

## PROBLEMAS

- 1) Hallar la ecuación del plano que pasa por los puntos  $M_1(2,-1,3)$  y  $M_2(3,1,2)$  y es paralelo al vector  $\vec{A}=[3,-1,-4]$ .
- 2) Hallar la ecuación del plano que pasa por tres puntos:  
 $M_1(3,-1,2)$  ;  $M_2(4,-1,-1)$  y  $M_3(2,0,2)$
- 3) Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es paralelo al plano  $5x-3y+2z-3=0$
- 4) Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto  $M_1(3,-2,-7)$  y es paralelo al plano  $2x-3z+5=0$ .
- 5) Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los dos planos:  
 $2x-y+3z-1=0$  ;  $x+2y+z=0$ .
- 6) Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto  $M_1(2,-1,1)$  y es perpendicular a los dos planos:  $2x-z+1=0$  ;  $y=0$
- 7) Hallar la ecuación del plano que pasa por dos puntos  $M_1(1,-1,-2)$  y  $M_2(3,1,1)$  y es perpendicular al plano  $x-2y+3z-5=0$
- 8) Hallar la ecuación del plano que pasa:
  - a) Por el eje  $Ox$  y por el punto  $M_1(4,-1,2)$
  - b) por el eje  $Oy$  y por el punto  $M_2(1,4,-3)$
  - c) por el eje  $Oz$  y por el punto  $M_3(3,-4,7)$

- 9) Hallar la ecuación del plano que pasa: (2)
- Por los puntos  $M_1(7, 2, -3)$  y  $M_2(5, 6, -4)$  y es paralelo al eje  $Ox$
  - Por los puntos  $P_1(2, -1, 1)$  y  $P_2(3, 1, 2)$  y es paralelo al eje  $Oy$
  - Por los puntos  $Q_1(3, -2, 5)$  y  $Q_2(2, 3, 1)$  y es paralelo al eje  $Oz$
- 10) Hallar los puntos de intersección del plano  $2x - 3y - 4z - 24 = 0$  con los ejes coordenados
- 11) Calcular la distancia "d" del punto  $P(-1, 1, -2)$  al plano que pasa por tres puntos  $M_1(1, -1, 1)$ ;  $M_2(-2, 1, 3)$  y  $M_3(4, -5, -2)$
- 12) Demostrar que el plano  $3x - 4y - 2z + 5 = 0$  corta al segmento limitado por los puntos  $M_1(3, -2, 1)$  y  $M_2(-2, 5, 2)$
- 13) Demostrar que el plano  $5x - 2y + z - 1 = 0$  no corta al segmento limitado por los puntos  $M_1(1, 4, -3)$  y  $M_2(2, 5, 0)$
- 14) Calcular la distancia entre los planos paralelos  
 $6x - 18y - 9z - 28 = 0$  ;  $4x - 12y - 6z - 7 = 0$ .
- 15) Hallar, en el eje  $Oy$ , un punto que esté a la distancia  $d=4$  del plano  
 $x + 2y - 2z - 2 = 0$
- 16) Hallar, en el eje  $Ox$ , un punto equidistante de los 2 planos:  
 $12x - 16y + 15z + 1 = 0$  ;  $2x + 2y - z - 1 = 0$
- 17) Hallar las ecuaciones de los planos paralelos al plano  
 $2x - 2y - z - 3 = 0$ , que están a la distancia  $d=5$  de él.
- 18) Hallar la ecuación de la recta formada por la intersección del plano  $3x - y - 7z + 9 = 0$  con el plano que pasa por el eje  $Ox$  y por el punto  $E(3, 2, -5)$

19) Hallar los puntos de intersección de la recta  $L: \begin{cases} 2x+y-z-3=0 & (3) \\ x+y+z-1=0 \end{cases}$  con los planos coordenados

20) Averiguar para qué valor de  $D$  la recta  $L: \begin{cases} 2x+3y-z+D=0 \\ 3x-2y+2z-6=0 \end{cases}$  corta: a) el eje  $OX$ ; b) el eje  $OY$ ; c) el eje  $OZ$

21) Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta de intersección de los planos  $3x-y+2z+9=0$ ;  $x+z-3=0$  y:

a) por el punto  $M_1(4, -2, -3)$

b) es paralelo al eje  $OX$

c) es paralelo al eje  $OY$

d) es paralelo al eje  $OZ$ .

22) Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta de intersección de los planos  $2x-y+3z-5=0$ ;  $x+2y-z+2=0$  y es paralelo al vector  $\vec{A} = [2, -1, -2]$

23) Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta de intersección de los planos  $3x-2y+z-3=0$ ;  $x-2z=0$  y es perpendicular al plano  $x-2y+z+5=0$ .

24) Por los puntos  $M_1(-6, 6, -5)$  y  $M_2(12, -6, 1)$  se ha trazado una recta. Hallar los puntos de intersección de esta recta con los planos coordenados.

25) Hallar las ecuaciones canónicas de la recta que pasa por el punto  $M_1(2, 3, -5)$  y es paralela a la recta

$$\begin{cases} 3x-y+2z-7=0 \\ x+3y-2z+3=0. \end{cases}$$

26) Hallar el ángulo formado por las rectas.

(4)

$$X-3 = \frac{Y+2}{-1} = \frac{Z}{\sqrt{2}} \quad ; \quad X+2 = Y-3 = \frac{Z+5}{\sqrt{2}}$$

27) Demostrar que las rectas, dadas mediante sus ecuaciones paramétricas:  
 $X = -3+2t$  ;  $Y = -2+3t$  ;  $Z = 6-4t$  y  
 $X = 5+w$  ,  $Y = -1-4w$  ;  $Z = -4+w$  son concurrentes

28) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por el punto  $M_0(2, -3, -5)$  y es perpendicular al plano  $6X - 3Y - 5Z + 2 = 0$ .

29) Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto  $M_0(1, -1, -1)$  y es perpendicular a la recta :  $\frac{X+3}{2} = \frac{1-Y}{3} = \frac{Z+2}{4}$

30) Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto  $M_0(1, -2, 1)$  y es perpendicular a la recta  $L: \begin{cases} X-2Y+Z-3=0 \\ X+Y-Z+2=0 \end{cases}$ .

31) Calcular la distancia "d" del punto  $P(1, -1, -2)$  a la recta  $\frac{X+3}{3} = \frac{Y+2}{2} = \frac{8-Z}{2}$ .

32) Tras verificar que son paralelas las rectas :

$$\begin{cases} 2X+2Y-Z-10=0 \\ X-Y-Z-22=0 \end{cases} \quad ; \quad \frac{X+7}{3} = \frac{Y-5}{-1} = \frac{Z-9}{4}$$

Calcular la distancia "d" entre ellas.

33) Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto  $M_1(1, 2, -3)$  y es paralelo a las rectas :

$$\frac{X-1}{2} = \frac{Y+1}{-3} = \frac{Z-7}{3} \quad ; \quad \frac{X+5}{3} = \frac{2-Y}{2} = \frac{Z+3}{-1}$$

34) Hallar la ecuación del plano que pasa por las dos rectas paralelas: ⑤

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-7}{2} \quad ; \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$$

35) Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta  $x=1+3t$ ,  $y=3+2t$ ;  $z=-2-t$  y es paralelo a la recta  $L$ :

$$L: \begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}$$

36) Estudiar las posiciones relativas de las siguientes rectas. Si se cortan, hallar el punto intersección. Si son paralelas o se cruzan, hallar la distancia entre ellas.

$$a) \frac{x+2}{3} = \frac{1-y}{2} = z \quad \text{y} \quad \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$$

$$b) x = \frac{1-y}{2} = \frac{z}{3} \quad \text{y} \quad \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$$