

Ejercicios de Funciones

Prof. Derwis Rivas.

A. En cada una de las siguientes relaciones

1. $x^2 - y^2 - 2x - 2y - 4 = 0$.

2. $x^2 - 6x + y^2 = 0$.

3. $y^2 - x^2 + 4y - 4x - 1 = 0$.

4. $y^2 - 8y - 4x + 20 = 0$.

(a) Defina una función f inyectiva.

(b) Defina la función inversa f^{-1} obtenida en la parte (a).

(c) Realiza un bosquejo de las gráficas de f y f^{-1} en el mismo sistema de referencia.

B. Determina la imagen $f(a)$ sobre la función

$$f(x) = \frac{e^{5x+3-\ln(\frac{1}{5}-x)}}{x - \frac{1}{5}}$$

donde a es la solución de la ecuación

$$\frac{(x+3)^2}{(x-3)^2} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{2(7x+1)}{x^2-2x-3}$$

C. Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{si } x \leq 0 \\ |x-1| & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ |\log_2(x-2)| & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

(a) Realiza un bosquejo del gráfico de la función y determina dominio y rango.

(b) Calcula las imágenes $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$ donde x_1 , x_2 , x_3 son las soluciones reales de la ecuación

$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0.$$

D. Considera las funciones

• $f(x) = x^2 - x - 20$

• $g(x) = x^2 - 4x - 5$

• $h(x) = x^2 + 5x + 4$

(a) Determina la mínima expresión de

$$\frac{x+1}{f(x)} - \frac{x+4}{g(x)} + \frac{x+5}{h(x)}$$

(b) Determina la mínima expresión de

$$\frac{2[f(2) - g(3)]^{-1} - h(0) \div g(0)}{8[(f(-3))^{-1} + (g(-3))^{-1}]}$$

(c) Determina la mínima expresión de

$$\left[\frac{(f(3))^2 - (g(2))^2}{(f(3) + g(2))^2} \right]^2 + (h(4))h(-1)$$

E. En cada una de las siguientes pares de funciones

(a) $f(x) = x^2$; $g(x) = \sqrt{x+3}$

- (b) $f(x) = \text{sen}(x)$; $g(x) = 3x^2$
(c) $f(x) = \ln\left(1 + \frac{x-1}{x^2-4}\right)$; $g(x) = x^2 - 1$
(d) $f(x) = \text{e}^{\frac{x+3}{x^2-3x+2}}$; $g(x) = \sqrt[3]{x+9}$
(e) $f(x) = x^2$; $g(x) = \sqrt{x+3}$
(f) $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$; $g(x) = \ln(x+8) - 4$

Defina las funciones $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f/g y g/f con su respectivo dominio de definición.

F. En cada uno de los siguientes pares de funciones hacer las restricciones necesarias para determinar las composiciones $f \circ g$ y $g \circ f$.

- (a) $f(x) = x^2 + 1$; $g(x) = 3x + 2$
(b) $f(x) = \sqrt[3]{x-3}$; $g(x) = \text{sen}(x)$
(c) $f(x) = x^2 + 6$; $g(x) = \log_3(x-6)$
(d) $f(x) = \sqrt{x} + 2$; $g(x) = x^2 - 3$
(e) $f(x) = e^{x-1}$; $g(x) = \ln(x) - 2$
(f) $f(x) = |x|$; $g(x) = x + 2$

G. Suponga que cada una de las siguientes reglas están definidas de modo que es posible hallar las composiciones que se piden.

- $f(x) = \sqrt{4x-1}$
- $g(x) = x^2 - 1$
- $h(x) = e^x + 3$
- $l(x) = \ln(x^2 - 3)$

Calcular: $f \circ g$, $g \circ f$, $h \circ l$, $l \circ h$, $l \circ f$, $h \circ g$, $h \circ l \circ f$, $h \circ g \circ f$, $h \circ l \circ g$ con sus respectivos dominios de definición.

H. En cada una de las siguientes funciones se pide: Dominio, Rango, un bosquejo de su gráfica y verifica si es biyectiva. En caso de ser biyectiva defina su inversa.

- (a) $f(x) = |x^2 - 3|$
(b) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$
(c) $f(x) = \ln(x-6)$
(d) $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$
(e) $f(x) = |\log_{1/2}(x+2)|$
(f) $f(x) = 2^{x-1} + 2$
(g) $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$
(h) $f(x) = \text{sen}(x) + 1$
(i) $f(x) = \cos(x + \pi/2)$
(j) $f(x) = -(x-1)^2 + 4$
(k) $f(x) = \sqrt{25-x^2}$
(l) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$