W}_{hid} - \dot{W}_{rotor} = \gamma Q (H_T - H_{rotor}) = \gamma Q h_{fint} = 998 \times 9.81 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 35.87 \text{ m} = 0.702 \text{ MW}$$

- Potencia debido a pérdidas mecánicas:

$$\dot{W}_{mec} = \dot{W}_{hid} \eta_T = 3.524 \text{ MW} \times 0.80 \times 0.97 = 2.735 \text{ MW}$$

$$\dot{W}_{rotor} = 998 \times 9.81 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 144.13 \text{ m} = 2.822 \text{ MW}$$

$$\dot{W}_{pmec} = \dot{W}_{rotor} - \dot{W}_{mec} = 2.822 - 2.735 = 0.087 \text{ MW}$$

e) Triángulo de velocidades en la entrada:

$$Q = C_{2r} \pi D_2 B_2$$

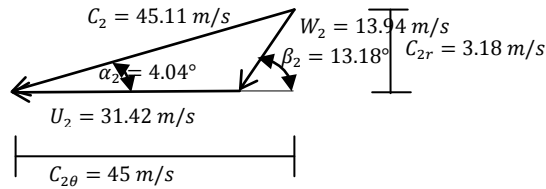
$$C_{2r} = \frac{Q}{\pi D_2 B_2} = \frac{2}{\pi \times 2 \times 0.10} = 3.18 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{3.18}{45}\right) = 4.04^\circ$$

$$C_2 = \sqrt{3.18^2 + 45^2} = 45.11 \text{ m/s}$$

$$W_2 = \sqrt{45.11^2 + 31.42^2 - 2 \times 45.11 \times 31.42 \times \cos 4.04^\circ} = 13.94 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{3.18}{45 - 31.42}\right) = 13.18^\circ$$



f) Triángulo de velocidades de la salida:

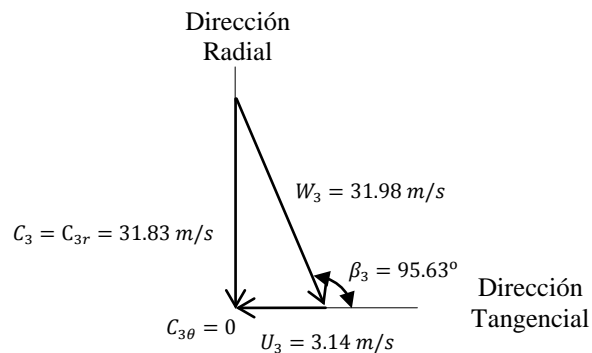
$$B_3 = B_2 = 15 \text{ cm}$$

$$C_3 = C_{3r} = \frac{Q}{\pi D_3 B_3} = \frac{2}{\pi \times 0.2 \times 0.10} = 31.83 \text{ m/s}$$

$$U_3 = \frac{\pi D_3 N}{60} = \frac{\pi \times 0.20 \times 300}{60} = 3.14 \text{ m/s}$$

$$W_3 = \sqrt{31.83^2 + 3.14^2} = 31.98 \text{ m/s}$$

$$\beta_3 = 180^\circ - \arctan\left(\frac{31.83}{3.14}\right) = 95.63^\circ$$



g) Grado de Reacción

$$Gr = \frac{H_p}{H_e}$$

$$H_p = \frac{31.98^2 - 13.94^2}{2 \times 9.81} + \frac{31.42^2 - 3.14^2}{2 \times 9.81} = 92.04 \text{ m}$$

$$Gr = \frac{92.04}{144.13} = 0.6386$$

### Ejemplo 3.2

Una turbina Pelton gira con una velocidad angular de 400 RPM. Desarrollando una potencia mecánica máxima respecto a la velocidad tangencial de 66.15 KW, bajo una altura de turbina aprovechada de 60 m de columna de agua considerando las pérdidas en la tubería forzada. El diámetro del tubo de entrada en la base de la tobera única es de 200 mm. Las eficiencias hidráulica y mecánica son 83% y 98% respectivamente. La velocidad del chorro que sale de la tobera se puede calcular con la ecuación:  $C_j = C_v \sqrt{2gH_T}$ , donde  $C_v$  es el coeficiente de velocidad igual a 0.97, el cual da cuenta de las pérdidas en la tobera. Determine la

razón de flujo volumétrico, b) el diámetro del chorro, c) el diámetro de la rueda y d) la presión en el tubo de entrada en la base de la tobera, e) Triángulo de velocidades en la salida

Datos:

$$N = 400 \text{ RPM}; \dot{W}_{mec} = 66.15 \text{ KW}; H_T = 60 \text{ m}; D_{et} = 200 \text{ mm}; \eta_h = 83\%; \eta_{mec} = 98\%$$

a) Caudal:

$$\eta_{mec} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{rotor}}$$

$$\dot{W}_{rotor} = \frac{66.15 \text{ KW}}{0.98} = 67.5 \text{ KW}$$

$$Q = \frac{\dot{W}_{rotor}}{\gamma H_T \eta_h} = \frac{67500}{998 \times 9.81 \frac{N}{m^3} \times 60 \times 0.83} =$$

$$Q = 0.138 \frac{m^3}{s}$$

b) Diámetro del chorro:

$$C_j = C_v \sqrt{2gH_T} = 0.97 \sqrt{2 \times 9.81 \times 60} = 33.3 \text{ m/s}$$

El área del chorro es el caudal entre la velocidad  $C_j$

$$A_j = \frac{Q}{C_j} = \frac{0.138}{33.3} = 4.14 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$D_j = \sqrt{\frac{4A_j}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 4.14 \times 10^{-3}}{\pi}} = 0.0726 \text{ m}$$

c) Diámetro de la rueda Pelton:

Como la potencia desarrollada es la potencia máxima respecto a  $U$ , se tiene:

$$U = \frac{C_j}{2} = 16.65 \text{ m/s}$$

$$U = \frac{\pi D N}{60}$$

$$D = \frac{60U}{\pi N} = \frac{60 \times 16.65}{\pi \times 400} = 0.795 \text{ m}$$

d) Presión en la entrada de la tobera:

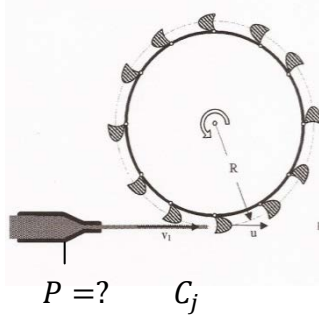
Aplicando Bernoulli desde la entrada de la tobera hasta después de la turbina se tiene:

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} - H_T = 0$$

$$P = \gamma \left( H_T - \frac{Q^2}{2gA^2} \right) =$$

$$P = 998 \times 9.81 \frac{N}{m^3} \left( 60 - \frac{0.138^2}{2 \times 9.81 \times 0.0314^2} \right)$$

$$P = 578 \text{ KPa}$$



e) Triangulo de velocidades en la salida:

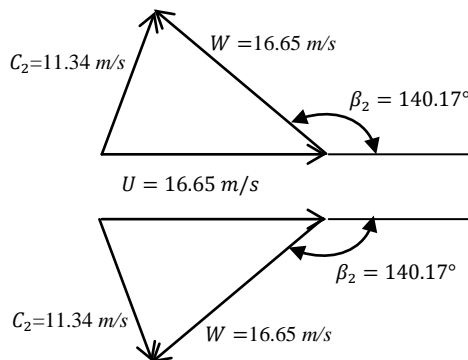
$$W_2 = C_j - U = 33.3 - 16.65 = 16.65 \text{ m/s}$$

$$\cos \beta_2 = 1 - \frac{W_{rotor}}{\rho Q U (C_j - U)} = 1 - \frac{67500}{998 \times 0.138 \times 16.65 \times 16.65} = -0.7679$$

$$\beta_2 = \arccos(-0.7679) = 140.17^\circ$$

$$C_2 = \sqrt{16.65^2 + 16.65^2 - 2 \times 16.65 \times 16.65 \times \cos(180 - 140.17)}$$

$$C_2 = 11.34 \text{ m/s}$$



### Ejemplo 3.3

Se rediseña una hidroturbina Francis de flujo radial para reemplazar una turbina antigua en una presa hidroeléctrica. La nueva turbina debe satisfacer las siguientes restricciones de diseño con el fin de acoplarse con la instalación existente: El radio de entrada del rotor  $r_2 = 8.20$  pies (2.50 m) y su radio de salida es  $r_3 = 5.80$  pies (1.77 m). El ancho de las aspas del rotor son  $B_2 = 3$  pies (0.914 m) y  $B_3 = 8.60$  pies (2.62 m) a la entrada y salida, respectivamente. El rotor debe girar a 120 RPM (12.57 rad/s) para impulsar el generador eléctrico de 60 Hz. Las aspas directrices ajustables desvían el flujo en un ángulo  $\alpha_2 = 57^\circ$  en la entrada del rotor y el flujo en la salida del rotor tendrá un ángulo  $\alpha_3$  entre  $80^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $100^\circ$  para el flujo apropiado por el tubo de aspiración. El caudal en condiciones de diseño es  $599 \text{ m}^3/\text{s}$ , y la carga total que proporciona la presa o diferencia de altura geodésica es de 92.4 m. A) Calcule los ángulos de los álabes del rotor de entrada y salida  $\beta_2$  y  $\beta_3$ , respectivamente, y prediga la salida de potencia y la carga hidrostática neta necesaria o altura de la turbina si se ignoran las pérdidas por irreversibilidades para el caso de  $\alpha_3 = 80^\circ$  (con movimiento giratorio). B) Repita los cálculos para el caso de  $\alpha_3 = 90^\circ$ , es decir, máxima transferencia de energía (sin movimiento giratorio). C) Repita los cálculos para el caso de  $\alpha_3 = 100^\circ$  (movimiento giratorio invertido). Dibuje los triángulos de velocidades en los tres casos.

Datos:

$$r_2 = 8.20 \text{ pies (2.50 m); } B_2 = 3 \text{ pies (0.914 m); } \alpha_2 = 57^\circ$$

$$r_3 = 5.80 \text{ pies (1.77 m); } B_3 = 8.60 \text{ pies (2.62 m); } \alpha_3 \text{ entre } 80^\circ, 90^\circ \text{ y } 100^\circ$$

$$N = 120 \text{ RPM (12.57 rad/s)}$$

$$Q = 599 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta z = 92.4 \text{ m}$$

Calcular:

$$A) \beta_2 \text{ y } \beta_3, H_T, W_{mec} \text{ con } \eta_T = 100\% \text{ y } \alpha_3 = 80^\circ$$

- B)  $\beta_2$  y  $\beta_3$ ,  $H_T$ ,  $\dot{W}_{mec}$  con  $\eta_T = 100\%$  y  $\alpha_3 = 90^\circ$   
 C)  $\beta_2$  y  $\beta_3$ ,  $H_T$ ,  $\dot{W}_{mec}$  con  $\eta_T = 100\%$  y  $\alpha_3 = 100^\circ$

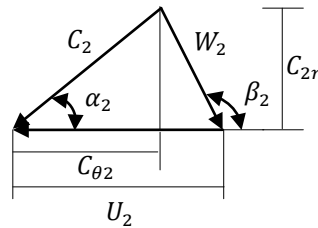
Si la eficiencia de la turbina es 100%, entonces:  $\dot{W}_{hid} = \dot{W}_{rotor} = \dot{W}_{mec} = \dot{m}(U_2 C_{\theta 2} - U_3 C_{\theta 3})$

$$U_2 = \omega r_2 = 12.57 \times 2.50 = 31.43 \text{ m/s}$$

$$C_{2r} = \frac{Q}{2\pi r_2 B_2} = \frac{599}{2\pi \times 2.50 \times 0.914} = 41.72 \text{ m/s}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{C_{2r}}{C_{\theta 2}} \rightarrow C_{\theta 2} = \frac{41.72}{\tan 57^\circ} = 27.09 \text{ m/s}$$

Como  $U_2 > C_{2\theta}$  el triángulo es como se dibuja a continuación:



$$\beta_2 = 180^\circ - \arctan\left(\frac{C_{2r}}{U_2 - C_{\theta 2}}\right) = 180^\circ - 84.06^\circ = 95.94^\circ$$

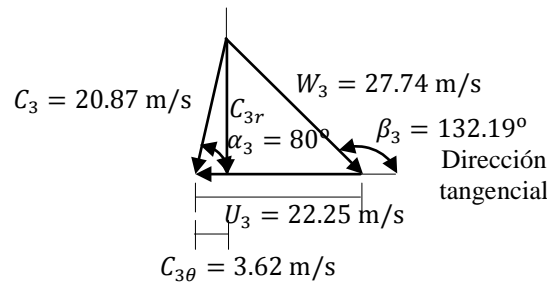
- A) Se repiten los cálculos para la salida con  $\alpha_3 = 80^\circ$  (movimiento giratorio en el sentido de rotación)

$$U_3 = \omega r_3 = 12.57 \times 1.77 = 22.25 \text{ m/s}$$

$$C_{3r} = \frac{Q}{2\pi r_3 B_3} = \frac{599}{2\pi \times 1.77 \times 2.62} = 20.55 \text{ m/s}$$

$$C_{3\theta} = \frac{20.55}{\tan 80^\circ} = 3.62 \text{ m/s}$$

$$\beta_3 = 180^\circ - \arctan\left(\frac{C_{3r}}{U_3 - C_{\theta 3}}\right) = 180^\circ - 47.81^\circ = 132.19^\circ$$



Como la eficiencia de la turbina es 100%, entonces:

$$\dot{W}_{hid} = \dot{W}_{rotor} = \dot{W}_{mec} = \rho Q (U_2 C_{\theta 2} - U_3 C_{\theta 3}) = 998 \times 599 \times (31.43 \times 27.09 - 22.25 \times 3.62) = 460300784.8 \text{ W} = 460.3 \text{ MW}$$

$$H_T = \frac{\dot{W}_{hid}}{\rho g Q} = \frac{460300784.8}{998 \times 9.81 \times 599} = 78.49 \text{ m}$$

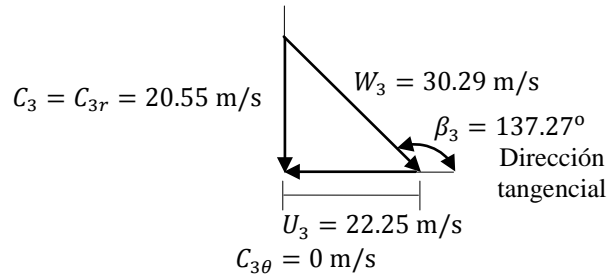
- B) Se repiten los cálculos para la salida con  $\alpha_3 = 90^\circ$  (sin movimiento giratorio)

$$U_3 = \omega r_3 = 12.57 \times 1.77 = 22.25 \text{ m/s}$$

$$C_{3r} = 20.55 \text{ m/s}$$

$$C_{3\theta} = 0 \text{ m/s}$$

$$\beta_3 = 180^\circ - \arctan\left(\frac{C_{3r}}{U_3}\right) = 180^\circ - 42.73^\circ = 137.27^\circ$$



Como la eficiencia de la turbina es 100%, entonces:

$$\dot{W}_{hid} = \dot{W}_{rotor} = \dot{W}_{mec} = \rho Q (U_2 C_{\theta 2}) = 998 \times 599 \times (31.43 \times 27.09) = 508991757.7 \text{ W} = 509.0 \text{ MW}$$

$$H_T = \frac{\dot{W}_{hid}}{\rho g Q} = \frac{508991757.7}{998 \times 9.81 \times 599} = 86.79 \text{ m}$$

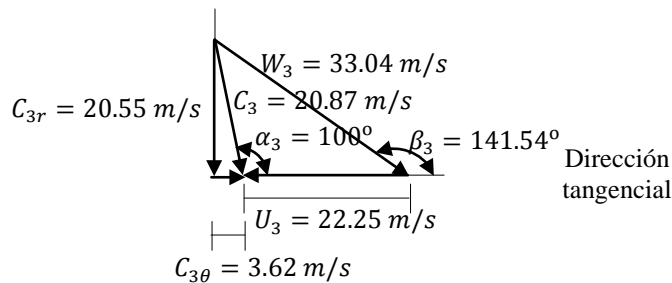
C) Se repiten los cálculos para la salida con  $\alpha_3 = 100^\circ$  (movimiento giratorio invertido respecto al sentido de rotación)

$$U_3 = \omega r_3 = 22.25 \text{ m/s}$$

$$C_{3r} = 20.55 \text{ m/s}$$

$$\tan 10^\circ = \frac{C_{3\theta}}{C_{3r}} \rightarrow C_{3\theta} = 20.55 \times \tan 10^\circ = 3.62 \text{ m/s}$$

$$\beta_3 = 180^\circ - \arctan\left(\frac{C_{3r}}{U_3 + C_{\theta 3}}\right) = 180^\circ - 38.46^\circ = 141.54^\circ$$



Como la eficiencia de la turbina es 100%, entonces:

En este caso en 3 el producto vectorial y el producto punto resultan positivos:

$$\vec{r}_3 \times \vec{C}_3 = |\vec{r}_3| |\vec{C}_3| \sin(360^\circ + \theta) \hat{k} = |\vec{r}_3| |\vec{C}_3| \sin \theta \hat{k} = r_3 C_{3\theta} \hat{k}$$

$$\dot{W}_{hid} = \dot{W}_{rotor} = \dot{W}_{mec} = \rho Q (U_2 C_{\theta 2} + U_3 C_{\theta 3}) = 998 \times 599 \times (31.43 \times 27.09 + 22.25 \times 3.62) = 557141719.8 \text{ W} = 557.1 \text{ MW}$$

$$H_T = \frac{\dot{W}_{hid}}{\rho g Q} = \frac{557141719.8}{998 \times 9.81 \times 599} = 95 \text{ m}$$

En este problema se estudió la variación en los triángulos de salida con movimiento giratorio (ángulo de  $C_3$  igual a  $10^\circ$  respecto a la dirección radial, o sea,  $\alpha_3 = 80^\circ$ ), sin movimiento giratorio (ángulo de  $C_3$  igual a  $0^\circ$  respecto a la dirección radial, o sea,  $\alpha_3 = 90^\circ$ ) y con movimiento giratorio invertido (ángulo de  $C_3$  igual a  $-10^\circ$  respecto a la dirección radial, o sea,  $\alpha_3 = 100^\circ$ ).

En el caso C, se observa que en condiciones ideales la carga hidrostática neta necesaria o altura de la turbina se incrementa a 95 m. La potencia de salida teórica se incrementa en alrededor de 10% cuando se elimina el movimiento giratorio (máxima transferencia de energía) y aumenta en casi otro 10% cuando hay  $10^\circ$  de movimiento giratorio invertido de la velocidad absoluta en la salida respecto a la dirección radial. Sin embargo la carga total disponible desde la presa o diferencia de altura geodésica  $\Delta z$  es sólo de 92.4 m. Así el caso de movimiento giratorio invertido (caso C) es imposible ya que la altura de la turbina no puede ser mayor que la carga total. En este problema se han ignorado las irreversibilidades internas de la turbina, la salida de potencia real o potencia mecánica será menor debido a la eficiencia mecánica aplicada a la potencia del rotor, y la altura de la turbina  $H_T$  será mayor que los valores predichos en este problema debido al rendimiento interno.

**Ejemplo 3.4**

La turbina Kaplan instalada en Ribarroja, sobre el río Ebro, en España, genera 67700 KW, bajo 34 m de carga y 225 m<sup>3</sup>/s de caudal, tiene un rotor de 5.7 m de diámetro. La altura del distribuidor es  $B=1.88$  m. El Diámetro ecuatorial medido a la salida del distribuidor es  $D_0' = 6.15$  m. El diámetro del cubo es  $d_c = 2.90$  m. Suponiendo que la velocidad absoluta a la salida del distribuidor forma un ángulo de 45° con la dirección tangencial, determinar: A) las velocidades tangenciales del agua ( $C_{\theta 2}$ ) en la arista de ataque del rotor, a distancias  $r_r = 1.45$  m (*arranque en el cubo*),  $r_m = 2.15$  m (*radio medio*),  $r_t = 2.85$  m (*extremo del álabe*). B) El ángulo de la velocidad relativa del rotor en los tres puntos indicados en la parte anterior. La velocidad de giro se puede calcular usando la ecuación 3.33, ajustada a un generador de 50 ciclos/s. C) El número de pares de polos del generador. D) El triángulo de velocidades en la salida con máxima transferencia de energía, calculado en el radio medio.

En la zona de vórtices libres que precede al rotor, no se ejerce ninguna acción sobre el agua, o sea, que el momento exterior es cero; se conserva, por lo tanto, el momento de la cantidad de movimiento:

$$\sum M_{ext} = \frac{d}{dt}(mC_{\theta}r) = 0$$

$$mC_{\theta}r = \text{constante}$$

$$C_{\theta}r = \text{constante}$$

En la sección de salida del distribuidor se tendrá:

$$C_{\theta 0}'r_0' = \text{constante}$$

$$C_{\theta 0}' = C_0' \cos 45^\circ = C_0' \sin 45^\circ = C_{r0}'$$

$$C_{r0}' = \frac{Q}{\pi D_0' B} = \frac{225}{\pi \times 6.15 \times 1.88} = 6.2 \text{ m/s}$$

$$C_{\theta 0}' = 6.2 \text{ m/s}$$

Por lo tanto:

$$C_{\theta 0}'R_0' = 6.2 \times 3.075 = 19.05 = \text{constante}$$

A) En la arista de ataque del rotor se tendrá:

$r_r = 1.45$  m (*arranque en el cubo*):

$$C_{\theta 2r}r_r = 19.05 \text{ (constante)}$$

$$C_{\theta 2r}1.45 = 19.05$$

$$C_{\theta 2r} = \frac{19.05}{1.45} = 13.13 \text{ m/s}$$

Para  $r_m = 2.15$  m (*radio medio*)

$$C_{\theta 2m} = \frac{19.05}{2.15} = 8.85 \text{ m/s}$$

Para  $r_t = 2.85$  m (*extremo del álabe*)

$$C_{\theta 2t} = \frac{19.05}{2.85} = 6.68 \text{ m/s}$$

B) Para calcular  $U_1$  se necesita la velocidad de giro de la turbina usando la ecuación 3.33.

$$N = \frac{950 H_T^{3/4}}{(HP)^{1/2}} \quad H_T = 34 \text{ m} = 129 \text{ pies} \quad \dot{W}_{mec} = \frac{67700 \text{ KW}}{0.746} = 90600 \text{ HP, luego:}$$

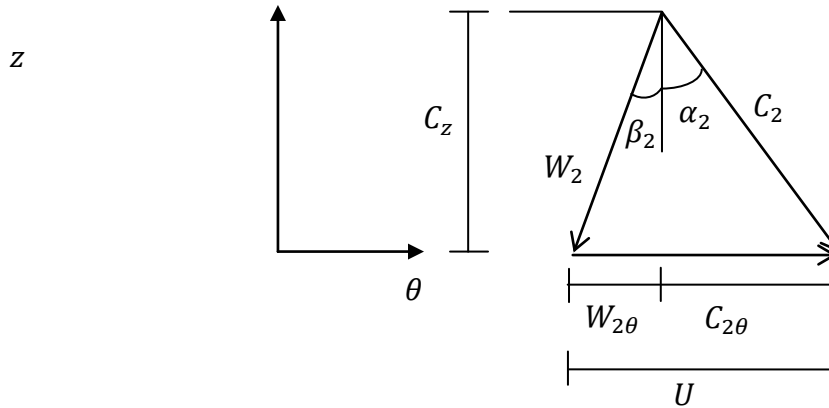
$$N = \frac{950129^{3/4}}{(90600)^{1/2}} = 121 \text{ RPM}$$

$$U_{r2} = \frac{\pi D_r N}{60} = \frac{\pi \times 2.90 \times 121}{60} = 18.37 \text{ m/s}$$

$$U_{m2} = \frac{\pi D_m N}{60} = \frac{\pi \times 4.30 \times 121}{60} = 27.24 \text{ m/s}$$

$$U_{t2} = \frac{\pi D_t N}{60} = \frac{\pi \times 5.70 \times 121}{60} = 36.11 \text{ m/s}$$

Como todas las velocidades tangenciales del álabe son mayores que las respectivas componentes tangenciales de las velocidades absolutas en el arranque del álabe, punto medio y tope o extremo del álabe, los triángulos de velocidades son como se muestra:



Usando las ecuaciones 3.28 a 3.30

El área de paso en términos de los diámetros será:

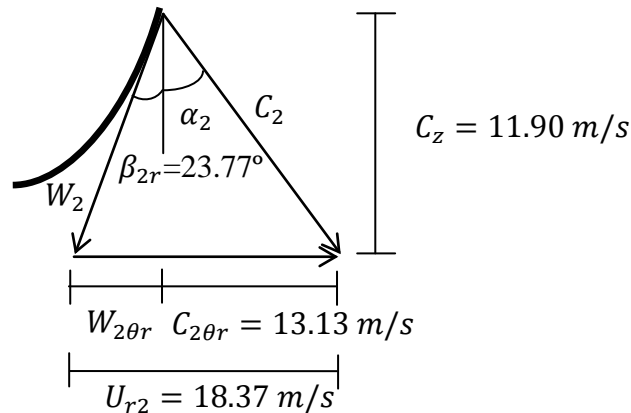
$$A = \pi \frac{(D^2 - d_c^2)}{4} = \pi \frac{(5.70^2 - 2.90^2)}{4} = 18.91 \text{ m}^2$$

$$C_z = \frac{Q}{A} = \frac{225}{18.91} = 11.90 \text{ m/s}$$

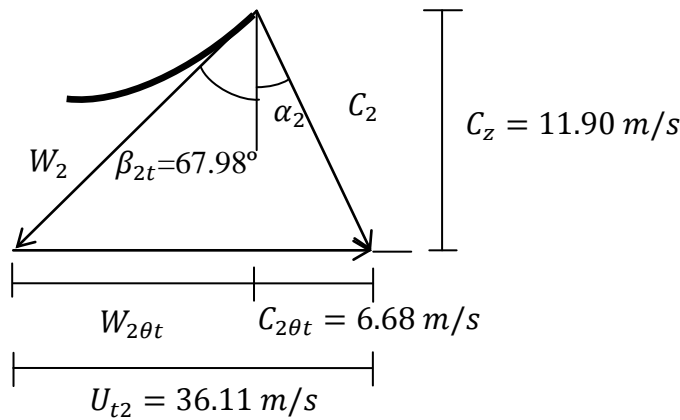
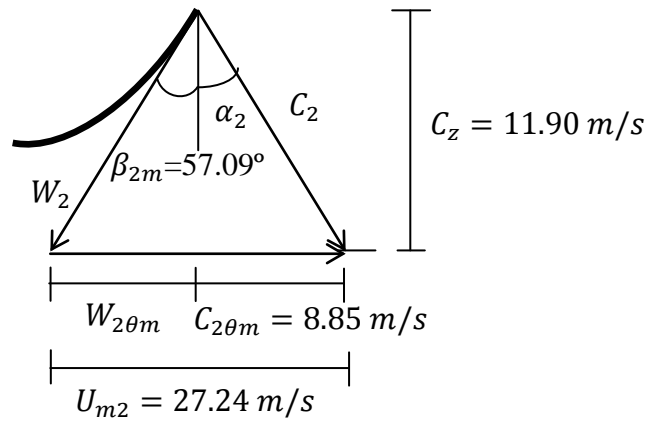
$$\beta_{2r} = \arctan\left(\frac{U_{r2} - C_{\theta 2r}}{C_z}\right) = \frac{18.37 - 13.13}{11.90} = 23.77^\circ$$

$$\beta_{2m} = \arctan\left(\frac{U_{m2} - C_{\theta 2m}}{C_z}\right) = \frac{27.24 - 8.85}{11.90} = 57.09^\circ$$

$$\beta_{2t} = \arctan\left(\frac{U_{t2} - C_{\theta 2t}}{C_z}\right) = \frac{36.11 - 6.68}{11.90} = 67.98^\circ$$







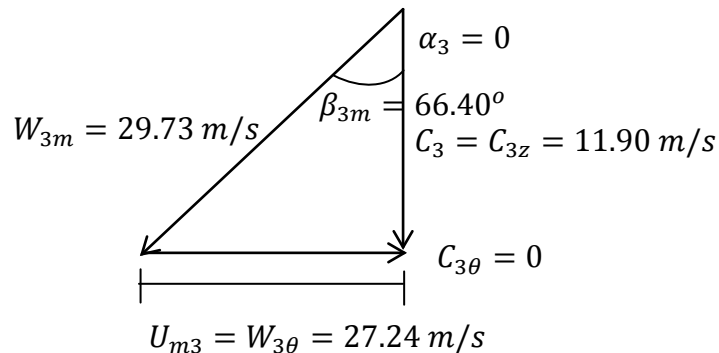
C) El número de pares de polos del generador ajustado a una frecuencia de 50 ciclos /s, se calcula con la ecuación:

$$P = \frac{60f}{N} = \frac{60 \times 50}{121} = 25 \text{ pares de polos}$$

D) Triangulo de velocidades a la salida con máxima transferencia de energía, calculado en el radio medio

$$\beta_{3m} = \arctan\left(\frac{U_{m3}}{C_z}\right) = \arctan\left(\frac{27.24}{11.90}\right) = 66.40^\circ$$

$$W_{3m} = \sqrt{11.90^2 + 27.24^2} = 29.73 \text{ m/s}$$



### 3.11 Problemas

3.1 Se emplea una turbina Pelton para producir potencia hidroeléctrica. El radio promedio de la rueda es de  $1.83\text{ m}$ , y la velocidad del chorro es de  $102\text{ m/s}$  desde una tobera aceleradora con diámetro de salida igual a  $10\text{ cm}$ . El ángulo de desviación del flujo por los cangilones es  $\beta_2 = 165^\circ$ . A) Calcule el caudal por la turbina en  $\text{m}^3/\text{s}$ . B) ¿Cual es la razón de rotación óptima en  $\text{RPM}$  de la rueda para potencia máxima? C) Calcule la potencia mecánica en  $\text{MW}$  si la eficiencia de la turbina es  $82\%$ .

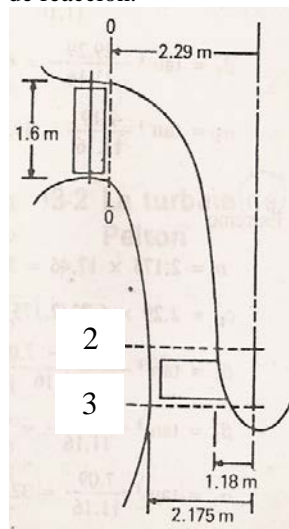
3.2 Se diseña una hidroturbina Francis de flujo radial con las siguientes dimensiones:  $r_2 = 2\text{ m}$ ,  $r_3 = 1.42\text{ m}$ ,  $B_2 = 0.731\text{ m}$  y  $B_3 = 2.2\text{ m}$ . El rotor gira a  $180\text{ RPM}$ . Las aspas directrices desvían la velocidad absoluta del flujo en la entrada al rotor un ángulo de  $30^\circ$  respecto a la dirección radial, y la velocidad absoluta del flujo en la salida del rotor está a un ángulo de  $10^\circ$  desde la dirección radial en el sentido de rotación. El caudal en las condiciones de diseño es  $340\text{ m}^3/\text{s}$  y la carga total o diferencia de altura geodésica que proporciona la presa es  $90\text{ m}$ . Para el diseño preliminar, las pérdidas irreversibles son despreciables. Calcule los ángulos de las aspas del rotor y prediga la producción de potencia en  $\text{MW}$  y la carga hidrostática neta requerida en metros. ¿Es posible el diseño?

Investigue el efecto del ángulo de salida de la velocidad absoluta con respecto a la dirección radial con una valor de  $20^\circ$  de movimiento giratorio,  $0^\circ$  sin movimiento giratorio y  $20^\circ$  de movimiento giratorio invertido.

3.3 Una hidroturbina Francis de flujo radial tiene las siguientes dimensiones:  $r_2 = 2.00\text{ m}$ ,  $r_3 = 1.30\text{ m}$ ,  $B_2 = 0.85\text{ m}$  y  $B_3 = 2.10\text{ m}$ . Los ángulos de aspas del rotor son:  $\beta_2 = 114^\circ$  y  $\beta_3 = 161.5^\circ$  en la entrada y la salida del rotor de la turbina, respectivamente. El rotor gira a  $100\text{ RPM}$ . El caudal en condiciones de diseño es  $80\text{ m}^3/\text{s}$ . Las pérdidas irreversibles se ignoran en este análisis preliminar. Calcule el ángulo  $\alpha_2$  por el que las aspas directrices deben desviar el flujo. Calcule el ángulo de movimiento giratorio de la velocidad absoluta en la salida del rotor, con respecto a la dirección radial. ¿Tiene esta turbina movimiento giratorio en la dirección de giro del rotor o movimiento giratorio invertido? Prediga la producción de potencia en  $\text{MW}$  y la carga hidrostática neta necesaria en metros.

3.4 Una hidroturbina Francis de flujo radial tiene las siguientes dimensiones:  $r_2 = 6.60\text{ pies}$ ,  $r_3 = 4.40\text{ pies}$ ,  $B_2 = 2.60\text{ pies}$  y  $B_3 = 7.20\text{ pies}$ . Los ángulos de aspas del rotor son:  $\beta_2 = 98^\circ$  y  $\beta_3 = 134^\circ$  en la entrada y la salida del rotor de la turbina, respectivamente. El rotor gira a  $120\text{ RPM}$ . El caudal en condiciones de diseño es  $4.70 \times 10^6\text{ gpm}$ . Las pérdidas irreversibles se ignoran en este análisis preliminar. Calcule el ángulo  $\alpha_2$  por el que las aspas directrices deben desviar el flujo. Calcule el ángulo de movimiento giratorio de la velocidad absoluta en la salida del rotor, con respecto a la dirección radial. ¿Tiene esta turbina movimiento giratorio en la dirección de giro del rotor o movimiento giratorio invertido? Prediga la producción de potencia en  $\text{HP}$  y la carga hidrostática neta necesaria en pies.

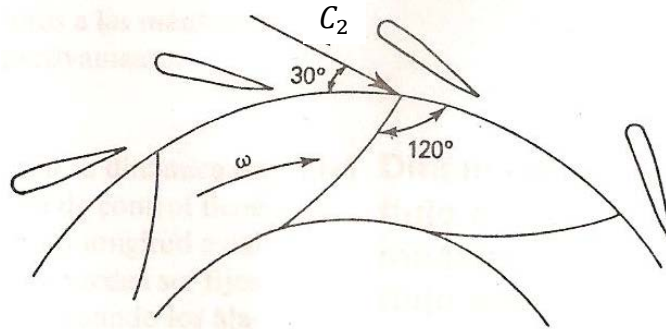
3.5 En la figura se señalan las dimensiones importantes de una turbina Kaplan. En la condición de diseño la eficiencia hidráulica es de  $90\%$ . No existe componente tangencial de la velocidad absoluta en la salida del rodete. El régimen de revoluciones es  $166.7\text{ RPM}$  y la potencia que el fluido transfiere al rodete es  $31.5\text{ MW}$ . La altura de la turbina es  $30.5\text{ m}$ . Encontrar: A) El ángulo de flujo a la salida de los álabes directrices del distribuidor. B) Los triángulos de velocidades del flujo en la entrada y en la salida, en la raíz, centro y extremo de los álabes móviles. C) El grado de reacción.



3.6 Se propone construir una planta de turbina Francis de flujo radial cuyos datos aparecen a continuación estimar el diámetro del rodete y la potencia desarrollada. La velocidad relativa es tangente a los álabes en la entrada al rodete.

(GyT p407 (p5))

$$C_{3\theta} = 0 \quad \eta_h = 0.88 \quad H_T = 15 \text{ m} \quad \eta_{mec} = 0.966 \quad \omega = 16.67 \frac{rev}{s} \quad \frac{B_2}{D_2} = 0.25$$



3.7 La turbina Kaplan tiene carga disponible de 16.8 m. Su eficiencia interna es de 93% y mecánica de 97%. La potencia útil transmitida al generador es de 33750 KW. La velocidad angular es de 94.74 RPM. En su diseño se aplicaron los siguientes criterios:

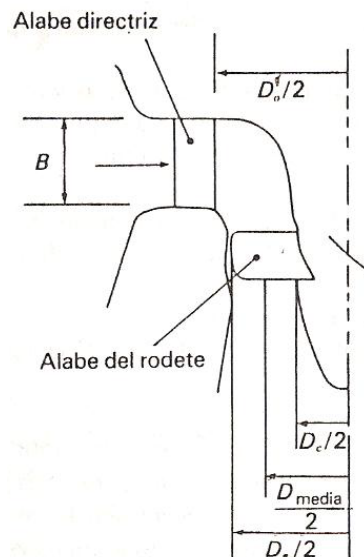
(GyT p521 (p6))

$\frac{U_e}{\sqrt{2gH_T}} = 1.95$  Donde  $U_e$  es la velocidad del rodete en el radio de la envolvente o extremo del alabe del rotor también conocida como velocidad de arrastre calculada en el radio de tope.

$$\frac{B}{D_e} = 0.47; \quad \frac{D_o'}{D_e} = 1.02; \quad \frac{D_c}{D_e} = 0.4; \quad C_{3\theta} = 0$$

Estimar:

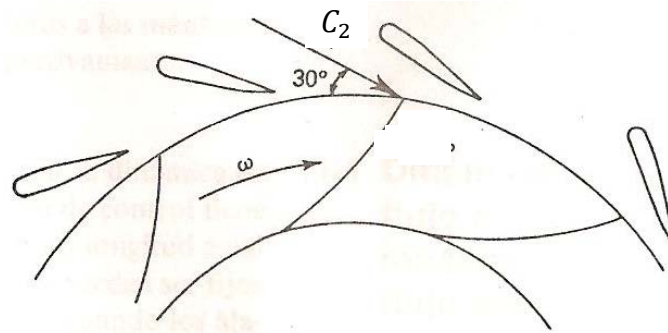
- El ángulo del flujo en la salida de los álabes directrices  $\alpha_o'$
- Los ángulos de flujo de la velocidad relativa en la entrada y salida del rotor
- El grado de reacción



3.8 Se propone construir una planta de turbina Francis de flujo radial cuyos datos aparecen a continuación estimar el diámetro del rodete y la potencia desarrollada. La velocidad relativa es tangente a los álabes en la entrada al rodete. En el anteproyecto se supone que la velocidad de arrastre en la entrada del rotor es  $U_2 = 0.75\sqrt{2gH_T}$

(GyTp399 y p407 (p5))

$$C_{3\theta} = 0 \quad \eta_h = 0.88 \quad H_T = 15 \text{ m} \quad \eta_{mec} = 0.966 \quad \omega = 16.67 \frac{\text{rev}}{\text{s}} \quad \frac{B_2}{D_2} = 0.25$$



# **Capítulo 4**

## **Eficiencias de las Turbomáquinas**

- 4.1. Introducción.
- 4.2. Flujo másico interno de recirculación o fuga.
- 4.3. Eficiencias de las Turbomáquinas Motoras hidráulicas.
  - 4.3.1 Eficiencia interna.
  - 4.3.2 Eficiencia volumétrica.
  - 4.3.3 Eficiencia hidráulica
  - 4.3.4 Eficiencia mecánica
  - 4.3.5 Eficiencia global
- 4.4 Variaciones de presión y velocidad del agua en turbinas de reacción
- 4.5 Regulación de la potencia en la turbina Francis. El distribuidor
- 4.6 Arranque de la turbina Francis
- 4.7 Problemas.

### Capítulo 4

#### Eficiencias, presiones, regulación, arranque y alimentación de las turbinas hidráulicas

##### 4.1. Introducción.

Se definen en forma precisa cada una de las eficiencias usadas para turbinas hidráulicas: eficiencia volumétrica, hidráulica, interna mecánica y global. Además, se estudia las variaciones de presión, regulación, arranque y alimentación de las turbinas hidráulicas.

##### 4.2. Flujo másico interno de recirculación o fuga.

Para entender este fenómeno se puede hacer referencia a la Fig. 4.1 que muestra el corte meridional de un rodete de turbomáquina radial. La diferencia de presiones existente entre la salida y la entrada del rodete provoca un flujo másico de fuga o recirculación,  $\dot{m}_f$ , el cual es más importante en las máquinas de pequeñas dimensiones que en las de grandes dimensiones. Despreciando las pequeñas fugas al exterior de la máquina, se concluye que el flujo másico de entrada es igual al flujo másico de salida,  $\dot{m}$ .

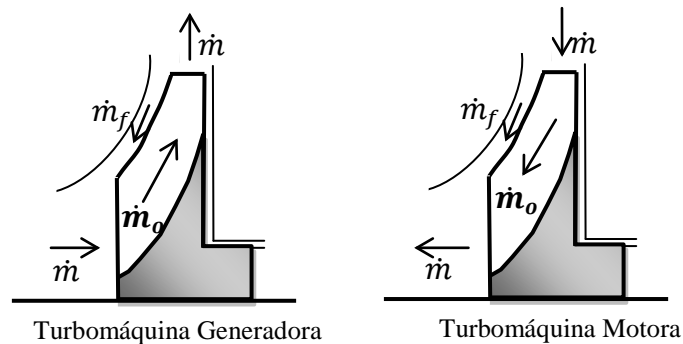


Figura 4.1. Esquema ilustrativo del flujo másico de fuga o de recirculación

El flujo másico que pasa por el rodete,  $\dot{m}_o$ , en turbomáquinas generadoras es la suma del flujo másico de la máquina más el flujo másico de recirculación.

$$\dot{m}_o = \dot{m} + \dot{m}_f \quad (4.1)$$

En turbomáquinas motoras, el flujo másico que pasa por el rodete,  $\dot{m}_o$ , es la resta del flujo masico de la máquina menos el flujo másico de fuga:

$$\dot{m}_o = \dot{m} - \dot{m}_f \quad (4.2)$$

##### 4.3. Eficiencias de las Turbomáquinas Motoras Hidráulicas.

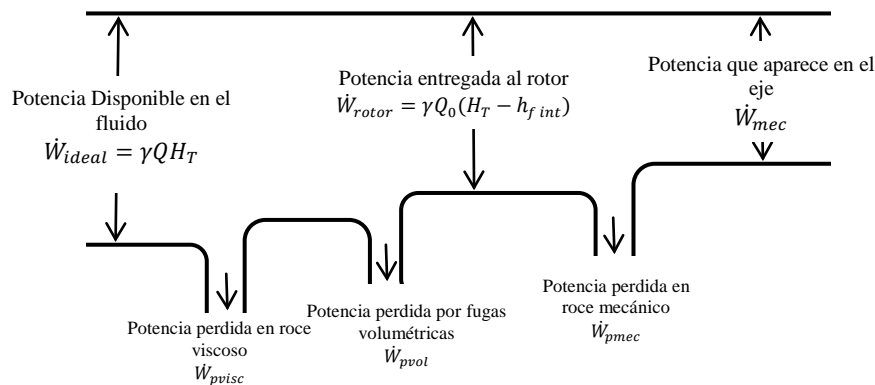


Figura 4.2. Esquema de intercambio de potencia en turbinas hidráulicas.

La Fig 4.2 ilustra el intercambio de potencia entre el fluido y la máquina en turbinas hidráulicas.

**4.3.1. Eficiencia interna,  $\eta_i$ .**

En referencia a la Fig. 4.2 se tiene:

$$\eta_i = \frac{\text{Potencia entregada al rotor}}{\text{Potencia disponible en el fluido}} = \frac{\dot{W}_{rotor}}{\dot{W}_{ideal}} = \frac{Q_0 H_{rotor}}{Q H_T} = \frac{Q_0 (H_T - h_{f int})}{Q H_T} \quad (4.3)$$

**4.3.2 Eficiencia volumétrica,  $\eta_v$ .**

$$\eta_v = \frac{Q_o}{Q} \quad (4.4)$$

**4.3.3 Eficiencia hidráulica,  $\eta_h$ .**

$$\eta_h = \frac{H_{rotor}}{H_T} = \frac{(H_T - h_{f int})}{H_T} = \frac{1/g(U_1 C_{\theta 1} - U_2 C_{\theta 2})}{H_T} \quad (4.5)$$

Sustituyendo  $\eta_v$  y  $\eta_h$  en la definición de eficiencia interna se tiene:

$$\eta_i = \eta_v \eta_h \quad (4.6)$$

Por lo tanto, la eficiencia interna es igual a la eficiencia hidráulica si no existen fugas

**4.3.4 Eficiencia mecánica,  $\eta_m$ .**

$$\eta_m = \frac{\text{Potencia que aparece en el eje}}{\text{Potencia entregada al rotor}} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{rotor}} \quad (4.7)$$

**4.3.5 Eficiencia global,  $\eta_T$ .**

Se define en referencia a la Fig. 4.2 como:

$$\eta_T = \frac{\text{Potencia que aparece en el eje}}{\text{Potencia disponible en el fluido}} = \frac{\dot{W}_{mec}}{\dot{W}_{ideal}} \quad (4.8)$$

Sustituyendo  $\eta_v$ ,  $\eta_h$  y  $\eta_m$  en la ecuación (4.8) se tiene:

$$\eta_T = \eta_v \eta_h \eta_m \quad (4.9)$$

**4.4. Potencia debido a pérdidas hidráulicas y volumétricas**

La potencia debido a pérdidas hidráulicas y volumétricas a través de la turbina se calculan mediante la diferencia entre la potencia hidráulica y la potencia del rotor.

$$\begin{aligned} \dot{W}_{phid+pvol} &= \gamma Q H_T - \gamma Q_o H_{rotor} \\ &= \gamma Q H_T - \gamma (Q - Q_f) (H_T - h_{fint}) \\ &= \gamma Q H_T - \gamma (Q - Q_f) H_T + \gamma (Q - Q_f) h_{fint} \\ &= \gamma Q_f (H_T - h_{fint}) + \gamma Q h_{fint} \\ \dot{W}_{phid+pvol} &= \gamma Q_f H_{rotor} + \gamma Q h_{fint} \\ \dot{W}_{phid+pvol} &= \dot{W}_{pvol} + \dot{W}_{phid} \end{aligned}$$

La potencia debido a pérdidas volumétricas:

$$\dot{W}_{pvol} = \gamma Q_f H_{rotor}$$

La potencia debido a pérdidas hidráulicas:

$$\dot{W}_{phid} = \gamma Q h_{fint}$$

En términos de eficiencias la potencia en el rotor:

$$\dot{W}_{rotor} = \eta_T \dot{W}_{hid} = \eta_h \eta_v \dot{W}_{hid} = \gamma Q_o H_{rotor}$$

La potencia debido a pérdidas volumétricas en términos de las eficiencias:

$$\dot{W}_{pvol} = \dot{W}_{hid}(1 - \eta_v)\eta_h$$

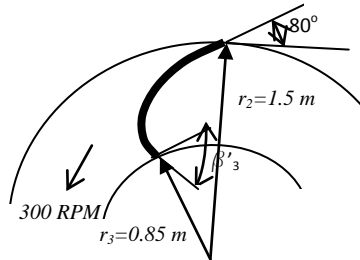
La potencia debido a pérdidas hidráulicas en términos de las eficiencias:

$$\dot{W}_{phid} = \dot{W}_{hid}(1 - \eta_h)$$

#### Ejemplo 4.1.

El rotor de una turbina radial tipo Francis que maneja un caudal de  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  y tiene un ancho de álabe a la entrada de  $0.35 \text{ m}$  se esquematiza en la Figura. Se supone conducción perfecta sin incidencia, se mantiene constante la velocidad radial por criterio de diseño, máxima transferencia de energía y una eficiencia volumétrica de 99%, determinar:

- 1) Triángulo de velocidades a la entrada del rotor.
- 2) Triángulo de velocidades y ángulo del álabe a la descarga del rotor.
- 3) Ancho del álabe en la descarga del rotor.
- 4) Altura intercambiada en el rotor  $[m]$ .
- 5) Potencia desarrollada por el rotor  $[KW]$ .
- 6) Potencia mecánica en el eje  $[KW]$  si la eficiencia mecánica es de 98%.
- 7) Altura neta de turbina  $[m]$  si la eficiencia hidráulica es 88%.
- 8) Potencia del líquido a la entrada de la turbina  $[KW]$ .
- 9) Eficiencia global de la turbina.



- 1) Triángulo de velocidades a la entrada del rotor.

$$Q_0 = \eta_v Q = 0.99 \times 20 = 19.8 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_0 = \pi D_2 B_2 C_{2r}$$

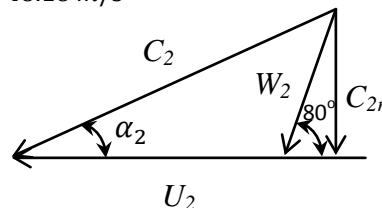
$$C_{2r} = \frac{Q_0}{\pi D_2 B_2} = \frac{19.8 \text{ m}^3/\text{s}}{3.1416 \times 2 \times 1.5 \times 0.35} = 6 \text{ m/s}$$

$$U_2 = \frac{N 2 \pi}{60} r_2 = \frac{300 \times 2 \pi}{60} \times 1.5 = 47.12 \text{ m/s}$$

$$W_2 = C_{2r} / \sin 80^\circ = 6 / \sin 80^\circ = 6.093 \text{ m/s}$$

$$W_{2\theta} = C_{2r} / \tan 80^\circ = 6 / \tan 80^\circ = 1.058 \text{ m/s}$$

$$C_{2\theta} = U_2 + W_{2\theta} = 47.12 + 1.058 = 48.18 \text{ m/s}$$



$$C_2 = (C_{2r}^2 + C_{2\theta}^2)^{1/2} = 48.55 \text{ m/s}$$



$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{C_{2r}}{C_{2\theta}}\right) = \arctan\left(\frac{6}{48.18}\right) = 7.10^\circ$$

2) Triángulo de velocidades y ángulo del álabe a la descarga del rotor.

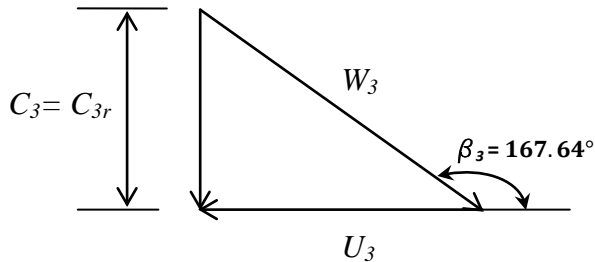
$$U_3 = \frac{2 \times 3.1416 \times 300}{60} \times 0.85 = 26.7 \text{ m/s}$$

Por criterio de diseño se mantiene constante la velocidad meridional  $C_m = C_r$  a través del rotor.

$$C_3 = C_{3r} = C_{2r} = 6 \text{ m/s}$$

$$W_3 = (C_3^2 + U_3^2)^{1/2} = 27.37 \text{ m/s}$$

$$\beta'_3 = 180 - \arctan(C_3/U_3) = 167.64^\circ$$



3) Ancho del álabe en la descarga del rotor

$$C_3 = C_{3r} = C_{2r} = 6 \text{ m/s} \quad (\text{Criterio de diseño})$$

$$B_3 = Q_0 / (\pi D_3 C_{3r}) = 19.8 / (3.1416 \times 2 \times 0.85 \times 6) = 0.618 \text{ m}$$

4) Altura intercambiada en el rotor

$$H_{rotor} = \frac{1}{g} U_2 C_{2\theta} = (47.12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 48.18 \frac{\text{m}}{\text{s}}) / (9.81 \text{ m/s}^2) = 231.42 \text{ m}$$

10) 5) Potencia desarrollada por el rotor

$$\dot{W}_{rotor} = \gamma Q_0 H_{rotor} = 9810 \text{ N/m}^3 \times 19.8 \text{ m}^3/\text{s} \times 231.42 \text{ m} = 44.95 \text{ MW}$$

6) Potencia mecánica en el eje si la eficiencia mecánica es de 98%

$$\dot{W}_{mec} = \dot{W}_{rotor} \eta_{mec} = 0.98 \times 44.95 \text{ MW} = 44.05 \text{ MW}$$

7) Altura neta de turbina [m] si la eficiencia hidráulica es 88%

$$H_T = \frac{H_{rotor}}{\eta_{hid}} = \frac{231.42 \text{ m}}{0.88} = 262.98 \text{ m}$$

8) Potencia del líquido a la entrada de la turbina.

$$\dot{W}_{hid} = \gamma Q H_T = 9810 \text{ N/m}^3 \times 20 \text{ m}^3/\text{s} \times 262.98 \text{ m} = 51.6 \text{ MW}$$

9) Eficiencia global de la turbina.

$$\eta_T = \eta_v \eta_h \eta_m = 0.99 \times 0.88 \times 0.98 = 85.38\%$$

#### 4.5. Variaciones de presión y velocidad del agua en turbinas de reacción

La variación de la presión y de la velocidad del agua a través de los diferentes órganos que componen una turbina de reacción puede verse en la figura 4.3. Se incluye un tramo del canal de toma o tubería de presión que alimenta la máquina, aunque en realidad, éstos no forman parte de la unidad. Lo que se quiere mostrar es la forma en que va aumentando la presión del agua hasta alcanzar el caracol, mientras la velocidad permanece constante en la tubería, siempre que el diámetro permanezca constante y el flujo estable. La velocidad en la tubería de presión es del orden de 4.5 m/s a 6 m/s. La presión aumenta debido a la reducción en la carga de posición o energía potencial a medida que se acerca al caracol, reduciéndose la carga total del flujo en la tubería de presión, sólo por las pérdidas inherentes a éste.

En el caracol, ducto de alimentación de sección decreciente, produce efecto tobera sobre la velocidad absoluta y a través de portillos direccionales, pasa el agua seguidamente al distribuidor, donde se produce una aceleración que incrementa la energía cinética, al mismo tiempo que cae la presión y se impone al líquido el giro necesario para la transferencia de energía al rotor.

En seguida ataca el agua a los álabes del rotor con una velocidad absoluta  $C_2$  y una presión estática  $P_2$ . El agua en su paso por entre los álabes cede casi toda su energía al rotor, conservando sólo valores residuales  $C_3$  y  $P_3$  a la salida, para continuar su curso hacia el tubo de desfogue o difusor, en el cual el agua disminuye aún más su energía dinámica, incrementándose ligeramente la presión. El agua termina su recorrido por el ducto cerrado, que se inició en el nivel de aguas arriba en el embalse, descargando en el socaz o bajo cauce del río a la presión atmosférica. Como  $P_3$  es menor que la presión atmosférica, el tubo de desfogue permite aumentar el gradiente de presión en el rotor, en el valor  $(P_{atm} - P_3)$ .

Se debe hacer notar que las líneas en la figura 4.3 no representan carga piezométrica ni carga de velocidad, sino solamente la forma cualitativa de variación de la presión y de la velocidad.

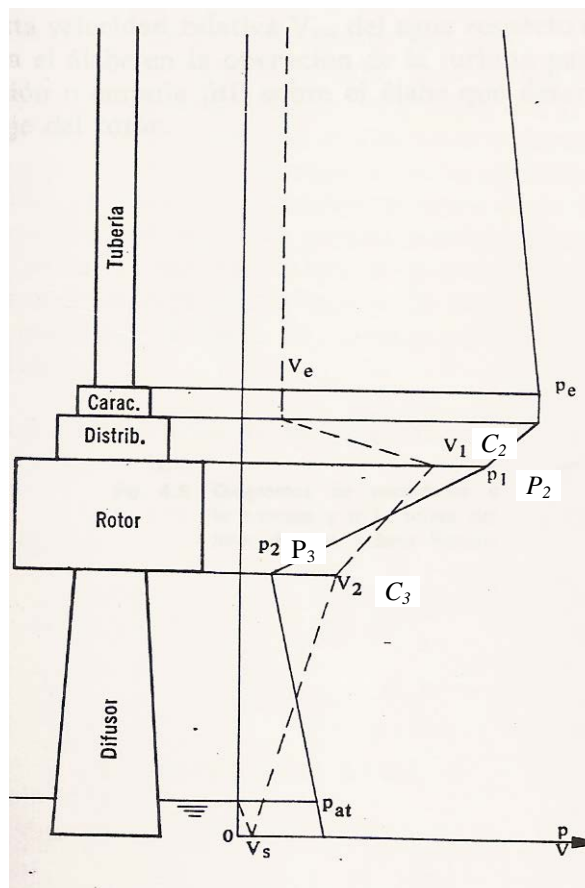


Figura 4.3 Variación de la presión y de la velocidad del agua en los diferentes órganos de una turbina de reacción

#### 4.6. Regulación de la potencia en la turbina Francis. El distribuidor

La turbina hidráulica está acoplada rígidamente a un alternador al cual mueve para generar energía eléctrica. Este debe girar siempre a una velocidad fija, condicionada por la frecuencia y el número de polos. Sin embargo, la potencia absorbida por el generador varía según las exigencias de la curva de demanda de energía eléctrica del sistema a que está conectado. La turbina que lo mueve, tiene que poder modificar su potencia, en cada momento, de acuerdo con las necesidades del generador. La regulación de la potencia en la turbina se realiza por medio del distribuidor, modificando convenientemente el gasto. La potencia de la turbina viene definida por las variables fundamentales:

$$\dot{W}_{mec} = \eta_T \gamma Q H_T$$

En un instante la variación de  $H_T$  es muy difícil ya que depende de la cota aprovechable cuyo valor es constante, por lo tanto, es preciso recurrir a la modificación del caudal para poder variar la potencia. El caudal depende del área de paso calculada con el diámetro periférico a través del distribuidor  $A_0 = \pi D_0 B$ , con  $D_0 = 2R_0$ , y la componente de la velocidad absoluta en la dirección radial, componente que es perpendicular al área de paso, según la ecuación de continuidad. En las turbinas de reacción el agua tiene acceso al rotor por el área circunferencial lateral  $A_0$ , calculada con la altura de los alabes del distribuidor, cuyo valor *es constante* en una turbina determinada. Sólo hay que modificar la velocidad radial a la entrada del rotor, La variación de esta velocidad se logra cambiando la dirección de la velocidad absoluta de entrada al rotor, lo que se consigue con los alabes del distribuidor.

El distribuidor está constituido por un sistema de alabes pivotantes que circunda al rotor, dispuestos en forma de persiana que puede abrirse o cerrarse según las necesidades de la turbina, con el auxilio de un servomotor regido por el gobernador del grupo turbina generador, que regula la velocidad de giro. El distribuidor tiene las siguientes funciones:

- \* Regula el gasto según exigencias de la potencia.
- \* Convierte parcialmente la energía estática en dinámica para que así el líquido pueda atacar a los alabes del rotor y tenga lugar la transferencia energética.
- \* Dirige la velocidad absoluta del fluido según un ángulo alfa que da lugar a una componente radial de acuerdo con las exigencias del gasto y provoca una componente de la velocidad absoluta en la dirección tangencial de giro necesaria para la transferencia de energía del agua al rotor. El ángulo alfa será pequeño en las Francis puras y más grande en las de flujo mixto.

En la figura 4.4 puede observarse que para los requisitos de diseño la velocidad absoluta del flujo ataca al alabe del rotor según un ángulo alfa de entrada condicionado por la posición del alabe del distribuidor. De la dirección de  $C_2$  depende el gasto cuantificado por  $C_{2r}$  y la transferencia cuantificada por  $C_{2\theta}$ . La magnitud de  $C_2$  depende de la carga de agua y en general no se modifica con la regulación. La dirección de  $C_2$  debe estar de acuerdo con la magnitud y dirección de  $U_2$  y subordinada a la forma del alabe, ya que la dirección de la velocidad relativa del agua respecto al alabe debe producirse bajo un ángulo de ataque que de lugar a una máxima acción útil sobre el álabe, y en consecuencia a un momento angular máximo sobre el eje del rotor.

En todo caso se debe cumplir la ecuación vectorial de cierre del triángulo de velocidades. El valor del caudal, el cual debe corresponder a un máximo rendimiento, suele ser en la turbina Francis, del orden del 80% del caudal máximo con que puede trabajar la máquina. El rendimiento de la turbina Francis es del orden del 90% y en ciertos casos se ha llegado al 94%.

En la figura 4.5 se muestra el diagrama de velocidades a la entrada, en tres posiciones del distribuidor, atendiendo a tres condiciones de trabajo de la turbina.

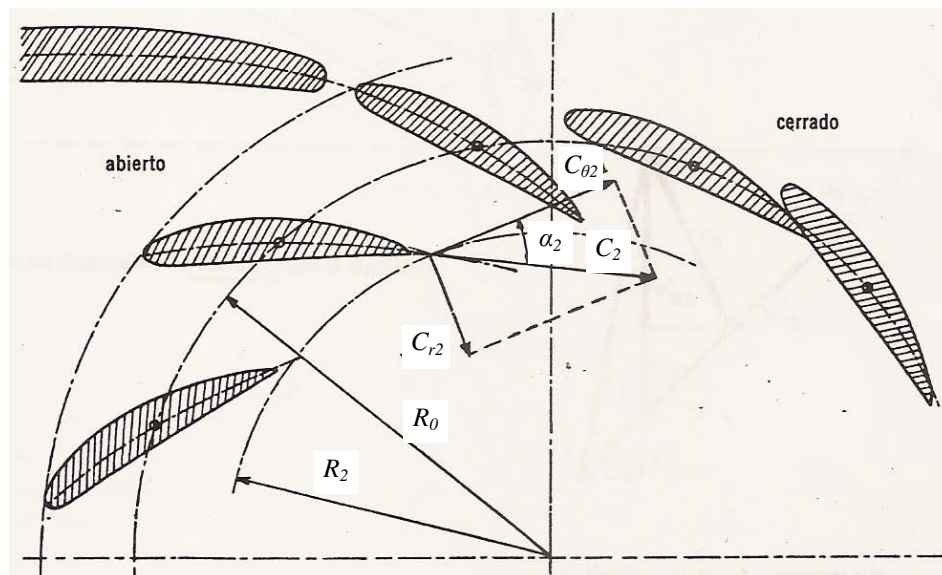


Figura 4.4 Distribuidor de una turbina de reacción con alabes pivotantes

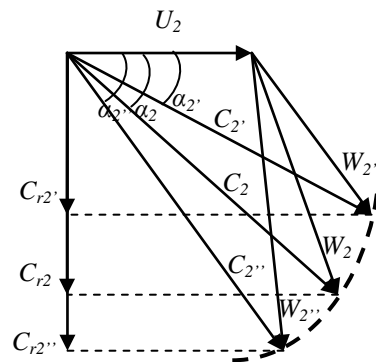


Figura 4.5 Diagrama de velocidades a la entrada, en tres posiciones del distribuidor

#### 4.7. Arranque de la turbina Francis

Para arrancar la turbina partiendo de una velocidad de giro cero, se deben tomar algunas precauciones: se debe introducir aceite a presión en la chumacera de carga que soporta el peso de toda la masa rodante turbina-generador. En algunos casos se logra con bombas de muy alta presión, en otras se levanta previamente la masa rodante con gatos. Protegida ya la chumacera con el aceite, se va abriendo paulatinamente el distribuidor al mismo tiempo que se incrementa la excitación del generador, todavía sin carga, hasta alcanzar la velocidad de régimen que corresponda a la frecuencia del sistema eléctrico. Al conectar el generador a la red y tomar carga tenderá a reducir su velocidad, pero entrará en operación el gobernador, que mandará al servomotor para que abra el distribuidor según exigencias de la potencia. El par de arranque a velocidad cero suele ser de 1.6 a 1.8 veces el par a plena potencia. En las Kaplan será sólo 1.5.

Para parar el grupo se procede a reducir progresivamente la excitación del generador, al mismo tiempo se va cerrando el distribuidor. El tiempo de cierre debe ser estudiado para evitar golpe de ariete en la tubería de presión y sobre el distribuidor. Si por alguna razón el generador se queda instantáneamente sin carga debido a que se abrieran los interruptores de protección por avería en las líneas de transmisión, la turbina tendería a desbocarse o embalsarse, con peligro de destrucción de la misma. Según la figura 4.7, si  $U_2$  crece y  $C_2$  permanece igual en dirección y magnitud, la velocidad relativa se sale de su posición y el agua choca violentamente contra el alabe, dando lugar a una vibración de frecuencia creciente que termina por destruir la máquina si no se interrumpe a tiempo. Ahora bien, si el sistema de regulación, actúa rápidamente, cerrando el distribuidor, puede producirse un golpe de ariete peligroso. Para evitar esto, en las turbinas de pequeña potencia se dispone de una tubería de by-pass, que comunica la tubería de presión directamente con la descarga, al mismo tiempo que se cierra el distribuidor. En las turbinas grandes se dispone de una chimenea de equilibrio o pozo de oscilación en la tubería de presión que alimenta la turbina. Suele ser normativo prescindir del pozo de oscilación o by-pass, cuando la relación de la longitud de la tubería de presión a la carga es menor que 3,  $\frac{L}{H_T} < 3$

#### Ejemplo 4.2.

Una turbina Francis trabaja bajo una carga neta de 200 pies con un caudal de 2500 pie<sup>3</sup>/s. Esta rígidamente acoplada a un generador de 22 pares de polos y frecuencia de 60 ciclos por segundo. Cuando la turbina opera al 100% de la potencia nominal, el ángulo del alabe del distribuidor es  $\alpha_2 = 30^\circ$ . El ángulo del álabe del rotor es  $\beta_2 = 110^\circ$ . Si la turbina tiene un rendimiento global del 90%, a) calcule la velocidad específica, b) el valor del ángulo del alabe del distribuidor para una potencia de 80% de la nominal.

$$n_{sT} = \frac{N\pi (W_{mec}/\rho)^{1/2}}{30 (gH_T)^{5/4}}$$

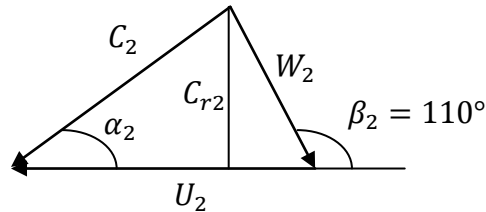
$$\dot{W}_{mec} = \eta_T \gamma Q H_T = 0.90 \times 62.4 \times 2500 \times 200 = 28080000 \frac{\text{lbfxpie}}{\text{s}}$$

$$N = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 60}{22} = 163.64 \text{ RPM}$$

$$n_{sT} = \frac{163.64\pi (28080000/1.94)^{1/2}}{30 (32.2 \times 200)^{5/4}} = 1.13$$

Que corresponde a una turbina Francis según la figura 2.4.

El valor del ángulo del distribuidor regula la potencia por medio del caudal, el cual depende de la componente de la velocidad absoluta en la dirección radial



La potencia es proporcional al caudal, el cual es proporcional a la componente de la velocidad absoluta en la dirección radial

$$C_{r2} = C_2 \text{Sen} \alpha_2 \quad \text{para 100\% de la potencia nominal}$$

$$C_{r2}' = C_2' \text{Sen} \alpha_2' \quad \text{para 80\% de la potencia nominal}$$

Como la magnitud de  $C_2$  no varía con la regulación  $C_2 = C_2'$ , luego

$$\frac{C_{r2}'}{C_{r2}} = \frac{\text{Sen} \alpha_2'}{\text{Sen} \alpha_2}$$

Según lo dicho antes

$$\frac{\dot{W}_{mec}'}{\dot{W}_{mec}} = \frac{C_{r2}'}{C_{r2}} = \frac{\text{Sen} \alpha_2'}{\text{Sen} \alpha_2}$$

$$\text{Sen} \alpha_2' = 0.8 \times \text{Sen} 30^\circ = 0.4$$

$$\alpha_2' = 23.60^\circ$$

**4.7 Problemas.**

4.1 Una turbina Francis aprovecha un salto geodésico de 200 m y un caudal que sale por el inyector de  $2.2 \text{ m}^3/\text{s}$ . Las pérdidas en la tubería forzada se estiman en unos 20 m. El rendimiento mecánico es 97% y el rotor recibe  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  girando a 300 RPM con un diámetro de rotor de 2 m. La componente de la velocidad absoluta que produce intercambio de energía entre fluido y rotor es 45 m/s y el fluido sale en dirección radial.

- Calcular el rendimiento hidráulico
- Calcular el rendimiento interno
- Potencia disponible en el fluido
- Potencia perdida en roce viscoso
- Potencia perdida debido a fuga volumétrica
- Potencia perdida en roce mecánico
- Potencia aprovechada de la turbina

4.2 El salto hidráulico total de una planta hidroeléctrica es de 500 pies. La pérdida de carga en la tubería de presión es 70 pies. El caudal manejado es  $80 \text{ pie}^3/\text{s}$ . La turbina entrega 3200 HP al generador y las pérdidas mecánicas se estiman en 100 HP. El caudal de recirculación estimado en el rotor es  $3 \text{ pie}^3/\text{s}$ . Calcular:

- Eficiencia mecánica
- Eficiencia volumétrica
- Altura disponible en la turbina
- Eficiencia hidráulica
- Potencia debido a pérdidas hidráulicas
- Potencia debido a pérdidas volumétricas
- Altura del rotor

4.3 El diámetro externo del rotor de una turbina Francis pura es 1.80 m, el diámetro del ojo del impulsor es 1.20 m. El gasto que cruza el rodete es  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  y la velocidad angular es 180 RPM. ¿Qué ángulo debe tener la velocidad absoluta de entrada y los alabes del rotor en la salida? Calcule el ángulo de entrada de la velocidad absoluta si el caudal se debe aumentar un 35% para regular la potencia según la demanda. Para los cálculos se sabe que el espesor entre cubiertas o ancho de los alabes es constante  $B_2 = B_3 = 0.6 \text{ m}$  y el ángulo del álabe en la entrada es  $90^\circ$ . Se puede considerar conducción perfecta y máxima transferencia de energía. ¿Qué velocidad se modifica irremediabilmente en la regulación?

4.4 Se tienen los siguientes datos para una planta hidroeléctrica:

Carga disponible en la entrada de la turbina  $H_T = 164.6 \text{ m}$ .

Gasto volumétrico de la planta  $2.27 \text{ m}^3/\text{s}$ .

La potencia útil entregada al generador 2920 KW

Las pérdidas mecánicas 75 KW

El gasto de fugas  $0.085 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Calcular:

La eficiencia mecánica

La eficiencia volumétrica

La eficiencia hidráulica

La eficiencia interna

La eficiencia global

Las pérdidas de potencia totales internas

La pérdida de potencia por fugas volumétricas

La potencia máxima de la turbina

4.5 Se dan los siguientes datos de una turbina de reacción de flujo radial puro:  $r_2 = 0.914 \text{ m}$ ;  $r_3 = 0.610 \text{ m}$ ;  $B_2 = B_3 = 0.305 \text{ m}$ ;  $\alpha_2 = 30^\circ$ ;  $\alpha_3 = 60^\circ$ ;  $\beta_3 = 150^\circ$ ;  $Q = 2.83 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ . Nótese que existe una componente tangencial de velocidad en la salida del rodete. Se supone flujo ideal con toda eficiencia igual al 100%. Calcular: el régimen de revoluciones, el ángulo de entrada del álabe  $\beta_2$ . La potencia. El ángulo del flujo a la entrada para una reducción en la potencia de 20%.

**Bibliografía**

- Alarcón, Gabriel. Turbomáquinas. Publicaciones de La Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela. Sf.
- Fox, Robert y MacDonald, Alan. Introducción a la mecánica de fluidos. Cuarta edición. McGraw-Hill. México, 1997.
- White, Frank M. Mecánica de Fluidos. Quinta edición. McGraw-Hill. España, 2004.
- Potter, Merle y Wiggert, David. Mecánica de Fluidos. Tercera edición. THOMSON. México, 2003.
- Polo Encinas, Manuel. Turbomáquinas Hidráulicas, Principios Fundamentales. Editorial LIMUSA. México, 1976.
- Yunus A. Cengel. Termodinámica 6ta Edición. McGraw-Hill. México, 1997.
- McNaughton Kenneth. Bombas, selección, uso y mantenimiento. Primera edición. McGraw-Hill. México, 1989.
- Japikse, David y Baines Nicholas C. Introduction to turbomachinery. Second Edition. Edwards Brothers Incorporated. USA, 1997.
- Sayers, A. T. Hydraulic and compressible flow turbo machines. 1ra edition. McGraw-Hill. England, 1990.
- Fuchslocher-Schulz. Bombas, funcionamiento, cálculo y construcción. Décima edición. Editorial Labor S.A. España, 1964.

**Referencias Electrónicas vía internet:**

- Marbello Pérez Ramiro V. Funcionamiento de bombas rotodinámicas. Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia. Medellín.
- Agüera Soriano José. Bombas Hidráulicas.
- Bumeram.com. Especialista de validación 2013. Extraído el 28/04/2013 desde
- <http://www.bumeran.com.ve/empleos/especialista-de-validacion-ii-1000850942.html>