

Guía de funciones  
 Recopilación de problemas de semestres anteriores  
 (Suministrados por la Profesora Cecilia de Villegas)

1. Graficar las siguientes funciones, determine su dominio y su conjunto imagen:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -\sqrt{2-x} & \text{si } 0 < x < 2 \\ |\ln(-x-1)| & \text{si } -2 \leq x < -1 \\ \frac{x}{x+2} & \text{si } x < -2 \\ -e^{x-5} & \text{si } 2 < x \leq 6 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x-6) & \text{si } 6 > x \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 2^{-x} + 2 & \text{si } x \leq 3 \\ -|x+2| & \text{si } -3 < x < 0 \\ -\sqrt{4x-2x^2} & \text{si } 0 < x < 2 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x-5) & \text{si } 5 < x \leq 6 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(x) & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x-1} + 2 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 5^{x-3} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \leq -4 \\ \sqrt{16-x^2} & \text{si } -4 < x < 4 \\ -e^{x+2} - 3 & \text{si } 4 \leq x \leq 6 \\ \frac{1}{(x-6)^2} & \text{si } x < 6 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} -|x+5|-1 & \text{si } -10 \leq x < -4 \\ -3 & \text{si } x = -4 \\ e^{2x} + 3 & \text{si } -4 < x < 0 \\ |\ln(x-1)| & \text{si } 1 < x < 4 \\ -1 - \sqrt{4x^2 - 24x + 32} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} e^x + 2 & \text{si } x < -2 \\ -\cos(x) & \text{si } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{x-2} & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ -\frac{1}{(x-6)^2} & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$g) f(x) = \begin{cases} |-(x+2)^2| - 1 & \text{si } x < -2 \\ |\ln(-x-1)| & \text{si } -2 \leq x < -1 \\ \frac{x}{x+|x|} & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ -\sqrt{6x-x^2-5} & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ -e^{x-5} & \text{si } 5 < x < 8 \\ (x-10)^3 + 2 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$

$$h) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+4} & \text{si } x < -4 \\ \log_2(x+4) & \text{si } -4 < x < 0 \\ \sin x & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad i) f(x) = \begin{cases} e^{x+1} & \text{si } x < 0 \\ \operatorname{ctg}(x + \frac{\pi}{2}) & \text{si } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ |\sin(x)| & \text{si } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \\ \log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{5\pi}{2}) & \text{si } x > \frac{5\pi}{2} \end{cases}$$

$$j) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+4} & \text{si } x < -4 \\ \lg_2(x+4) + 1 & \text{si } -4 < x < 0 \\ \sin x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$k) f(x) = \begin{cases} e^{-x+4} & \text{si } x < -4 \\ \sqrt{x^2 - 4x} & \text{si } -4 \leq x < 0 \\ \arcsin(x-1) & \text{si } 0 < x < 2 \\ -\frac{1}{(x-2)^2 + 1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

2) Determinar el dominio más amplio de las siguientes funciones:

$$\text{i) } f(x) = 5 \ln(3x-1) + \sqrt{\frac{\ln(8x^2+2)}{\cosh(x)}}$$

$$\text{ii) } g(x) = \sqrt{\frac{x^2-x-3}{2-x}}$$

$$\text{iii) } g(x) = \arccos\left(\frac{3x^2+2x-1}{x^2-1}\right)$$

$$\text{iv) } h(x) = \ln\left(\frac{3x^2+5x-2}{x^2+1}\right)$$

$$\text{v) } f(x) = \arccos \sqrt{e^{x+1}-1}$$

$$\text{vi) } f(x) = \frac{|x|}{x} + \sqrt[4]{\frac{\log_{\frac{1}{3}}(x+2)}{e^x - e}}$$

$$\text{vii) } f(x) = \arcsin\left(\log\left(\frac{x}{10}\right)\right)$$

$$\text{viii) } f(x) = \arcsin\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

$$\text{ix) } g(x) = \frac{10}{\ln\left(\frac{3x-2}{x+1}\right)} + \sqrt{\frac{x+4}{(x-2)|\sin x|}}$$

$$\text{x) } f(x) = \sqrt{\frac{\arccos x - \frac{\pi}{2}}{e^{(x-\frac{1}{2})} - 1}}$$

$$\text{xi) } f(x) = \arccos\left(\frac{4x-1}{x^2-4}\right) + \log_2\left(\frac{x^2-3x+2}{x+1}\right) \quad \text{xii) } g(x) = \sqrt{\frac{e^{x+1}-1}{\arcsen(x+1)}}$$

$$\text{xiii) } f(x) = \frac{\arccos\left(\frac{x}{4}\right)}{x^2-16} + \sqrt{\frac{x^2-x-20}{1-|2x+3|}}$$

$$\text{xiv) } f(x) = \sqrt{\left|\frac{x-1}{x}\right| - 1}$$

$$\text{xv) } h(x) = \sqrt{\frac{\arctg(3x^2+1)}{|2x-1|}}$$

$$\text{xvi) } g(x) = \arccos\left(\log_2\left(\frac{x-1}{x+3}\right)\right)$$

3) Hallar la inversa de las siguientes funciones: (restringiendo el dominio y explicando por que en los casos que sean necesarios).

$$\text{i) } h(x) = -\sqrt{4+x^2}$$

$$\text{ii) } g(x) = \frac{5x+11}{-x-2}$$

$$\text{iii) } f(x) = \frac{1}{e^x} - 1$$

$$\text{iv) } f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + 3$$

$$\text{v) } g(x) = 2\sqrt{1 - \frac{(x-1)^2}{9}}$$

$$\text{vi) } h(x) = 2 + e^{-x+1}$$

4) Dadas las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  hallar:

- i)  $f + g$       ii)  $f - g$       iii)  $fg$       iv)  $\frac{f}{g}$       v)  $\frac{g}{f}$   
vi)  $f \circ g$       vii)  $g \circ f$

Restringiendo en caso de ser necesario el dominio.

- 1)       $f(x) = \sqrt{x}$       y       $g(x) = -\frac{1}{x}$   
2)       $f(x) = -e^{-x+2} - 3$       y       $g(x) = \ln(1-x)$