Problemas:

1) Hallar los extremos relativos de la función:

$$f(x,y) = (2x^2 - y^2)\, e^{x-y}$$

2) Hallar los extremos absolutos de la función:

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + 5$$

en la región R encerrada por el triángulo formado por las rectas: $x = 0$; $y = 0$; $x + y = 3$

3) Sean las rectas:

$$L_1: \frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{5} \quad ; \quad L_2: -\frac{x}{2} = \frac{y-4}{3} = z-1$$

a) Hallar el punto P_1 de L_1 y el punto de L_2 tales que $d(P_1P_2)$, la distancia de P_1 a P_2, sea mínima

b) Hallar $d(P_1P_2)$

4) Hallar las dimensiones de la caja rectangular (paralelepípedo) de volumen máximo que puede inscribir en el elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Hallar el valor del volumen máximo.

5) Hallar el plano que pasa por el punto $P(2,1,3)$ y q' forma con lo[s] planos coordenados un tetraedro de mínimo volumen

6) Estudiar los extremos locales de las siguientes funciones:

a) $f(x,y) = xy - x^2 - y^2 - x - y + 1$

b) $f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 6x^2 - 3y^2 + 3$

c) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2-1}$

d) $f(x,y) = e^x \cdot \operatorname{Sen} y$

e) $f(x,y) = e^{1+x^2-y^2}$

f) $f(x,y) = \operatorname{Cos} x + \operatorname{Cos} y + \operatorname{Cos}(x+y)$; $\frac{\pi}{2} < x < \pi$; $\frac{\pi}{2} < y < \pi$

7) En los siguientes ejercicios hallar los extremos absolutos de la función en la región indicada.

a) $f(x,y) = 2x^2 + y^2 - 4x - 2y$; en la región del primer cuadrante encerrada por las rectas $x=0$; $y=0$; $x+y=2$

b) $f(x,y) = (y^2 - 4y)\operatorname{tg} x$; en la región encerrada por el rectángulo $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$; $1 \leq y \leq 3$

c) $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - x - \frac{3}{2}y$ en la región $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 4x^2 + y^2 \leq 4 ; y \geq 0\}$

8) Se está calentando una placa de metal plana que ocupa la región R del plano xy encerrada por $R = \{(x,y)/x^2+y^2 \leq 4 ; y \geq -1\}$.
La temperatura en cualquier punto (x,y) es:
$T(x,y) = x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 1$. Hallar el punto más frío y el punto más caliente y sus respectivas temperaturas.

9) Hallar el punto P del plano $x+3y-z+1=0$ que está más cercano al punto $P_0(-1,2,1)$. Determinar esta distancia más corta

10) Hallar los extremos de $f(x,y)=xy$ sujeta a $x^2+y^2=8$

11) Hallar los extremos de $f(x,y)=4x^2+2y^2+1$ sujeta a $x^2+y^2-4y=0$

12) Hallar los vértices del rectángulo de área máxima y lados paralelos a los ejes, inscrito en la elipse $\frac{x^2}{9}+y^2=1$

13) Hallar los extremos de $f(x,y,z)=x+y+z$ sujeta a $x^2+y^2+z^2=12$

14) En los siguientes ejercicios trazar la región de integración, determinar el orden de integración y evaluar la integral

a) $\int_0^{\pi}\int_x^{\pi} \frac{\operatorname{Sen} y}{y}\,dy\,dx$; b) $\int_0^{2}\int_0^{4-x^2} \frac{x e^{2y}}{4-y}\,dy\,dx$

c) $\int_0^{2\sqrt{\ln 3}}\int_{y/2}^{\sqrt{\ln 3}} e^{x^2}\,dx\,dy$; d) $\int_0^{3}\int_{\sqrt{x/3}}^{1} e^{y^3}\,dy\,dx$

d) $\int_0^{8}\int_{\sqrt[3]{x}}^{2} \frac{dy\,dx}{y^4+1}$; f) $\iint_R (y-2x^2)\,dA$ donde R es la región dentro del cuadrado $|x|+|y|=1$

15) Encontrar el volumen de la región que se encuentra bajo el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y arriba del triángulo encerrado por las rectas $y = x$; $x = 0$ y $x + y = 2$ en el plano XY.

16) Encontrar el volumen del sólido limitado arriba por el cilindro $z = x^2$ y abajo por la región encerrada por la parábola $y = 2 - x^2$ y la recta $y = x$ en el plano XY.

17) Encontrar el volumen del sólido cuya base es la región en el plano XY limitada por la parábola $y = 4 - x^2$ y la recta $y = 3x$ mientras que la parte superior del sólido está limitada po[r] el plano $z = x + 4$

18) Encontrar el volumen del sólido en el primer octante limitado por los planos coordenados, el cilindro $x^2 + y^2 = 4$ y el plano $z + y = 3$.

19) Encontrar el volumen del sólido cortado de la columna cuadrada $|x| + |y| \leq 1$, por los planos $z = 0$. y $3x + z = 3$

20) Encontrar el volumen del sólido limitado al frente y atrás por los planos $x = 2$ y $x = 1$, a los lados por los cilindros $y = \pm 1/x$ y arriba y abajo por los planos $z = x + 1$ y $z = 0$