TAREA Cálculo Vectorial IE.

1.- Determine el trabajo total realizado al desplazar una partícula a lo largo de la curva alabeada r(t)=[t3, t2, t] para $t \in [1, 3]$, si el movimiento es ocasionado por el campo de fuerza **F**= [yz, xz, xy].

2.- Muestre que las coordenadas cilíndricas parabólicas: x=(u-v)/2, y= $\sqrt{uv}$, z=w, constituye un sistema ortogonal. Hallar sus coeficientes métricos y sus versores.

3.- Expresar en coordenadas cartesianas los campos: $F(\rho,\varphi,z) = \rho^2 Cos(\theta)e_\rho - \rho^2 Sen(\theta)e_\varphi + z^2 e_z$, $G(r,\theta,\varphi) = Cos(\theta)e_r - Sen(\theta)e_\theta - Sen(\varphi)e_\varphi$

4.-Si la carga eléctrica puntual se distribuye continuamente mediante la función $f(\rho,\varphi,\theta) = 1/\rho^2$, determine la carga eléctrica total confinada en el primer octante y delimitada por la esfera ρ=3, los conos $\varphi = \pi/12$ y $\varphi = \pi/4$, y trucada por los semiplanos $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$.

5.- Determine el trabajo del campo vectorial $\mathbf{E}_{(x,y,z)}=(3x^2y-6z+e^x senz)\mathbf{i}+(x^3+y)\mathbf{j}+(e^x \cos z-2x)\mathbf{k}$, al mover una carga $q=q_o$ a lo largo de la curva de ecuaciones y=z, $x^2+y^2=1$.

6.- Dado el campo $\mathbf{E}_{(x,y,z)}=(y^2\cos x+z^3)i + (aysenx-4)j + (bxz^2+2)k$.

a) Determine los valores de las constantes a y b para que **E** sea un campo gradiente.

b) Con los valores de a y b encontrados, determine la función potencial.

c) Determine la circulación desde el punto O(0,0,0) hasta M(1,2,-1) a lo largo de la curva $x^2+y^2+z^2=3y$; xy+xz+yz+x=0.

7.- Determine el flujo del campo $\mathbf{E}= z\mathbf{i}+x\mathbf{j}-y^2z\mathbf{k}$, a través de la superficie lateral del cilindro $x^2+y^2=6$, entre los planos x=0, y=0, z=0 y z=3, en el primer octante.

8.- Considere el sistema de coordenadas dado por: u=x+y+z, v=x+y, $w=2xz-2yz-z^2$. Determine $\nabla u \cdot (\nabla v \times \nabla w)$. Interprete este resultado.

9.- El sistema de coordenadas (α, β, z) se forma por la intersección de las siguientes superficies:

.- un cono con vértice en el origen y ángulo α respecto al eje z,

.- un plano vertical que contiene al eje z y forma un ángulo β con el eje x.

.- un plano paralelo al plano xy, ubicado a una altura z.

Determine:

a) Las relaciones funcionales entre el sistema coordenado (x,y,z) y el sistema (α, β, z).

b) La admisibilidad del sistema de coordenadas (α, β, z).

c) Los vectores unitarios (versores) $\mathbf{a}_\beta$ y $\mathbf{a}_z$ del sistema de coordenadas (α, β, z).

d) La expresión en coordenadas cartesianas del campo vectorial: $\mathbf{E}=z \tan(\alpha)\, \mathbf{a}_\beta + x \tan(\beta)\, \mathbf{a}_z$.

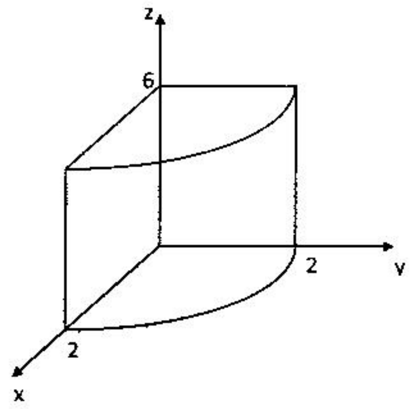
10.- Dado el campo vectorial V= r $\mathbf{a}_r$ + sen φ $\mathbf{a}_\varphi$, determine:

a) Si el campo V es un campo gradiente.

b) El flujo del campo a través del cuarto de cilindro de la figura

c) Compruebe el teorema de la divergencia

d) De ser posible, determine la ecuación de las líneas del campo vectorial asociado.



11.- Dado el campo vectorial $\overline{E} = 5r\,sen\varphi\,\vec{a}_r + r^2\cos\varphi\,\vec{a}_\varphi$

a) Determine la circulación a lo largo de un círculo de radio 3, centrado en el origen de coordenadas y situado en el plano xy.

b) Calcule $\int_S (\nabla \times \boldsymbol{E}).\boldsymbol{dS}$, sobre el área de un cuadrado.

c) ¿Puede expresarse a E como el gradiente de un campo escalar? Explique.

d) Dibuje las líneas de campo escalar y vectorial.

12.- En un sistema coordenado (u_1, u_2, u_3) los vectores tangentes a las líneas coordenadas tienen por expresión:

$$\boldsymbol{t}_1 = \boldsymbol{a}_x + \boldsymbol{a}_z, \quad \boldsymbol{t}_2 = \boldsymbol{a}_x - \boldsymbol{a}_z, \quad \boldsymbol{t}_3 = \boldsymbol{a}_y$$

a) Pruebe que el sistema es admisible.
b) Determine los coeficientes métricos del sistema y los vectores unitarios.
c) Determine las relaciones funcionales entre el sistema cartesiano y el sistema dado.
d) Determine si el sistema es ortogonal.

13.- Dado el campo escalar en coordenadas polares: $F(\rho,\varphi) = \rho^2\,Sen\varphi$

a) Determine y grafique las líneas equipotenciales (equivaluadas) del campo F.

b) Determine y grafique las líneas de flujo del campo vectorial asociado.

14.- Determine el flujo, volumen de fluido por segundo, que entra a un cubo de 2 mts de arista centrado en el origen de coordenadas; si el campo de velocidad del fluido está dado por:

$$V = -x^3y^2\,a_x + y^2z\,a_y + xz^2\,a_z \qquad \text{(mts/seg)}$$

15.- Dado el campo vectorial: $\overline{F} = \varphi\,\vec{a}_r + (1/r)Sen^2\theta\,\vec{a}_\theta + Csc\theta\,\vec{a}_\varphi$

a) Determine si el campo F es conservativo y/o solenoidal.

b) Halle la circulación de F a lo largo de un círculo de radio 3, centrado en el origen de coordenadas y situado en el plano xy.