Operaciones Unitarias II

Escuela de Ingeniería Química

Mérida, 18 de mayo, 2007

PRIMER PARCIAL

Problema 1:

Una tubería de acero al carbón de pared delgada (r_i: 10 cm; r_e: 12 cm) transporta vapor a una temperatura promedio de 150 °C (h: 1200 W/m^2 K). El ambiente externo está a 0 °C (h: 65 W/m^2 K). Se quiere aislar la tubería para lo cual se dispone de un material aislante A (poliuretano) con una conductividad de 0,036 W/m K; el aislante consiste en rollos de material flexible que puede conseguirse en varios espesores: 1, 2, 5 y 7.5 cm.

a) Seleccione el espesor de aislante y explique qué criterio o criterios usó para su selección. Calcule en qué porcentaje se reduce el flujo de calor por la colocación del aislante. La resistencia de contacto entre la superficie del tubo y el aislante es de $7{,}5.10^{-3}$ K m^2/W.
b) Si el costo volumétrico del aislante es 60000 Bs/m^3 y su jefe le dice que dispone en el presupuesto de 4000 Bs por metro de longitud de la tubería, ¿mantiene la elección hecha en a)? En caso contrario sugiera otro espesor.

Problema 2:

a) Deducir la expresión para la resistencia de la pared de una semiesfera con radios internos y externos r_i y r_o, respectivamente, mediante un balance microscópico.
b) Se tiene un tanque de almacenamiento que consiste en una sección cilíndrica que tiene una longitud de 2 m, un diámetro interno de 1 m y dos secciones extremas semiesféricas. El tanque se construye de vidrio Pyrex de 20 mm de espesor y se expone al aire ambiente que se encuentra a 300K, el coeficiente de convección es 10 W/m^{2}K. El tanque se utiliza para almacenar aceite caliente a 400K. Con base en la deduccion hecha en a) y la resistencia de la pared de un conducto cilíndrico, determine la potencia que debe suministrar el calentador que está sumergido en el aceite para mantener las condiciones establecidas. La conductividad del Pyrex es 1,4 W/mK.

Problema 3:

Se tienen dos esferas concéntricas; la esfera interna es sólida con un radio de 50 cm, en cuanto la esfera externa tiene un diámetro interno de 1,2 m y un diámetro externo de 1,25 m (ε_i: 0,65; ε_e: 0,35). Se ha hecho el vacío en el espacio existente entre ambas esferas. La radiosidad de la esfera interna es de 10 kW/m^2. Con el fin de reducir las pérdidas de energía hacia el ambiente, se coloca un apantallamiento radiante (ε: 0,75) en el centro del espacio entre las dos esferas. Suponiendo que el espesor del mismo es despreciable, determine en qué porcentaje disminuye el calor emitido por las esferas debido al apantallamiento, dado que la temperatura de la superficie interna de la esfera externa pasa de 500 K a 350 K. Explique su resultado.

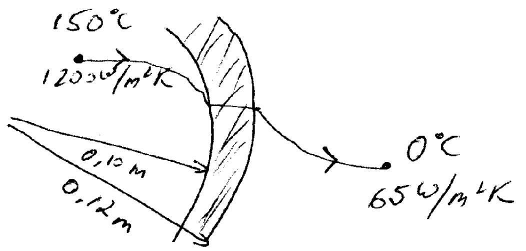
Problema 4:

a) Calcule todos los factores de forma para la parte interna de un conducto conformado por una base rectangular y un techo semicilíndrico de radio R. Se suministra energía a razón de $\dot{q}$ por la base del conducto, la cual está aislada por debajo de modo que no pierde energía hacia afuera. El techo del conducto es refractario o reradiante. Se conoce la temperatura de la base así como la emisividad de las superficies. Dibuje el circuito radiante equivalente suponiendo que el conducto está al vacío y plantee las ecuaciones necesarias para calcular la radiosidad de cada superficie. Explique qué pasa con las temperaturas de las superficies.
b) Modifique el circuito considerando ahora que por dentro del conducto circula un fluido de temperatura T_∞ y h_∞ conocidos y plantee las ecuaciones necesarias para calcular la temperatura de la superficie que conforma el techo del conducto.

Operaciones Unitarias II
Primer Parcial
18/05/07

Problema 1:

a) Tubería sin aislante



$$150^\circ C \;\; \underbrace{\frac{1}{h_i A_i}}_{R_1} \;\; \underbrace{\frac{\ln r_o/r_i}{2\pi k_t L}}_{R_2} \;\; \underbrace{\frac{1}{h_o A_o}}_{R_3} \;\; 0^\circ C$$

No se tiene k_t del tubo, pero como es metálico y de pared delgada, se puede suponer que la resistencia conductiva es despreciable, $R_2 \to 0$.

Flujo de calor sin aislante:

$$q = \frac{T_i - T_o}{R_1 + R_3}$$

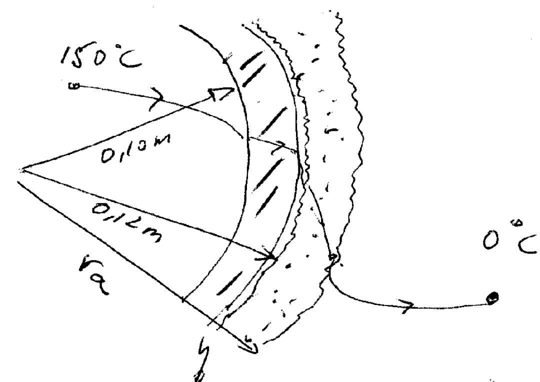
Tomando como base 1 m de largo de tubo:

$$A_i = 2\pi r_i L = 2 \times \pi \times 0{,}10 = 0{,}628\,m^2$$

$$A_o = 2\pi r_o L = 2\pi \times 0{,}12 = 0{,}754\,m^2$$

cont. ↓

Tubería con aislante



$$(A R_c) = 7{,}5 \times 10^{-3}\,\frac{K\,m^2}{W}$$

$$150 \;\; \underbrace{\frac{1}{h_i A_i}}_{R_1} \;\; R_2 \;\; R_c \;\; \underbrace{\frac{\ln \frac{r_a}{r_o}}{2\pi k_a L}}_{R_a} \;\; \underbrace{\frac{1}{h_o A_o}}_{R_3} \;\; 0^\circ C$$

Se vuelve a despreciar R_2, por la razón expuesta al lado

$$R_1 = 1{,}33 \times 10^{-3}$$

$$R_c = \frac{(A_o R_c)}{A_o} = \frac{7{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}754} = 9{,}95 \times 10^{-3}\,\frac{K}{W}$$

Las resistencias R_a y R_3 dependen del espesor de aislante; se pondrán estas resistencias en función del espesor, es decir:

$$r_a = r_o + e = 0{,}12 + e$$

cont. ↓

Sin aislante

$$R_1 = \frac{1}{h_i A_i} = \frac{1}{1200 \times 0{,}028} = 1{,}33 \frac{K}{W} \times 10^{-3}$$

$$R_2 = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{65 \times 0{,}154} = 2{,}04 \times 10^{-2} \frac{K}{W}$$

$$\Sigma R = 2{,}17 \times 10^{-2}$$

$$\dot{q} = \frac{150 - 0}{2{,}17 \times 10^{-2}} = \underline{6903{,}9 \ W}$$

Radio crítico de aislante: $r_c = \frac{k_a}{h_o} = \frac{0{,}036}{65} = 0{,}55 \text{ mm}$

Con aislante

$$R_a = \frac{\ln\left(\frac{0{,}12+e}{0{,}12}\right)}{2 \times \pi \times 0{,}036 \times 1}$$

$$R_a = 4{,}421 \ln\left(\frac{0{,}12+e}{0{,}12}\right)$$

$$R_3 = \frac{1}{65 \times 2\pi \times (0{,}12+e)}$$

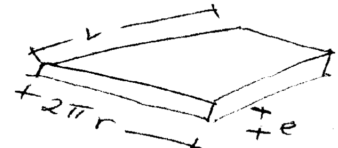
$$R_3 = 2{,}449 \times 10^{-3} (0{,}12+e)^{-1}$$

$$\Sigma R = 1{,}33 \times 10^{-3} + 9{,}95 \times 10^{-3} + 4{,}421 \ln\left(\frac{0{,}12+e}{0{,}12}\right) + 2{,}449 \times 10^{-3} \cdot (0{,}12+e)^{-1}$$

A continuación se tabulan los valores de ΣR para cada espesor de aislante, así como el flujo de calor, volumen de aislante diciendo que este tiene forma de placa y costo por metro de tubo para el aislamiento:

Espesor (cm)	ΣR (K/W)	$\dot{q}$ (W/m)	Volumen aislante (m3/m)	Costo Bs/m
1	0,384	390,6	$8{,}17 \times 10^{-3}$	490,1
2	0,710	211,2	$17{,}6 \times 10^{-3}$	1055,6
5	1,566	95,8	$53{,}4 \times 10^{-3}$	3204,4
7,5	2,170	69,1	$91{,}9 \times 10^{-3}$	5513,5

Volumen del aislante $= 2\pi (r_o + e) \times e \times L$



Como se observa, ~~que~~ todos los espesores de aislante se corresponden a $r_a = (r_o + e) >> r_c$, por lo que todos sirven desde ese punto de vista. Si se toman en cuenta los costos, el aislante de 7,5 cm sobrepasa el presupuesto (4000 Bs/m), por lo que puede desecharse. En la tabla siguiente se presentan los % de reducción de la transferencia de calor en función de los espesores restantes:

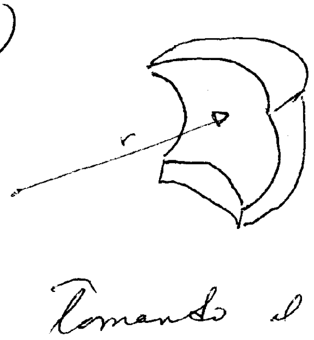
Espesor (cm)	% reducción
1	94,3
2	96,9
5	98,6

$$\%\ \text{reducción} = \frac{\dot{q}_{sa} - \dot{q}_{a}}{\dot{q}_{sa}} \times 100$$

Puede observarse que con sólo 1 cm de espesor, ya se tiene un 94,3 % de reducción. Ahora bien, si ~~decidiéramos de selección~~ ~~esto~~ los aspectos de costos son más críticos que los de pérdida de calor, entonces la selección sería por el aislante de 1 cm. Si por el contrario, las pérdidas de calor son críticas, entonces es mejor el de 5 cm.

Problema 2:

a)



$$\left.\begin{array}{l}\Delta V = r\Delta\theta\, r\Delta\phi\, \Delta r \\ \Delta A = r\Delta\theta\, r\Delta\phi\end{array}\right\} \rightarrow \text{Balance de energía en estado estacionario.}$$

$$q_r = q_{r+\Delta r} \rightarrow \frac{\Delta\theta\Delta\phi\left(q_{r+\Delta r} r^2 - q_r r^2\right)}{r^2\Delta\theta\Delta\phi\Delta r} = 0$$

Tomando el lím $\Delta r \rightarrow 0 \longrightarrow \frac{\delta r^2 q_r}{\delta r} = 0 \longrightarrow$

$$\frac{d(r^2 q_r)}{dr} = 0 \rightarrow r^2 q_r = c_1 \rightarrow q_r = \frac{c_1}{r_2} \rightarrow$$

$$q_r = k\left(-\frac{dT}{dr}\right) = \frac{c_1}{r_2} \rightarrow dT = -\frac{c_1}{kr^2}\,dr \rightarrow T = \frac{c_1}{kr} + c_2$$

Condiciones de frontera

$x\ r = r_o,\ T = T_o$ → $T_o = \frac{c_1}{k r_o} + c_2$

$x\ r = r_i,\ T = T_i$ → $T_i = \frac{c_1}{k r_i} + c_2$ → $c_1 = \frac{(T_i - T_o)k}{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right)}$

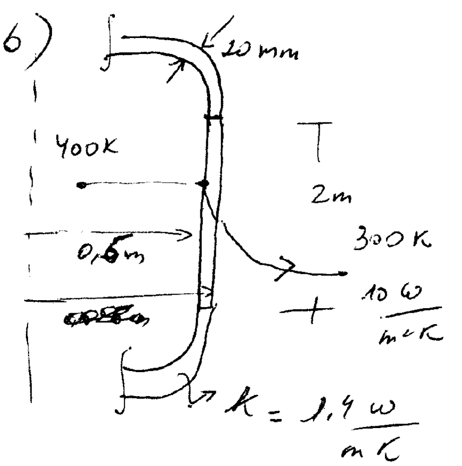
Como $\left(-\frac{dT}{dr}\right) = \frac{c_1}{k r^2} = \frac{T_i - T_o}{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right) r^2}$ → sustituyendo en la ley de Fourier.

$$\dot{q}_r = kA\left(-\frac{dT}{dr}\right) = \frac{\overbrace{k\,2\pi r^2}^{\text{mitad de una esfera}}}{r^2}\left(\frac{T_i - T_o}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}}\right)$$

$$\dot{q}_r = \frac{T_i - T_o}{\frac{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right)}{2\pi k}} \Longrightarrow R = \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}}{2\pi k}$$

---

6)



El problema puede resolverse diciendo que las resistencias de las tapas están en paralelo con el cuerpo cilíndrico del tanque

Capas:

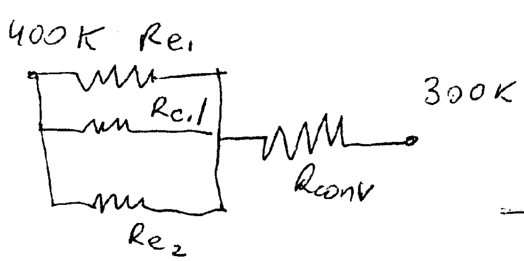
$A_{ic} = 2\pi\, 0.5 \times 2 = 6,28\ m^2$

$A_{ie} = 2\pi\, 0,5^2 = 0,785\ m^2$

$A_{ec} = 2\pi\, 0,52 \times 2 = 6,53\ m^2$

$A_{ee} = 2\pi\, 0,52^2 = 1,7\ m^2$

Circuito térmico:



→ En este circuito se ha supuesto que el medio ~~[illegible]~~ convectivo interno (aceite) tiene un alto h por lo que la resistencia es despreciable y la temperatura de la superficie interna del tanque es igual a la del aceite.

Resistencia de la pared del cuerpo cilíndrico:

$$R_{cil} = \frac{\ln\left(\frac{0,52}{0,5}\right)}{2 \times \pi \times 1,4 \times 2} = 2,23 \times 10^{-3}$$

Resistencia de las semi-esfesferas:

$$R_{e_1} = R_{e_2} = \frac{\frac{1}{0,5} - \frac{1}{0,52}}{2\pi\, 1,4} = 8,74 \times 10^{-3}$$

Resistencia convectiva externa, tomando todo el tanque:

$$A_{conv} = 2\pi r_0 L + 2 \times 2\pi r_0^2 = 2 \times \pi \times 0,52 \times 2 + 4\pi \times 0,52^2$$

$$A_{conv} = 6,530 + 2 \times 1,7 = 9,93\ m^2$$

$$R_{conv} = \frac{1}{h_0 A_{conv}} = \frac{1}{10 \times 9,93} = 1,01 \times 10^{-3}$$

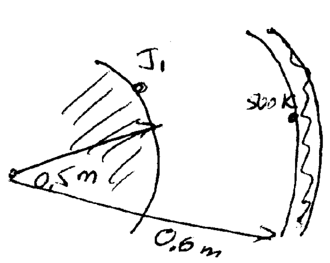
Flujo de calor, basándose en el circuito dibujado:

$$\dot{q} = \frac{(400-300)}{\left(\frac{1}{R_{cil}} + 2 \times \frac{1}{R_e}\right)^{-1} + R_{conv}} = \frac{100}{1,477 \times 10^{-3} + 1,01 \times 10^{-3}}$$

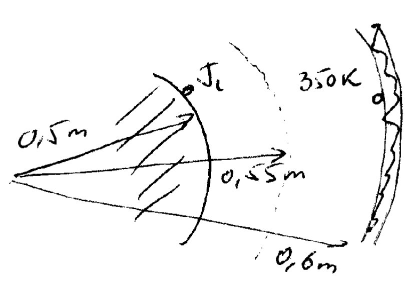
$$\dot{q} = 39.896\ W \quad //$$

Problema 3:

Esferas sin apantallamiento:



Esferas con apantallamiento:



Esferas sin apantallamiento, circuito radiante.

$$\dot q \rightarrow J_1 \overset{\underbrace{\frac{1}{A_1 F_{12}}}_{R_1}}{—\!\!\!\!\vee\!\!\!\!—} J_2 \overset{\underbrace{\frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}_{R_2}}{—\!\!\!\!\vee\!\!\!\!—} Eb_2 \rightarrow \dot q$$

Esferas con apantallamiento, circuito radiante.

$$\dot q \rightarrow J_1 \underbrace{\frac{1}{A_1 F_{1p}}}_{R_1} J_p \underbrace{\frac{1-\varepsilon_p}{A_p \varepsilon_p}}_{R_3} Eb_p \underbrace{\frac{1-\varepsilon_p}{A_p \varepsilon_p}}_{R_3} J_p \underbrace{\frac{1}{A_p F_{p2}}}_{R_4} J_2 \underbrace{\frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}_{R_2} Eb_2 \rightarrow \dot q$$

En ambos circuitos se inicia con J_1 que es dato, $J_1 = 10.000\ W/m^2$

Factores de forma

$F_{11} = 0, \quad F_{12} = 1$

$A_1 = 4\pi 0{,}5^2 = 3{,}14\,m^2$

$A_2 = 4\pi 0{,}6^2 = 4{,}52\,m^2$

$$R_1 = \frac{1}{A_1 F_{12}} = 0{,}3185$$

$$R_2 = \frac{1-0{,}35}{4{,}52 \times 0{,}35} = 0{,}4109$$

$\Sigma R = 0{,}7294$

$$\dot q_{SA} = \frac{J_1 - Eb_2}{\Sigma R}$$

$$\dot q_{SA} = \frac{10.000 - 5{,}689 \times 10^{-8} \times 500^4}{0{,}7294}$$

$\dot q_{SA} = 8846\ W$

Factores de forma

$F_{pp} = 0, \quad F_{p2} = 1$

$F_{1p} = 1$

$A_p = 4\pi 0{,}55^2 = 3{,}80\,m^2$

$$R_3 = \frac{1-0{,}75}{3{,}8 \times 0{,}75} = 8{,}77 \times 10^{-2}$$

$$R_4 = \frac{1}{3{,}8 \times 1} = 0{,}263$$

$\Sigma R = 1{,}168$

$$\dot q_A = \frac{J_1 - Eb_2}{\Sigma R}$$

$$\dot q_A = \frac{10.000 - 5{,}689 \times 10^{-8} \times 350^4}{1{,}168}$$

$\dot q_A = 7830\ W$

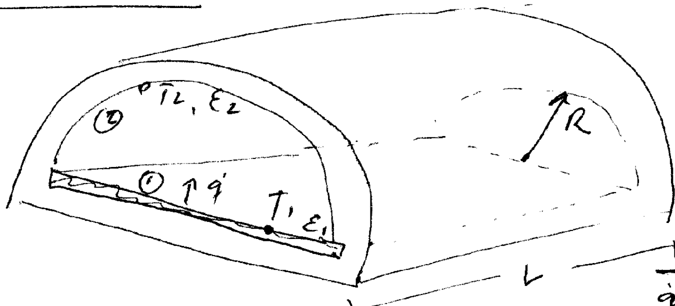
$$\%\ \text{reducción} = \frac{8846 - 7830}{8846} \times 100 = 11{,}5\%$$

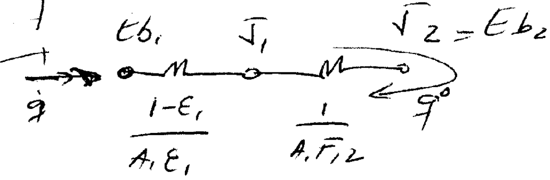
El apantallamiento introduce tres resistencias adicionales, lo cual produce la reducción de la transferencia de calor.

Problema 4:

Se supondrá que el conducto es muy largo y que está al vacío. Circuito radiante:

a)





Factores de forma:

$F_{11} = 0$, $F_{12} = 1$

$$F_{21} = F_{12}\frac{A_1}{A_2} = F_{12}\frac{2RL}{\pi RL}$$

$$F_{21} = \frac{2}{\pi}\ ; \quad F_{22} = 1 - F_{21} = \frac{\pi - 2}{\pi}$$

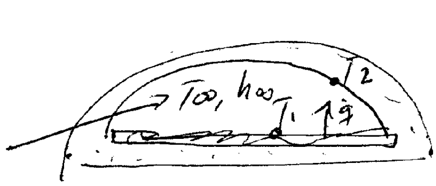
Ecuaciones: $$\dot{q} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1F_{12}}} \rightarrow \text{Se despeja } E_{b2}$$

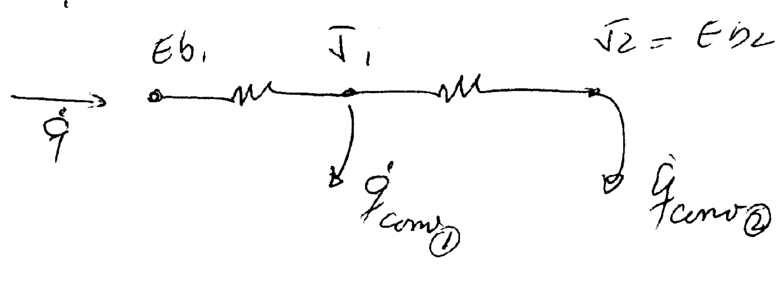
$$\dot{q} = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}} \rightarrow \text{Se despeja } J_1$$

Como el calor suministrado no tiene por dónde salir, las temperaturas aumentan mientras exista dicho suministro, $\dot{q}$.

b)

El fluido retira calor de las dos superficies; esto modifica el circuito de esta forma:





Ecuación: $$\dot{q} = \dot{q}_{conv_1} + \dot{q}_{conv_2} = h_\infty 2RL\,(T_1 - T_\infty) + h_\infty \pi R\,(T_2 - T_\infty)$$

De esta ecuación se despeja $\underline{T_2}$.