

PROBLEMARIO

17 de marzo de 2006

ARITMÉTICA.-

Resuelve en cada caso las operaciones indicadas.

1. $-[6 - (2 - 5)4](-6) - \{-[1 - (-7 + 8) + 3]4 - (-1 + 6)\}$
2. $-3\{-2 + [-4 + 6 - 3(5 - 1) + 2(3 - 7 + 4)](-2) - 15\} - 21$
3. $-(3 - 4)5 - \{-6 + 2 - 3[8 - (-7 + 4 + 1)2] - [3 - (9 - 4)(-2)] + 6\}$
4. $2^3 - (-3)^2 + [-35 \div (-7)]^2 - (-9 + 6)2^3$
5. $(-2)^2 - 5^0 \{-24 \div (-2) - [(-3)^2 + (-4 - 2)]\} - 3^2$
6. $[-(-2)^2]^3 - 4^2 - [-36 \div (-2^2 + 14)] - (16 \div -2^3)^2$
7. $\{\frac{1}{8} + 0,8 - [-(-\frac{1}{4} + \frac{3}{5}) - \frac{2}{3}] - \frac{3}{2}\}$
8. $1 - \left\{ - \left[\frac{2}{5} - (\frac{1}{2} - 3) + 0, \hat{2} \right] - (-\frac{2}{5} + 1) \right\}$
9. $2 - \frac{1 - \frac{3}{4}}{\frac{2}{3} \div \left(-\frac{1}{2}\right)}$

Usa las propiedades de los exponentes para simplificar las siguientes expresiones.

- 1) $\frac{(-5)^3 15^2 (9^{-3})}{(-25)^2 (27)^{-2}}$
- 2) $\frac{8^2 (12^2)^3 81^2}{[4^2 (3^3)^2 6^3]^2}$
- 3) $\frac{(-2)^5 3^7 2^4 (-3)^6 2}{[(-2)^2]^3 2^3 3^{10}}$
- 4) $\frac{(1,2)^3 \left[\left(-\frac{6}{5}\right)^{-2} \left(\frac{3}{2}\right)^3 \right]^{-4}}{\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{-3} \right]^5 \left[(0, \hat{6})^4 \right]^3}$

Realiza las operaciones indicadas en cada caso

- 1) $\sqrt{32} + \sqrt{50} + \sqrt{8}$
- 2) $\sqrt{175} + \sqrt{243} - \sqrt{28} - 2\sqrt{75}$
- 3) $\frac{1}{7}\sqrt{147} - \frac{1}{5}\sqrt{700} + \frac{1}{10}\sqrt{28} + \frac{1}{3}\sqrt{2187}$
- 4) $(3\sqrt{2})(4\sqrt[4]{8})(3\sqrt{6})(\sqrt{14})(2\sqrt{35})$
- 5) $\left[(3\sqrt[3]{16}) \div (4\sqrt[3]{2})\right] \left[(\sqrt[3]{3}) \div (\sqrt[9]{27})\right]$

Racionaliza los siguientes binomios

- 1) $\frac{3 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$
- 2) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}$
- 3) $\frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

ÁLGEBRA.-

Calcular en cada caso la suma de

1. $x^3 + xy^2 + y^3$; $-5x^2y + x^3 - y^3$; $2x^3 - 4xy^2 - 5y^3$
2. $-7m^2n + 4n^3$; $m^3 + 6mn^2 - n^3$; $-m^3 + 7m^2n + 5n^3$
3. $\frac{2}{3}m^3 - \frac{1}{4}mn^2 + \frac{2}{5}n^3$; $\frac{1}{6}m^2n + \frac{1}{8}mn^2 - \frac{3}{5}n^3$; $m^3 - \frac{1}{2}m^2n - n^3$

En cada caso restar

1. $25x + 25x^3 - 18x^2 - 11x^5 - 46$ de $x^3 - 6x^4 + 8x^2 - 9 + 15x$
2. $8a^2b + a^3b^2 - 15a^2b^3 - 45ab^4 - 8$ de $a^5 - 26a^3b^2 + 8ab^4 + b^5 + 6$

Simplifica las siguientes expresiones

1. $\left(\frac{3}{5}x^2 - \frac{5}{6}xy + \frac{2}{9}y^2 - \frac{3}{2}xy - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{2}{9}x^2 - 23y^2 + \frac{1}{9}xy + \frac{17}{45}x^2 - \frac{22}{9}xy - \frac{3}{2}y^2 - \frac{1}{2}\right)$
2. $4x^2 + [-(x^2 - xy) + (3y^2 + 2xy) - (-3x^2 + y^2)]$
3. $a + \{(-2a + b) - (-a + b - c) + a\}$
4. $x^2 - \{-7xy + [-y^2 + (-x^2 + 3xy - 2y^2)]\}$
5. $-(a + b) + [-3a + b - \{-2a + b - (a - b)\} + 2a]$

Resuelve en cada caso:

1.- Producto entre monomios

- a) $(-3b^2)(-4a^3b)(ab)(-5a^2x)$
- b) $(4a^2)(-5a^3x^2)(-ay^2)$
- c) $(-m^2n)(-3m^2)(-5mn^3)$
- d) $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)\left(-\frac{3}{5}xy^2\right)\left(-\frac{10}{3}x^3\right)\left(-\frac{3}{4}x^2y\right)$

2.- Producto entre un polinomio y un monomio

$$a) 5a^2xy^2(-3x^3 + 5x^2y - 7xy^2 - 4y^3) \quad b) -2x^2(x^{a+5} - 3x^{a+4} + x^{a+3} - 5x^{a+1})$$

$$c) \frac{3}{7}x^3y^4\left(\frac{2}{9}x^4 - x^2y^2 + \frac{1}{3}y^4\right) \quad d) \frac{3}{2}xy^3\left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}xy - \frac{1}{4}y^2\right)$$

3.- Producto entre binomios

$$a) 3x - 2y \quad \text{por} \quad y + 2x \quad b) -4y + 5x \quad \text{por} \quad -3x + 2y$$

$$c) -a + b \quad \text{por} \quad -4b + 8a \quad d) 6m - 5n \quad \text{por} \quad -n + m$$

4.- Producto entre polinomios

$$a) x^3 + 2x^2 - x \quad \text{por} \quad x^2 - 2x + 5$$

$$b) 8x^3 - 9y^3 + 6xy^2 - 12x^2y \quad \text{por} \quad 2x + 3y$$

$$c) a^3 + 3a^2b - 4ab^2 \quad \text{por} \quad a^2b - 2ab^2 - 10b^3$$

$$d) x^4 - 3x^3y + 2x^2y^2 + xy^3 \quad \text{por} \quad -y^2 - xy - x^2$$

$$e) x^{a+2} - x^a + 2x^{a+1} \quad \text{por} \quad x^{a+3} - 2x^{a+1}$$

$$f) a^{x-1} - b^{n-1} \quad \text{por} \quad a - b$$

$$g) a^{2m+1} - 5a^{2m+2} + 3a^{2m} \quad \text{por} \quad a^{3m-3} + 6a^{3m-1} - 8a^{3m-2}$$

Simplifica las siguientes expresiones

1. $[x + (2x - 3)][3x - (x + 1)] + 4x - x^2$
2. $[3(x + 2) - 4(x + 1)][3(x + 4) - 2(x + 2)]$
3. $[(m + n)(m - n) - (m + n)(m + n)][2(m + n) - 3(m - n)]$
4. $(a + b)(4a - 3b) - (5a - 2b)(3a + b)$
5. $-(a + b) - 3[2a + b(-a + 2)]$
6. $-[3x - 2y + (x - 2y) - 2(x + y) - 3(2x + 1)]$
7. $a - (x + y) - 3(x - y) + 2[-(x - 2y) - 2(-x - y)]$
8. $5\{-(a + b) - 3[-2a + 3b - (a + b) + (-a - b) + 2(-a + b)] - a\}$
9. $-3\{-[+(-a + b)]\} - 4\{-[-(-a - b)]\}$
10. $-\{a + b - 2(a - b) + 3\{-[2a + b - 3(a + b - 1)]\} - 3[-a + 2(-1 + a)]\}$

Factoriza los siguientes polinomios empleando, según el caso, su método o fórmula de factorización.

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $a^2b^2c^2 - a^2c^2x^2 + a^2c^2y^2$ | 2) $93a^3x^2y - 62a^2x^3y^2 - 124a^2x$ | |
| 3) $25x^7 - 10x^5 + 15x^3 - 5x^2$ | 4) $3a^b + 6ab - 5a^3b^2 + 8a^2bx + 4ab^2m$ | |
| 5) $12m^2 + m^4 + 36$ | 6) $1 + 14x^2y + 49x^4y^2$ | 7) $121 + 198x^6 + 81x^{12}$ |
| 8) $x^2 + 10x + 25$ | 9) $x^2 - 8x + 16$ | 10) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2z^4}{81}$ |
| 11) $4x^2 - 81y^4$ | 12) $\frac{a^2}{36} - \frac{x^6}{25}$ | 13) $16x^{6m} - \frac{y^{2n}}{49}$ |
| 14) $256a^{12} - 289b^4m^{10}$ | 15) $x^2 - 15x + 54$ | 16) $x^2 - 17x - 60$ |
| 17) $x^2 + x - 132$ | 18) $x^2 + 15x + 56$ | 19) $x^2 + 24x + 135$ |
| 20) $x^2 - 7x - 30$ | 21) $n^2 - 6n - 40$ | 22) $a^2 - 21a + 20$ |
| 23) $x^2 + 5x - 24$ | 24) $x^2 + 7x - 18$ | 25) $x^4 + 7ax^2 - 60a^2$ |
| 26) $a^2 - 4ab - 21b^2$ | 27) $a^4b^4 - 2a^2b^2 - 99$ | 28) $a^2 - 21ab + 98b^2$ |
| 29) $21a^2 + 4ax - x^2$ | 30) $a^2 + 2axy - 440x^2y^2$ | 31) $48 + 2x^2 - x^4$ |
| 32) $x^8 + x^4 - 240$ | 33) $7x^2 - 44x - 35$ | 34) $2x^2 + 5x + 2$ |

Simplifica las siguientes fracciones.

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\frac{xy}{3x^2y - 3xy^2}$ | 2) $\frac{2ax + 4bx}{3ay + 6by}$ | 3) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ |
| 4) $\frac{3x^2 - 4x - 15}{x^2 - 5x + 6}$ | 5) $\frac{15a^2bn - 45a^2bm}{10a^2b^2n - 30a^2b^2m}$ | 6) $\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{a^3 - 8b^3}$ |
| 7) $\frac{2ax + ay - 4bx - 2by}{ax - 4a - 2bx + 8b}$ | 8) $\frac{a^2 - ab - 6b^2}{a^3x - 6a^2bx + 9ab^2x}$ | 9) $\frac{6x^2 + 5x - 6}{15x^2 - 7x - 2}$ |
| 10) $\frac{3x^3 + 9x^2}{x^2 + 6x + 9}$ | 11) $\frac{x^3 - 6x^2}{x^2 - 12x + 36}$ | 12) $\frac{2x^3 + 6x^2 - x - 3}{x^3 + 3x^2 + x + 3}$ |
| 13) $\frac{4 - 4x}{6x - 6}$ | 14) $\frac{9 - 6x + x^2}{x^2 - 7x + 12}$ | 15) $\frac{8 - x^3}{x^2 + 2x - 8}$ |

Resuelve según la operación.

$$1) \frac{m-n}{mn} + \frac{n-a}{na} + \frac{2a-m}{am}$$

$$2) \frac{3}{5} + \frac{x+2}{2x} + \frac{x^2+2}{6x^2}$$

$$3) \frac{a^2-8a+7}{a^2-11a+30} * \frac{a^2-36}{a^2-1} * \frac{a^2-4a-5}{a^2-a-42}$$

$$4) \frac{x}{x^2-1} - \frac{x+1}{(x-1)^2}$$

$$5) \frac{1}{x^2-xy} - \frac{1}{x^2+xy} - \frac{2y}{x^3-xy^2}$$

$$6) \frac{a+3}{a^2-1} + \frac{a-1}{2a+2} + \frac{a-4}{4a-4}$$

$$7) \frac{x+1}{x^2-x-20} - \frac{x+4}{x^2-4x-5} + \frac{x+5}{x^2+5x+4}$$

$$8) \frac{x^3-x}{2x^2+6x} \div \frac{5x^2-5}{2x+6}$$

$$9) \frac{x^2+4ax+4a^2}{3ax-6a^2} * \frac{2ax-4a^2}{ax+a} * \frac{6a+6x}{x^2+3ax+2a^2}$$

$$10) \frac{3a^2}{a^2+6ab+9b^2} \div \frac{5a^3}{a^2b+3ab^2}$$

$$11) \frac{a^2+7a+10}{a^2-6a-7} * \frac{a^2-3a-4}{a^2+2a-15} * \frac{a^3-2a^2-3a}{a^2-2a-8}$$

$$12) \frac{2}{a^2-ab} + \frac{2}{ab+b^2}$$

$$13) \frac{x^2-x-12}{x^2-49} * \frac{x^2-x-56}{x^2+x-20} \div \frac{x^2-5x-24}{x+5}$$

$$14) \frac{a-x + \frac{x^2}{a+x}}{a^2 - \frac{a^2}{a+x}}$$

$$15) \frac{\frac{a^2}{b^3} + \frac{1}{a}}{\frac{a}{b} - \frac{b-a}{a-b}}$$

$$16) \frac{1 - \frac{7}{x} + \frac{12}{x^2}}{x - \frac{16}{x}}$$

$$17) \frac{x-1}{x+2 - \frac{x^2+2}{x - \frac{x-2}{x+1}}}$$

$$18) \frac{1}{x - \frac{x}{x - \frac{x^2}{x-1}}}$$

$$19) \frac{\frac{a}{1-a} + \frac{1-a}{a}}{\frac{1-a}{a} - \frac{a}{1-a}}$$

TRIGONOMETRÍA.-

Determina el valor numérico de las siguientes expresiones trigonométricas.

1. $\frac{\operatorname{sen}(120^0) + \operatorname{sen}(270^0)}{1 + \operatorname{cos}(135^0)}$

2. $\frac{\tan(7\pi/4) + \operatorname{sen}(2\pi/3)}{\operatorname{cos}(5\pi/6) + \operatorname{sen}(3\pi/2)}$

3. $\frac{\operatorname{sen}^2(225^0) + \operatorname{cos}^2(135^0)}{1 + \tan(\pi/3)}$

Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones trigonométricas, encontrado todas las soluciones en el intervalo $[0, 2\pi)$.

1) $2 \operatorname{cos}(x) + \sqrt{3} = 0$

2) $\tan^2(x) = 1$

3) $2 \operatorname{sen}^2(x) = 1 + \operatorname{cos}(x)$

4) $\tan^2(x) - 3 \tan(x) + 1 = 0$

5) $4 \operatorname{sen}^2(x) - 3 = 0$

6) $2 \operatorname{sen}(x) + 1 = 0$

7) $(\operatorname{sen}(x) - 1)(\tan(x) + 1) = 0$

8) $\sec^2(x) = 1 + \tan(x)$

9) $\operatorname{cos}(2x) = 3 \operatorname{sen}(x)$

10) $\tan(x) = -\sqrt{3}$