

REOLOGIA: CONCEPTOS BASICOS

1. Introducción

El objetivo de este capítulo es introducir al lector en los conceptos básicos que conforman la base de la disciplina científica denominada Reología. La revisión que se presenta a continuación no es del todo exhaustiva ya que esto requeriría del uso de matemáticas avanzadas, lo cual queda fuera del alcance de este curso; varias de las ecuaciones serán presentadas sin demostración por la misma razón. Sin embargo, se pretende que el lector que se introduce en esta disciplina consiga en este capítulo los elementos esenciales para comprender las ecuaciones constitutivas o modelos de flujo más sencillos, los cuales son los más utilizados en la práctica.

Como se verá más adelante, el estudio del comportamiento de un fluido consiste básicamente en someterle a un esfuerzo y de alguna forma medir la deformación, o tasa de deformación resultante. Puede también someterse el fluido a una deformación o tasa de deformación conocida y medir la respuesta de esfuerzo. A continuación se revisan los conceptos de reología, fluido, esfuerzo, deformación y tasa de deformación.

2. Conceptos básicos

2.1. Reología

La Reología es una disciplina científica que se dedica al estudio de la deformación y flujo de la materia o, más precisamente, de los fluidos. La palabra reología proviene del griego $\rho\epsilon\iota\nu$ la cual significa fluir.

A pesar de que la Reología pudiera cubrir todo lo que tiene que ver con los comportamientos de flujo en aeronáutica, mecánica de fluidos e inclusive la mecánica de sólidos, el objetivo de la Reología está restringido a la observación del comportamiento de materiales sometidos a deformaciones muy sencillas. Por medio de la observación y del conocimiento del campo de deformación aplicado, el reólogo puede en muchos casos desarrollar una relación constitutiva o modelo

matemático que permite obtener, en principio, las funciones materiales o propiedades que caracterizan el material.

Las funciones materiales y relaciones constitutivas tienen varios usos en la práctica, dependiendo del objetivo del estudio de cada tipo de material. En tal sentido pueden distinguirse dos objetivos principales:

1. Predecir el comportamiento macroscópico del fluido bajo condiciones de proceso para lo cual se hace uso de las relaciones constitutivas y de las funciones materiales.
2. Estudiar de manera indirecta la microestructura del fluido y evaluar el efecto de varios factores sobre dicha microestructura. Para esto se comparan las funciones materiales o propiedades reológicas.

Los fluidos que son del interés de la Reología presentan una gama de comportamientos que van desde el viscoso Newtoniano hasta el sólido elástico de Hooke, que serán definidos más adelante. Dentro de esta categoría pueden conseguirse innumerables materiales tales como el yogurt, la mayonesa, la sangre, las pinturas, las grasas y muchos más.

2.2. Fluidos y sólidos

Como fluido se entiende toda porción de materia capaz de deformarse continuamente cuando es sujeta a una fuerza o deformación, a diferencia de los sólidos, los cuales o no se deforman o sólo se deforman hasta cierto punto. Son fluidos todos los líquidos, los gases y otros fluidos de composición más compleja tales como las emulsiones y suspensiones, las pastas y los polímeros fundidos, entre otros. El chicle, la masilla, la masa de pan pudieran también clasificarse como fluidos, aunque algunos pudieran argumentar que son sólidos deformables. En realidad, la clasificación de fluido o sólido deformable no es muy nítida en muchos casos; frecuentemente sólo puede hablarse del grado en que un fluido se acerca a uno u otro tipo de comportamiento.

En tal sentido, el comportamiento de los fluidos se puede acotar entre dos extremos, siendo el comportamiento viscoso Newtoniano un extremo y el

comportamiento elástico de Hooke el otro extremo. Es justamente dentro de este intervalo de comportamiento que se encuentra el interés de la Reología. Más adelante se explican en qué consisten el comportamiento viscoso Newtoniano y el del sólido elástico. Antes se revisan los conceptos de esfuerzo y deformación.

2.3. El tensor de esfuerzos

La forma de producir el movimiento y deformación de un material es por medio de la aplicación de fuerzas sobre la superficie del mismo. Imagínese un cuerpo como el ilustrado en la figura 1 sobre el cual se aplica una fuerza F de modo que el cuerpo se deforma. Supóngase ahora que se realizan cortes imaginarios a través del punto P contenido dentro del material. En el punto P se colocan los ejes de coordenadas caracterizados por los vectores unitarios \underline{x} , \underline{y} y \underline{z} .

Para el corte definido por el vector unitario \underline{x} (ilustración a) se busca la componente de la fuerza que actúa sobre el plano. Para el corte referido, esta fuerza sería F_x . Sea el vector de esfuerzo t_x , definido como

$$t_x = \frac{F_x}{a_x} \quad (1)$$

donde a_x es el área del material sobre la cual se aplica F_x . Para cada corte en las tres direcciones del espacio definidas por los vectores unitarios \underline{x} , \underline{y} y \underline{z} se pueden conseguir tres vectores esfuerzos diferentes, de modo que

$$F = a t = a_x t_x + a_y t_y + a_z t_z \quad (2).$$

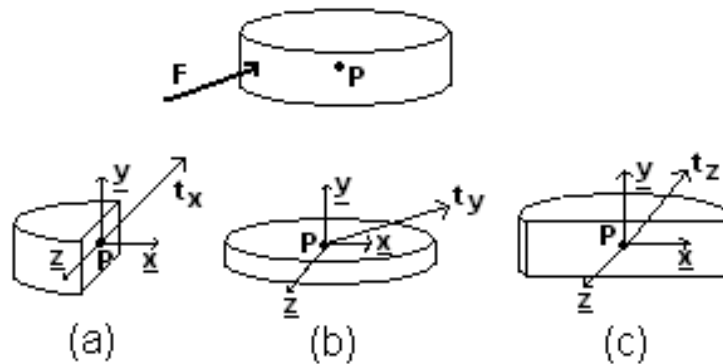


Fig. 1. Fuerza que actúa sobre un cuerpo y los vectores de esfuerzo luego de realizar tres cortes a través del punto P .

Cada vector de esfuerzo puede a su vez descomponerse en dos componentes tangenciales a la superficie, τ_{xy} y τ_{xz} , donde τ_{xy} es colineal con el vector unitario \underline{y} y τ_{xz} es colineal con el vector unitario \underline{z} . Se encuentra también una componente perpendicular a la superficie, τ_{xx} , colineal con el vector unitario \underline{x} . Las componentes tangenciales son llamadas también esfuerzos de corte y la perpendicular es llamada esfuerzo normal. En tal sentido, el vector esfuerzo \underline{t}_x es

$$\underline{t}_x = \tau_{xx}\underline{x} + \tau_{xy}\underline{y} + \tau_{xz}\underline{z} \quad (3).$$

Los vectores \underline{t}_y y \underline{t}_z tienen a su vez tres componentes de esfuerzos, a partir de los cuales puede escribirse finalmente el tensor de esfuerzo,

$$\underline{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (4),$$

también denominado esfuerzo extra ya que no contiene la presión isotrópica.

Usualmente en los estudios reológicos se escogen geometrías de flujo de modo que el tensor de esfuerzos sea más simple que el presentado en la figura 1. Para flujo de un fluido simplemente viscoso entre dos placas paralelas (véase figuras 2(b) y c), el vector de esfuerzo se reduce a

$$\underline{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5).$$

Para la mayor parte de los fluidos se cumple que $\tau_{ij} = \tau_{ji}$.

2.4. Deformación y tasa de deformación

El grado de deformación de un material se expresa usualmente como un cociente entre la longitud deformada sobre la longitud sin deformar. A este término se le denomina la deformación relativa γ y puede cuantificarse según el tipo de experimento que se haga. En la figura 2 se muestran tres situaciones distintas en las cuales la deformación relativa puede calcularse según:

- Para el material sujeto a tracción (ilustración a):

$$\gamma = \frac{\Delta L}{L}$$

- Para el material sujeto a cizallamiento entre dos placas (ilustración b):

$$\gamma = \frac{\delta}{h}$$

- Para el cilindro sujeto a una torsión (ilustración c):

$$\gamma = \frac{\theta}{h}$$

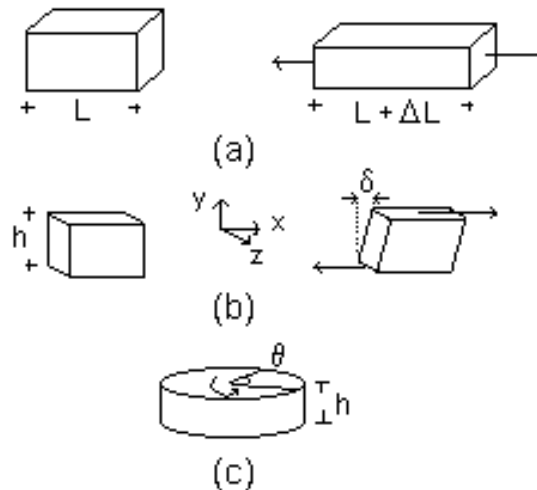


Fig. 2. Distintas situaciones en las cuales se deforma un material: (a) material sujeto a tracción; (b) material sujeto a un cizallamiento entre placas paralelas; (c) cilindro sujeto a torsión.

En la figura 3 se muestra esquemáticamente el desplazamiento de un punto Q dentro de un material con respecto a un punto de referencia P que se mantiene inmóvil. El punto Q se encuentra originalmente a una distancia dx' antes de producirse el desplazamiento (t'); luego que ocurre este, el punto Q se ubica a una distancia dx con respecto a P ($t > t'$). El desplazamiento del punto Q se puede cuantificar mediante el cociente dx/dx' .

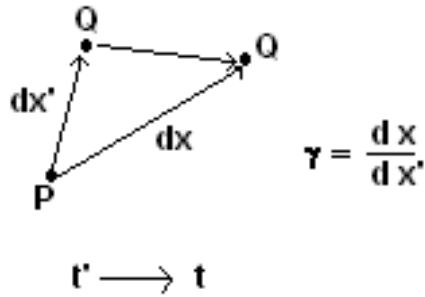


Fig. 3. Desplazamiento de un punto material Q con respecto al punto P luego de una deformación del material.

Para el caso más general, pueden haber deformaciones en todas las direcciones por lo que la deformación relativa es también una cantidad tensorial de nueve componentes, en la cual cada componente $\partial x_i / \partial x'_j$ contiene información de cómo cambian las dimensiones de un material con respecto al estado original designado por el superíndice '. Esto da como resultado que

$$\underline{\underline{\Delta x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x'} & \frac{\partial x}{\partial y'} & \frac{\partial x}{\partial z'} \\ \frac{\partial y}{\partial x'} & \frac{\partial y}{\partial y'} & \frac{\partial y}{\partial z'} \\ \frac{\partial z}{\partial x'} & \frac{\partial z}{\partial y'} & \frac{\partial z}{\partial z'} \end{bmatrix} \quad (6).$$

Ahora bien, el tensor anterior contiene tanto la rotación como la deformación del material, así que hay que eliminar la rotación del cuerpo, para dejar sólo la deformación del mismo. Para eliminar la rotación, se multiplica este tensor por su transpuesta,

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{\Delta x}} \cdot \underline{\underline{\Delta x}}^T \quad (7)$$

donde $\underline{\underline{B}}$ es el tensor de deformación relativa.

Para el cuerpo ilustrado en la figura 2, caso b, ocurre deformación a lo largo del eje x la cual es proporcional a $\delta/h = \gamma$, en cuanto no hay cambios en las direcciones de y y z. Esto resulta entonces en

$$\underline{\underline{\Delta x}} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8).$$

En virtud de la ecuación 7, el tensor de deformación relativa es entonces

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma^2 & 0 \\ \gamma^2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9).$$

Ahora bien, definir un estado o configuración original no es difícil para un sólido. Otra cosa es la deformación de un fluido en donde todos los puntos materiales se desplazan unos con respecto a otros a velocidades diferentes. En la figura 4 se compara el desplazamiento de un punto material Q con respecto a P para el caso de un sólido (a) y para un fluido (b). En el caso del fluido, el punto material P también se desplaza a una velocidad v , en cuanto Q lo hace a una velocidad $v + \Delta v$. Esto hace que sea necesario caracterizar la deformación del fluido por medio de la tasa de deformación relativa $\dot{\gamma}$, o también tasa de corte.

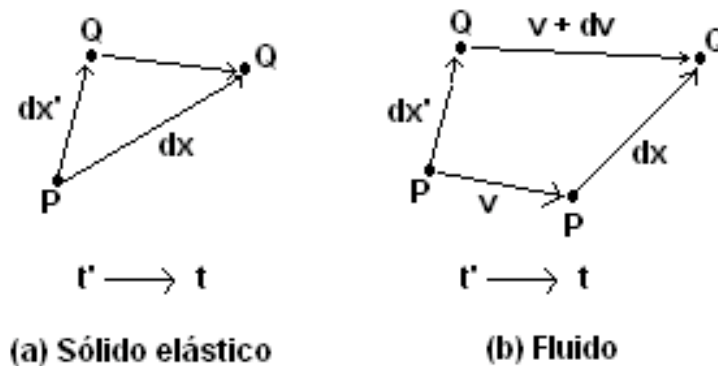


Fig. 4. Comparación del desplazamiento de un punto material Q con respecto a P para un sólido elástico (a) y para un fluido (b).

Al igual que el esfuerzo y la deformación relativa, la tasa de deformación o de corte es también un tensor de nueve componentes que puede obtenerse del tensor de deformación derivando cada término con respecto al tiempo, de modo que:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x_i}{\partial x'_j} \right) = \frac{\partial v_i}{\partial x'_j} = \dot{\gamma} \quad (10).$$

Al realizar lo expresado en la ecuación 10 (y otras modificaciones necesarias), se obtiene entonces el tensor de tasa de desplazamiento del punto Q:

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (11).$$

Ahora bien, el tensor $\underline{\underline{L}}$ contiene la deformación y la rotación del punto Q, por lo que es necesario eliminar la rotación. Para lograr esto, debe hacerse la operación

$$\underline{\underline{L}} + \underline{\underline{L}}^T = 2\underline{\underline{D}} \quad (12).$$

El término $2\underline{\underline{D}}$ es el tensor tasa de deformación o tasa de corte o de cizallamiento.

En un fluido sometido a un cizallamiento simple entre dos placas paralelas, se obtiene un perfil de velocidad como se ilustra en la figura 5. A partir de esto puede decirse que $v_x = f(y)$ y que $v_y = v_z = 0$. Con esta información se obtiene el tensor velocidad de desplazamiento es,

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13).$$

Se requiere entonces el tensor $2\underline{\underline{D}}$ que contiene sólo la deformación se calcula acorde a la ecuación 12, obteniéndose que

$$\underline{\underline{2D}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ \dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14).$$

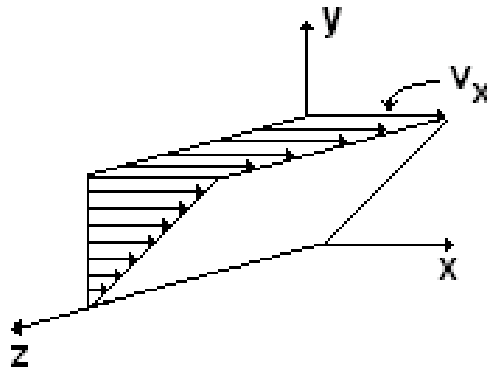


Fig. 5. Perfil de velocidad para un fluido sometido a cizallamiento simple entre placas paralelas.

2.5. La viscosidad y el comportamiento viscoso Newtoniano

La viscosidad es una propiedad de transporte que cuantifica la conductividad de cantidad de movimiento a través de un medio conductor o fluido. Puede también interpretarse como la resistencia que ofrecen los fluidos a ser deformados, cuando son sometidos a un esfuerzo.

Imaginemos el siguiente experimento. Sea una capa de fluido confinada por dos superficies sólidas paralelas (placas), como se muestra en la figura 6. Cada placa tiene un área de contacto con el fluido igual a A y están separadas una distancia δ , igual al espesor de la capa de fluido. Al inicio del experimento ($t = t_0$) se aplica una fuerza F a la placa superior y, una vez logradas las condiciones estacionarias, la placa se mueve con velocidad constante, v_p .

De forma simultánea, cierta cantidad de movimiento que puede cuantificarse como mv_x , donde m es masa, v es velocidad y el subíndice x señala la dirección del movimiento, se transfiere al fluido desde la placa. La lámina de fluido contigua al

plato en movimiento se desplaza a una velocidad igual a v_p y los estratos intermedios de fluido también se desplazan pero a menor velocidad. El movimiento se transfiere capa de fluido a capa de fluido y la velocidad del fluido decae desde la placa superior ($v = v_p$) a la inferior ($v = 0$).

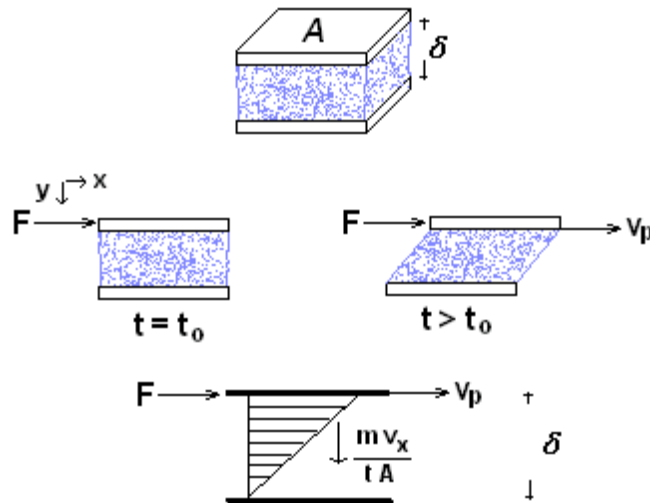


Fig. 6. Modelo de las placas paralelas para desarrollar el concepto de viscosidad.

La fuerza F es entonces la promotora del movimiento; dividiendo F por el área de contacto se obtiene lo que se denomina esfuerzo de corte o de cizallamiento,

$$\tau_{yx} = \frac{F}{A} \quad (15).$$

Los subíndices del esfuerzo denotan la dirección en que se mueve el fluido (subíndice x) y la dirección en que se transfiere la cantidad de movimiento o dirección en que se produce la variación de la velocidad (subíndice y). Nótese que el área de contacto es tangencial a la dirección de la fuerza aplicada, de ahí el apelativo de corte o cizallamiento. El esfuerzo viene en unidades de $N.m^2$ (Newton por metro cuadrado) o Pa (Pascal).

La magnitud de cantidad de movimiento transferida por unidad de área y unidad de tiempo es equivalente también al esfuerzo de corte τ ,

$$\frac{m v_x}{A t} = \tau_{yx} \quad (16).$$

La variación de la velocidad a lo largo de la coordenada y (o espesor del material) se denomina gradiente de velocidad o dv_x/dy ; éste se expresa de forma breve por medio del término $\dot{\gamma}$, de modo que

$$\dot{\gamma} = \left[-\frac{dv_x}{dy} \right] \quad (17).$$

El signo menos en la ecuación 3 sirve para “neutralizar” el gradiente de velocidad el cual es intrínsecamente negativo ya que la velocidad decae a medida que progresa la distancia y . Al término $\dot{\gamma}$ se le denomina también tasa de corte o de cizallamiento; sus unidades son de 1/s.

Tal como señalado en la sección anterior, uno de los extremos del comportamiento de los fluidos es el viscoso. Cuando el comportamiento es puramente viscoso se puede verificar que la tasa de corte y el esfuerzo son proporcionales

$$\tau_{yx} \propto \dot{\gamma} \quad (18).$$

Isaac Newton en su célebre libro “Principia” publicado en el año 1687, denominó la constante de proporcionalidad como viscosidad (expresada por el símbolo μ), de modo que

$$\tau_{yx} = \mu \dot{\gamma} \quad (19).$$

Las unidades de la viscosidad son de Pa.s (Pascal por segundo) aunque es más común el uso del mPa.s (mili Pa.s) o cP (centi Poise), los cuales equivalen a la milésima parte de un Pa.s. De este modo $1000 \text{ cP} = 1000 \text{ mPa.s} = 1 \text{ Pa} = 10 \text{ P}$. Esta última unidad, el Poise (P), es igual a un g/cm s.

La Eq. 19 se conoce como la Ley de Newton de la viscosidad; los fluidos que se comportan acorde a esta ley, o fluidos Newtonianos, exhiben una relación lineal entre τ_{yx} y $\dot{\gamma}$, lo cual significa que la viscosidad es constante con respecto a estas variables. La Ley de Newton describe bastante bien el comportamiento de líquidos homogéneos de bajo peso molecular, tales como agua, aceites orgánicos e inorgánicos y todo tipo de soluciones (electrolíticas, de ácidos y de bases), así

como el comportamiento de soluciones poliméricas, emulsiones y suspensiones muy diluidas.

La viscosidad de los fluidos Newtonianos es función única de la temperatura a presiones moderadas cercanas a la atmosférica. En la figura 7 se muestran varias curvas de esfuerzo en función de la tasa de corte para aceite de coco medido a varias temperaturas. Este tipo de representación (esfuerzo vs. tasa de corte) se denomina curva de flujo o reograma. Puede observarse en la figura que, para cada temperatura, se presenta una relación lineal entre el esfuerzo de corte y la tasa, siendo la viscosidad la pendiente de la línea recta. Es notorio que la pendiente, o viscosidad, disminuye con la temperatura, lo cual es el comportamiento usual de los líquidos a presiones moderadas. A presiones elevadas se puede producir un fuerte incremento de la viscosidad con la presión, lo cual es muy relevante en la industria petrolera y en el manejo de aceites lubricantes que pueden estar sujetos a presiones muy elevadas, del orden de los GPa.

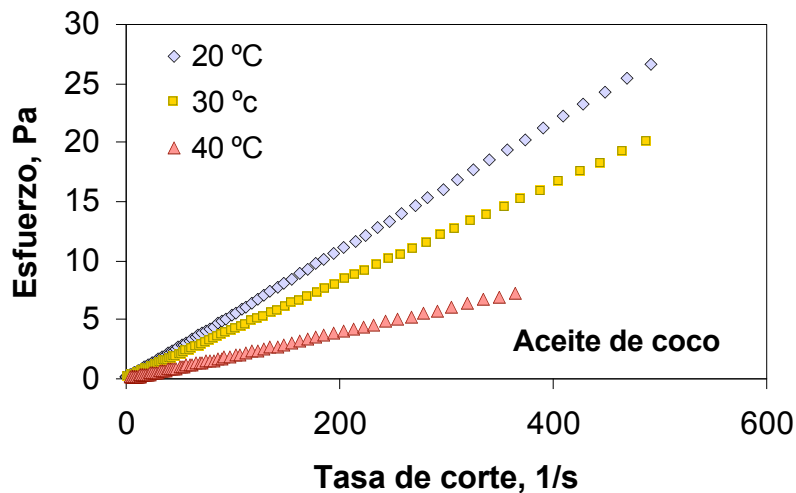


Fig. 7. Curvas de flujo para aceite de coco a diferentes temperaturas.

La relación entre la viscosidad y la temperatura de un líquido puede representarse de forma aproximada mediante la ecuación de Arrhenius,

$$\mu = Ae^{-B/T} \quad (20),$$

en donde T es la temperatura en escala absoluta y A y B son constantes que dependen del líquido. En la figura 8 se muestra la viscosidad de aceite de coco en

función de la temperatura; los datos experimentales han sido ajustados mediante la ecuación de Arrhenius.

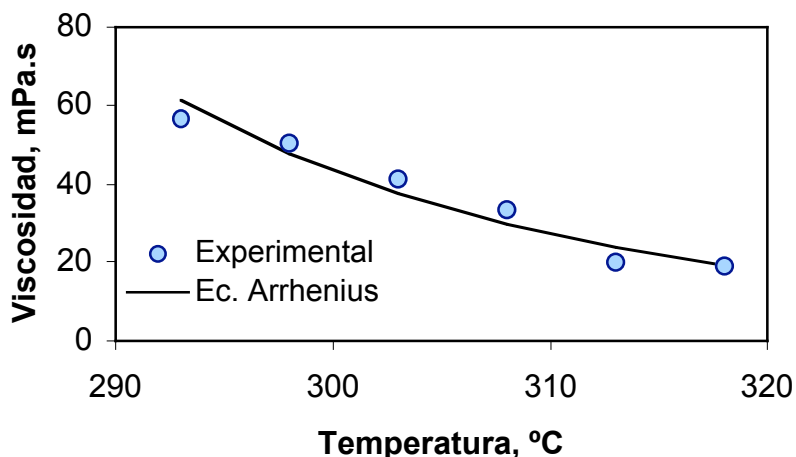


Fig. 8. Viscosidad en función de la temperatura para aceite de coco.

A modo de ilustración, en la Tabla 1 se presentan datos de viscosidad para varios fluidos Newtonianos, entre los cuales se incluyen el aire y materiales rara vez considerados como fluidos tales como el asfalto y el vidrio. Más adelante se explicará por qué, bajo ciertas circunstancias, puede considerarse estas sustancias como fluidos. Nótese también el fuerte cambio de la viscosidad del crudo de 8 °API con la temperatura; esta disminuye en tres órdenes de magnitud con un ΔT de sólo 40 °C. Compárese este comportamiento con el del aceite de coco para el cual la viscosidad se mantiene del mismo orden entre 20 y 45 °C. En general, cuanto más viscoso es un líquido Newtoniano, más fuerte es su dependencia con la temperatura.

Resta señalar que los fluidos Newtonianos no son los únicos en presentar un comportamiento viscoso; en ese caso su comportamiento ya no puede ser descrito mediante la ley de Newton dado que la viscosidad del fluido dependerá de otros parámetros tales como la tasa de corte o el esfuerzo, del tiempo o frecuencia y otros factores que serán descritos más adelante. La ley de Newton es la relación constitutiva (o modelo matemático) más sencilla de los fluidos viscosos, puesto que una sólo función material, la viscosidad, es suficiente para caracterizar el comportamiento del fluido.

Tabla 1. Datos de viscosidad para varias sustancias a 20 °C (y 60 °C para crudo de 8 °API). Los valores son aproximados.

Sustancia	Viscosidad @ 20 °C (mPa.s)
Aire	0,01
Agua	1
Querosén	10
Crudo 25 °API	100
Glicerina	1000
Miel	10.000
Crudo 8 °API	500.000 @ 20 °C 3.000 @ 60 °C
Asfalto	10 ¹¹
Vidrio	10 ⁴³

2.6. Comportamiento elástico

Una diferencia notoria entre un fluido Newtoniano y un sólido elástico es que los fluidos fluyen mientras se mantenga el esfuerzo, en cuanto un sólido elástico responde de forma instantánea al esfuerzo y alcanza una deformación dada que se mantiene mientras se le aplique dicho esfuerzo. Algunos sólidos pueden presentar una deformación relativa que es proporcional al esfuerzo, tal como se ilustra en la figura 9, en la cual se presenta el esfuerzo en función de la deformación relativa de una muestra de goma de silicona (Macosko, 1994). La muestra fue sometida a una deformación como la ilustrada en la figura 2 (b); es decir, cizallamiento entre dos placas. En esta situación la deformación relativa es igual a δ/h .

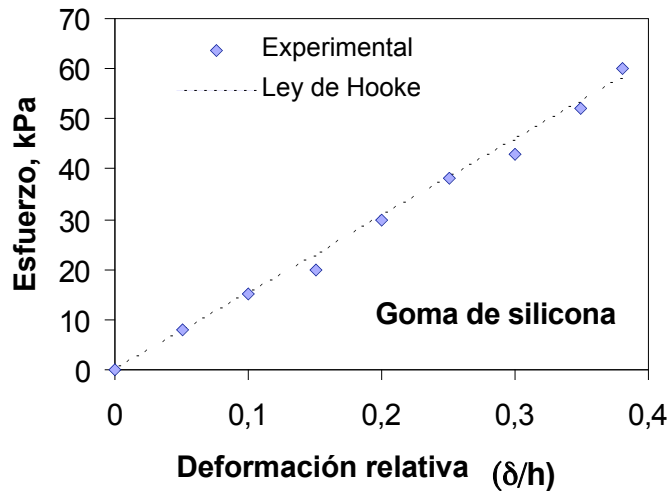


Fig. 9. Esfuerzo en función de la deformación relativa para una muestra de goma de silicona sometida a cizallamiento simple (Macosko, 1994).

Se puede observar en la figura anterior que la relación entre el esfuerzo y la deformación relativa es lineal; este tipo de respuesta recibe el apelativo de Ley de Hooke, por Robert Hooke quien planteó por primera vez esta relación en el año 1678. Entonces,

$$\tau = G \gamma \tag{21}$$

donde G es el módulo de elasticidad. En general se verifica que los sólidos deformables siguen la Ley de Hooke sólo para valores de deformación relativamente bajos. Puede decirse que la ecuación 21 es la relación constitutiva para los sólidos elásticos de Hooke, donde G es la función material que en realidad es un coeficiente constante, de forma similar a la viscosidad.

Ahora bien, muchos fluidos también pueden exhibir comportamientos de sólido elásticos si la escala de deformación es suficientemente pequeña o si la escala de tiempo o frecuencia de observación es adecuada. De igual forma, bajo ciertas condiciones de observación, un sólido puede comportarse como un líquido. Por esta razón, es preferible en Reología hablar acerca de comportamientos, más que de tipo de materiales. Esto permite clasificar un material acorde a una gama de comportamientos, lo cual es mucho más conveniente.

2.7. El número de Débora

Consideremos varios casos con el objeto de ilustrar los conceptos de escalas de deformación y de tiempo. Una superficie de agua puede comportarse como un sólido cuando un cuerpo cae sobre ella a gran velocidad; esto involucra para este fluido (agua) un esfuerzo muy elevado durante un período de tiempo muy corto, menor que el tiempo de deformación o relajación del agua. En tales condiciones, la superficie de agua se comporta como una superficie sólida. Por otro lado, bajo esfuerzos suficientemente elevados es entonces posible medir una viscosidad en materiales tales como el asfalto y el vidrio (véase Tabla 1), los cuales se comportan como fluidos bajo las condiciones señaladas.

Tomemos ahora un ejemplo más prosaico, tal como la mayonesa. Cuando esta se encuentra en su recipiente en reposo, o si se voltea el recipiente, la mayonesa no fluye, comportándose en todo como un sólido. Si se golpea suavemente el recipiente de mayonesa, se puede observar que esta se deforma un poco, tal como un sólido elástico. Ahora bien, es muy fácil extender la mayonesa sobre un pan, comportándose entonces como un fluido. Otro ejemplo clásico es la arena mojada. Cuando se camina sobre esta, el pie penetra fácilmente (la arena fluye) hasta cierta profundidad después de lo cual puede percibirse cómo esta se endurece hasta prácticamente solidificarse.

Por otro lado, si los seres humanos viviéramos lo suficiente, podríamos observar como las montañas "fluyen" por efecto de la erosión, hasta que desaparecen. Aquí estamos hablando de muy pequeños esfuerzos (producidos por el campo gravitatorio), aplicados por períodos de tiempo muy prolongados. A partir de esta idea que puede encontrarse en el antiguo testamento (Libro de los Jueces) se ha planteado la escala de tiempo en reología, o D_e (número de Débora):

$$D_e = \frac{t_m}{t_o} \quad (22)$$

inspirado por las palabras de Débora, "Las montañas fluirán ante el Señor...". En la ecuación 17, t_m es el tiempo de relajación característico del material, en cuanto t_o es

el tiempo de observación del proceso de deformación. El tiempo característico de relajación para un sólido de Hooke es virtualmente infinito (el sólido no se relaja o deforma bajo la gravedad), mientras que para el agua, el cual es un fluido Newtoniano, es virtualmente cero (del orden de 10^{-12} s). De esto se puede concluir que los materiales que presentan D_e bajos (< 1) corresponden a comportamiento viscoso y D_e altos (> 1) a comportamiento de sólido elástico.

2.8. El número de Péclet

El número de Péclet o Pe permite calcular cuanta energía mecánica hay que aplicar a un fluido para que ocurra una deformación del mismo que no sea provocada por la energía térmica del fluido. Esta última puede producir cambios de la configuración microscópica del fluido, en ausencia de sollicitación mecánica. El Pe se calcula como el cociente de la energía mecánica a energía térmica,

$$Pe = \frac{\mu \dot{\gamma} \ell}{kT} \quad (23)$$

donde μ es la viscosidad del medio, k es la constante de Boltzman, T es la temperatura y ℓ es una longitud característica del fluido, tal como el tamaño de gota y partícula. En la ecuación 23, el producto $\mu \dot{\gamma} \ell$ es la energía mecánica y kT es la energía térmica. Como se verá más adelante, el comportamiento reológico de los fluidos depende de la magnitud del Pe . En todo caso, se verifica que, cuando el $Pe < 1$, el fluido no puede ser deformado por el esfuerzo mecánico aplicado y, en consecuencia, el comportamiento observado en el fluido es independiente de lo que haga el observador. Cuando $Pe \approx 1$, el esfuerzo mecánico empieza a producir la deformación del fluido y este empieza a ceder; esto implica que la resistencia a fluir tiende a disminuir. A medida que aumenta el Pe ($Pe > 1$), la resistencia del fluido va disminuyendo hasta que el fluido alcanza alguna configuración de equilibrio ($Pe \gg 1$), punto a partir del cual el comportamiento se torna dependiente exclusivamente del esfuerzo aplicado.

3. Bibliografía

Barnes, H.A.; Hutton, J.F.; Walters, K. An Introduction to Rheology. Elsevier, Amsterdam, 1989.

Darby, R. Chemical Engineering Fluid Mechanics. En cap. 1-2, Marcel Dekker, Inc. New York, 1996.

Macosko, C. Rheology: Principles and Measurements. En cap. 1 a 3, VCH Publishers, Inc., New York, 1994.

Walters, K. Rheometry. En cáp. 1, Chapman and Hall, Londres, 1975.