Primer Exámen Parcial
Cálculo 30. Semestre A-2009

Prof. José Luis Herrera

1. (a)Demostrar que $4(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}) = \|\mathbf{a}+\mathbf{b}\|^2 - \|\mathbf{a}-\mathbf{b}\|^2$. (b) Usar (a) para comprobar que $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ si y sólo si $\|\mathbf{a}+\mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}-\mathbf{b}\|$. (c) Demostrar que si $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ son vectores no nulos tales que $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \perp (\mathbf{a}-\mathbf{b})$ y $\|\mathbf{a}+\mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}-\mathbf{b}\|$, entonces el paralelogramo asociado a $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ es un cuadrado. (3 puntos)

2. Hallar el ángulo formado por la diagonal de un cubo y la diagonal de una de sus caras. (2 puntos).

3. Sea l la recta determinada por $P_1(1,-1,2)$ y $P_2(-2,3,1)$ y sea p el plano determinado por $Q_1(2,0,-4)$, $Q_2(1,2,3)$, $Q_3(-1,2,1)$. Hallar las ecuaciones de la recta y el plano respectivamente. Determinar si se intersectan y de hacerlo hallar el punto donde lo hacen. (3 puntos)

4. (a) Determine y represente el campo de existencia de $f(x,y) = \arcsin(x/y^2) + \arcsin(1-y)$.$(b)$ Construya las curvas de nivel de $f(x,y) = |x| + |y| - |x+y|$. (4 puntos)

5. Diga donde las siguientes funciones son continuas.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x^2y^2}{x^3+y^6} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2y^8}{x^8+y^8} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   Si son discontinuas diga de que tipo. (4 puntos)

6. Las curvas dadas se cortan formando una curva C. Identifique las superficies y determine la proyección de C en el plano xy. (4 puntos)

$$a)x^2 + y^2 + z = 4; x^2 + 3y^2 = z, \quad b)x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{3}{2}; x^2 + y^2 - z^2 = 1$$