

Segundo Exámen Parcial

Cálculo 30. Semestre B-2008

Prof. José Luis Herrera

1. Sea

$$\nu(r, t) = t^n e^{-r^2/(4t)}$$

Hallar un valor de la constante n tal que ν satisfaga la siguiente ecuación

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \nu}{\partial r} \right)$$

2. Sea la función f una función diferenciable en todo su dominio. Si f tiene, en el punto $(1, 2)$ las derivadas direccionales 2 en dirección al punto $(2, 2)$ y -2 en dirección al punto $(1, 1)$. Determinar el vector gradiente de f en $(1, 2)$ y calcular la derivada direccional en dirección al punto $(4, 6)$.
3. Para cada una de las funciones dadas, escriba la expresión del residuo de la definición de diferenciabilidad en el punto en cuestión. Pruebe que la función es diferenciable.

$$a) f(x, y) = 4x^2y^3, \mathbf{p} = (1, 1) \quad , \quad b) x \sin(y), \mathbf{p} = (0, 0)$$

4. Demostrar que el plano $2x - 6y + 3z - 49 = 0$ es tangente a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 49$. En qué punto? Hallar el otro plano tangente a la esfera que sea paralelo al dado.
5. Demostrar, que la función

$$u = \varphi(xy) + \sqrt{xy} \psi\left(\frac{y}{x}\right)$$

satisface la ecuación

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

PUNTAJE DE LAS PREGUNTAS: Primera: 5 puntos. Segunda: 4 puntos. Tercera: 4 puntos. Cuarta: 4 puntos. Quinta: 3 puntos.